

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(национальный исследовательский университет)

Высшая школа электроники и компьютерных наук
Кафедра «Системы автоматического управления»

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

Рецензент

Харченко С.В.

«____» _____ 2017 г.

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

Ширяев В.И.

«____» _____ 2017 г.

МОДЕЛЬ КОМПЕНСАЦИИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ
БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ
СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ВОЛНОВОГО
ГИРОСКОПА В РЕЖИМЕ НАЧАЛЬНОЙ ВЫСТАВКИ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ
ЮУрГУ – 24.04.02.2017.465.00 ПЗ ВКР

Руководитель

Нач. тематического отдела

_____ А.Ф. Сабитов

_____ 2017 г.

Автор работы

Студент группы КЭ-279

_____ Р.Э. Зарипова

_____ 2017 г.

Нормоконтролер

к.т.н., доцент

_____ В.В. Седышев

_____ 2017 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 Назначение, состав и режимы работы БИНС	7
1.1 Чувствительные элементы	8
2 Алгоритмическое обеспечение режимов работы БИНС	29
2.1 Основные системы координат, применяемые в навигации	29
2.2 Переход от географической системы координат к приборной	30
2.3 Определение параметров начальной выставки БИНС	33
3 Калибровка БИНС и математическая модель компенсации систематических погрешностей	37
3.1 Обзор методов калибровки акселерометров и гироскопов	37
3.2 Калибровка чувствительных элементов БИНС	39
3.2.1 Калибровка акселерометров	39
3.2.2 Калибровка ТВГ в режиме датчика угла	44
3.2.3 Калибровка гироскопов ИНБ в режиме датчика угловой скорости.....	48
3.4 Математическая модель компенсации систематических погрешностей БИНС	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	54

ВВЕДЕНИЕ

Бесплатформенные инерциальные навигационные системы стали основой навигационных комплексов современных подвижных объектов. Это обусловлено тем, что они дают полную информацию о навигационных параметрах движения - углах курса, тангажа (дифферента), крена; ускорении, скорости движения и координатах места объекта. При этом они полностью автономны, т.е. не требуют какой-либо информации извне. Благодаря помехозащищенности и возможности выдачи информации для решения задач навигации, прицеливания, управления и наведения, а также для обеспечения функционирования радиолокационных, оптико-электронных и других бортовых систем, инерциальные навигационные системы (ИНС) к настоящему времени не имеют альтернативы.

С 60-х годов прошлого века началась активная разработка бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Привлекательность таких систем в том, что в них не требуется гиростабилизированная платформа (ГСП) – наиболее сложный, следовательно, дорогостоящий узел ИНС. В БИНС чувствительные элементы (акселерометры и гироскопы) устанавливаются непосредственно на борту объекта, а электромеханическую модель системы (ГСП) координат заменяют математической моделью.

Однако эти преимущества не удавалось сразу реализовать в связи с жесткими условиями работы чувствительных элементов (ЧЭ) непосредственно на борту при высоких требованиях к их характеристикам. При этом также предъявлялись высокие требования к вычислительным устройствам[1]. Производство таких систем было освоено только в 80-х годах. Перечисленные достоинства БИНС, в совокупности с постоянно возрастающими требованиями по точности определения координат, предопределили использование в них в качестве гироскопических ЧЭ: кольцевых лазерных, волоконно-оптических, твердотельных волновых и микромеханических гироскопов.

В настоящее время производственно-технологические возможности

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
						5
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

предприятий РФ не позволяют обеспечить потребности наземных подвижных объектов в БИНС. Поэтому в ближайшие годы необходимо обеспечить требуемый объем производства разработанных отечественных бесплатформенных инерциальных навигационных систем, отвечающих тактико-техническим требованиям изделий ВВТ, повысить надежность и стабильность характеристик БИНС.

Важной задачей является создание промышленной технологии изготовления таких систем на основе отечественных материалов и комплектующих изделий.

Существует два основных режима работы БИНС: начальной выставки и автономный.

Режим начальной выставки используется перед началом движения для определения угловой ориентации объекта по отношению к географической системе координат. От точности определения параметров угловой ориентации объекта в этом режиме зависит погрешность выходных данных БИНС в автономном режиме.

Автономный режим включается с началом движения объекта. Навигация в автономном (инерциальном) режиме осуществляется в зависимости от выбранного способа расчёта навигационных параметров. Существует возможность коррекции скорости от внешнего датчика и (или) местоположения от спутниковой навигационной системы.

Цель работы: исследовать компенсацию систематических погрешностей БИНС в режиме начальной выставки. Для поиска информации о погрешностях, необходимо провести калибровку чувствительных элементов. Для достижения данной цели необходимо решить такие задачи:

- калибровка акселерометров;
- калибровка гироскопа;
- составление модели компенсации систематических погрешностей БИНС.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		6

1 НАЗНАЧЕНИЕ, СОСТАВ И РЕЖИМЫ РАБОТЫ БИНС

Бесплатформенная инерциальная навигационная система предназначена для определения на остановках и в движении текущих географических координат (широты, долготы и высоты) местоположения объекта и углов его ориентации относительно географической системы координат (курса, тангажа и крена).

Характерной особенностью БИНС является отсутствие гиростабилизированной платформы (ГСП), сложного электромеханического устройства. Эта особенность позволяет значительно уменьшить габариты и энергопотребление системы, повысить её надежность и ремонтпригодность. Все инерциальные ЧЭ БИНС жестко закреплены на борту объекта, а функции гиростабилизированной платформы выполняет вычислительное устройство. Прогресс вычислительной техники (повышение точности и быстроты вычислений) обеспечивает высокие точностные и динамические характеристики бесплатформенных инерциальных навигационных систем.

Конструкция БИНС состоит из двух составных частей: инерциального навигационного блока (ИНБ) и вычислительного устройства.

Компоновка ИНБ представлена на рисунке 1.1 и состоит из основных узлов: виброопоры, корпуса, платы блоков питания гироскопов, трех плат управления и съема информации с гироскопов и платы блоков питания и оцифровки акселерометров. Виброопора используется для защиты ЧЭ от вибрационно-ударных воздействий.

Разрабатываемая БИНС не является системой одноразового использования, поэтому в качестве вычислительного устройства для реализации и отладки алгоритмов ее работы выбран установленный на борту объекта панельный компьютер «Орион».

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
						7
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

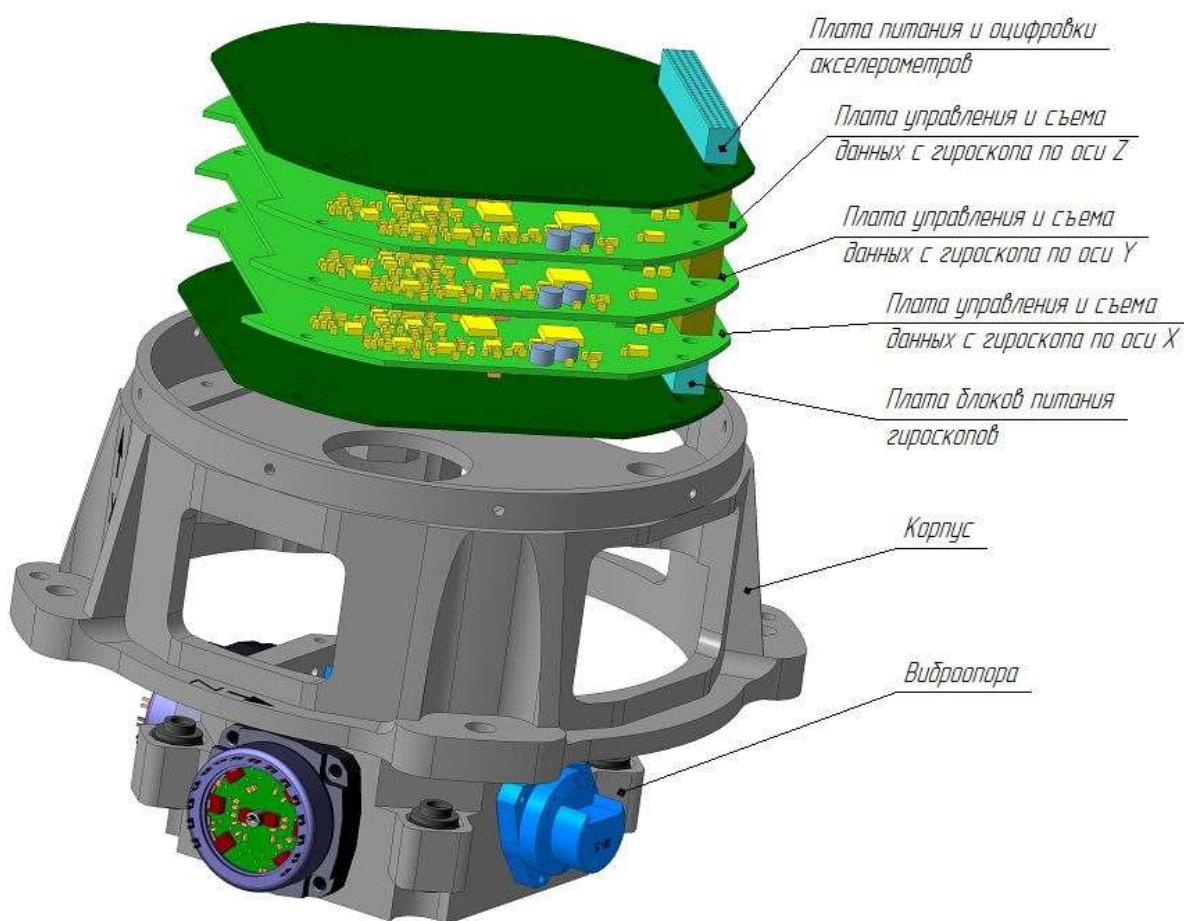


Рисунок 1.1 –Компоновка инерциального навигационного блока

1.1 Чувствительные элементы

БИНС различают по составу и типу ЧЭ, а также по способам и алгоритмам решения навигационных задач. По составу ЧЭ возможны следующие варианты: акселерометры и неуправляемые гироскопы (измерители углового положения объекта); акселерометры и измерители угловой скорости движения объекта; только акселерометры, расположенные на объекте определённым образом.

На практике наибольшее распространение получили первые два типа БИНС. Алгоритмы работы бесплатформенных инерциальных навигационных систем в значительной степени зависят от набора используемых инерциальных ЧЭ.

Разрабатываемая БИНС состоит из трех одноосных твердотельных волновых гироскопов (ТВГ) и трех акселерометров АК-15 со встроенными температурными датчиками.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		8

1.1.1 Твердотельный волновой гироскоп

Выпускаемые на предприятии гироскопы на данный момент имеют следующие основные технические характеристики: шумовая составляющая показаний датчика угла составляет 40 угл. сек., нестабильность масштабного коэффициента от включения к включению после коррекции не превышает $\pm 0,1\%$, суммарный дрейф выходной информации после коррекции не превышает 1 °/час.

3D модель твердотельного волнового гироскопа приведена на рисунке 1.2.

Твердотельный волновой гироскоп – измерительный прибор, регистрирующий на изменение углов ориентации связанного с ним тела относительно инерциальной системы координат. Действие ТВГ основано на эффекте Брайана – прецессия стоячих волн, возбужденных в твердом теле, при вращении чувствительного элемента относительно оси, перпендикулярной плоскости колебаний.

