

На правах рукописи

САРТАСОВ ЕВГЕНИЙ МИХАЙЛОВИЧ

ДЕКОМПОЗИЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯСпециальность 01.01.11 - "Системный анализ и автоматическое  
управление"А в т о р е ф е р а т  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Челябинск 1993

Работа выполнена на кафедре прикладной математики  
Челябинского государственного технического университета.

Научный руководитель - доктор технических наук,  
профессор **Цыганков В.А.**

Официальные оппоненты : доктор технических наук,  
профессор **Казаринов Л.С.**,  
кандидат технических наук  
**Ефимов В.И.**

Ведущее предприятие - НИО "Электромеханика", г. Миасс.

Защита диссертации состоится " 2 " июня 1993 г.,  
в 15 ч., на заседании специализированного совета Д.053.13.06  
Челябинского государственного технического университета по  
адресу: 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И.Ленина 76.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Челябинского  
государственного технического университета.

Автореферат разослан " . " \_\_\_\_\_ 1993 г.

Ученый секретарь  
специализированного совета



С.И.Барыкин

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время при анализе динамических многосвязных систем часто приходится учитывать большое количество факторов, что приводит к необходимости описывать их системами дифференциальных уравнений высокого порядка со сложными правыми частями. Во многих случаях анализ таких систем сводится к моделированию на ЭВМ. В процессе моделирования определяется качество системы, уточняются параметры и т.д. Моделирования, как правило, сводится к решению системы дифференциальных уравнений, которая описывает динамическую систему. Учет параметров с различными временными характеристиками приводит к жестким системам дифференциальных уравнений. Решение жестких систем дифференциальных уравнений высокого порядка со сложными правыми частями приводит к большим затратам машинного времени, что не позволяет за приемлимое время проводить необходимый анализ системы. Несмотря на то, что производительность вычислительных машин растет, сложность систем уравнений, которые необходимо решать, растет быстрее. Поэтому возникает потребность в разработке методов, алгоритмов и программного обеспечения моделирования многосвязных динамических систем, описываемых жесткими системами дифференциальных уравнений высокого порядка со сложными правыми частями.

В этой области имеется множество работ российских и зарубежных авторов. В большинстве работ предлагается разбиение правых частей дифференциальных уравнений на собственные составляющие и перекрестные связи. Если перекрестные связи вносят незначительный вклад в работу системы, то их называют "слабыми" и пренебрегают ими, если вклад перекрестных связей значительный, то их называют "сильными" и рассматривают в комплексе с собственными составляющими.

В известной литературе оценка влияния перекрестных связей выполняется, как правило, по всей совокупности перекрестных связей между выделенными подсистемами. Однако даже для "сильно" связанных подсистем часто возможно выделить отдельные "слабые" связи.

Упрощение указанных связей ведет к потере информации структурированности системы управления, что позволяет упростить анализ системы за счет учета их конкретной структуры. Однако в литературе отсутствуют регулярные критерии оценки "слабости" подобных перекрест-

ных связей и эффективные процедуры разделения связей на "сильные" и "слабые". Недостаточно разработаны методики решения подобных жестких систем дифференциальных уравнений.

**Цель работы.** Целью работы является снижение трудоемкости моделирования электромеханических систем, что позволит проанализировать большее количество вариантов системы и выбрать наилучший вариант. Для достижения данной цели поставлены три задачи:

1. Получить критерий "слабости" отдельной перекрестной связи и группы перекрестных связей, а также метод разделения всех перекрестных связей на "слабые" и "сильные" согласно предложенного критерия.

2. Создание итерационной процедуры моделирования системы с "сильными" перекрестными связями такой, что на каждой итерации система распадается на подсистемы меньших размерностей.

3. Разработка серии методов решения жестких систем дифференциальных уравнений, позволяющих эффективно выполнять каждую итерацию декомпозиционной процедуры.

Целью работы является также создание соответствующего алгоритмического и программного обеспечения.

**Научная новизна:**

1. Получен критерий "слабости" отдельной перекрестной связи и группы перекрестных связей. Построена гарантированная оценка пренебрежения перекрестной связью.

2. Создана итерационная процедура моделирования системы с "сильными" перекрестными связями такая, что на каждой итерации система распадается на подсистемы меньших размерностей. Получена оценка числа итераций.

3. Разработана серия методов решения жестких систем дифференциальных уравнений, обладающая следующими свойствами:

а) методы имеют  $v$ -ый порядок сходимости ( $v=1.4$ );

б) являются явными;

в) позволяют получить точное решение линейной системы  $\dot{X}=AX+B$ ;

г) являются  $A$ -устойчивыми для систем вида:  $\dot{X}=AX+B(t)$ , независимо от обусловленности матрицы  $A$ .

Данная серия методов позволяет эффективно выполнить каждую итерацию декомпозиционной процедуры.

**Методы исследований.** При решении поставленной задачи были использованы методы теории автоматического управления, линейной

алгебры, математического анализа, оптимизации функции многих переменных.

