Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(Национальный исследовательский университет)

Факультет математики, механики и компьютерных наук
Кафедра математического и функционального анализа

РАБОТА ПРОВЕРЕНА
Рецензент,
д.ф.-м.н., доцент
__________ /Н. А. Манакова/
«06» 06 2016 г.

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой,
д.ф.-м.н., доцент
__________ /В. Л. Дильман/
«06» 06 2016 г.

РАВНОВЕСИЕ В МОДЕЛЯХ ЭЛЕКТОРАЛЬНОГО ВЫБОРА

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
ЮУрГУ – 010100.62-2015-129-06-014.ВКР

Руководитель работы
к.ф.-м.н., доцент
__________ /Кудрявцев К. Н./
«06» июня 2016 г.

Автор
студент группы ММ-471
__________ /Сараев С. Д./
«06» июня 2016 г.

Нормоконтролер
к.ф.-м.н., доцент
__________ /Корытова М. А./
«06» 06 2016 г.

Челябинск
2016

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ ЮЖНО–УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет математики, механики и компьютерных наук
Кафедра математического и функционального анализа

ЗАДАНИЕ

студенту группы ММиКН–471
Сараеву Сергею Дмитриевичу
на выполнение выпускной квалификационной работы
по направлению 010100.62 – МАТЕМАТИКА

1. Тема дипломной работы

Равновесие в моделях векторального выбора
(Утверждена приказом от «15» апреля 2016 г. №661)

2. Перечень подлежащих иследованию вопросов

2.1. Постановка задачи

2.2. Литературные указания, история вопроса и результаты предшественников

2.3. Изучение и модификация модели Хотеллинга-Даунса

2.4. Численное моделирование равновесий по Нешу в предложенных моделях

3. Основные источники

[1] Захаров А.В. (2009): Модели политической конкуренции: обзор литературы // Экономика и математические методы, Т. 45, № 1. - С.110–128.

[2] Downs A. (1957): An Economic Theory of Democracy. N.-Y.: Harper and Row

[3] Zakharov Al. V.(2005): Candidate Location and Endogenous Valence// EERC.N 05/17.

3. Календарный план подготовки дипломной работы

Наименование этапов дипломной работы	Срок выполнения этапов работы	Отметка о выполнении
1. Обзор литературы	21.09.15 – 18.10.15	
2. Выбор и разработка методов исследования	19.10.15 – 30.03.16	
3. Получение результатов, формулировка выводов, структурирование текста. Подготовка текста выпускной квалификационной работы	01.02.16 – 21.04.16	
4. Проверка и рецензирование работы руководителем, исправление замечаний	30.04.16 – 20.05.16	
5. Подготовка доклада и текста выступления. Внешнее рецензирование	20.05.16 – 10.06.16	
6. Защита выпускной квалификационной работы	13.06.16 – 17.06.16	

4. Дата выдачи задания «20» сентября 2015 г.

Руководитель работы
к.ф.–м.н. ________________ **К.Н. Кудрявцев**

Задание принял к исполнению __________ **С.Д. Сараев**

УДК 519.83

Сараев С. Д.

Равновесие в моделях электорального выбора / С.Д. Сараев. – Челябинск, 2016.– 21 с.

Выпускная квалификационная работа посвящена изучению равновесия в моделях электорального выбора. Построено две модели: одномерная модель Хотеллинга-Даунса с уччтом отчуждения, двумерная модель с учетом безразличия и отчуждения с нормальной плотностью распределения избирателей и с плотностью распределения избирателей заданной функцией.

Список лит. – 38 назв., рисунков – 13

Оглавление

Глава 1

Введение

Одно из определений современной экономической науки – изучение принятия экономических решений рациональными индивидами. Математический аппарат для анализа таких решений формировался с конца XIX в. и постепенно переходил на язык теоретико-игрового моделирования. Начиная с конца 1950-х годов, те же методы стали использоваться и при анализе общественного выбора, т.е. политических решений, принимаемых коллективно.

Между позитивным анализом принятия решения о покупке того или иного товара и, например, решением о том, за какую партию голосовать на выборах, нет никакой принципиальной разницы. В обоих случаях индивид осуществляет выбор из ограниченного числа альтернатив. С каждой альтернативой связан выигрыш (благосостояние избирателя в том случае, если эта партия победит); при этом у избирателя есть всего один голос.

Экономические последствия решений, принимаемых участниками политического рынка, как правило, попадают в одну из двух категорий: производство общественных благ и перераспределение богатства между разными группами граждан. И в том, и в другом случае интересы различных представителей политического рынка могут конфликтовать. У разных групп граждан могут быть различные взгляды на то, в каком объеме должно быть произведено общественное благо.