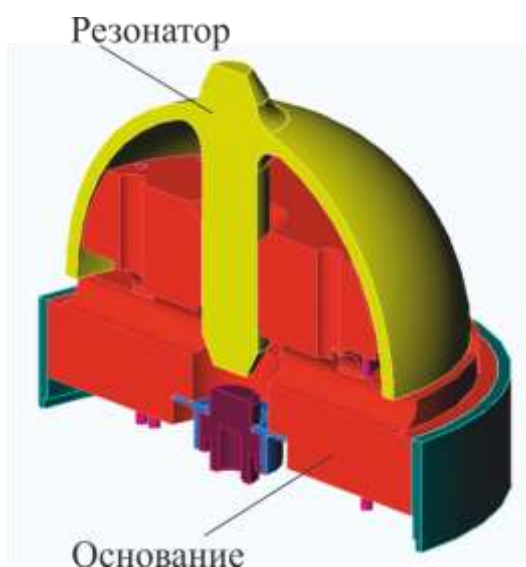


Рисунок 1.2–3Dмодель твердотельного волнового гироскопа

Основная деталь ТВГ – чувствительный элемент, резонатор, представленный на рисунке 1.3, который изготовлен из кварцевого стекла и закреплен на керамическом основании.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
						9
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		



Рисунок 1.3– Резонатор

1.1.1.1 Принцип работы и кольцевая модель резонатора.

Для рассмотрения принципа действия выделим кольцо из тела резонатора, показанного на рисунке 1.4, который вращается с угловой скоростью Ω . Центр этого кольца жестко связан с основанием. В резонаторе возбуждается колебания второй формы (рабочая форма колебаний), схематично изображенная окружностью и двумя эллипсами, пучности которой обозначены точками А, В, С, D. При вращении полусферы вокруг оси симметрии точки А, В, С, D совершают сложное движение: относительное – со скоростями V_A, V_B, V_C, V_D и переносное - с угловой скоростью Ω . Появившееся кориолисово ускорение элементов массы в точках А, В, С, D обозначим $a_{KA}, a_{KB}, a_{KC}, a_{KD}$ соответственно. Кориолисовы силы инерции $F_{KA}, F_{KB}, F_{KC}, F_{KD}$ приложенные в точках А, С и В, D, направлены в противоположные стороны и создают пары сил. Пары $F_{KA} - F_{KC}$, и $F_{KB} - F_{KD}$ противоположны по направлению и в сумме дают равнодействующую пару кориолисовых сил инерции, модуль которой пропорционален значению угловой скорости вращения основания. Эта пара сил вызывает вращение (прецессию) волнового поля (стоячей волны) относительно резонатора и в инерциальном пространстве [2]. При повороте основания прибора, колебательная картина поворачивается в ту же сторону, но на меньшую величину. Отношение угла поворота волны относительно основания к углу поворота основания называется масштабным

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
						10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

коэффициентом (МК).

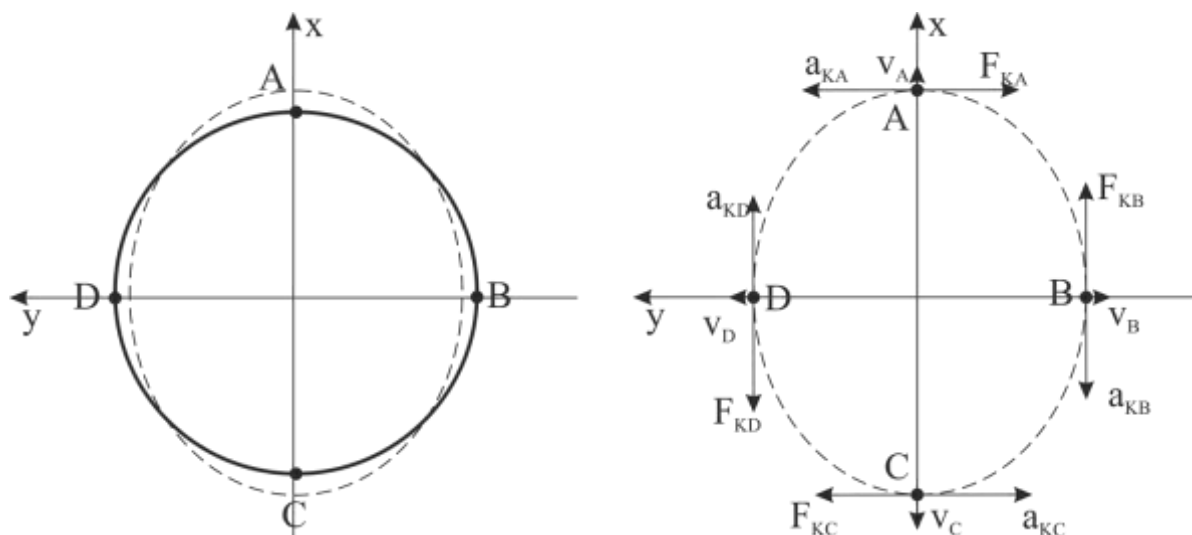


Рисунок 1.4 – Механизм образования прецессии стоячей волны

Уравнения динамики кольцевого резонатора[3]:

$$\begin{aligned} \dot{w}'' - \ddot{w} + 4\Omega\dot{w}' + \chi^2(w^{VI} + 2w^{IV} + w'') + \chi^2\xi(\dot{w}^{VI} + 2\dot{w}^{IV} + \dot{w}'') = \\ = (p''_w - p'_v)/(\rho S), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $\chi^2 = EI/(\rho SR^4)$; ρ – плотность материала кольца; S – площадь поперечного сечения кольца; I – момент инерции поперечного сечения относительно оси изгиба; R – радиус недеформированного кольца; $w(\varphi, t)$ – нормальное перемещение точки кольца в произвольный момент времени; p_w и p_v – проекции внешней распределенной нагрузки на нормаль и касательную к недеформированному кольцу соответственно; ξ – коэффициент, характеризующий время затухания свободных колебаний.

В уравнении (1.1) штрихами обозначается производная φ , через $(\dot{\quad})$ – производная по времени. Уравнение (1.1) отражает прецессию волнового поля при вращении кольца с угловой скоростью Ω , в случае идеального свободного кольца ($\xi = 0, p_w = 0, p_v = 0$).

Решение уравнения представим в форме:

$$w(\varphi, t) = p(t)\cos 2\varphi + q(t)\sin 2\varphi. \quad (1.2)$$

Подставляя решение (1.2) в уравнение (1.1) и применяя метод Бубнова –

Галеркина, получим[2,3]:

$$\begin{cases} \ddot{p}(t) - \frac{8}{5}\Omega\dot{q}(t) + \frac{36\chi^2}{5}p(t) = 0; \\ \ddot{q}(t) - \frac{8}{5}\Omega\dot{p}(t) + \frac{36\chi^2}{5}q(t) = 0. \end{cases} \quad (1.3)$$

Ниже рассмотрены позиционное и параметрическое возбуждения резонатора. Показано, что в первом случае гироскоп работает в режиме датчика угловой скорости, а во втором – в режиме датчика угла.

Рассмотрим возникновение рабочей (основной) формы колебаний.

Схема позиционного возбуждения показана на рисунке 1.5. На пару противоположных электродов подается переменное электрическое напряжение с частотой, в 2 раза меньшей, чем собственная частота основной формы:

$$V(\varphi, t) = \begin{cases} 0, & 0,5\varphi_{эл} < \varphi < \pi - 0,5\varphi_{эл}; \\ V_0 \cos \frac{\lambda}{2} t, & 0 \leq \varphi < 0,5\varphi_{эл}; \\ 0, & \pi - 0,5\varphi_{эл}; < \varphi < \pi + 0,5\varphi_{эл}; \end{cases} \quad (1.4)$$

где V_0 - амплитуда напряжения; $\varphi_{эл}$ - угловой размер электрода; λ - собственная частота.

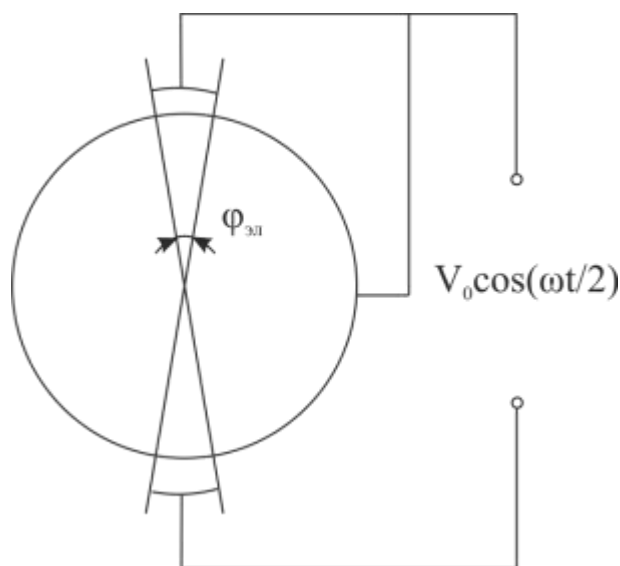


Рисунок 1.5 – Схема позиционного возбуждения

Рассмотрим поверхность резонатора, покрытого электропроводящим слоем, как плоский конденсатор.

Сила притяжения обкладок плоского конденсатора, отнесенная к площади обкладки, определяется выражением:

$$p = -\frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{V}{d} \right)^2, \quad (1.5)$$

где V - разность потенциалов между обкладками; d - расстояние между ними; $\varepsilon_0 = 8,85 * 10^{12}$ Ф/м - диэлектрическая постоянная.

Ввиду малости деформаций, введем $p_v = 0$ в рамках линейной модели. Тогда уравнение (1.1) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \dot{w}'' - \ddot{w} + 4\Omega\dot{w}' + \chi^2(w^{VI} + 2w^{IV} + w'') + \chi^2\xi(\dot{w}^{VI} + 2\dot{w}^{IV} + \dot{w}'') = \\ = (p''_w)/(\rho S). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Нормальная составляющая внешней нагрузки находится путем подстановки системы (1.4) в выражение (1.5):

$$p_\omega(\varphi, t) = -\frac{\varepsilon_0 L}{2d^2} V_0^2 f(\varphi) \cos^2 \frac{\lambda}{2} t, \quad \text{где } L - \text{высота электрода,}$$

$$f(\varphi) = \begin{cases} 0, & 0,5\varphi_{эл} < \varphi < \pi - 0,5\varphi_{эл}; \\ 1, & 0 < \varphi < 0,5\varphi_{эл}. \end{cases}$$

Представив функцию $f(\varphi)$ на отрезке $[0, \pi]$ рядом Фурье, получим:

$$f(\varphi) = \frac{2}{\pi} (\varphi_{эл} + \sin\varphi_{эл} \cos 2\varphi + 0,5(\sin 2\varphi_{эл} \cos 4\varphi) + \dots).$$

Для основной формы колебаний резонансным является вторая гармоника окружного угла, поэтому все остальные гармоники можно отбросить.

Допустим, что пара возбуждающих электродов на рисунке 1.6 ориентирована под углом $\varphi = \varphi_э$ (где $\varphi_э$ - ориентация первого электрода), характеризующим положение электродов относительно корпуса.

Тогда выражение для второй гармоники внешней силы запишется в виде где d - зазор между электродом и резонатором. Здесь не учитывается:

$$p_\omega(\varphi, t) = -\frac{\varepsilon_0 L}{\pi d^2} V_0^2 \sin \varphi_{эл} t, \quad (1.7)$$

где d_0 - начальный зазор.