**Практическая ценность.** Разработанные в диссертационной работе методы, алгоритмы и программы позволяют существенно повысить эффективность исследования многосвязных систем автоматического управления за счет снижения трудоемкости вычислений, а значит снижения затрат машинного времени.

**Реализация в промышленности.** Выполненные в рамках диссертационной работы алгоритмические и программные средства внедрены в НИО "Электромеханика". Годовой экономический эффект от внедрения составил 24,4 тыс. руб в ценах 1988 г. Все программные средства переданы в государственный фонд алгоритмов и программ. Исследования проводились в соответствии с целевой комплексной программой О.Ц.026 ГКНТ СССР.

**Апробация результатов.** Основные результаты работы были доложены на:

1. Третьей Всесоюзной конференцией "Роботы и робототехнические системы" (Челябинск, 1983).

2. Первой Всесоюзной школы "Прикладные проблемы управления макросистемами" (Москва, 1985).

3. Первой Всесоюзной научной конференции "Декомпозиция и координация в сложных системах" (Челябинск, 1986).

4. Всесоюзной научно-технической конференции "Микропроцессорные системы автоматизации технологических процессов" (Новосибирск, 1987).

5. Республиканском совещании "Численные методы и средства проектирования и испытания элементов твердотельной электроники". (Таллинн, 1987).

6. Седьмом Всесоюзного совещания молодых ученых "Современные проблемы автоматического управления" (Москва, 1987).

7. Республиканском совещании "Численные методы и средства проектирования и испытания элементов твердотельной электроники". (Таллинн, 1989).

**Публикации.** Основные положения диссертации отражены в 13 работах.

**Объем и структура работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, и приложения. Общий объем диссертации 100 стр., из которых 92 стр. основного текста, 4 рисунков, 4 таблиц, библиография из 61 наименований.

### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе Рассматриваются математические модели гиостабилизированной платформы и 2-х степенного динамического стенда. Рассматриваемый класс многосвязных систем может быть представлен следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dX_1(t)}{dt} = A_1(X, t) \cdot X_1(t) + B_1 u_1(t) + \sum_{j=1}^s F_{1j}(X, t); \\ Y_1(t) = C_1 X_1(t). \end{cases} \quad (1)$$

где  $i=1, \bar{n}$  - номер подсистемы,  $n$  - количество подсистем,

$X(t) = [X_1^T(t), \dots, X_n^T(t)]^T \in D \subset R^N$  - вектор состояния системы,

$X_1(t) \in D_1 \subset R^{N_1}$  - вектор состояния 1-ой подсистемы,

$u(t) = [u_1^T(t), \dots, u_n^T(t)]^T \in R^m$  - вектор управления,

$u_1(t) \in R^{m_1}$  - вектор управления 1-ой подсистемой,

$y(t) = [y_1^T(t), \dots, y_n^T(t)]^T \in R^L$  - вектор выходных координат,

$y_1(t) \in R^{L_1}$  - вектор выходных координат 1-ой подсистемы,

$F(X, t) = [F_1^T(X, t), \dots, F_n^T(X, t)]^T \in R^N$  - вектор-функция

перекрестных связей,

$$\left. \begin{aligned} A &= \text{diag} (A_1, \dots, A_n) \\ B &= \text{diag} (B_1, \dots, B_n) \\ C &= \text{diag} (C_1, \dots, C_n) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Блочно-диагональные матрицы} \\ \text{соответствующих размерностей,} \end{array}$$

$t \in [a, b]$  - скалярная переменная (обычно время),

$[a, b]$  - конечный или бесконечный интервал,

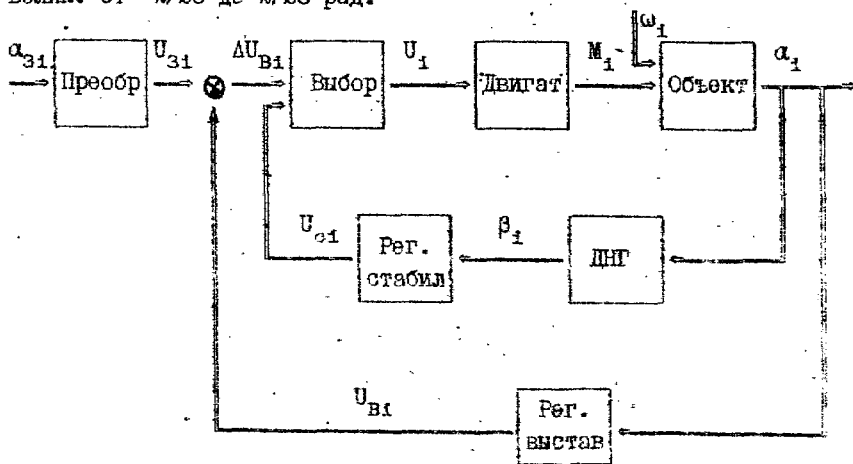
$D$  - множество достижимости системы.