Основной концепцией решения таких моделей является равновесие Нэша, в котором действия, выбранные политическими агентами (и избирателями), таковы, что ни одному из них не выгодно в одностороннем порядке выбрать другое действие (*Nash*, 1950). Современные модели политической конкуренции восходят к работам Э. Даунса и Э. Блэка (*Downs*, 1957; *Black*, 1958). Главный теоретический результат, полученный этими авторами - теорема о медианном избирателе, гласящая, что при некоторых разумных предположениях (два кандидата, мотивация - победа на выборах, стопроцентная явка, честное голосование и однопиковые предпочтения избирателей) следует ожидать схождения политических платформ кандидатов к альтернативе, наиболее предпочитаемой медианным избирателем. При более общем классе предпочтений избирателей не следует ожидать, что выбор политических платформ будет стабильным ($Plott$, 1967, $McKelvey$, 1976). Полученные теоретические результаты конфликтуют с наблюдаемым поведением политических партий или отдельных кандидатов по двум причинам. Во-первых, схождение политических платформ, прогнозируемое теорией для одномерного случая, редко наблюдается на практике. Во-вторых, решения, принимаемые законодательными собраниями, как правило, достаточно устойчивы и не меняются от одного голосования к другому, что противоречит основному результату для многомерной модели. Существуют два пути преодоления этого парадокса. Можно использовать концепцию решения, отличающуюся от равновесия Нэша. Также можно рассматривать модель голосования при других предположениях: большем числе политических агентов, стратегическом поведении избирателей, заинтересованности политических агентов в реализации конкретной политической платформы, стратегическом взаимодействии политических агентов, неполной явке избирателей и т.д.

Особое место занимают вероятностные модели голосования, начиная с работ М. Хинича, Дж. Ледиярда и П. Ордешука (*Hinich, Ledyard, Ordeshook,* 1972; *Hinich,* 1978). В рамках таких моделей предполагается, что выбор избирателя с точки зрения политических агентов не является детерминированным. В этих моделях, как правило, существует сходящееся равновесие (в котором все политические агенты выбирают одинаковую политическую платформу). Глобальность такого равновесия, к сожалению, определить достаточно трудно.

Глава 2

Модель Хотеллинга–Даунса

2.1 Одномерная модель.

В 1957 году Энтони Даунс предположил(Downs, 1957), что кандидаты формулируют политику для того, чтобы выиграть выборы, а не выигрывают выборы для того, чтобы формулировать политику, и на основе этого построил базовую модель политической конкуренции. Ее предпосылками является наличие двух кандидатов, однократно выбирающих позиции y_1,y_2 в одномерном политическом пространстве $S \subset R$ с целью победы на выборах, а также «честных» (голосующих за наиболее близкую программу) избирателей $v_i \in S$,$i = 1, \ldots, N$ (для упрощения будем считать, что их число – нечетно), имеющих однопиковые предпочтения. Последнее означает, что функция выигрыша каждого избирателя $U_i(v_i)$ удовлетворяет условию: для любых $y_1 < y_2 < v_i$ и $v_i < y_2 < y_1$

$$U_i(v_i) > U_i(y_2) > U_i(y_1).$$

Следует заметить, что Даунс фактически перевел в плоскость политической конкуренции модель линейного города Гарольда Хотеллинга($Hotelling$, 1929). Отличие заключается в интерпретации: вместо пространственной дифференциации товара мы наблюдаем дифференциацию платформ в заданном политическом пространстве. В частности, Даунс в качестве альтернативы рассматривал ставку налогообложения и, как следствие, объем финансирования общественных благ. «Правые» избиратели с более высоким доходом предпочтут более низкую ставку, и наоборот.

Модель Даунса приводит к простому, хотя и не очень логичному с точки зрения здравого смысла, результату. Если избиратели упорядочены $v_1 < \cdots < v_2$, то при любом парном выборе побеждает кандидат, выбравший позицию медианного избирателя:

$$y_1^* = y_2^* = v_{(N+1)/2}$$

В то же время на практике этого не происходит.

2.2 Модели голосования при более общих предположениях.

Попробуем указать основные причины ненаблюдаемости схождения платформ:

1. Поддержка кандидатом определенной идеологии. Несмотря на то, что мы предполагали стратегическое поведение кандидатов, целью которого является исключительно победа на выборах, могут существовать (*Wittman*, 1983) и кандидаты, стоящие на определенных позициях и пытающиеся пройти во власть, честно их указывая.

2. Двухэтапные выборы. Эту ситуацию можно наблюдать, в частности, на американских выборах президента. Сначала кандидат борется за выдвижение от партии и только потом за победу. Чтобы добиться выдвижения, кандидат должен смещаться в сторону партийной медианы. Необходимость же выиграть сами выборы толкает его обратно к медиане для всего населения. Джеймс Колман показал(*Coleman*, 1971), что при этом возникает игра Курно, где точка равновесия располагается между медианами партии и населения.