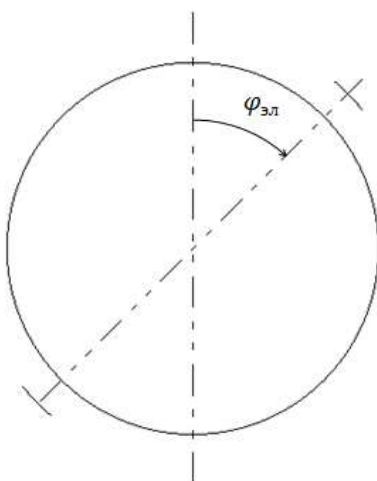


Рисунок 1.6 – Ориентация электродов возбуждения

Найдем вторую производную выражения (1.7) по углу φ :

$$p''_{\omega} = \frac{2\varepsilon_0 L}{\pi d^2} V_0^2 \sin \varphi_{эл} \cos 2(\varphi - \varphi_3) \cos \lambda t. \quad (1.8)$$

После подстановки уравнение (1.6) придет к виду:

$$\ddot{\omega}'' - \ddot{\omega} + 4\Omega \dot{\omega}' + \varkappa^2(\omega^{VI} + 2\omega^{IV} + \omega'') + \varkappa^2 \xi(\dot{\omega}^{VI} + 2\dot{\omega}^{IV} + \dot{\omega}'') = H \cos 2(\varphi - \varphi_3) \cos \lambda t, \quad (1.9)$$

где $H = 2\varepsilon_0 L V_0^2 \sin \varphi_{эл} / (\pi d_0^2 \rho S)$.

Решение уравнения (1.9) представим в виде:

$$\omega(\varphi, t) = p(t) \cos 2\varphi + q(t) \sin 2\varphi. \quad (1.10)$$

Подставляя решение (1.10) в уравнение (1.9) и применяя метод Бубнова - Галеркина, приходим к системе:

$$\begin{cases} \ddot{p}(t) + \omega^2 \xi \dot{p}(t) + \omega^2 p(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{q}(t) = -\frac{1}{5} H \cos \varphi_3 \cos \lambda t, \\ \ddot{q}(t) + \omega^2 \xi \dot{q}(t) + \omega^2 q(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{p}(t) = -\frac{1}{5} H \sin \varphi_3 \cos \lambda t. \end{cases} \quad (1.11)$$

Автор [2] отмечает, что в системе (1.11) выполнено условие резонанса: $\lambda = \omega_0$

Функции $p(t)$ и $q(t)$ будем искать в виде:

$$\begin{aligned} p(t) &= a \cos \lambda t + m \sin \lambda t, \\ q(t) &= a \cos \lambda t + n \sin \lambda t. \end{aligned}$$

Тогда для определения величин a , m , и n имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} m\omega_0^2\xi - \frac{8}{5}\Omega\omega_0n = -\frac{1}{5}H\cos 2\varphi_э, \\ n\omega_0^2\xi - \frac{8}{5}\Omega\omega_0n = -\frac{1}{5}H\sin 2\varphi_э, \\ a = b = 0. \end{cases} \quad (1.12)$$

Выражение для перемещения кромки резонатора можно привести к следующей форме:

$$\omega(\varphi, t) = \sin\omega_0t(m\cos 2\varphi + n\sin 2\varphi).$$

Производя элементарные преобразования, получаем

$$\omega(\varphi, t) = \sqrt{m^2 + n^2}\sin\omega_0t \cos 2(\varphi - \vartheta), \quad (1.13)$$

где $\operatorname{tg} 2\vartheta = n/m$.

Из (1.12) находятся значения n и m после чего подставляются в выражение (1.13). Итак, угол ориентации стоячей волны в условиях позиционного возбуждения:

$$\operatorname{tg} 2\vartheta = \operatorname{tg} 2\varphi_э - \frac{8}{5}\frac{\Omega}{\omega_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2 2\varphi_э) + \frac{64}{25}\frac{\Omega^2}{\omega_0^4\xi^2}\operatorname{tg} 2\varphi_э. \quad (1.14)$$

Из выражения (1.14) следует[2]:

– при $\Omega = 0$ ориентация волнового поля в резонаторе ТВГ постоянна и определяется ориентацией электродов позиционного возбуждения $\vartheta = \varphi_э$, другими словами, стоячая волна “привязана” к корпусу прибора. Это показано на рисунке 1.7;

– при $\Omega \neq 0$ (с учетом малости Ω^2) пучность стоячей волны отстает от направления возбуждения на угол ψ , определяемый величиной угловой скорости, собственной частотой.

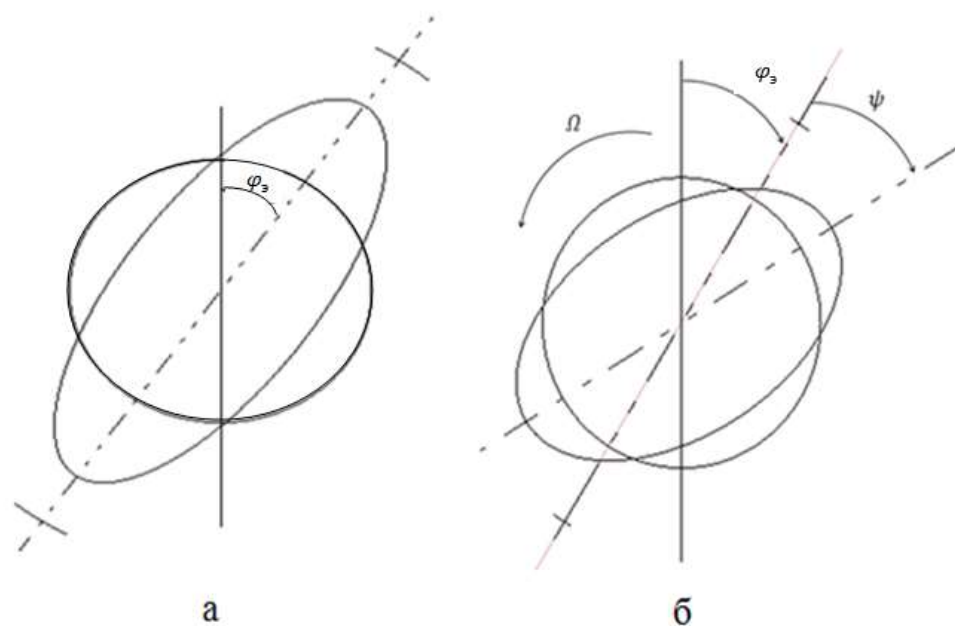


Рисунок 1.7 – Поведение стоячей волны:

а – неподвижное основание; б – вращающееся основание.

Так как угол отставания стоячей волны пропорционален входной угловой скорости, такой режим работы ТВГ является режимом датчика угловой скорости.

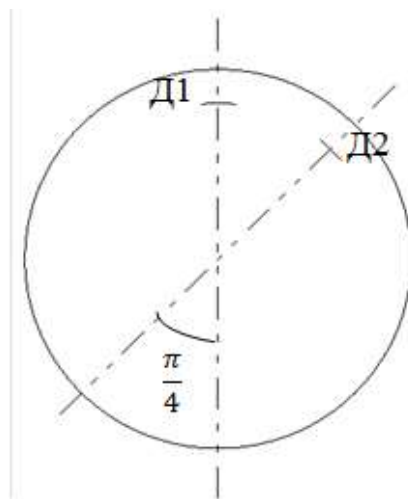


Рисунок 1.8 – К измерению угловой скорости ТВГ-ДУС

Принцип измерения угловой скорости показан на рисунке 1.8. На внутренней поверхности резонатора напылены емкостные датчики Д1 и Д2, ориентированные под углом 0° и 45° соответственно. При изменении зазора между поверхностями резонатора и датчика на поверхности датчика появляется избыток заряда, так как разность потенциалов между ней и

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2017.465.00 ПЗ

Лист

16

резонатором неизменна.

Количество заряда пропорционально изменению зазора, т.е. перемещению. Таким образом, сигнал емкостного датчика содержит информацию о перемещении кромки резонатора.

Сигналы, поступающие с датчиков Д1 и Д2 имеют вид $\omega_1 = m \sin \lambda t$ и $\omega_2 = n \sin \lambda t$ соответственно.

После демодуляции сигналов с опорным сигналом демодулятора $\sin \lambda t$, получаем:

$$\frac{\omega_2^*}{\omega_1^*} = tg2\vartheta; \vartheta = \frac{1}{2} arctg \frac{\omega_2^*}{\omega_1^*},$$

где ϑ - ориентация пучности стоячей волны; ω_1^*, ω_2^* , - сигналы после демодуляции.

Угловая скорость основания определяется формулой:

$$\Omega = 0,5K^{-1}\omega_0^2\xi(\varphi_0 - \vartheta).$$

Автор [2] отмечает, что результат получен при постоянной угловой скорости. Если угловая скорость является функцией времени, то ТВГ также работает в режиме ДУС, это показано в работе [4] методом осреднения.

Параметрическое возбуждение осуществляется с помощью кольцевого электрода, окружающего кромку резонатора. Схема параметрического возбуждения показана на рисунке 1.9. Поверхности резонатора и кольцевого электрода можно рассматривать, как обкладки цилиндрического конденсатора, к которым приложено напряжение, не зависящее от угла φ , с частотой, близкой к собственной частоте резонатора:

$$V = V_0 \cos \lambda t.$$

Функцией параметрического возбуждения является компенсация энергетических потерь резонатора, определяемых главным образом внутренней диссипацией материала резонатора и влиянием остаточного газа в приборе.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		17

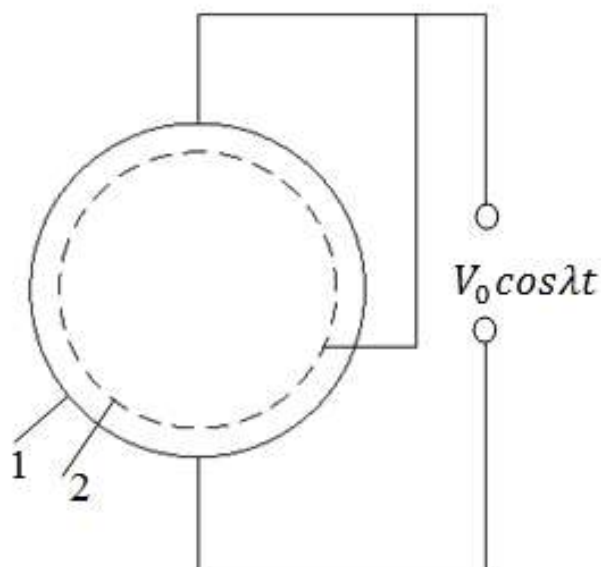


Рисунок 1.9 – Схема расположения кольцевого электрода:
 1 - кольцевой электрод; 2 - резонатор

При недеформированном резонаторе, электрические силы уравновешены внутренними напряжениями. В случае когда резонатор деформируется притягивающая сила в области меньшего зазора увеличивается, а сила в области большего зазора уменьшается, так как эта сила обратно пропорциональна квадрату величины зазора между кольцевым электродом и резонатором. Результирующая сила приводит к еще большей деформации резонатора и действует в направлении пучностей стоячей волны.