В главе приводится математическое описание, алгоритм и описание программного обеспечения упрощения математической модели многосвязных динамических систем, описываемых системами дифференциальных уравнений высокого порядка, за счет разделения перекрестных связей на "сильные" и "слабые" и пренебрежения "слабыми" связями. Построена оценка такого пренебрежения.

Модель динамического стенда заданна в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha}_1 = a_{11}\dot{\alpha}_1 - a_{12}\dot{\alpha}_3 - (b_{11} + b_{12}\sin^2\alpha_3) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \sin 2\alpha_2 - \\ \quad - b_{13} \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_3 \sin^2\alpha_3 \cos^2\alpha_2 + (b_{14} \cos 2\alpha_3 - \\ \quad - b_{15}) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 + b_{16} \dot{\alpha}_2^2 \sin \alpha_2 \sin 2\alpha_3 + \\ \quad + c_1 u_1; \\ \ddot{\alpha}_2 = a_{21}\dot{\alpha}_2 - a_{22}\dot{\alpha}_2 - (b_{21} + b_{22} \cos^2\alpha_3) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_3 \cos \alpha_2 - \\ \quad - (b_{23} + b_{24} \sin^2\alpha_3) \dot{\alpha}_1 \sin 2\alpha_2 + b_{25} \dot{\alpha}_2 \dot{\alpha}_3 \sin 2\alpha_3 + \\ \quad + c_2 u_2; \\ \ddot{\alpha}_3 = a_{31}\dot{\alpha}_3 - a_{32}\dot{\alpha}_3 - (b_{31} + b_{32} \cos 2\alpha_3) \dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 + \\ \quad + b_{33} \dot{\alpha}_1^2 \cos^2\alpha_2 \sin 2\alpha_3 - b_{34} \dot{\alpha}_2^2 \sin 2\alpha_3 + \\ \quad + c_3 u_3. \end{cases}$$

Структурная схема гиросtabilизированной платформы, изображена на рисунке. Управление платформой осуществляется в двух режимах: режиме выставки и режиме стабилизации. В режиме выставки осуществляется начальный поворот рамок и платформы из начального положения в требуемое. Диапазон поворота рамок может находиться в пределах от  $-\pi$  до  $\pi$ . Различные помехи (движение основания, вращение земли и т.д.) нарушают ориентацию выставленной платформы. Для удержания платформы в требуемом положении применяется режим стабилизации. Диапазон поворотов рамок в режиме стабилизации не велик: от  $-\pi/20$  до  $\pi/20$  рад.



На рисунке Преобр - преобразователь угла в напряжение.

Выбор - блок, определяющий в каком режиме работает система (в режиме выставки или стабилизации).

Двигат - электродвигатель, преобразующий напряжение в момент вращения.

Объект - гиросtabilизированная платформа.

ДНГ - динамически настраиваемый гироскоп.

Рег. стабил - регулятор режима стабилизации.

Рег. выстав - регулятор режима выставки.

$\omega_1$  - функции, задающие вращение земли.

$\alpha_{3i}$  - заданные углы выставки.

$U_{3i}$  - преобразованные в напряжение углы выставки.

$U_{B1}$  - текущее напряжение выставки.

$U_{c1}$  - текущее напряжение стабилизации.

$\Delta U_{B1}$  - разница между напряжением заданного угла выставки и текущим углом выставки.

$\alpha_1$  - текущие углы объекта.

$\beta_1$  - текущие углы ДНГ.

Гиросtabilизированная платформа (без системы управления) описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} J_1 \ddot{\alpha}_1 &= a_{11} \alpha_2^2 - a_{12} \alpha_3^2 \cos \alpha_2 - a_{13} \alpha_4^2 - a_{14} \alpha_2 \alpha_3 \cos \alpha_2 - a_{15} \alpha_2 \alpha_4 + \\ &+ a_{16} \alpha_3 \alpha_4 - h(\alpha_1 - \omega_1) - M_{TP} \alpha_1 - M_1; \\ J_2 \ddot{\alpha}_2 &= -a_{21} \alpha_3^2 \cos 2\alpha_2 + a_{22} \alpha_4^2 \sin \alpha_3 - a_{23} \alpha_1 \alpha_2 + a_{24} \alpha_1 \alpha_3 \cos \alpha_2 + \\ &+ a_{25} \alpha_2 \alpha_4 + a_{26} \alpha_3 \alpha_4 - h(\alpha_2 - \omega_2) - M_{TP} \alpha_2 - M_2; \\ J_3 \ddot{\alpha}_3 &= a_{31} \alpha_2^2 \sin \alpha_2 + a_{32} \alpha_4^2 - a_{33} \alpha_1 \alpha_2 \cos \alpha_2 + a_{34} \alpha_1 \alpha_3 \cos \alpha_2 - \\ &- a_{35} \alpha_1 \alpha_4 \cos \alpha_2 + a_{36} \alpha_2 \alpha_3 \sin \alpha_2 - a_{37} \alpha_2 \alpha_4 - h(\alpha_3 - \omega_3) - \\ &- M_{TP} \alpha_3 - M_3; \\ J_4 \ddot{\alpha}_4 &= a_{41} \alpha_2^2 \sin \alpha_3 + a_{42} \alpha_3 \cos \alpha_2 - a_{43} \alpha_1 \alpha_2 + a_{44} \alpha_1 \alpha_3 \cos \alpha_2 + \\ &+ a_{45} \alpha_1 \alpha_4 - a_{46} \alpha_2 \alpha_3 \sin \alpha_3 - a_{47} \alpha_2 \alpha_4 \sin \alpha_3 - a_{48} \alpha_3 \alpha_4 - \\ &- h(\alpha_4 - \omega_4) - M_{TP} \alpha_4 - M_4. \end{aligned} \right.$$