3. «Безразличие» и «отчуждение» – неучастие в голосовании части избирателей, если платформы кандидатов очень близки друг к другу или далеки от позиции избирателя.

4. Неоднопиковость или многомерная шкала предпочтений, при которой наличие равновесия становится практически невероятным событием.

5. Изменяющаяся «валентность» кандидатов. В частности, валентность может определяться размерами издержек на избирательную кампанию, тем большими, чем ближе находятся платформы кандидатов.

Рассмотрим «Безразличие» и «отчуждение» более подробно. Формализуем оба понятия.

«Безразличие» означает, что избиратель приходит на выборы только тогда, когда

$$|U_i(y_1) - U_i(y_2)| > \varepsilon_i.$$

В противном случае позиции кандидатов настолько близки, что голосование перестает представлять какую-нибудь ценность.

«Отчуждение» связано с тем, что избиратель решает голосовать только тогда, когда

$$|U_i(v_i) - U_i(y_j)| < \delta_i, \quad j = 1, 2.$$

В противном случае даже ближайший кандидат находится настолько далеко от его позиции, что голосование за него непривлекательно.

Оба этих принципа вполне наблюдаемы на реальных выборах. В частности, явка избирателей значительно меньше на выборах, где учавствуют два кандидата с близкими позициями, нежели при наличии реальных соперников с противоположными мнениями по ключевым вопросам(работает фактор безразличия). Так же налицо факт значительного сокращения явки после отмены голосования «Против всех». Раньше для каждого избирателя, даже не удовлетворенного выставленными кандидатами, существовала альтернатива. Теперь же она отсутствует и, из-за принципа отчуждения, избиратель не голосует.

Гораздо более серьезной претензией к модели Даунса является то, что на практике сложно представить одномерную модель предпочтений. Как минимум, следует различать отношение к политическим и экономическим свободам. Действительно, возможен весь спектр взглядов от фашистких $(-1, 1)$ до социал-демократических $(1, -1)$ и от коммунистических $(-1, -1)$ до либертарианских $(1, 1)$. А по большому счету отдельную ось нужно сопоставлять с отношением к правам человека, налогам, пенсиям, протекционизму, экологическим проблемам, абортам, расизму и десяткам других спорных вопросов. При этом справедлива теорема (*Plott*, 1967), обосновывающая практическую невозможность существования равновесия в многомерном пространстве:

Теорема Плотта. *Равновесие в многомерных моделях существует тогда и только тогда, когда позиции всех избирателей лежат на прямых пересекающихся в одной медианной точке, где есть свой избиратель.*

Глава 3

Численные эксперименты

3.1 Одномерная модель Хотеллинга-Даунса с учетом отчуждения

Рассмотрим следующий пример. Существует континуум избирателей с наилучшими альтернативами, распределенными на интервале [0,1] и два кандидата. Плотность распределения избирателей задается функцией:

$$g(x) = 4 \cdot (1 - b) \cdot |x - 0.5| + b, 0 \leq b \leq 2$$

Где b константа, такая что $g(0.5) = b$ и $a = 2 - b$

При различных значениях параметра b будут получаться различные распределения плотности избирателей. В частности, при $b = 1$ получаем равномерное распределение. Примеры распределения приведи на следующих трех рисунках.

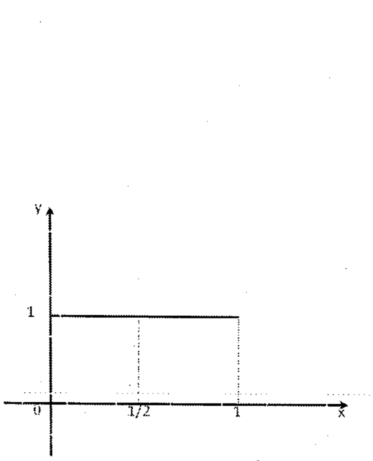

Рис. 3.1: Плотность распределения избирателей при $b = 1$

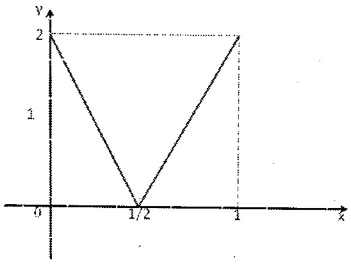

Рис. 3.2: Плотность распределения избирателей при $b = 0$

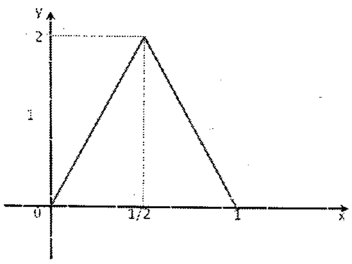

Рис. 3.3: Плотность распределения избирателей при $b = 2$

Функция отчуждения:

$$h(x, x_i) = 1 - |x - x_i|$$

График функции отчуждения представлен на рисунке 3.4.

