ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

УРАЛЬСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им.А.М. Горького

На правах рукописи

КОРЫТОВ СЕРГЕЙ ГЕЛИЕВИЧ

УДК:517.929+
517.977.52

ПРИНЦИП МАКСИМУМА В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

Специальность 01.01.02 - "Дифференциальные уравнения"

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Свердловск - 1990

Работа выполнена в Челябинском политехническом институте на кафедре высшей математики № 2.

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Н.В. Азбелев.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Е.Л. Тонков;

кандидат физико-математических наук, ст. научный сотр. А.Н. Сесекин.

Ведущее учреждение – Математический институт АН СССР им. В.А. Стеклова.

Защита состоится "____" _______________ 1990 г., в ___ часов, на заседании специализированного совета К 063.78.03 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук в Уральском ордена Трудового Красного Знамени государственном университете им. А.М. Горького /620083, г. Свердловск, К-83, пр. Ленина, 51, комната 248/.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Уральского университета.

Автореферат разослан "____" _______________ 1990 г.

Ученый секретарь
специализированного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент В.Г. Пименов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Актуальность темы следует из потребностей хозяйственной деятельности человека. Для решения задач оптимального управления производственными процессами, задач наилучшего планирования, задач регулирования процессов в биологии и физике требуется наличие хорошо развитой математической теории экстремальных задач.

В современных приложениях все чаще математические модели оптимального управления процессами содержат или функционально-дифференциальные уравнения, или ограничения в форме функционально-дифференциальных отображений. Для таких математических моделей известные условия оптимальности, как было отмечено еще в 1969 г.*, вообще говоря, не имеют места. Здесь требуется наличие других разрешающих условий оптимальности.

Цель работы – исследование вопросов общей теории принципа максимума в гладких экстремальных задачах и применение полученных здесь результатов в задачах оптимального управления процессами, состояние которых описывается функционально-дифференциальными отображениями.

Общие методы исследования. Основные результаты диссертации получены с помощью методов функционального анализа и теории функционально-дифференциальных уравнений.

Научная новизна. Доказаны утверждения о продолжении с сохранением заданных свойств линейных непрерывных функционалов в банаховых пространствах, являющиеся развитием известного принципа продолжаемости Хана-Банаха. С использованием полученных теорем построена собственная схема принципа максимума, из которой следуют известные результаты по необходимым условиям оптимальности в гладких экстремальных задачах. С помощью

---

* Васильев Ф.П. Условия оптимальности для некоторых классов систем, не разрешенных относительно производной // ДАН СССР. – 1969. – Т.184, №6. – С. 1267-1270.

где p – однородно-выпуклый функционал, определенный на X. Для функционала f справедливо утверждение, в некотором смысле аналогичное теореме Л.Янга*:

Т Е О Р Е М А I.I. *Пусть множество $M + L$ является поглощающим в X. Тогда функционал f можно продолжить на все пространство X так, что для его продолжения F условие подчинения (I) будет выполняться на всем множестве M.*

Это утверждение является обобщением известной теоремы Хана-Банаха. (Достаточно положить $M = X$). Функционал f не всегда можно продолжить на все пространство X с сохранением заданных свойств на множестве M. Но при выполнении некоторых дополнительных ограничений на множество M, подпространство L, или на пересечение $M \cap L$ найдется нетривиальный линейный функционал f_1, определенный на X и принимающий неотрицательные значения на множестве $M + L$.

В этом же параграфе были исследованы вопросы продолжения линейных непрерывных функционалов в банаховых пространствах. Центральным утверждением параграфа является:

Т е о р е м а I.3. *Пусть $M \subset X$ – выпуклое множество. Пусть далее на подпространстве L вещественного банахова пространства X задан непрерывный функционал f, и существует определенный на X ограниченный однородно-выпуклый функционал p такой, что $f(x) \leqslant p(x)$ для всех $x \in M \cap L$. При этом выполнено хотя бы одно из следующих условий:*

а) $\mathrm{ri}(M) \neq \emptyset$, и многообразие $L + \mathrm{aff}(M)$ замкнуто;

б) L – конечномерно дополняемо до X;

в) M – замкнутый клин с вершиной в некоторой точке b.