Электродвигатель описывается следующей системой уравнений:

$$T_{дв} \dot{M}_i - M_i = K_{дв} U_i, \quad (i=1,4)$$



В системе стабилизации присутствуют два динамически настраиваемых гироскопа. Первый гироскоп описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} A \ddot{\beta}_1 + V_1 \dot{\beta}_2 + m \dot{\beta}_1 + \Omega_1 \beta_2 = -A \omega_{1x} - C_1 \omega_{1y} + K_{\text{ДНГ}} \dot{\alpha}_1; \\ A \ddot{\beta}_2 + V_1 \dot{\beta}_1 + m \dot{\beta}_2 + \Omega_1 \beta_1 = -A \omega_{2x} - C_1 \omega_{2y} + K_{\text{ДНГ}} \dot{\alpha}_2. \end{cases}$$

Второй гироскоп:

$$\begin{cases} A \ddot{\beta}_3 + V_2 \dot{\beta}_4 + m \dot{\beta}_3 + \Omega_2 \beta_4 = -A \omega_{3x} - C_2 \omega_{3y} + K_{\text{ДНГ}} \dot{\alpha}_3; \\ A \ddot{\beta}_4 + V_2 \dot{\beta}_3 + m \dot{\beta}_4 + \Omega_2 \beta_3 = -A \omega_{4x} - C_2 \omega_{4y} + K_{\text{ДНГ}} \dot{\alpha}_4. \end{cases}$$

Блок "ВЫБОР" осуществляет переключение режима работы системы управления (выставка/стабилизация) и работает по следующему правилу:

$$\begin{cases} U_i = \Delta U_{\text{В}i}, \text{ если система работает в режиме выставки;} \\ U_i = U_{\text{С}i}, \text{ если система работает в режиме стабилизации.} \end{cases}$$

Регулятор выставки описывается следующими уравнениями:

$$U_{\text{В}i} = K_{\text{В}} \beta_i \quad (i=1,4).$$

Регулятор стабилизации описывается следующими уравнениями:

$$U_{\text{С}i} = K_{\text{С}} \alpha_i \quad (i=1,4).$$

Блок преобразования угла в напряжение описывается следующими уравнениями:

$$U_i = K_i \alpha_i \quad (i=1,4).$$

Показано, что  $F_{ij}(X, t)$  является слабой перекрестной связью если выполняется следующие условия:

1.  $|\Lambda(A^c) - L| > 0;$

2.  $\frac{\|SP\| \cdot \|P^{-1}\| \cdot \rho}{|\Lambda(A^c) - L|} < \varepsilon,$

где  $P$  - вспомогательная матрица такая, что матрица  $(P^{-1} \cdot A \cdot P + (P^{-1} \cdot A \cdot P))^T$  отрицательно определена,

$$\rho = \max_{D^s} \|F_{ij}(X, t)\|,$$

$$L = \left\| \sum_{j=1}^n L_{ij} \right\|, L_{ij} - \text{константа Липшица для функции}$$

$F_{ij}(X, t)$  на множестве достижимости  $D$ ,

$\varepsilon$  - максимально допустимая погрешность пренебрежения перекрестной связью.

Алгоритмы вычисления матрицы Р и величины L известны. В работе предложен алгоритм построения множества достижимости D и максимизации нормы функции на нем. Этот алгоритм состоит из двух этапов:

1. Построение множества достижимости линейной системы без учета перекрестных связей следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{dX_1(t)}{dt} = A_1 \cdot X_1(t) + B_1 u_1(t); \\ y_1(t) = C_1 X_1(t). \end{cases}$$

в виде n-мерного бруса. Назовем это множество  $D_0$ . Решение этой задачи известно.

2. Расширение множества  $D_0$  таким образом, чтобы в расширяемое множество погрузилось истинное множество достижимости исходной системы. В диссертационной работе приведено два алгоритма расширения.

Во второй главе приводится математическое описание, алгоритм и описание программного обеспечения декомпозиционного моделирования многосвязных систем управления с "сильными" перекрестными связями. Эта система получается после пренебрежения "слабыми" перекрестными связями.