Математическая модель представляет собой бескоалиционную игру в нормальной форме:

$$\langle \{1, 2\}, \{X_i\}_{i=1,2}, \{f_i(x)\}_{i=1,2} \rangle$$

1,2 – номера игроков, $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 1$, $X_i = [0, 1]$ – множество стратегий $i-$ игрока

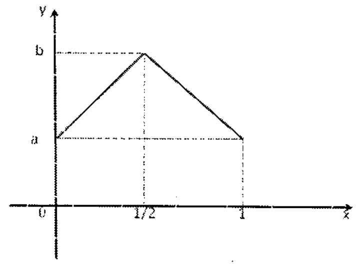

Рис. 3.4: Функция отчуждения

Функция выигрыша:

$$f_i = \int_0^{\frac{x_1+x_2}{2}} g(x) \cdot h(x, x_i) dx$$

В результате численного моделирования в системе Maple были полученны следующие результаты.

При $b = 1$ получаем равномерное распределение плотности избирателей. В этом случае существует единственное равновесие по Нэшу в точке (0.5,0.5) - оба кандидата стремятся к центрийской позиции.

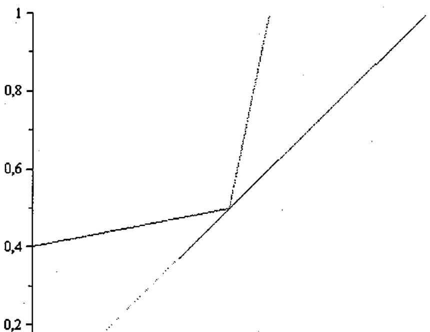

Рис. 3.5: Равновесие для $b = 1$

При $0 \ll b < 1$ получаем единственное равновесие.

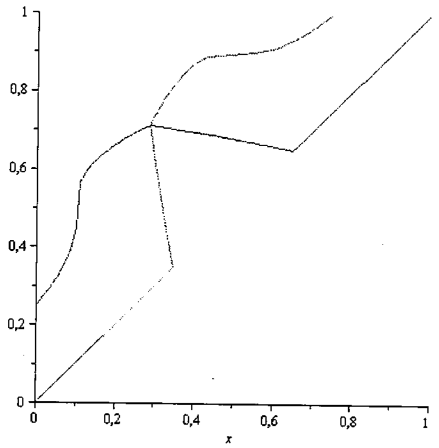

Рис. 3.6: Равновесие для $b = 0.5$

При больших b получим целый отрезок в каждой точке которого будет равновесие по Нэшу.

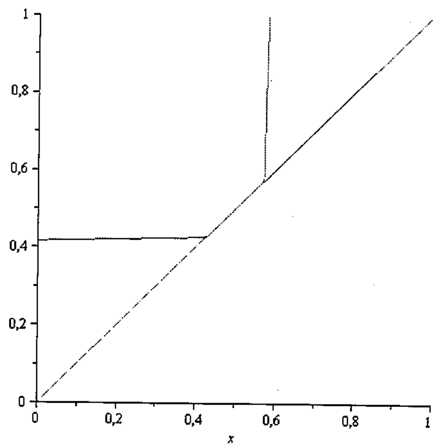

Рис. 3.7: Равновесие для $b = 1.25$

При малых b появляются другие равновесия по Нэшу, но явка при таких равновесиях около 50%.

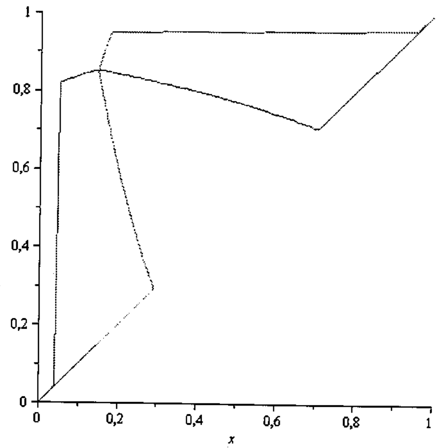

Рис. 3.8: Равновесие для $b = 0$

3.2 Двумерная модель с учетом безразличия и отчуждения

3.2.1 Математическая модель

Рассмотрим следующую модель. На оси OX представлены политические взгляды на отрезке [0,1], а на оси OY, так же на отрезке [0,1] отношения к экономическим свободам. Тогда все избиратели расположены на единичном квадрате