Тогда справедливо хотя бы одно из следующих утверждений:

а) функционал f можно непрерывно продолжить на все пространство X так, что для его продолжения F будет выполняться условие подчинения (I,I) на всем множестве M;

б) существует такой нетривиальный линейный непрерывный

---

*Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. – М.: Мир, 1974. – 488 с.

функционал F , *что* $F(x) = 0$, *если* $x \in L$, *и* $F(x) \geqslant 0$, *если* $x \in M$.

Результаты параграфа I.I. используются в диссертации при доказательстве утверждений принципа максимума.

Параграф I.2 посвящен экстремальной задаче

$$f(x) \to \min, \tag{2}$$

$$F(x) \in M. \tag{3}$$

Здесь $F\colon G \subset X \to Y$, $f\colon G \subset X \to \mathbb{R}$ – дифференцируемые по Гато отображения, X , Y – вещественные банаховы пространства, G – открытое множество, $M \subset Y$ – выпуклое множество.

Для задачи (2)-(3) формулируются необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума.

Определим понятие решения поставленной задачи.

Определение I. *Точку* $x_0 \in X$ *назовем точкой локального минимума функционала* f *в задаче (2)-(3), если* $F(x_0) \in M$, *и существует такая окрестность* U *точки* x_0, *что при всех* $x \in U$, *для которых* $F(x) \in M$, *выполняется неравенство* $f(x_0) \leqslant f(x)$.

Определение 2. *Точку* $x_0 \in X$ ($F(x_0) \in M$) *назовем решением задачи (2)-(3), если при всех* $x \in X$, *для которых* $F(x) \in M$, *выполняется неравенство* $f(x_0) \leqslant f(x)$.

Для нахождения решения задачи (2)-(3) нужно определить все точки локального минимума и выбрать среди них ту, в которой функционал f достигает своего наименьшего значения.

Нелинейные задачи (2)-(3) путем линеаризации отображения F и функционала f в предполагаемой точке минимума можно свести к решению линейных задач. Поэтому в пункте I.2.2 изучены задачи с линейными по x отображениями F и f. Для исследования таких задач используется общая теория линейных уравнений в банаховых пространствах*.

Здесь предполагается, что f – линейный ограниченный

*Крейн С.Г. Линейные уравнения в банаховом пространстве. – М.: Наука, I97I. – I04 с.

функционал, определенный на X, F – линейный замкнутый оператор, имеющий плотную в X область определения $D(F)$ с областью значений $R(F) \subset Y$. Символом F^* обозначается оператор, сопряженный к оператору F. Уравнение

$$F^*(\lambda) = g, \tag{4}$$

где $F^*: Y^* \to X^*$, $\lambda \in Y^*$, $g \in X^*$, называется в работе сопряженным к задаче (2)-(3).

Если оператор F является нормально разрешимым, и выполняется хотя бы одно из следующих условий:

$$\mathrm{ri}(M) \neq \varnothing; \quad R(F) + \overline{\mathrm{aff}}(M) - \text{ замкнуто }; \tag{5}$$

$$Y = R(F) \oplus \mathbb{R}^n; \tag{6}$$

M – замкнутый конус с вершиной в некоторой точке b, (7)

то справедлива

Теорема 1.9 (принцип максимума). *Пусть точка x_0 является решением задачи (2)-(3). Тогда существует функционал $\lambda \in Y^*$, удовлетворяющий одному из условий:*

а) λ – решение неоднородного уравнения (4) при $g = f$;

б) λ – нетривиальное решение однородного уравнения (4), который в точке $F(x_0)$ достигает своего минимума на множестве M:

$$\lambda(F(x_0)) = \min_{y \in M} \lambda(y). \tag{8}$$

Если функционал λ является решением неоднородного уравнения (4), то условие (8) является достаточным условием оптимальности точки x_0 в задаче (2)-(3).