Идея декомпозиционного моделирования состоит в следующем. Пусть имеется многосвязная система управления, математическая модель которой описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dX_1(t)}{dt} = A_1 X_1(t) + B_1 u_1(t) + F_1(X, t); \\ y_1(t) = C_1 X_1(t). \end{cases} \quad (2)$$

Предлагается итерационная процедура моделирования этой системы. На нулевой итерации решается система уравнений без учета перекрестных связей:

$$\begin{cases} \frac{dX_1^{(0)}(t)}{dt} = A_1 X_1^{(0)}(t) + B_1 u_1(t); \\ y_1^{(0)}(t) = C_1 X_1^{(0)}(t). \end{cases} \quad (3)$$

Заметим, что в силу блочной диагональности матриц A, B и C система (3) распадается на ряд подсистем меньших размерностей которые можно интегрировать независимо друг от друга.

На последующих итерациях решается следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dX_1^{(j)}(t)}{dt} = A_1 X_1^{(j)} + B_1 u_1(t) + F_1(X^{(j-1)}(t), t); \\ y_1^{(j)} = C_1 X_1^{(j)}(t). \end{cases} \quad (4)$$

Заметим, что на  $j$ -й итерации  $F_1(X^{(j-1)}(t), t)$  является известной функцией времени (вычислен на  $j-1$ -й итерации) и поэтому система (4) также распадается на подсистемы меньших размерностей, которые можно интегрировать независимо.

Показано, что данная итерационная процедура сходится при условии  $L/|\Lambda(A^c)| < 1$ , где  $L$  - константа Липшица для  $F_1(X^{(j-1)}(t), t)$ ,  $|\Lambda(A^c)|$  - модуль наибольшего собственного значения матрицы  $A^c = (A + A^T)/2$ . При этом для достижения наперед заданной точности  $\varepsilon$  потребуется  $q(\varepsilon)$  итераций:

$$q(\varepsilon) = \left\lceil \frac{\ln \frac{\varepsilon |\Lambda(A^c)|}{|C| \rho}}{\ln \frac{L}{|\Lambda(A^c)|}} \right\rceil,$$

где  $\rho = \max_D |F_1(X^{(j-1)}(t), t)|$ ,  $D$  - множество достижимости системы (2).

**В главе 3** предложен класс методов решения жестких систем дифференциальных уравнений, получаемых на каждой итерации, процедуры декомпозиционного моделирования, которые имеют следующий вид:

$$\frac{dX}{dt} = A(X, t) X + B(X, t), \quad (5)$$

где  $X(t)$  и  $B(X, t)$  -  $n$ -мерные векторы,

$A(X, t)$  - матрица размером  $n \times n$ ,

$t \in [a, b]$  - скалярная переменная (обычно время).

Для системы (5) определена задача Коши с начальными условиями  $X(a) = X_0$ .

Для рассматриваемого класса динамических систем (ГСП, ЛС и др.) выполняются следующие условия:

1.  $A(X, t)$  и  $B(X, t)$  - непрерывные и ограниченные при любых  $X$  и  $t$ .
2.  $A(X, t)$  и  $B(X, t)$  - имеют непрерывные и ограниченные производные по всем своим аргументам.

3. Выполняются следующие условия Липшица:

$$\begin{aligned} |A(X_1, t) - A(X_2, t)| &\leq L_{AX} |X_1 - X_2|, \forall t, X_1, X_2; \\ |B(X_1, t) - B(X_2, t)| &\leq L_{BX} |X_1 - X_2|, \forall t, X_1, X_2; \\ |X(t_1) - X(t_2)| &\leq L_{Xt} |t_1 - t_2|. \end{aligned}$$

4. Для констант Липшица выполняются следующие соотношения:

$$L_{AX} \ll L_{Xt}, \quad L_{BX} \ll L_{Xt}.$$

5. Собственные значения матрицы  $A(X, t)$  лежат в левой полуплоскости при любых  $X, t$ .

6. Матрица  $A(X, t)$  плохо обусловлена.

В работе предложена серия методов решения задачи Коши для системы (5) удовлетворяющая следующим свойствам:

1. Методы имеют  $s$ -й порядок сходимости.
2. Все методы являются явными.
3. Позволяют получить точное решение системы уравнений вида:

$$\dot{X} = AX + B, \text{ где } A - \text{ постоянная матрица, } B - \text{ постоянный вектор.}$$

4. Являются  $A$ -устойчивыми для систем вида:  $\dot{X} = AX + B(t)$ , где  $A$  - постоянная матрица.

Причем свойства 3-4 будут выполняться не зависимо от жесткости системы.