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leqslant x \leqslant 1,\ 0 \leqslant y \leqslant 1\}.$$

Плотность распределения избирателей на области D задается функцией плотности вероятности $h(x, y)$

Для вычисления расстояний между точками будем применять метрику Минковского. А именно, пусть $A = (x_A, y_A)$ – координаты кандидата, $B = (x_B, y_B)$ – координаты избирателя, тогда расстояние

$$\rho(A, B) = |x_A - x_B| + |y_A - y_B|.$$

В выборах учавствуют два кандидата, каждый из которых сообщает избирателям свою программу, которая состоит из политических и экономических взглядов, т.е представляет собой точку на единичном квадрате. После этого каждый избиратель определяет какой кандидат ему предпочтительней. Таким образом единичный квадрат разделится на две области предпочтения D_1 и D_2 (см. рис. 3.9). Избиратели попавшие в область D_1 , будут голосовать за первого кандидата, а попавшие в D_2 за второго.

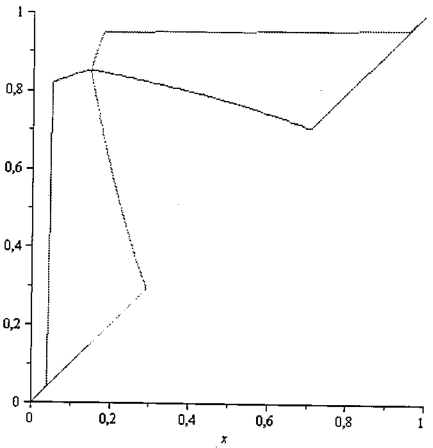

Рис. 3.9: Области предпочтения избирателей

Введем гипотезу отчуждения следующим образом:

$$\chi(A,B) = 1 - \frac{\rho(A,B)}{2} = 1 - \frac{|x_A - x_B|}{2} - \frac{|y_A - y_B|}{2},$$

где A – позиция кандидата, B – позиция избирателя.

Гипотеза безразличия будет задаваться следующей функцией:

$$\lambda(A,B) = \begin{cases} 1, & \rho(A,B) \geq 0.5 \\ 0.5 + \rho(A,B), & 0 < \rho(A,B) < 0.5 \\ 0.5, & \rho(A,B) = 0 \end{cases}$$

где A – позиция первого кандидата, B – позиция второго кандидата.

Таким образом, доля избирателей, проголосовавших за первого кандидата составит

$$\iint_{D_1} h(x,y) \cdot \chi(A,(x,y)) \cdot \lambda(A,B) dxdy,$$

за второго, соответственно,

$$\iint_{D_2} h(x,y) \cdot \chi(A,(x,y)) \cdot \lambda(A,B) dxdy,$$

Модель рассмотренной избирательной компании представляет собой бескоалиционную игру двух лиц, в которой стратегиями игроков является выбор точки на единичном квадрате (политическая программа кандидата), а функции выигрыша принимают следующий вид:

$$f_1(A,B) = \iint_D h(x,y) \cdot \chi(A,(x,y)) \cdot \lambda(A,B) \cdot \theta((x,y),B,A) dxdy,$$

$$f_2(A,B)=\iint_D h(x,y)\cdot\chi(B,(x,y))\cdot\lambda(A,B)\cdot\theta((x,y),A,B)dxdy,$$

где

$$D=\{(x,y)\,|\,0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant 1\},$$

а $\theta((x,y),A,B)$ – функция выбора кандидата

$$\theta((x,y),A,B)=\begin{cases}0, & \text{если точка ближе к } A,\\ 0.5, & \text{если точка равноудалена от } A \text{ и } B,\\ 1, & \text{если точка ближе к } B;\end{cases}$$

Соответственно,

$$\theta((x,y),B,A)=\begin{cases}0, & \text{если точка ближе к } B,\\ 0.5, & \text{если точка равноудалена от } A \text{ и } B,\\ 1, & \text{если точка ближе к } A;\end{cases}$$

Эти функции использованы для идентификации принадлежности точки (x,y) области D_1 и D_2 соответственно.

Для моделирования будем применять численные методы вычисления интегралов, а именно:

$$f_1(A,B)\approx\frac{1}{N^2}\cdot\lambda(A,B)\cdot\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}h(x_i,y_j)\cdot\chi(A,(x_i,y_j))\cdot\theta((x_i,y_j),B,A),$$

$$f_2(A,B)\approx\frac{1}{N^2}\cdot\lambda(A,B)\cdot\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}h(x_i,y_j)\cdot\chi(B,(x_i,y_j))\cdot\theta((x_i,y_j),A,B),$$

где $A=(x_A,y_A)$ – позиция первого кандидата, $B=(x_B,y_B)$ – позиция второго кандидата, $h(x_i,y_j)$ – плотность распределения вероятности, N – промежуток разбиения $\theta((x,y),A,B)$ – функция выбора кандидата

Далее для построения равновесия по Нэшу используется следующий факт: последовательность наилучших ответов сходится к равновесию по Нэшу.