Частным случаем задачи (2)-(3) является задача оптимального управления

$$f(x,u) \to \min,$$

при ограничениях

$$F(x,u) \in M_1,$$

$$u \in M_2.$$

Здесь $f: X \times U \to \mathbb{R}$, $F: X \times U \to Y$ – дифференцируемые отображения; $M_1 \subset Y$, $M_2 \subset U$ – выпуклые множества; X, Y, U – вещественные банаховы пространства.

Для такого класса экстремальных задач с помощью полученных условий оптимальности в задаче (2)-(3) приводятся условия принципа максимума по управлению u и решению x, соответствующему этому управлению. Полученные условия оптимальности являются удобным средством исследования задач оптимального управления процессами, состояние которых описывается функционально-дифференциальными уравнениями.

В пункте 1.2.3 исследованы гладкие экстремальные задачи (2)-(3) и их различные случаи, представляющие практический интерес. С помощью утверждений о касательных многообразиях, подобных теореме Люстерника*, проведена аналогия между свойствами решений исходной задачи и линеаризованной экстремальной задачей в предполагаемой точке локального минимума и получены необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума.

Приведем эти разрешающие условия для задачи (2)-(3) в следующих предположениях:

В точке x_0, являющейся точкой локального минимума в задаче (2)-(3), отображение F и функционал f дифференцируемы по Гато, $\mathrm{int}(M) \neq \emptyset$.

Уравнение

$$F_{\Gamma}'^{*}(\lambda) = g, \qquad (4')$$

где $F_{\Gamma}'^{*}: Y^* \to X^*$, $\lambda \in Y^*$, $g \in X^*$, сопряжено к задаче (2)-(3).

Т е о р е м а 1.13. *Пусть оператор F_{Γ}' нормально разрешим. Тогда найдется функционал $\lambda \in Y^*$, удовлетворяющий одному из условий:*

а) λ – решение неоднородного уравнения ($4'$) при $g=f_{\Gamma}'$;

б) λ – нетривиальное решение однородного уравнения ($4'$), который в точке $F(x_0)$ достигает своего минимума на множестве M:

---

*Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. – М.: Высш. шк., 1982. – 272 с.

$$\lambda(F(x_0)) = \min_{y \in M} \lambda(y). \qquad (8')$$

Для того, чтобы функционал λ являлся решением неоднородного уравнения, достаточно выполнения условия:

$$R(F'_r) \cap \operatorname{int}\{M-F(x_0)\} \neq \emptyset \qquad (9)$$

Условие регулярности (9) является обобщением известного условия Слейтера для экстремальных задач с ограничениями типа равенств и неравенств.

В этом же пункте рассмотрены и экстремальные задачи, в которых $\operatorname{int}(M) = \emptyset$. В некоторых случаях их удается свести к задачам вида

$$f(x) \to \min$$

при ограничениях

$$F(x) = 0_Y,$$
$$F_1(x) \in M_1,$$

где $F: G \subset X \to Y$ – строго дифференцируемое отображение, $F_1: G \subset X \to Z$, $f: G \subset X \to \mathbb{R}$ – дифференцируемые по Фреше отображения, $M_1 \subset Z$ – выпуклое множество, причем $\operatorname{int}(M_1) \neq \emptyset$, X, Y, Z – банаховы пространства.

Для таких задач введено понятие сопряженной системы уравнений и получены условия оптимальности в форме принципа максимума.

Результаты главы I использовались при исследовании задач оптимального управления функционально-дифференциальными системами. Полученные результаты изложены в главе II.

В параграфе 2.I описывается объект исследования, приводятся некоторые сведения из теории линейных функционально-дифференциальных уравнений.

В течение последних двадцати лет в работах Тамбовского, а затем Пермского семинара по функционально-дифференциальным уравнениям построена общая теория линейных функционально-дифференциальных уравнений. Эта теория позволила по-новому подойти к изучению уравнений с отклоняющимся аргументом и дать ответы на вопросы, решение которых ранее не удавалось получить.