Пусть мы имеем решение задачи Коши для системы (5) в точках  $t_0 = a, t_1, \dots, t_k$  и хотим построить метод вычисления решения этой задачи Коши в точке  $t_{k+1}$ , который бы удовлетворял перечисленным выше свойствам. Предлагается записать вычислительную схему в виде следующего выражения:

$$X_{k+1} = \exp(\tilde{A}_k h) X_k + (\exp(\tilde{A}_k h) - E) \tilde{A}_k^{-1} \tilde{B}_k, \quad (6)$$

- где:  $X_k$  - приближенное значение  $X(t_k)$ ;  
 $\tilde{A}_k$  - некоторая матрица размера  $n \times n$ ;  
 $\tilde{B}_k$  - некоторый вектор размера  $n$ ;  
 $E$  - единичная матрица;

$$h = t_{k+1} - t_k.$$

Матрицу  $\tilde{A}$  и вектор  $\tilde{B}$  необходимо выбрать таким образом, чтобы обеспечить указанные выше свойства.

В работе показано, что для того, чтобы метод имел сходимость первого порядка достаточно чтобы:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_k &= A_k + O(h), \\ \tilde{B}_k &= B_k + O(h), \end{aligned}$$

второго порядка:

$$\tilde{A}_k = A_k + \dot{A}_k \frac{h}{2} + O(h^2),$$

$$\tilde{B}_k = B_k + \dot{B}_k \frac{h}{2} + O(h^2),$$

третьего порядка:

$$\tilde{A}_k = A_k + \dot{A}_k \frac{h}{2} + \ddot{A}_k \frac{h^2}{6} + (\dot{A}_k \dot{A}_k - A_k \ddot{A}_k) \frac{h^2}{12} + O(h^3),$$

$$\tilde{B}_k = B_k + \dot{B}_k \frac{h}{2} + \ddot{B}_k \frac{h^2}{6} + (\dot{B}_k \dot{B}_k - B_k \ddot{B}_k) \frac{h^2}{12} + O(h^3),$$

четвертого порядка:

$$\tilde{A}_k = A_k + \dot{A}_k \frac{h}{2} + \ddot{A}_k \frac{h^2}{6} + (\dot{A}_k \dot{A}_k - A_k \ddot{A}_k) \frac{h^2}{12} + \ddot{A}_k \frac{h^3}{24} + (\dot{A}_k \ddot{A}_k - A_k \ddot{A}_k) \frac{h^3}{24} + O(h^4),$$

$$\tilde{B}_k = B_k + \dot{B}_k \frac{h}{2} + \ddot{B}_k \frac{h^2}{6} + (\dot{B}_k \dot{B}_k - B_k \ddot{B}_k) \frac{h^2}{12} + \ddot{B}_k \frac{h^3}{24} + (\dot{B}_k \ddot{B}_k - B_k \ddot{B}_k) \frac{h^3}{24} + O(h^4).$$

Однако использовать данные формулы на практике затруднительно т.к. они требуют вычисления производных:  $A, \dot{A}, \ddot{A}, B, \dot{B}, \ddot{B}$ . На основе этих формул предложены многошаговый метод 4-го порядка типа прогноз-коррекция и одношаговый метод 3-го порядка.

Многошаговый метод 4-го порядка типа прогноз-коррекция выглядит следующим образом:

1. Вычисляем:

$$\tilde{A}_k = \frac{1}{24} (55 A_k - 59 A_{k-1} + 37 A_{k-2} - 37 A_{k-3} + 11(A_k A_{k-1} - A_{k-1} A_k)h + 7(A_{k-2} A_k - A_k A_{k-2})h + \frac{5}{3}(A_k A_{k-3} - A_{k-3} A_k)h) + O(h^4).$$

$$\tilde{B}_k = \frac{1}{24} (55 B_k - 59 B_{k-1} + 37 B_{k-2} - 37 B_{k-3} + 11(A_k B_{k-1} - A_{k-1} B_k)h + 7(A_{k-2} B_k - A_k B_{k-2})h + \frac{5}{3}(A_k B_{k-3} - A_{k-3} B_k)h) + O(h^4).$$

2. Вычисляем:

$$X_{k+1}^* = \exp(\tilde{A}_k h) X_k + (\exp(\tilde{A}_k h) - E) \tilde{A}_k \tilde{B}_k.$$

3. Вычисляем:

$$A_{k+1}^* = A(X_{k+1}^*; t_{k+1}).$$

$$B_{k+1}^* = B(X_{k+1}^*; t_{k+1}).$$

4. Вычисляем:

$$\tilde{A}_k = \frac{1}{24} (9 A_{k+1}^* + 19 A_k - 5 A_{k-1} - A_{k-2} + \frac{5}{3}(A_{k+1}^* A_k - A_k A_{k+1}^*)h + (A_k A_{k-1} - A_{k-1} A_k)h + \frac{5}{3}(A_k A_{k-2} - A_{k-2} A_k)h) + O(h^4).$$

$$\tilde{B}_k = \frac{1}{24} (9 B_{k+1}^* + 19 B_k - 5 B_{k-1} - B_{k-2} + \frac{5}{3}(A_{k+1}^* B_k - A_k B_{k+1}^*)h + (A_k B_{k-1} - A_{k-1} B_k)h + \frac{5}{3}(A_k B_{k-2} - A_{k-2} B_k)h) + O(h^4).$$

5. Вычисляем:

$$X_{k+1} = \exp(\tilde{A}_k h) X_k + (\exp(\tilde{A}_k h) - E) \tilde{A}_k^{-1} \tilde{B}_k.$$

6. Конец.