3.2.2 Результаты численных экспериментов

Рассмотрим предыдущую модель с двумерным нормальным распределением плотности вероятности.

$$h(x,y)=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sigma_x\cdot\sigma_y\cdot\sqrt{1-r^2}}\cdot\exp^{-\frac{1}{2\cdot(1-r^2)}\cdot\left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2}-\frac{2\cdot r\cdot(x-m_x)\cdot(y-m_y)}{\sigma_x\cdot\sigma_y}+\frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right]}$$

Плотность распределеления избирателей для некоторых значений параметров нормального распределения.

Будем разбивать стороны квадрата на 50 частей.

Для $m_x = 0.4, m_y = 0.5, \sigma_x = 0.2, \sigma_y = 0.5, r = 0.3$ получили равновесие в точках $A = (0.3, 0.48), B = (0.48, 0.64)$, за A голосовало 52.56% избирателей, за B 36.9% (см. рис 3.10).

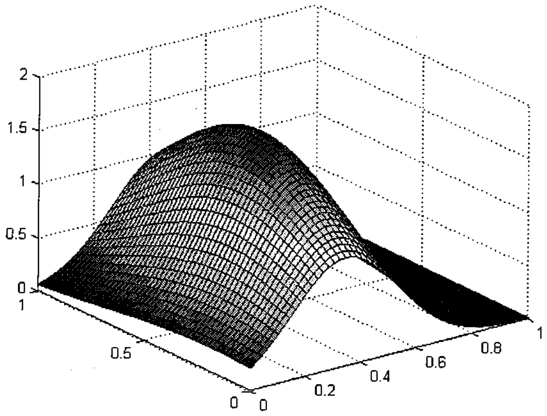

Рис. 3.10: Плотность избирателей при $m_x = 0.4, m_y = 0.5, \sigma_x = 0.2, \sigma_y = 0.5, r = 0.3$

Для $m_x = 0.1, m_y = 0.7, \sigma_x = 0.3, \sigma_y = 0.6, r = 0.5$ получили равновесие в точках $A = (0.12, 0.58), B = (0.3, 0.74)$, за A голосовало 48.35% избирателей, за B 35.74% (см. рис 3.11).

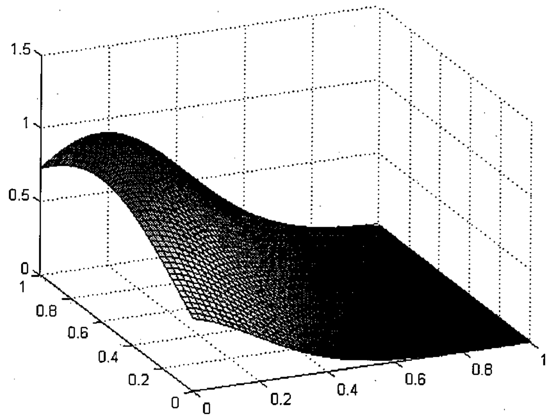

Рис. 3.11: Плотность избирателей при $m_x = 0.1, m_y = 0.7, \sigma_x = 0.3, \sigma_y = 0.6, r = 0.5$

Для $m_x = 0.5, m_y = 0.5, \sigma_x = 0.5, \sigma_y = 0.5, r = 0.5$ получили равновесие в точках $A = (0.44, 0.48), B = (0.68, 0.72)$, за A голосовало 51.08%

избирателей, за B 33.30% (см. рис 3.12).

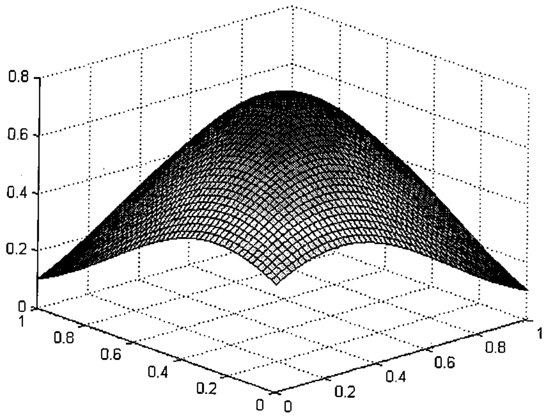

Рис. 3.12: Плотность избирателей при $m_x = 0.5, m_y = 0.5, \sigma_x = 0.5, \sigma_y = 0.5, r = 0.5$