При исследовании и решении гладких задач оптимального управления обычно используется линеаризация уравнений состояния управляемого процесса, поэтому естественно применить здесь имеющиеся современные результаты по теории линейных функционально-дифференциальных уравнений.

В пункте 2.I.I. описываются задачи линейной оптимизации. Линейный ограниченный функционал общего вида $l_0 \colon D_p^n \times L_p^n \to \mathbb{R}$ определим равенством

$$l_0(x,u) = \int_a^b \varphi_0^*(s)\dot{x}(s)ds + \langle \psi_0^*, x(a) \rangle + \int_a^b \omega_0^*(s)u(s)ds \ . \qquad (10)$$

При записи функционала (10) используется естественный изоморфизм пространств D_p^n и $L_p^n \times \mathbb{R}^n$, который задается формулой $x(t) = x(a) + \int_a^t \dot{x}(s)ds$.

Основное ограничение на управляемый процесс задается линейным функционально-дифференциальным уравнением

$$(\mathcal{L}x)(t) \equiv (Q\dot{x})(t) + A(t)x(t) = (Gu)(t) + f(t) \ . \qquad (11)$$

Здесь $\mathcal{L} \colon D_p^n \to L_p^n$ – линейный ограниченный оператор. Как известно*, $Q \colon L_p^n \to L_p^n$ – его главная часть, A – матрица со столбцами из L_p^n. Предполагается, что Q – нормально разрешим, $G \colon L_r^m \to L_p^n$ – линейный замкнутый оператор; f – элемент пространства L_p^n .

Уравнение (11) охватывает широкий класс уравнений с отклоняющимся аргументом. Типичными представителями этого класса являются: обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с сосредоточенным и распределенным отклонением аргумента, интегро-дифференциальные уравнения, уравнения нейтрального типа. Если оператор Q лишь нормально разрешим, то класс операторов $(\mathcal{L})$, вообще говоря, трудно обозрим. При этом, как правило, появляются дополнительные ограничения на гладкость оператора G . Фредгольмовость Q для большого класса экст-

---

*Азбелев Н.В., Максимов В.П. Уравнения с запаздывающим аргументом // Диф. уравнения. – 1982. – Т.18, № 12. – С. 2027-2050.

ремальных задач снимает практически все ограничения на оператор G.

Дополнительные ограничения

$$l_i(x,u)=\int_a^b \varphi_i^*(s)\dot{x}(s)ds+\langle\phi_i^*,x(a)\rangle+\int_a^b \omega_i^*(s)u(s)ds \in M_i \quad (i=\overline{1,k}) \qquad (12)$$

определяются линейными ограниченными функционалами $l_i\colon L_p^n \times \mathbb{R}^n \times L_r^m \to \mathbb{R}$. Множества $M_i \subset \mathbb{R}$ $(i=\overline{1,m})$ – выпуклы, могут быть точечными (ограничения типа равенств).

Преобразуя систему ограничений (12), определим линейный ограниченный вектор- функционал $l\colon L_p^n \times L_r^m \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ равенством

$$l(x,u) = \int_a^b \Phi(s)\dot{x}(s)ds + \langle\Phi,x(a)\rangle + \int_a^b W(s)u(s)ds ,$$

где Φ , Φ , W $(k\times n)$ – матрицы, строки которых составлены из векторов φ_i , ϕ_i , ω_i $(i=\overline{1,k})$.