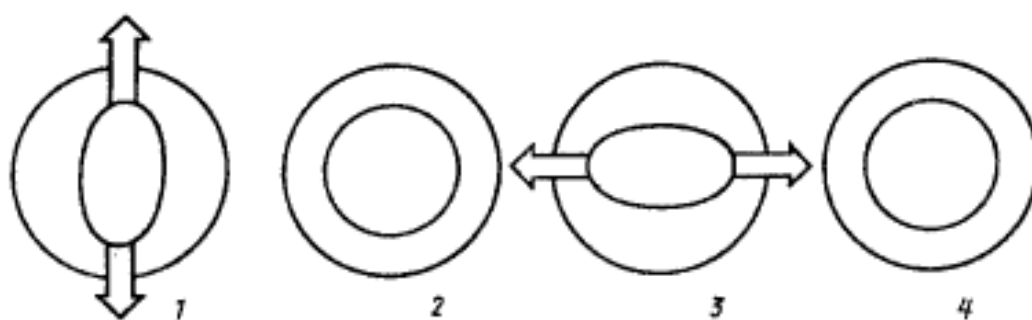


Рисунок 1.10 – Процесс параметрического возбуждения

Четыре фрагмента (рисунок 1.10) иллюстрируют этот процесс. На фрагменте 1 резонатор движется в сторону максимальной деформации, напряжение питания включено. На фрагменте 2 резонатор по инерции

возвращается в положение равновесия, при этом напряжение отключено. На фрагментах 3 и 4 этот порядок повторяется, но в противоположную сторону.

При изменении напряжения с частотой, равной собственной частоте резонатора по рабочей форме, происходит параметрическое возбуждение резонатора.

Для расчета принято, что касательная составляющая электрической силы, приложенной к резонатору, равна нулю, а нормальную разложена в ряд по степеням перемещения ω с точностью до первого порядка:

$$p_{\omega} = -\frac{\varepsilon_0}{2} \frac{V^2}{(d_0 + \omega)^2} \approx \frac{\varepsilon_0 V^2}{d_0^3} + \dots, \text{ где многоточие обозначает величины более}$$

высокого порядка малости, а также постоянную составляющую.

Уравнения динамики кольцевой модели резонатора (1) в условиях параметрического возбуждения:

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}'' - \dot{\omega} + 4\Omega\dot{\omega}' + \varepsilon^2(\omega^{VI} + 2\omega^{IV} + \omega'') + \varepsilon^2\xi(\dot{\omega}^{VI} + 2\dot{\omega}^{IV} + \dot{\omega}'') = \\ = \omega'' R \cos^2 \lambda t, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где $R = \varepsilon_0 L V_0^2 / (\rho S d_0^3)$.

Решение уравнения (1.15) представим в форме:

$$\omega(\varphi, t) = p(t) \cos 2\varphi + q(t) \sin 2\varphi. \quad (1.16)$$

Подставляя решение (1.16) в уравнение (1.15) и применяя метод Бубнова - Галеркина, приходим к системе:

$$\begin{cases} \ddot{p}(t) + \omega^2 \xi \dot{p}(t) + \omega^2_0 p(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{q}(t) = \frac{4R}{5} p(t) \cos^2 \lambda t, \\ \ddot{q}(t) + \omega^2 \xi \dot{q}(t) + \omega^2_0 q(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{p}(t) = \frac{4R}{5} q(t) \cos^2 \lambda t. \end{cases} \quad (1.17)$$

Пусть $\Omega = \Omega(t)$ – медленная функция времени, т.е. функция, скоростью изменения которой можно пренебречь. Введем медленные переменные $a(t)$, $m(t)$, $b(t)$, $n(t)$, согласно следующим условиям:

$$\begin{aligned}
p(t) &= a(t)\cos\lambda t + m(t)\sin\lambda t, \\
q(t) &= b(t)\cos\lambda t + n(t)\sin\lambda t, \\
\dot{p}(t) &= -a(t)\lambda\sin\lambda t + m(t)\lambda\cos\lambda t, \\
\dot{q}(t) &= -b(t)\lambda\sin\lambda t + n(t)\lambda\cos\lambda t.
\end{aligned}
\tag{1.18}$$

Подставляя (1.18) в (1.17) и производя осреднение полученной системы по быстрой переменной λt , приходим к системе, описывающей эволюцию медленных переменных

$$\begin{cases}
\dot{m} = -\frac{1}{2}\left(\Delta + \frac{3}{2}s\right)a + \frac{1}{2}m\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega n, \\
\dot{a} = \frac{1}{2}\left(\Delta + \frac{1}{2}s\right)m + \frac{1}{2}a\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega b, \\
\dot{n} = -\frac{1}{2}\left(\Delta + \frac{3}{2}s\right)b + \frac{1}{2}n\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega m, \\
\dot{b} = \frac{1}{2}\left(\Delta + \frac{1}{2}s\right)n + \frac{1}{2}b\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega a,
\end{cases}
\tag{1.19}$$

где $\Delta = \frac{\lambda^2 - \omega_0^2}{\lambda}$; $s = \frac{2R}{(5\lambda)}\lambda$ близко к собственной частоте ω_0 . Построим границу области устойчивости системы (1.19) при $\Omega = 0$.

Для существования ограниченных колебаний в системе (1.19) при $\Omega = 0$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство:

$$\det \begin{bmatrix} \Delta + \frac{3}{2}s & -\omega_0^2 \\ \omega_0^2\xi & \Delta + \frac{1}{2}s \end{bmatrix} = 0.
\tag{1.20}$$

Условие (1.20) дает уравнение границы области устойчивости в плоскости параметров Δ и s :

$$\left(\Delta + \frac{3}{2}s\right)\left(\Delta + \frac{1}{2}s\right) + \omega_0^4\xi = 0.
\tag{1.21}$$

Уравнение (1.21) определяет гиперболу, представленная на рисунке 1.11

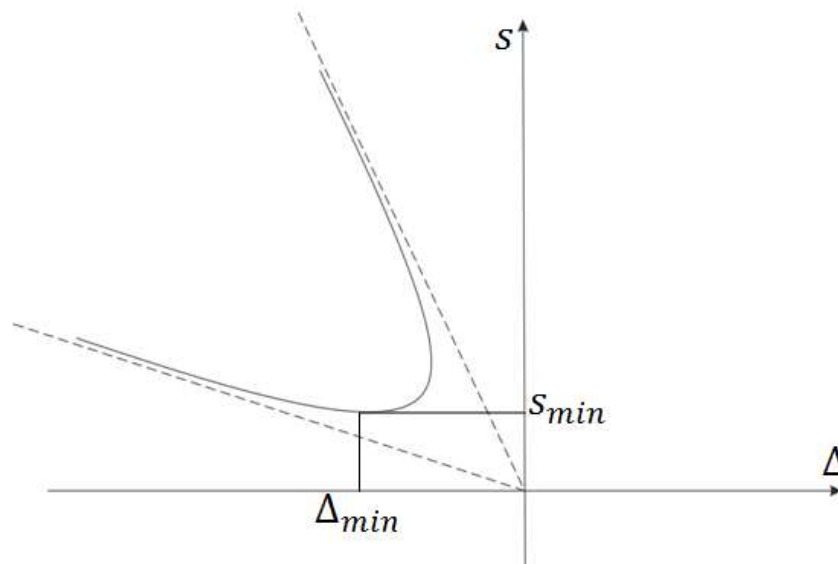


Рисунок 1.11 – Граница области устойчивости

Координатами точки минимума являются:

$$\begin{aligned}\Delta_{min} &= -2\omega_0^2\xi, \\ S_{min} &= 2\omega_0^2\xi.\end{aligned}\tag{1.22}$$

Область внутри гиперболы соответствует неустойчивым колебаниям, область вне гиперболы - устойчивым колебаниям.

В случае, когда режим возбуждения с частотой и амплитудой напряжения кольцевого электрода, соответствующим точке минимума (1.22)

$$\lambda_{min} = -\omega_0^2\xi + \omega_0\sqrt{1 + \omega_0^2\xi^2},$$

$$V_{0min}^2 = 5\rho S d_0^3 \omega_0^3 \xi \lambda_{min} / (\epsilon_0 L).$$

По отношению к амплитуде подаваемого напряжения этот режим является оптимальным.

Колебательный процесс, возбужденный в резонаторе, запишем в следующем виде:

$$\omega(\varphi, t) = \cos 2\varphi (a \cos \lambda t + m \sin \lambda t) + \sin 2\varphi (b \cos \lambda t + n \sin \lambda t).\tag{1.23}$$

В работе показано, что (1.23) будет представлять собой стоячую волну при выполнении условия:

$$\det \begin{bmatrix} a & m \\ b & n \end{bmatrix} = 0. \quad (1.24)$$

Запишем систему (1.19), теперь при $\Omega \neq 0$, при условии (1.22):

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{1}{2}(a - m)\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega b, \\ \dot{m} = \frac{1}{2}(m - a)\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega m, \\ \dot{n} = \frac{1}{2}(n - b)\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega n, \\ \dot{b} = \frac{1}{2}(b - n)\omega_0^2\xi - \frac{4}{5}\Omega a. \end{cases} \quad (1.25)$$

Далее в силу условия (1.24) решение (1.23) преобразуется к виду

$$\omega(\varphi, t) = \sqrt{m^2 + n^2 + a^2 + b^2} \cos(\lambda t - a) \cos 2(\varphi - \vartheta), \quad (1.26)$$

где $tg \alpha = m/a; tg 2\vartheta = \sqrt{b^2 + n^2}/\sqrt{a^2 + m^2}$.

Угол определяет ориентацию стоячей волны (1.26) относительно резонатора. Для нахождения эволюции этого угла имеем соотношение:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\arctg \frac{\sqrt{b^2 + n^2}}{\sqrt{a^2 + m^2}} \right].$$

Вычисляя производную и пользуясь уравнениями системы (1.25), получаем:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{2}{5}\Omega + 4\omega^2\xi[m^2b^2 - n^2a^2 + 2(b^2 + n^2)am - 2(a^2 + m^2)bn].$$

Выражение в квадратных скобках равно нулю, поэтому

$$\dot{\vartheta} = -K\Omega,$$

или

$$\vartheta = \vartheta_0 - K \int_0^t \Omega(r) dr,$$

где K – масштабный коэффициент.

Из последней формулы следует, что угол поворота стоячей волны пропорционален углу поворота корпуса ТВГ, т.е. в режиме параметрического возбуждения ТВГ является датчиком угла.

					Лист
					22
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	24.04.02.2017.465.00 ПЗ

Угол ϑ находится с помощью демодуляции с опорным сигналом из формулы (1.26). Сигналы датчиков Д1 и Д2 имеют вид:

$$\text{датчик Д1: } \omega_1 = A \cos(\lambda t - \alpha) \cos 2\vartheta,$$

$$\text{датчик Д2: } \omega_2 = A \cos(\lambda t - \alpha) \sin 2\vartheta,$$

$$\text{где } A = \sqrt{a^2 + m^2 + b^2 + n^2}.$$

После демодуляции сигналы примут вид:

$$\omega_1^* = A \cos \alpha \cos 2\vartheta,$$

$$\omega_2^* = A \cos \alpha \sin 2\vartheta.$$

Из последнего выражения следует, что $\operatorname{tg} 2\vartheta = \omega_2^*/\omega_1^*$.