Легко показать, что приведенный ниже многошаговый метод удовлетворяет свойствам (1)-(4) пункта (3.2), не требует вычисления производных и в случае  $A=0$  вырождается в классический метод Адамса 4-ого порядка.

Однако, как и все многошаговые методы, он обладает "инерционностью". Для его запуска или изменения шага интегрирования требуется вычислить решения системы в 3-х точках каким либо другим методом. Поэтому предложен одношаговый метод 3-го порядка, обладающий свойствами (1)-(4) и не требующий вычисления производных и не обладающий "инерционностью".

Данный метод выражается формулой

$$X_{k+1} = \exp(\tilde{A}_k h) \cdot X_k + (\exp(\tilde{A}_k h) - E) \cdot \tilde{A}_k^{-1} \cdot \tilde{B}_k.$$

где

$$\tilde{A}_k = \frac{1}{6} A_{k0} + \frac{4}{6} A_{k1} - \frac{1}{6} A_{k2} + \frac{2}{6} A_{k3} + (A_{k2} A_{k0} - A_{k0} A_{k2}) h + O(h^4),$$

$$\tilde{B}_k = \frac{1}{6} B_{k0} + \frac{4}{6} B_{k1} - \frac{1}{6} B_{k2} + \frac{2}{6} B_{k3} + (A_{k2} B_{k0} - A_{k0} B_{k2}) h + O(h^4),$$

$$A_{k0} = A_k,$$

$$B_{k0} = B_k,$$

$$A_{k1} = A(X_k + \varphi(A_{k0}, B_{k0}, \frac{h}{2}), t_k + \frac{h}{2}),$$

$$B_{k1} = B(X_k + \varphi(A_{k0}, B_{k0}, \frac{h}{2}), t_k + \frac{h}{2}),$$

$$A_{k2} = A(X_k + \varphi(A_{k0}, B_{k0}, h), t_k + h),$$

$$B_{k2} = B(X_k + \varphi(A_{k0}, B_{k0}, h), t_k + h),$$

$$A_{k3} = A(X_k + \varphi(A_{k1}, B_{k1}, h), t_k + h),$$

$$B_{k3} = B(X_k + \varphi(A_{k1}, B_{k1}, h), t_k + h),$$

$$\varphi(A, B, h) = (\exp(Ah) - E) A^{-1} (AX + B).$$

В работе также приводится комбинированный метод решения системы жестких дифференциальных уравнений вида (5). Этот метод состоит из двух методов: многошагового метода 4-ого порядка, (в дальнейшем будем его называть: метод А) и одношагового метода 3-его порядка, (в дальнейшем будем его называть: метод Б). Метод Б применяется для старта гибридного метода и для изменения шага интегрирования системы уравнений. Метод А - для прохождения участков с одинаковым шагом интегрирования. Контроль точности вычисления осуществляется в процессе вычислений по правилу Рунге. Для этого проводим вычисления с некоторым шагом  $h$  и с шагом  $h/2$ . Погрешность вычислений с шагом  $h/2$  примерно равна  $|X^* - X|/15$  для метода А и  $|X^* - X|/7$  для метода Б.

Алгоритм гибридного метода:

1. Присвоим:  $h=h_{нач}$ .
2. Присвоим:  $t=t_{нач}$ ,  $i=1$ . /\* начало стартовой части \*/
3. Вычислим  $X_1^*$  методом Б с шагом  $h$ .
4. Вычислим  $X_{i-1/2}$ ,  $X_i$  методом Б с шагом  $h/2$ .
5. Если  $|X_i - X_1^*|/7 > \epsilon$ , то  $h=h/2$  и переход к 2.
6. Вычислим  $t=t+h$ ,  $i=i+1$ .
7. Если  $i \leq 3$ , то переход к 3. /\* конец стартовой части \*/
8. Вычислим  $X_1^*$  методом А с шагом  $h$ . /\* начало маршевой части \*/
9. Вычислим  $X_{i-1/2}$ ,  $X_i$  методом А с шагом  $h/2$ .
10. Если  $|X_i - X_1^*|/15 > \epsilon$ , то  $h=h/2$  и переход к 3.
11. Если  $|X_i - X_1^*|/15 < 2\epsilon$ , то  $h=2h$  и переход к 3.
12. Вычислим  $t=t+h$ ,  $i=i+1$ .
13. Если  $t < t_{кон}$  то переход к 8. /\* конец маршевой части \*/
14. Конец.

В четвертой главе Приведены конкретные примеры моделирования динамического стенда и гиросtabilизированной платформы.

### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Для класса электромеханических систем, к которым могут быть отнесены гиросtabilизированные платформы, динамические стенды, роботы - манипуляторы и др., в данной работе получены следующие результаты:

1. Получен критерий "слабости" перекрестной связи. Согласно этому критерию можно разделить все перекрестные связи на "слабые" и "сильные". "Слабыми" связями можно пренебречь, что упростит моделирование системы управления.