Множество $M_0 \in \mathbb{R}^k$ определим, полагая

$$M_0 = \left\{ \operatorname{col}(y_1,\dots,y_k)\colon \ y_i \in M_i \ (i=\overline{1,k}) \right\} .$$

M_0 – выпукло.
Систему ограничений (12) можно записать в более удобном виде:

$$l(x,u) = \int_a^b \Phi(s)\dot{x}(s)ds + \langle\Phi,x(a)\rangle + \int_a^b W(s)u(s)ds \in M_0 . \qquad (12')$$

Дополнительные фазовые ограничения на траекторию и управление

$$\mathfrak{X}_j(x)+G_j(u)\equiv(Q_j\dot{x})(t)+A_j(t)x(t)+(G_ju)(t) \in U_j \quad (j=\overline{1,k_1}). \qquad (13)$$

задаются системой линейных операторов, определенных на $L_p^n \times \mathbb{R}^n \times L_r^m$ и действующих в пространство L_1^q . Множества $U_j \subset L_1^q$ $(j=\overline{1,k_1})$ – выпуклы, могут быть точечными. По аналогии с ограничениями (12) ограничения (13) можно привести к более удобному виду:

$$\bar{\mathfrak{X}}(x) + \bar{G}(u) \equiv (\bar{Q}x)(t) + \bar{A}(t)x(t) + (\bar{G}u)(t) \in \bar{U} , \qquad (13')$$

где $\bar{\mathcal{X}}: L_p^n \times \mathbb{R}^n \to L_{k_1}^q$ и $\bar{G}: L_r^m \to L_{k_1}^q$ – линейные операторы, $\bar{Q}$ – главная часть оператора $\bar{\mathcal{X}}$, $\bar{A}$ – $(k \times n)$ матрица со столбцами из $L_{k_1}^q$, $\bar{U} \subset L_{k_1}^q$ – выпуклое множество.

Ограничение на управление

$$u \in U \subset L_r^m . \tag{I4}$$

Здесь U – выпуклое множество. Отметим, ограничение (I4) является частным случаем ограничения (I3).

В теории оптимального управления пара (x,u) – решение уравнения (II) – называется управляемым процессом. Управляемый процесс называется допустимым, если он удовлетворяет ограничениям (I2)-(I3)-(I4). Допустимый процесс (x_0,u_0) называется оптимальным, если на нем достигается минимум функционала (I0).

Сопряженное уравнение для задачи (I0)-(II)-(I2)-(I3)-(I4) представляет собой систему уравнений

$$\begin{gathered} (Q^*\lambda_1)(t) + \Phi^*(t)\lambda_2 + (\bar{Q}^*\lambda_3)(t) = g_1(t) , \\ \int_a^b A^*(s)\lambda_1(s)ds + \Phi^*\lambda_2 + \int_a^b \bar{A}^*(s)\lambda_3(s)ds = g_2 , \\ (-G\, \lambda_1^*)(t) + W^*(t)\lambda_2 + (\bar{G}\, \lambda_3^*)(t) + \lambda_4(t) = g_3(t) . \end{gathered} \tag{I5}$$

Здесь $\lambda = \{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4\} \in (L_p^n \times \mathbb{R}^k \times L_{k_1}^q \times L_r^m)^*$.

В сделанных предположениях верна

Теорема 2.I. *Пусть пара (x_0,u_0) – оптимальный процесс в задаче(I0)-(II)-(I2)-(I3)-(I4). Тогда найдется функционал $\lambda = \{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4\} \in (L_p^n \times \mathbb{R}^k \times L_{k_1}^q \times L_r^m)^*$, удовлетворяющий одному из условий:*

а) λ – решение неоднородной системы уравнений (I5) при $\{g_1,g_2,g_3\} = \{\varphi_0,\psi_0,\omega_0\}$;

б) λ – нетривиальное решение однородной системы уравнений (I5) ,

для которого в точках $l_i(x_0,u_0)$ $(i=\overline{1,k})$, $\bar{\mathcal{X}}(x_0)+\bar{G}(u_0)$ и u_0 выполняются следующие условия:

$$\lambda_{2i} \cdot l_i(x_0,u_0) = \min_{y \in M_i} \{\lambda_{2i} \cdot y\}, \tag{I6}$$

$$\lambda_3(\bar{\mathfrak{X}}(x_0)+\bar{G}(u_0)) = \min_{u_1\in U_1} \lambda_3(u_1), \qquad (17)$$

$$\lambda_4(u_0) = \min_{u \in U} \lambda_4(u). \qquad (18)$$

Если функционал λ является решением неоднородной системы уравнений (15), то условия (16)-(17)-(18) являются достаточными условиями оптимальности.