Угол поворота основания равен:

$$\Delta\psi = 0,5K^{-1} \operatorname{arctg}(\omega_2^*/\omega_1^*).$$

Сигналы колебаний резонатора снимаются с емкостных преобразователей перемещений, образованных из восьми датчиков линейных перемещений, которые размещаются на внутреннем корпусе прибора.

Каждый электрод электрически соединен с диаметрально противоположным электродом. Сигналы с датчиков, ориентированных под углом $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ электрически складываются и образуют косинусный канал информации E_c . А сигналы с датчиков, ориентированных под углом $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ образуют синусный канал информации E_s . Сигналы E_c и E_s изменяются с частотой собственных колебаний резонатора и амплитудой, пропорциональной составляющих амплитуд колебаний вдоль осей Ox, Oy, Ox_1, Oy_1 . На рисунке 1.12 показано расположение датчиков съема сигнала.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
						23
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

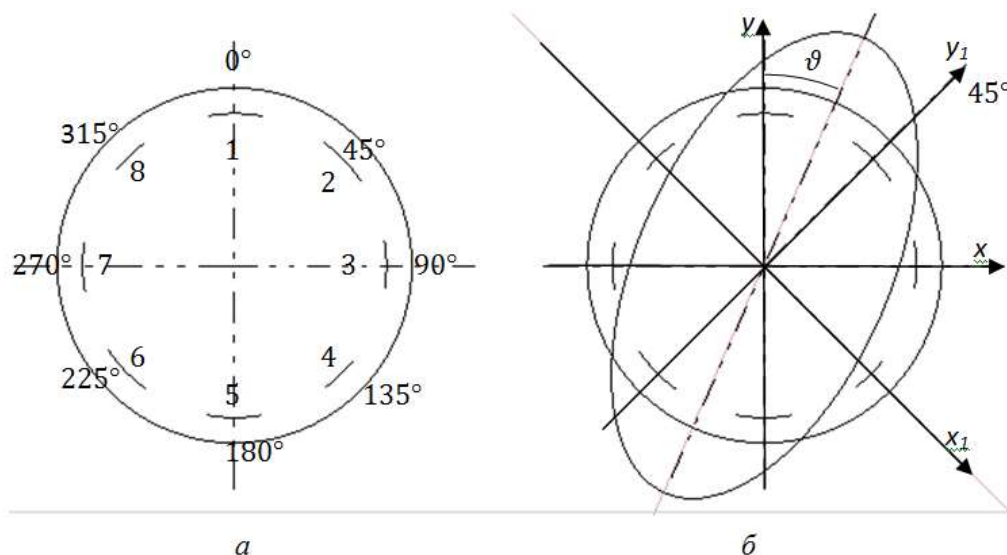


Рисунок 1.12 – Расположение датчиков съема сигнала: а – неподвижное основание, б – подвижное; 1–8 – датчики Д1–Д8 соответственно

Целью обработки сигналов E_c и E_s является определение соотношения амплитуд для нахождения угла ϑ поворота стоячей волны относительно резонатора. С помощью демодулятора, после усиления сигналов E_c и E_s выделяют их составляющие, которые находятся в фазе с опорным сигналом демодуляторов $\cos \lambda t$ (λ – частота напряжения питания кольцевого электрода). Эти составляющие преобразуют в электронные коды, которые поступают на ЭВМ, где вычисляется угол ϑ . Принципиальная схема преобразования сигналов показана на рисунке 1.13.

Способ съема информации с помощью емкостных датчиков линейных перемещений, которая характеризует положение стоячей волны, изображена на рисунке 1.13. Система состоит из восьми емкостных датчиков перемещений и усилительно–преобразующих блоков. Емкостной датчик образуется двумя «обкладками» – напыляемыми пленками, одна расположена на электроде корпуса прибора, другая образуется металлизированной поверхностью резонатора. На рисунке 1.14 рабочие емкости датчиков угла обозначены С1–С8. Расстояние между обкладками конденсатора (расстояние между поверхностями электрода и резонатора), не превышает сотен микрометров. Секторы датчика угла электрода соединены с буферными усилителями БУ,

образую дифференциальную систему съема сигнала: каналы C1–C5, C3–C7.

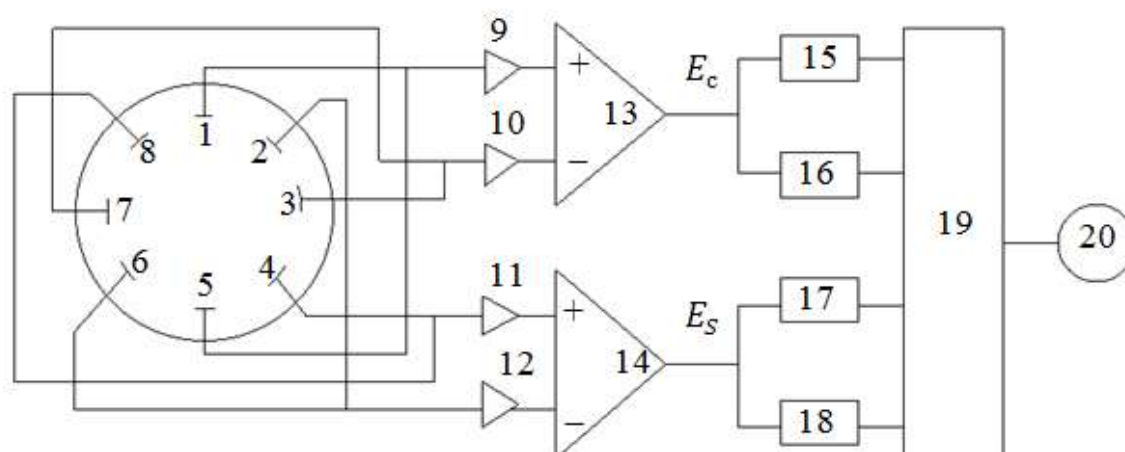


Рисунок 1.13 – Схема преобразования сигналов для вычисления угла поворота основания ВТГ: 1–8 – емкостные датчики; 9,10,11,12 – предварительные усилители каналов E_c и E_s ; 13,14 – операционные усилители; 15, 17 – фазовые демодуляторы сигналов E_c и E_s ; 16,18 – квадратурные демодуляторы сигналов E_c и E_s ; 19 – АЦП (аналого-цифровой преобразователь); 20 – ЭВМ

С изменением зазора между электродами и резонатором на выходе каналов появляются сигналы, пропорциональные параметрам колебаний резонатора вдоль осей $Oy(0^\circ), OyI(45^\circ)$ (рисунок 2.11 а), которые характеризуют положение диаграммы вибраций возбужденного резонатора, относительно корпуса прибора.

Для определения изменения емкости при изменении зазора между резонатором и электродом при возбуждении резонатора воспользуемся формулой для емкости плоского конденсатора. Тогда номинальная емкость по измерительному каналу $Oy(0^\circ)$, равна

$$C_0 = 2\varepsilon_0\varepsilon R^2 d_0^{-1}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\psi.$$

При возбуждении резонатора происходит изменение зазора. На оси Oy радиальных перемещений $d = d_0 + w$, где w – радиальный прогиб кромки резонатора, который определяется выражением

$$w = A(1 - \theta\theta_0^{-1})\cos 2\vartheta \sin \lambda_0 t,$$

где A – амплитуда колебаний кромки резонатора, θ – текущее значение угла, ϑ – угол, определяющий положение диаграммы вибрации в окружном направлении, λ_0 – собственная частота колебаний резонатора.

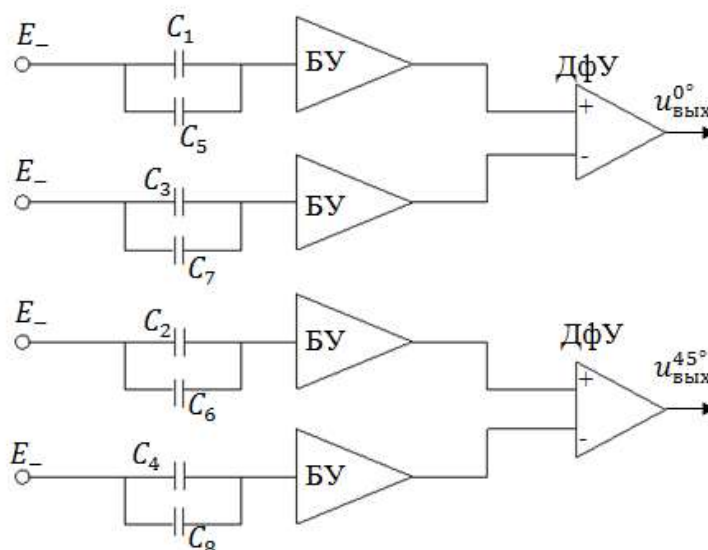


Рисунок 1.14 – Система съема информации с датчиков ТВГ: E_- – питающее постоянное напряжение; C_1 – C_8 – рабочие емкости датчика угла; БУ – буферный усилитель; ДФУ – дифференциальный усилитель

Выражение рабочей емкости имеет вид

$$C_y = 2\varepsilon_0\varepsilon R^2 \int_{-\psi/2}^{\psi/2} d\psi \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos\theta d\theta}{d_0 + \omega},$$

$$C_y = C_0(1 - B\sin\lambda_0 t + Da^2(1 - \cos 2\lambda_0 t)),$$

где $a = A/d_0$ – относительная амплитуда колебаний кромки резонатора.

Измерительному каналу по оси Ox соответствует изменение зазора

$$d = d_0 - w:$$

$$C_x = C_0(1 + B\sin\lambda_0 t + Da^2(1 - \cos 2\lambda_0 t)).$$

Изменение суммарной емкости датчиков при изменении рабочего зазора в

направлении оси $Oy(0^\circ)$ пропорционально амплитуде колебаний резонатора:

$$\Delta C_0 = C_x - C_y = 2C_0 B \sin \lambda_0 t.$$

1.1.2 Акселерометр

Основные технические характеристики акселерометров АК-15 (таблица 1)[5]: неповторяемость нулевого сигнала от запуска к запуску и нестабильность крутизны выходной характеристики не превышают $\pm 20 \cdot 10^{-6}g$ и $\pm 0,025\%$ соответственно. Для корректной алгоритмической компенсации температурных уходов конструкцией предусмотрен встроенный термодатчик. По указанным параметрам акселерометры АК-15 подходят для применения в БИНС с требуемыми в техническом задании точностными характеристиками.