Построена гарантированная оценка пренебрежения перекрестной связью.

2. Создана итерационная процедура моделирования системы с "сильными" перекрестными связями такая, что на каждой итерации система распадается на подсистемы меньших размерностей. Такая декомпозиция приводит к повышению структурированности системы управления, что позволит упростить анализ за счет конкретной структуры.

Получена оценка числа итераций.

3. Разработана серия методов решения жестких систем дифференциальных уравнений, обладающая следующими свойствами:

- а) методы имеют  $s$ -й порядок сходимости ( $s=1,4$ );
- б) являются явными;
- в) позволяют получить точное решение линейной системы  $\dot{X}=AX+B$ ;
- г) являются  $A$ -устойчивыми для систем вида:  $\dot{X}=AX+B(t)$ , не зависимо от обусловленности матрицы  $A$ .

Данная серия методов позволяет эффективно выполнить каждую итерацию декомпозиционной процедуры, не зависимо от жесткости системы дифференциальных уравнений.

Разработанные в диссертационной работе методы, алгоритмы и программы позволяют существенно повысить эффективность исследования многосвязных систем автоматического управления за счет снижения трудоемкости вычислений, что позволяет проанализировать большее количество вариантов системы и выбрать наилучший вариант.

Выполненные в рамках диссертационной работе алгоритмические и программные средства внедрены в НИО "Электромеханика".

#### ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов, А.М.Лоскутов, Выбор оптимального базиса в пространстве состояний для декомпозиции систем управления роботами: Тезисы докладов III Всесоюзной конференции "Роботы и робототехнические системы", Челябинск, 1983, - с 39-40.
2. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов. Декомпозиционный подход к моделированию динамических макросистем на ЭВМ: Тезисы докладов первой Всесоюзной школы "Прикладные проблемы управления макросистемами". М.-1985, - с 28.
3. Е.М.Сартасов. Построение множества достижимости линейной системы управления: Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции "Декомпозиция и координация в сложных системах", Челябинск.-1986, - с 28.
4. В.А.Цыганков, Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов и др. Оценка взаимного влияния каналов в нелинейных многосвязных системах // Алгоритмы и программы.-1986, N 2,- с 14.
5. Е.М.Сартасов, А.М.Лоскутов. Программный интерфейс между внут-



- ренним и внешним описанием модели.: Тезисы докладов областной научно-практической конференции молодых ученых и специалистов. Челябинск.-1986.- с 25.
6. Е.Н.Ненахова, Е.М.Сартасов. Вопросы уменьшения временной сложности алгоритмов моделирования сложных технических систем // Тематический сборник научных трудов "Автоматизированное управление и устройства в робототехнических системах. Челябинск, 1986. - с 82-84.
  7. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов, Э.М.Шнайдер. Совместное квантование параметров цифровых систем автоматического управления: Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции "Микропроцессорные системы автоматизации технологических процессов". Новосибирск.-1987.- с 81-82.
  8. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов. Декомпозиционное моделирование элементов радиоэлектронной аппаратуры: Тезисы докладов республиканского совещания "Численные методы и средства проектирования и испытания элементов твердотельной электроники", Таллинн.-1987. Том 2,- с 42-44.
  9. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов, Е.Н.Ненахова. Декомпозиционное моделирование одного класса нелинейных систем.// Тематический сборник научных трудов "Автоматическое регулирование и элементы исполнительных систем", Челябинск.-1987.- с 4-6.
  10. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов. Оценка взаимного влияния каналов в жестких нелинейных многосвязных системах: Тезисы докладов VII Всесоюзного совещания молодых ученых "Современные проблемы автоматического управления", М.-1987.- с 42-43.
  11. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов.: Декомпозиционная процедура моделирования взаимодействующих динамических систем // Электронное моделирование.-N 4.-1988.- с 95-96.
  12. Б.В.Пельцвергер, Е.М.Сартасов, Е.Н.Ненахова. Декомпозиционное моделирование нелинейных многосвязных систем управления. Алгоритмы и программы.-1989.-N 6.- с 4.
  13. Е.М.Сартасов, Е.Н.Ненахова. Диалоговая система ATSS: Тезисы докладов республиканского совещания "Численные методы и средства проектирования и испытания элементов твердотельной электроники". Таллинн.-1989. Том 2.- с 16.

*Еса*

Сартасов Евгений Михайлович

ДЕКОМПОЗИЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ  
СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Специальность 01.01.11 -

"Системный анализ и автоматическое управление"

Автореферат диссертации на соискание  
ученой степени канд. техн. наук

---

Подписано к печати 23.04.93. Формат 60x90 1/16. Печ. л. 1.

Уч.-изд. л. 1. Тираж 100 экз. Заказ 94/237.

---

УОИ издательства ЧГУ. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.