Условия принципа максимума (18) в таких задачах совпадают с принципом максимума Понтрягина. Условия (16) и (17) позволяют исследовать задачи с достаточно сложными фазовыми ограничениями. В задаче (10)-(11)-(12)-(13)-(14) функционально-дифференциальные уравнения не обязательно должны быть уравнениями с запаздывающим аргументом. В работе приводятся соответствующие примеры. Решение сопряженной системы уравнений ищется в пространстве суммируемых функций. Поэтому снижаются требования на гладкость коэффициентов исходной задачи оптимального управления.

В параграфе 2.2. Рассмотрены некоторые классы гладких нелинейных задач оптимального управления: задачи с нелинейным функционалом качества и линейными ограничениями, вариационные задачи, задачи оптимального управления с нелинейными уравнениями состояния управляемого процесса.

Для простоты исходная экстремальная задача записывается в операторном виде:

$$l_0(\dot{x},x(a),u) \to \min \qquad (10')$$

при ограничениях

$$\dot{x}(t) = F_0(\dot{x},x(a),u)(t), \quad t \in [a,b], \qquad (19)$$

$$l_i(\dot{x},x(a),u) \in M_i \quad (i=\overline{1,k}), \qquad (20)$$

$$F_j(\dot{x},x(a),u) \in U_j \quad (j=\overline{1,m}). \qquad (21)$$

Здесь $l_i\colon L_\infty^n\times L_\infty^r\times\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ $(i=\overline{0,k})$; $F_j\colon L_\infty^n\times L_\infty^r\times\mathbb{R}^n \to L_\infty^{s_j}$ $(j=\overline{0,m})$ – нелинейные, дифференцируемые в нужном смысле по аргументу отображения. Ограничение на управление (14) входит в ограничение (21). Каждое из выпуклых множеств M_i $(i=\overline{1,k})$, U_j $(j=\overline{1,m})$ таково, что или его внутренность не пуста, или же множество состоит из одной точки.

Можно считать, что первые k_1 множеств M_i и первые k_2 множеств U_j являются множествами точечного типа, а остальные обладают непустой внутренностью.

Определим отображение

$\mathcal{F}:L_\infty^n\times L_\infty^r\times\mathbb{R}^n\to L_\infty^n\times L_\infty^{s_1}\times\ldots\times L_\infty^{s_{k2}}\times\mathbb{R}^{k_1}$ равенством

$$\mathcal{F}(\dot{x},x(a),u)(t)=\begin{cases}\dot{x}(t)-F_0(\dot{x},x(a),u)(t),\\ l_i(\dot{x},x(a),u) & (i=\overline{1,k_1}),\\ F_j(\dot{x},x(a),u) & (j=\overline{1,k_2}),\end{cases}$$

и отображение

$\mathcal{F}_1:L_\infty^n\times L_\infty^r\times\mathbb{R}^n\to L_\infty^n\times L_\infty^{s_{k2+1}}\times\ldots\times L_\infty^{s_m}\times\mathbb{R}^{k_1}$ равенством

$$\mathcal{F}_1(\dot{x},x(a),u)=\begin{cases}F_j(\dot{x},x(a),u) & (j=\overline{k_2+1,m}),\\ l_i(\dot{x},x(a),u) & (i=\overline{k_1+1,k}).\end{cases}$$

Тогда исходная экстремальная задача записывается в виде

$$l_0(\dot{x},x(a),u)\to\min$$

при ограничениях

$$\mathcal{F}(\dot{x},x(a),u)=0\ ,$$

$$\mathcal{F}_1(\dot{x},x(a),u)\in M,$$

где множество $M\in L_\infty^{s_{k_2+1}}\times\ldots\times L_\infty^{s_m}\times\mathbb{R}^{k-k_1}$, и $\mathrm{int}(M)\neq\emptyset$.