Таблица 1. Основные технические характеристики акселерометра

Температура окружающей среды, °С	предельная	от - 60 до + 85
	рабочая	от - 60 до + 70
Напряжение электропитания постоянным током со средней точкой, В		$\pm 15 \pm 0,75$
Диапазон измеряемых ускорений, g		± 10
Температурный коэффициент термодатчика, мВ/°С		1,7 – 2,3
Дрейф в течение гарантийного ресурса, g		$\pm 60 \times 10^{-6}$
Дрейф нулевого сигнала при температуре контроля за 10 час, g		$\pm 30 \times 10^{-6}$
Крутизна выходной характеристики (при сопротивлении нагрузки 1000 Ом), В/ g		1,0000-1,3200
Погрешность базы, g		$\pm 30,0 \times 10^{-4}$
Переменная составляющая выходного напряжения при измерении +1 g при частоте пульсаций не менее 50000 Гц, мВ		не более, 160
Время готовности, с		не более, $\pm 45 \times 10^{-6}$
Температурный коэффициент смещения нулевого сигнала, g / °С		не более, $\pm 200 \times 10^{-6}$
Температурный коэффициент погрешности базы, g / °С		не более, $\pm 16 \times 10^{-6}$

Продолжение таблицы 1:

Нестабильность температурного коэффициента смещение нулевого сигнала, g / °C	не более, $\pm 3 \times 10^{-6}$
Нестабильность температурного коэффициента крутизны выходной характеристики, 1/ °C	не более, $\pm 12 \times 10^{-6}$
Масса изделия, кг	не более, 0,05

Выводы по первой главе:

- описана компоновка БИНС;
- проанализирован принцип работы БИНС и выведено уравнение движения кольца;
- исследованы режимы работы ТВГ: датчика угла и датчика угловой скорости;
- описана система съема сигналов;
- приведены основные характеристики акселерометра.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		28

2 АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ БИНС

В наземной навигации может быть использовано бесчисленное множество систем координат, но нужно иметь в виду, что, задавая какую-либо систему координат, мы стремимся главным образом минимизировать количество вычислений для получения нужных результатов. Для определения положения объекта вблизи поверхности Земли наибольшее распространение получили географические координаты, с помощью которых положение некоторой точки O задается широтой φ , долготой λ и высотой над уровнем моря h . На рисунке 2.1 показаны географические координаты точки. Широта определяется углом, образуемым нормалью к земному сфероиду и плоскостью экватора Земли. Долготу измеряют двугранным углом между плоскостью меридиана, проходящего через точку O , и плоскостью Гринвичского меридиана [6].

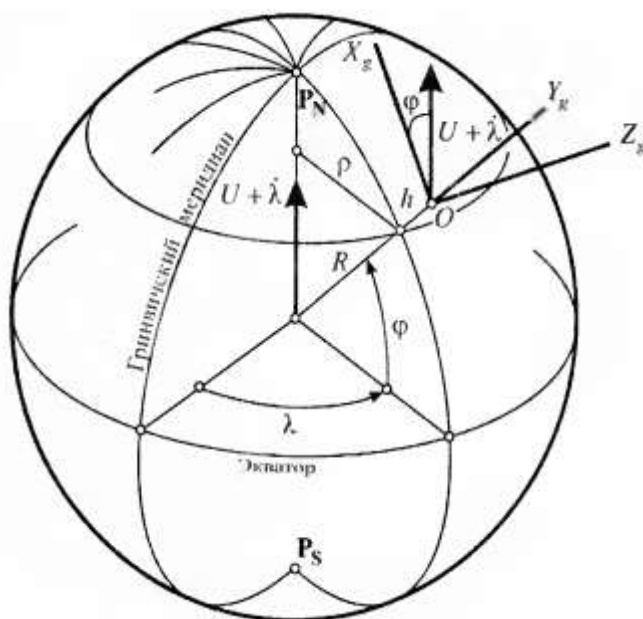


Рисунок 2.1 –Географические координаты точки

2.1 Основные системы координат, применяемые в навигации

Введем нормальную систему координат $OX_gY_gZ_g$ (по ГОСТ 20058-80) с вершиной, совмещенной с центром масс объекта, ось OX_g которой направлена на север по касательной к географическому меридиану, ось OZ_g – по касательной к параллели на восток, а ось OY_g направлена в сторону, противоположную действию силы тяготения. Оси нормальной системы

координат ориентированы по сторонам света, а точка O перемещается вместе с объектом, поэтому такая система координат называется географической или географическим сопровождающим трехгранником.

Для анализа работы чувствительных элементов БИНС удобно ввести вспомогательную прямоугольную систему координат, связанную с корпусом объекта. Естественно направить ось OX вспомогательной системы координат вдоль продольной оси объекта, положительное направление – вперед по ходу движения, OZ – вправо вдоль поперечной оси и OY – перпендикулярно осям OX и OZ так, чтобы они образовывали правую систему координат, называемую приборной или связанной [6].

2.2 Переход от географической системы координат к приборной

Переход от географической системы координат к приборной осуществляется путем последовательных поворотов на 3 угла, называемых углами Эйлера-Крылова: углы курса ψ , тангажа θ и крена γ .

Угол курса ψ — угол, отсчитываемый в горизонтальной плоскости OX_gZ_g от оси OX_g против хода часовой стрелки до проекции продольной оси объекта на эту плоскость. Угол тангажа θ отсчитывают в вертикальной плоскости между осью OX и ее проекцией на горизонтальную плоскость. Угол крена γ отсчитывают в поперечной плоскости между осью OZ и линией пересечения указанной плоскости с плоскостью горизонта. Если правый борт объекта находится ниже горизонтальной плоскости, то крен считается положительным.

Определим матрицы направляющих косинусов при переходе от географической системы координат $OX_gY_gZ_g$ к приборной $OXYZ$.

Вначале трехгранники $OX_gY_gZ_g$ и $OXYZ$ совпадали. Первый поворот трехгранника $OX_gY_gZ_g$ осуществим вокруг оси OY_g на угол ψ против часовой стрелки (рисунок 2.2).

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		30

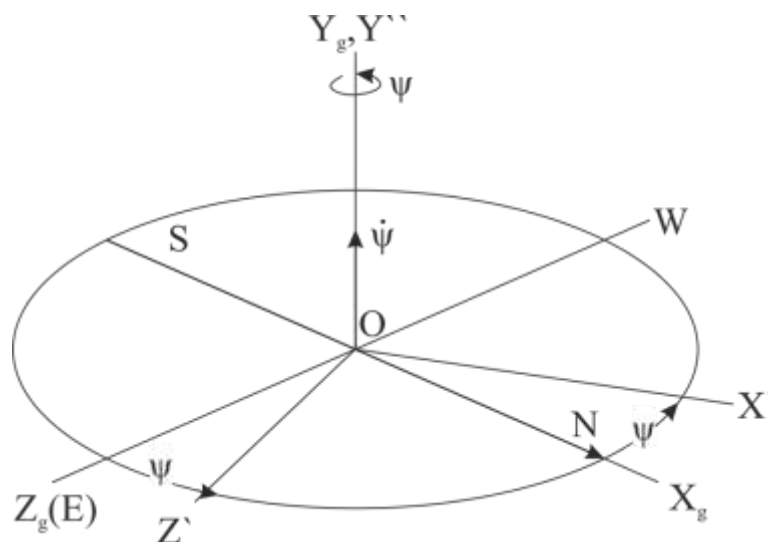


Рисунок 2.2 –Поворот на угол курса

При этом трехгранник $OX_gY_gZ_g$ занимает промежуточное положение $OX'Y'Z'$, а матрица поворота A_ψ принимает вид:

$$A_\psi = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix}.$$

Матрицу A_ψ можно отождествить с некоторым линейным оператором, который, действуя на координатный трехгранник $OX_gY_gZ_g$, переводит его в трехгранник $OX'Y'Z'$. Символически это можно записать в виде

$$[X'Y'Z'] = A_\psi [X_gY_gZ_g].$$

Кроме того, символы X', Y', Z' и X_g, Y_g, Z_g можно трактовать как координаты вектора, заданного соответственно в системах координат $X'Y'Z'$ и $X_gY_gZ_g$.

Для анализа угловых перемещений предложена условная запись, которая применительно к только что рассмотренному перемещению имеет вид

$$OX_gY_gZ_g \xrightarrow[\psi]{Y_g, Y'} OX'Y'Z'$$

В этой записи стрелка показывает, из какого исходного положения и в какое последующее переходит трехгранник. Над стрелкой приводятся две совпадающие оси, вокруг которых совершается конечный поворот, а под стрелкой – угол этого поворота.

Второй поворот на угол θ против часовой стрелки, показанный на

рисунке 2.3, проведен вокруг промежуточной оси OZ' .

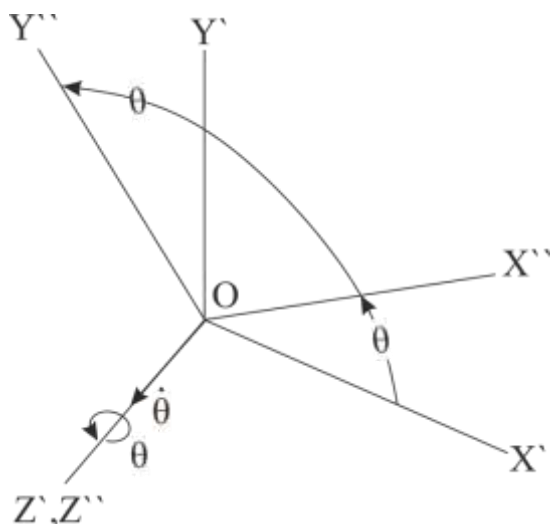


Рисунок 2.3 –Поворот на угол тангажа

При этом трехгранник $OX'Y'Z'$ примет следующее промежуточное положение $OX''Y''Z''$, а матрица поворота A_θ – вид:

$$A_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Последний поворот на рисунке 2.4 осуществим на угол крена γ против часовой стрелки вокруг оси OX'' , которая одновременно является продольной осью объекта.

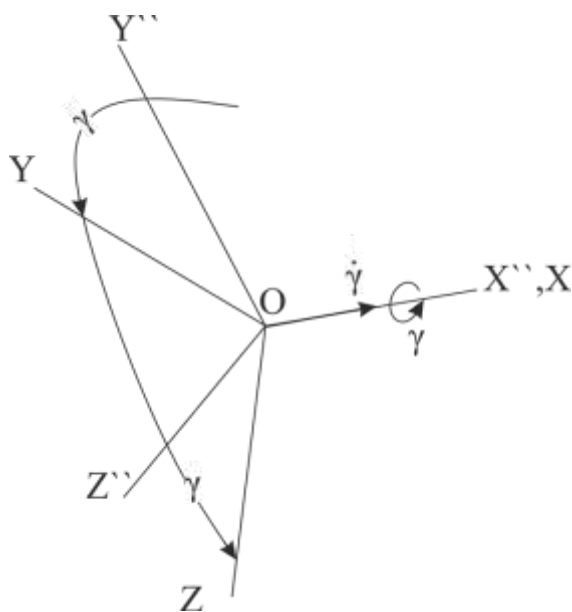


Рисунок 2.4 –Поворот на угол крена

При этом трехгранник $OX''Y''Z''$ примет конечное положение $OXYZ$, а матрица A_γ – вид:

$$A_\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}.$$

Полная цепочка преобразований выглядит следующим образом:

$$OX_g Y_g Z_g \xrightarrow[\psi]{Y_g, Y'} OX'Y'Z' \xrightarrow[\theta]{Z', Z''} OX''Y''Z'' \xrightarrow[\gamma]{X'', X} OXYZ$$

$$[XYZ] = A_\gamma [X''Y''Z''] = A_\gamma A_\theta [X'Y'Z'] = A_\gamma A_\theta A_\psi [X_g Y_g Z_g].$$

Введем обозначение $A = A_\gamma A_\theta A_\psi$, где матрица A является искомой матрицей перехода от географической системы координат $OX_g Y_g Z_g$ к приборной $OXYZ$ [6]:

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta \cdot \cos \psi & \sin \theta & -\cos \theta \cdot \sin \psi \\ -\cos \gamma \cdot \cos \psi \cdot \sin \theta + \sin \gamma \cdot \sin \psi & \cos \gamma \cdot \cos \theta & \cos \gamma \cdot \sin \psi \cdot \sin \theta + \sin \gamma \cdot \cos \psi \\ \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot \sin \theta + \cos \gamma \cdot \sin \psi & -\sin \gamma \cdot \cos \theta & -\sin \gamma \cdot \sin \psi \cdot \sin \theta + \cos \gamma \cdot \cos \psi \end{pmatrix}.$$

2.3 Определение параметров начальной выставки БИНС

Определение перед началом движения объекта угловых параметров его ориентации по отношению к географической системе координат составляет суть начальной выставки.