Теперь возьмем плотность распределения заданную при следующих предположениях: в центре квадрата в точке с координатой $(0.5, 0.5)$ находится максимум, в точках $(0, 1)$ и $(1, 0)$ находятся нули, а в точках $(0, 0)$ и $(1, 1)$ функция распределения принимает значения α и β соответственно. В других точках функция распределения Z принимает значения:

$$Z = \begin{cases} (6 - 2\cdot\alpha - \beta)\cdot y - \alpha\cdot(x-1), & y \leq x \text{ и } x + y \leq 1 \\ \beta\cdot y - (6 - \alpha - 2\cdot\beta)\cdot(x-1), & y \leq x \text{ и } x + y > 1 \\ \beta\cdot x - (y-1)\cdot(6 - \alpha - 2\cdot\beta), & y > x \text{ и } x + y > 1 \\ (6 - 2\cdot\alpha - \beta)\cdot x - \alpha\cdot(y-1), & y > x \text{ и } x + y \leq 1 \end{cases}$$

При параметрах $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.1$ получили равновесие в точках $A = (0.54, 0.6), B = (0.3, 0.36)$, за A голосовало 48.62% избирателей, за B 37.76% (см. рис 3.13).

При параметрах $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.4$ получили равновесие в точках $A = (0.34, 0.64), B = (0.58, 0.42)$, за A голосовало 36.27% избирателей, за B 46.25% (см. рис 3.14).

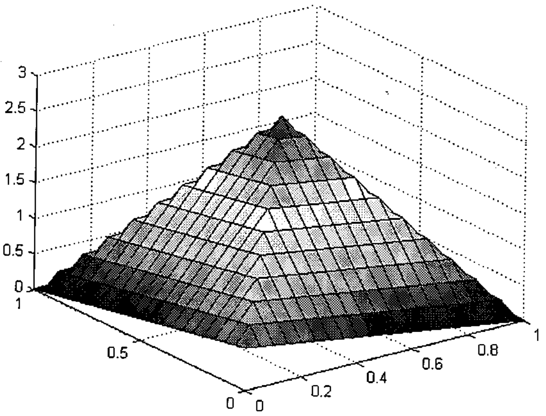

Рис. 3.13: Плотность избирателей при $\alpha = 0.6; \beta = 0.1$;

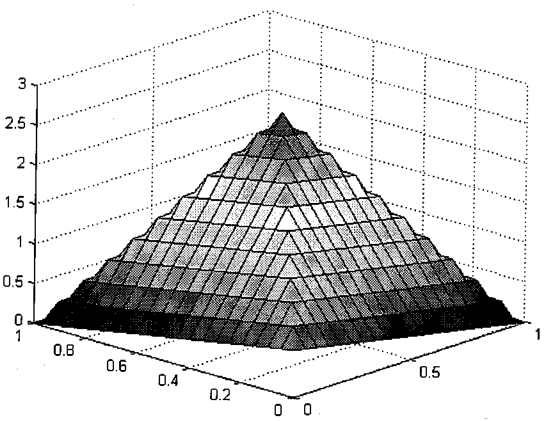

Рис. 3.14: Плотность избирателей при $\alpha = 0.5; \beta = 0.4$;

Заключение

В игре двух кандидатов при заданной функции отчуждения были найдены точки равновесия для разных распределений плотности избирателей. По результатам численного моделирования видно, что при радикализации общества политические платформы кандидатов будут расходиться, в то время как при стабильной обстановке оба кандидата будут центристами. Из результатов двумерной модели следует, что даже при преобладании избирателей-центристов позиции кандидатов будут смещены относительно центра в разные стороны за счет функций отчуждения и безразличия.

Литература

[1] Захаров А. Н. (2009) Модели политической конкуренренции: обзор литературы // Экономика и математические методы ,N 1(45).-с.110-128.

[2] Nash J.(1950): Equilibrium Points in n-Person Games // Proceedings of Nation Academy of Sciences. є36.

[3] Downs A. (1957): An Economic Theory of Democracy. N.-Y.: Harper and Row.

[4] Black D.(1958): The Theory of Committees and Elections. Cambridge: Cambridge University Press.

[5] Plott Ch. (1967): A Notion of Equilibrium and Its Possibility under Majority Rule// American Econ. Rev.N58.

[6] Жуковский, В.И.Уравновешивание конфликтов при неопределенности. II. Аналаг максимина / В.И. Жуковский, К.Н. Кудрявцев // Математическая теория игр и ее приложения. – 2013. – Т.5, N2. – С. 3 – 45.

[7] McKelvey R. (1976): Intransitivities in Multidimensional Voting models and Some Implications for Agenda Control // J/ of Econ. Theory.N18.