Задача ($10'$)-(19)-(20)-(21) формализована. Дальнейшее ее исследование и решение проводится следующим образом:

Отображения $\mathcal{F}$, $\mathcal{F}_1$ и функционал l_0 линеаризуются на предполагаемом оптимальном процессе (x_0,u_0). Для полученной таким образом линейной системы ограничений вида (11)-(12)-(13)-(14) строится двойственная система уравнений (15), и выписываются условия принципа максимума (16)-(17)-(18). С помощью представления решения двойственной системы уравнений и выписанных условий принципа максимума делается проверка на оптимальность допустимого процесса (x_0,u_0).

Пусть функционал ($10'$) определен равенством

0329040

$$l_0(x,u) = \int_a^b f_0(t,T_1x,\dots,T_{n_1}x,S_1\dot{x},\dots S_{n_2}\dot{x},G_1u,\dots,G_{n_3}u)dt$$

$$+ \Phi_0(x(b)), \qquad (22)$$

где $f_0:L_\infty^N\times R\to R$, $(N=n(n_1+n_2)+m\cdot n_3)$; T_i $(i=\overline{1,n_1})$ – "u" ограниченный оператор, S_j $(j=\overline{1,n_2})$ – оператор внутренней суперпозиции, G_k $(k=\overline{1,n_3})$ – линейный непрерывный оператор. Отображение F_0 представляет собой n-мерную функцию

$$f_0(t,T_1^0x,\dots,T_{n_1}^0x,S_1^0\dot{x},\dots,S_{n_2}^0\dot{x},G_1^0u,\dots,G_{n_3}^0u),$$

являющуюся суперпозицией оператора Немыцкого и некоторого набора "u"- ограниченных операторов, операторов внутренней суперпозиции, непрерывных линейных операторов. Каждый функционал из системы ограничений (20) представим в виде (22). Каждое отображение F_j $(j=\overline{1,m})$ определяется равенством

$$F_j(\dot{x},x(a),u)=f_j(t,T_1^jx,\dots,T_{n_1}^jx,S_1^j\dot{x},\dots,S_{n_2}^j\dot{x},G_1^ju,\dots,G_{n_3}^ju),$$

где функции f_j аналогичны функции f_0. Все перечисленные функции удовлетворяют условиям Каратеодори и имеют частные непрерывные производные по своим аргументам. Для класса задач оптимального управления, в которых ограничения задаются указанными отображениями, в пункте 2.2.4 построена линеаризованная система ограничений и сопряженная система уравнений, приведены условия принципа максимума. Рассмотрены конкретные примеры.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Корытов С.Г. К вопросу об оптимальном управлении системами, описываемыми линейными функционально-дифференциальными уравнениями // Краевые задачи: Межвуз. сб. науч. тр. / Перм. политехн. ин-т. – Пермь, 1986. – С. 36-40.
2. Корытов С.Г. Об одной экстремальной задаче // Всесоюзная

школа "Оптимальное управление. Геометрия и анализ": Тез. докл. – Кемерово, 29 сент. – 8 окт. 1986 г. – Кемерово, 1986. – С. 26.

3. Корытов С.Г. К теории принципа максимума // Краевые задачи: Межвуз. сб. науч. тр. / Перм. политехн. ин-т. – Пермь, 1987. – С. 63-66.

4. Корытов С.Г. К вопросу о продолжаемости линейных непрерывных функционалов // XII Школа по теории операторов в функциональных пространствах: Тез. докл. – Тамбов, 14-20 сентября 1987 г. – Тамбов, 1987. – Ч.I. – С. 104.

5. Корытов С.Г. О продолжении линейных функционалов с сохранением заданных свойств / Челяб. политехн. ин-т. – Челябинск, 1989. – 19 с. – Деп. в ВИНИТИ 15.II.89, № 6869-89.