Рассмотрим способ начальной выставки БИНС на неподвижном относительно Земли основании. В данном случае входной измерительной информацией являются ускорение силы тяжести для акселерометров и угловая скорость вращения Земли для ДУС. Допустим, в начальный момент времени объект занимает произвольное положение относительно географического трехгранника $OX_g Y_g Z_g$, определяемое углами $\psi_0, \theta_0, \gamma_0$. Углы $\psi_0, \theta_0, \gamma_0$ являются искомыми для решения задачи начальной выставки.

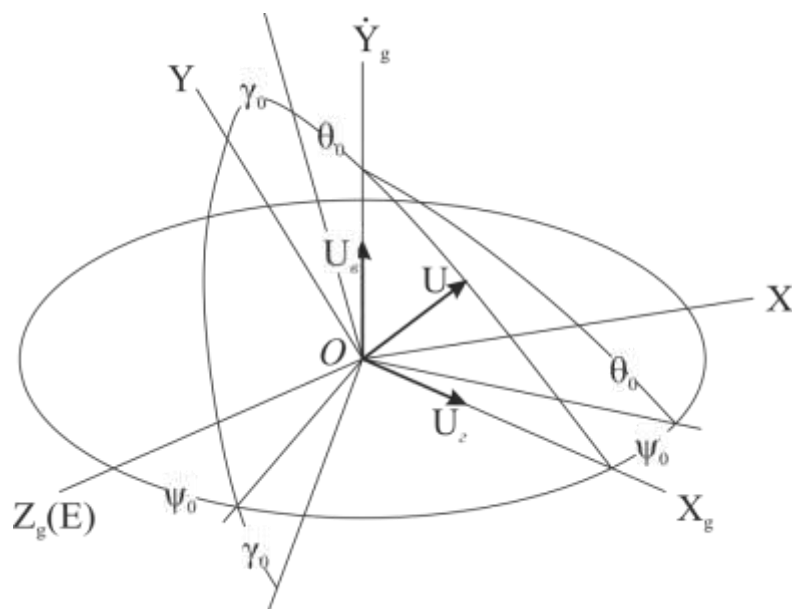


Рисунок 2.5 – Взаимное положение приборного и географического трехгранников в начальный момент времени.

Пользуясь рисунком 2.5, рассмотрим две векторные физические величины – векторы ускорения силы тяжести g и угловой скорости вращения Земли U , которые в географической системе имеют координаты $g=(0, -g, 0), U=(U_z, U_\phi, 0)$, где $U_z=U \cdot \cos \varphi, U_\phi=U \cdot \sin \varphi$ – горизонтальная и вертикальная составляющие вектора угловой скорости вращения Земли, φ – широта места расположения объекта, $U \approx 15.041$ град/час – угловая скорость вращения Земли.

Аналитические формулы расчета начальных углов θ_0, γ_0 могут быть получены из соотношений, получаемых умножением матрицы A на вектор ускорения силы тяжести g , заданный в географической системе координат.

$$\begin{pmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{pmatrix} = A \cdot g = A \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -g \cdot \sin \theta_0 \\ -g \cdot \cos \gamma_0 \cdot \cos \theta_0 \\ g \cdot \sin \gamma_0 \cdot \cos \theta_0 \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

где g_x, g_y, g_z – проекции вектора ускорения силы тяжести g на соответствующие оси приборной системы координат. Отсюда:

$$\gamma_0 = \arctg \frac{g_z}{-g_y}, \quad (2.2)$$

$$\theta_0 = \arcsin \frac{-g_x}{g}, \quad (2.3)$$

Для определения начального угла курса ψ_0 привлечем сигналы датчиков угловой скорости.

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = A \cdot U = A \cdot \begin{pmatrix} U_z \\ U_\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_z \cdot \cos \theta_0 \cdot \cos \psi_0 + U_\theta \cdot \sin \theta_0 \\ U_z \cdot (-\cos \gamma_0 \cdot \cos \psi_0 \cdot \sin \theta_0 + \sin \gamma_0 \cdot \sin \psi_0) + U_\theta \cdot \cos \gamma_0 \cdot \cos \theta_0 \\ U_z \cdot (\sin \gamma_0 \cdot \cos \psi_0 \cdot \sin \theta_0 + \cos \gamma_0 \cdot \sin \psi_0) - U_\theta \cdot \sin \gamma_0 \cdot \cos \theta_0 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора угловой скорости вращения Земли U на соответствующие оси приборной системы координат.

Несложные преобразования позволяют из уравнений системы (2.4) получить выражения для $\sin \psi_0$ и $\cos \psi_0$:

$$\sin \psi_0 = (\omega_y \cdot \sin \gamma_0 + \omega_z \cdot \cos \gamma_0) / U_\theta,$$

$$\cos \psi_0 = (\omega_x \cdot \cos \theta_0 - (\omega_y \cdot \cos \gamma_0 - \omega_z \cdot \sin \gamma_0) \cdot \sin \theta_0) / U_\theta.$$

$$\text{Тогда } \operatorname{tg} \psi_0 = \frac{\sin \psi_0}{\cos \psi_0} = \frac{\omega_y \cdot \sin \gamma_0 + \omega_z \cdot \cos \gamma_0}{\omega_x \cdot \cos \theta_0 - (\omega_y \cdot \cos \gamma_0 - \omega_z \cdot \sin \gamma_0) \cdot \sin \theta_0}$$

Воспользовавшись соотношениями (1) получим

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{(\omega_y \cdot g_z - \omega_z \cdot g_y) \cdot g}{\omega_x \cdot (g_z^2 + g_y^2) - g_x \cdot (\omega_y \cdot g_y + \omega_z \cdot g_z)}, \text{ откуда}$$

$$\psi_0 = \operatorname{arctg} \frac{(\omega_y \cdot g_z - \omega_z \cdot g_y) \cdot g}{\omega_x \cdot (g_z^2 + g_y^2) - g_x \cdot (\omega_y \cdot g_y + \omega_z \cdot g_z)}. \quad (2.5)$$

Измеренные чувствительными элементами БИНС проекции вектора ускорения силы тяжести и угловой скорости вращения Земли содержат погрешности измерения, поэтому подстановка их в аналитические формулы вычисления углов ориентации $\psi_0, \theta_0, \gamma_0$ возможна только после компенсации систематических составляющих этих погрешностей [6].

Выводы по второй главе:

- описаны основные системы координат, выведена матрица перехода от географической СК к приборной СК;
- приведен алгоритм работы БИНС
- используя проекции векторов ускорения силы тяжести и угловой скорости вращения Земли на оси приборной системы координат, получены

аналитические формулы вычисления углов ориентации $\psi_0, \theta_0, \gamma_0$ этой системы координат относительно географической системы, в случае неподвижного относительно Земли объекта, решена тем самым задача начальной выставки БИНС.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
						36
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

ЗКАЛИБРОВКА БИНС И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОМПЕНСАЦИИ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Под калибровкой понимается совокупность операций, устанавливающих соотношение между измеренными блоком величинами и установленными значениями тех же величин на поворотном стенде. Результатом калибровки является определение коэффициентов модели ошибок чувствительных элементов.

3.1 Обзор методов калибровки акселерометров и гироскопов

Модель погрешностей акселерометров и гироскопов схожа и отличается некоторыми дополнительными составляющими, учитывающими особенности конструкции и принципа действия.

В статьях [7,8] рассматривается скалярный метод калибровки. В качестве эталона измеряемой величины принимается не вектор, а скаляр. Такой величиной для гироскопов будет угловая скорость вращения Земли Ω , а для акселерометров – величина ускорения силы тяжести.

Данный метод основан на том, что независимо от ориентации осей измерительного модуля при отсутствии внешних воздействий сумма квадратов показаний триады датчиков равна квадрату опорного воздействия: ускорению свободного падения для акселерометров и скорости вращения Земли для гироскопов, которые в месте проведения эксперимента известны с высокой точностью. В этом случае удается существенно снизить требования к точности ориентации ИМ, которая зависит как от уровня погрешностей ориентации стенда, так и погрешностей привязки осей ИМ к осям платформы стенда.

В статье [8] скалярному методу калибровки, необходимо вычислить скалярное произведение вектора измерений на самого себя $\vec{a}^T \cdot \vec{a} (\vec{\omega}^T \cdot \vec{\omega})$ и сравнить его с известной величиной $\vec{g}^T \cdot \vec{g} (\vec{\Omega}^T \cdot \vec{\Omega})$, связанной с измеряемым вектором. Разность между величиной скалярного произведения $\vec{a}^T \cdot \vec{a} (\vec{\omega}^T \cdot \vec{\omega})$ и его действительным значением $\vec{g}^T \cdot \vec{g} (\vec{\Omega}^T \cdot \vec{\Omega})$ в первом приближении линейно

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		37

зависит от погрешностей измерительной триады акселерометров и гироскопов.

В статьях [7,8] рассмотрены основные особенности скалярного метода калибровки блока гироскопов и акселерометров, который позволяет определять нулевые сигналы, погрешности МК и углы неортогональностей датчиков, не предъявляя жестких требований к угловой выставке испытательного оборудования и выставке датчиков на испытательном оборудовании.

Также скалярная калибровка позволяет определять несоосности измерительных осей триад гироскопов и акселерометров. В этом случае [8] в качестве эталона применяется скалярное произведение $\vec{g}_{ENH}^T \cdot \vec{\Omega}_{ENH} = |\vec{g}| \cdot |\vec{\Omega}| \cdot \cos\varphi$, где φ – географическая широта места проведения испытаний. При этом предполагается, что калибровка уже проведена и остаточные погрешности не могут быть скомпенсированы, а модель погрешностей содержит только три угла рассогласования ортогональных СК триад акселерометров и гироскопов.

Автор работы [7] замечает, что недостатком данного метода является то, что нужно иметь высокую точность измерения выходных сигналов датчиков – необходимо, чтобы в величине выходного сигнала были восемь чисел после запятой.

Другой метод калибровки рассматривается в статье [9]. Погрешности в данном методе определяются по выходным сигналам модели ошибок. Автор отмечает, что при данном методе калибровка проводится в два этапа. На первом этапе решается обратная задача определения входных сигналов модели ошибок. На втором этапе по полученным входным сигналам определяются калибровочные коэффициенты.

Автор статьи [10] описывается методика определения постоянных неизменных смещений сигналов датчиков угловой скорости в течение длительного периода времени. Используется традиционный инерциальный навигационный алгоритм, в котором введены корректирующие обратные

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		38

связи. Это позволяет выделить погрешности датчиков первичной информации.

В статье [11] рассматривается задача определения десяти калибровочных коэффициентов модели ошибок.