[8] Hinich M., Ledyard J., Ordeshook P. (1972): Nonvoting and the Existence of Equilibrium Under Majority Rule // J. of Econ. Theory. N4.

[9] Hinich M. (1978): The Mean Versus The Median in Spatial Voting Games. In: P. Ordeshook,(ed.) Game Theory and Political Science .N-Y.:New-York University Press.

[10] Davis O.A., Hinich M.J., DeGroot M.H. (1972): Social Preference Ordering and Majority Rule // Econometrica. Vol.40.N1.

[11] Shaked Av. (1975): Non-Existence of Equilibrium for the Two-Dimensional Three-Firm Location Problem // Rev. of Econ. Studies.N42.

[12] Lomborg B.(2006): Adaptive Parties in Multidimensional System with Imperfect Information. Unpublished manuscript.

[13] Osborne M.J.(1995): Candidate positioning and entry in a Political Competitional // Games and Econ. Behavior.N5.

[14] Greenberg J., Shepsle K.A. (1987): The Effects of Electoral Rewards in Multiparty Competition with Entry // American Polit. Science Rev. N81.

[15] Weber S. (1990): On the Existence of a Fixed-Number Equilibrium in a Multiparty Electoral System // Math. Social Sciences. N20.

[16] Cohen R.N. (1987): Symmetric 2- Equilibria of Unimodal Voter Distribution Curves. Boston: Harvard University. Unpublished manuscript.

[17] Palfrey T. (1984): Spatial Equilibrium with Entry // Rev. of Econ. Studies. N51.

[18] Osborne M.J. (2000): Entry-Deterring Policy Differentiation by Electoral Candidates // Math. Social Sciences. N40.

[19] Chisik R.A., Lemke R.J. (2004): When Winning is the Only Thing: Pure Strategy Nash Equilibria in a Three-Candidate Spartial Voting Model. Unpublised manuscript.

[20] Laver M. (2005): Policy and the Dynamics of Political Competition// The American Polit. Science Rev. Vol.99 N2.

[21] Laver M., Schilperoord M. (2006): Spatial Models of Political Competition with Endogenous Political Parties. Unpublished manuscript.

[22] Kollman K., Miller J.H., Page S. (1998): Political Parties and Electoral Landscapes // British J. of Polit. Science. Vol.28.N1.

[23] Wittman D.(1983): Candidate Motivation: A Synthesis of Alternative Theories // American Polit. Science Rev. N77.

[24] Calvert R. (1985): Robustness of Multidimensional Voting Model: Candidate Motivations, /Uncertainty and Convergence // American J. of Polit. Science. N29.

[25] Wittman D. (1990): Strategies When Candidates Have Policy Preferences. In: Enelow J.M., Melvin J. Hinich(eds.) Advances in the Spatial Theory of Voting. Cambridge: Cambridge University Press.

[26] Alesina A. (1988): Credibility and Policy Convergence in Two-Party System with Rational Voters // American Econ. Rev. Vol 78.N4.

[27] Besley T., Coate S.(1997): An Economic Model of Representational Democracy // Quart. J. of Econ. N 112.

[28] Osborne M.J., Slivinski Al. (1996): A model of Political Competition With Citizen-Candidates // Quarterly J. of Econ. N111.

[29] Stokes D. (1963): Spatial Models of Party Competition // American Polit. Science Rev. є57.

[30] Groceclose T. (2001): A Model of Candidate Location when One Candidate Has a Valence Advantage // American J. of Polit. Science. Vol. 45. N 5.

[31] .Ansolabehere S., Snyder J.M. Jr. (2000): Valence Politics and Equilibrium in Spatial Elections Model // Public Choice. N103.

[32] Aragones E., Palfrey T.R. (2002): Mixed Equilibrium in a Downspin Model with a Favored Candidate // J. of Econ. Theory. Vol. 103. N 1.

[33] Zakharov Al. V.(2005): Candidate Location and Endogenous Valence// EERC.N 05/17.

[34] Palfrey T.R., Rosenthal H. (1983): A Strategic Calculus of Voting // Public Choice. N41.

[35] Palfrey T.R., Rosenthal H. (1985):Voter Participation and Strategic Uncertainty // The American Polit. Science Rev. N 79.

[36] Ledyard J. (1981): The Paradox of Voting and Candidate Competition: A General Equilibrium Analysis. In: G. Hornwich, J. Quirk (eds.) Essays in Contemporary Fields of Economics. West Lafayelle: Purdue University Press.

[37] Ledyard J. (1984): The Pure Theory of Large Two-Candidate Elections// Public Choice. N44.

[38] Davis O.A., Hinich M.J., Ordeshook P.C. (1970): An Expository Development of a Mathematical Model of the Electoral Process // The American Polit. Science Rev. N64.