Входными воздействиями для акселерометра будут:

$$g_{x_{изм}} = P_{x0} + P_{x1}g_x + P_{x2}g_y + P_{x3}g_z + P_{x4}g_x^2 + P_{x5}g_y^2 + P_{x6}g_z^2 + P_{x7}g_xg_y + P_{x8}g_xg_z + P_{x9}g_yg_z,$$

$$g_{y_{изм}} = P_{y0} + P_{y1}g_x + P_{y2}g_y + P_{y3}g_z + P_{y4}g_x^2 + P_{y5}g_y^2 + P_{y6}g_z^2 + P_{y7}g_xg_y + P_{y8}g_xg_z + P_{y9}g_yg_z,$$

$$g_{z_{изм}} = P_{z0} + P_{z1}g_x + P_{z2}g_y + P_{z3}g_z + P_{z4}g_x^2 + P_{z5}g_y^2 + P_{z6}g_z^2 + P_{z7}g_xg_y + P_{z8}g_xg_z + P_{z9}g_yg_z,$$

где P_{i0} – P_{i9} , $i=x, y, z$ – калибровочные коэффициенты соответствующих акселерометров.

Для определения калибровочных коэффициентов, авторы предлагают решить десять линейно независимых уравнений, которые можно получить проведя десять измерений на калибровочном стенде.

3.2 Калибровка чувствительных элементов БИНС

Для задачи анализа точности измеряемых БИНС необходима информация о погрешностях чувствительных элементов. Эта информация может быть получена путем процедуры калибровки акселерометров и гироскопов на поворотном стенде.

Стенд представляет собой модель географической системы координат и позволяет задавать инерциальному навигационному блоку любую пространственную ориентацию с требуемой точностью. Стенд установлен на сейсмически изолированном фундаменте, исключающем вибрационные и ударные воздействия на чувствительные элементы БИНС, и выставлен в географический меридиан с точностью 6 угловых минут.

Ниже приведена методика определения погрешностей чувствительных элементов.

3.2.1 Калибровка акселерометров

Акселерометр БИНС имеет погрешность, которая включает постоянную составляющую, линейную комбинацию проекций вектора ускорения и

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		39

квадратичную форму этих проекций с неизвестными коэффициентами, которые назовем калибровочными коэффициентами.

Для данной модели погрешностей в качестве прототипа используется статья [12]. Отличием предложенной методики от статьи [12] является то, что здесь учитывается температурный уход калибровочных коэффициентов акселерометра. Что увеличивает точность измерения погрешностей.

Для задачи анализа точности измеряемых БИНС линейных ускорений необходима информация о погрешностях акселерометров, входящих в ее состав. Эта информация может быть получена путем процедуры калибровки акселерометров на поворотном стенде. Рассмотрим задачу определения калибровочных коэффициентов акселерометров.

Входными воздействиями для акселерометров являются проекции вектора g ускорения силы тяжести на оси приборной системы координат.

Выходными величинами – сигналы акселерометров, которые согласно постановке задачи имеют вид

$$\begin{aligned} g_{x_{изм}} &= P_{x0} + P_{x1}g_x + P_{x2}g_y + P_{x3}g_z + P_{x4}g_x^2 + P_{x5}g_y^2 + P_{x6}g_z^2 + P_{x7}g_xg_y + P_{x8}g_xg_z + P_{x9}g_yg_z, \\ g_{y_{изм}} &= P_{y0} + P_{y1}g_x + P_{y2}g_y + P_{y3}g_z + P_{y4}g_x^2 + P_{y5}g_y^2 + P_{y6}g_z^2 + P_{y7}g_xg_y + P_{y8}g_xg_z + P_{y9}g_yg_z, \\ g_{z_{изм}} &= P_{z0} + P_{z1}g_x + P_{z2}g_y + P_{z3}g_z + P_{z4}g_x^2 + P_{z5}g_y^2 + P_{z6}g_z^2 + P_{z7}g_xg_y + P_{z8}g_xg_z + P_{z9}g_yg_z, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где g_x, g_y, g_z – проекции вектора ускорения силы тяжести g на оси приборной системы координат, $P_{i0}–P_{i9}$, $i=x, y, z$ – калибровочные коэффициенты соответствующих акселерометров. В выражениях (3.1) линейные части выходных сигналов, которые не зависят от квадратов ускорений и ускорений по осям, несовпадающим с осями измерений, имеют вид:

$$\begin{aligned} g_{x_{лин}} &= P_{x0} + P_{x1}g_x, \\ g_{y_{лин}} &= P_{y0} + P_{y2}g_y, \\ g_{z_{лин}} &= P_{z0} + P_{z3}g_z. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Выходные сигналы (3.2) из выражения (3.1) получим выражения

					Лист
					40
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

24.04.02.2017.465.00 ПЗ

для неучтенных величин (погрешностей) линейной модели выходных сигналов акселерометров:

$$\begin{aligned}\Delta g_x &= g_{x_{изм}} - g_{x_{лин}}, \\ \Delta g_y &= g_{y_{изм}} - g_{y_{лин}}, \\ \Delta g_z &= g_{z_{изм}} - g_{z_{лин}}.\end{aligned}\tag{3.3}$$

После подстановки выходных величин (3.1) и полезные сигналы (3.2) в выражение (3.3), получим:

$$\begin{aligned}\Delta g_x &= P_{x2}g_y + P_{x3}g_z + P_{x4}g_x^2 + P_{x5}g_y^2 + P_{x6}g_z^2 + P_{x7}g_xg_y + P_{x8}g_xg_z + P_{x9}g_yg_z, \\ \Delta g_y &= P_{y1}g_x + P_{y3}g_z + P_{y4}g_x^2 + P_{y5}g_y^2 + P_{y6}g_z^2 + P_{y7}g_xg_y + P_{y8}g_xg_z + P_{y9}g_yg_z, \\ \Delta g_z &= P_{z1}g_x + P_{z2}g_y + P_{z4}g_x^2 + P_{z5}g_y^2 + P_{z6}g_z^2 + P_{z7}g_xg_y + P_{z8}g_xg_z + P_{z9}g_yg_z.\end{aligned}\tag{3.4}$$

Из выражения (3.1) следует необходимость определения для каждого акселерометра десяти калибровочных коэффициентов. Для их определения необходимо иметь десять линейно независимых уравнений, которые можно получить, имея десять измерений сигналов акселерометров при различных пространственных положениях ИНБ на двухосном поворотном стенде. Эти пространственные положения определяются углами θ , γ , подставляя которые в (2.1), получим соответствующие точные значения g_x , g_y , g_z .

Далее, выполняют описанную процедуру поиска калибровочных коэффициентов акселерометров для набора температур из рабочего диапазона. Таким образом, для каждого калибровочного коэффициента $P_{i0}-P_{i9}$, $i=x, y, z$ получают множество его значений на выбранном наборе температур. Температурные зависимости коэффициентов с одинаковыми индексами аппроксимируют многочленами. Шаг изменения температуры и степень аппроксимирующего многочлена выбирают опытным путем, исходя из требуемой точности. Коэффициенты многочленов, определяющих температурные уходы калибровочных коэффициентов, сохраняют и используют в дальнейшем для определения погрешностей и коррекции

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		41

показаний акселерометров во всех режимах работы БИНС.

Ниже приведен другой метод для калибровки акселерометров – разложение в двумерный ряд Фурье.

Для любой пары значений углов тангажа и крена точные проекции вектора ускорения силы тяжести на оси приборной системы координат могут быть найдены по формуле (2.1). Поэтому погрешности измерения акселерометрами этих величин $\Delta g_x, \Delta g_y, \Delta g_z$, найденные как разности между измеренными и точными значениями, являются функциями двух переменных: тангажа и крена:

$$\begin{aligned}\Delta g_x &= g_{x_{\text{изм}}} - g_{x_{\text{т}}} \\ \Delta g_y &= g_{y_{\text{изм}}} - g_{y_{\text{т}}} \\ \Delta g_z &= g_{z_{\text{изм}}} - g_{z_{\text{т}}}\end{aligned}$$

Где $g_{x_{\text{изм}}}, g_{y_{\text{изм}}}, g_{z_{\text{изм}}}$ – измеренные значения проекций вектора ускорения силы тяжести, а $g_{x_{\text{т}}}, g_{y_{\text{т}}}, g_{z_{\text{т}}}$ – точные.

Задачей калибровки акселерометров является аналитическое описание таблично заданных функций двух переменных. Для получения таких функций требуется двухосный поворотный стенд и методика проведения измерений с заданными шагами изменения углов тангажа и крена, определяемыми опытным путем.

Диапазон изменения углов тангажа и крена для БИНС, установленной на объекте, составляет ± 30 градусов. Поэтому предлагается получить значения погрешностей на равномерной сетке с шагом 15 градусов.

Например, для акселерометра, установленного по оси ОХ приборной системы координат, полученная в результате измерений на стенде табличная функция будет иметь следующий вид (таблица 2).

Так как погрешности измерения проекций вектора ускорения силы тяжести являются табличными функциями двух переменных (тангажа и крена), то могут быть разложены по ним в двумерный ряд Фурье. Число гармоник в разложении в ряд Фурье определяется опытным путем.

										Лист
										42
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						

24.04.02.2017.465.00 ПЗ

Таблица 2. Значение погрешностей акселерометра

$\gamma,^\circ \backslash \theta,^\circ$	-30	-15	0	15	30
-30	$\Delta g_x(-30;-30)$	$\Delta g_x(-30;-15)$	$\Delta g_x(-30;0)$	$\Delta g_x(-30;15)$	$\Delta g_x(-30;30)$
-15	$\Delta g_x(-15;-30)$	$\Delta g_x(-15;-15)$	$\Delta g_x(-15;0)$	$\Delta g_x(-15;15)$	$\Delta g_x(-15;30)$
0	$\Delta g_x(0;-30)$	$\Delta g_x(0;-15)$	$\Delta g_x(0;0)$	$\Delta g_x(0;15)$	$\Delta g_x(0;30)$
15	$\Delta g_x(15;-30)$	$\Delta g_x(15;-15)$	$\Delta g_x(15;0)$	$\Delta g_x(15;15)$	$\Delta g_x(15;30)$
30	$\Delta g_x(30;-30)$	$\Delta g_x(30;-15)$	$\Delta g_x(30;0)$	$\Delta g_x(30;15)$	$\Delta g_x(30;30)$

Разложение в ряд погрешностей измерения акселерометров будет иметь вид:

$$\Delta g_i(\theta, \gamma) \sim \frac{a_{00}}{4} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (a_{k0} \cdot \cos k\theta + b_{k0} \cdot \sin k\theta) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} (a_{0l} \cdot \cos l\gamma + c_{0l} \cdot \sin l\gamma) + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (a_{kl} \cdot \cos k\theta \cos l\gamma + b_{kl} \cdot \sin k\theta \cos l\gamma + c_{kl} \cos k\theta \sin l\gamma + d_{kl} \sin k\theta \sin l\gamma) \quad (3.5)$$

где $i = x, y, z$, числа $a_{kl}, b_{kl}, c_{kl}, d_{kl}$, называемые коэффициентами ряда Фурье, вычисляются по формулам:

$$a_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta g_i(\theta, \gamma) \cos k\theta \cos l\gamma d\theta d\gamma,$$

$$b_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta g_i(\theta, \gamma) \sin k\theta \cos l\gamma d\theta d\gamma,$$

$$c_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta g_i(\theta, \gamma) \cos k\theta \sin l\gamma d\theta d\gamma,$$

$$d_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Delta g_i(\theta, \gamma) \sin k\theta \sin l\gamma d\theta d\gamma,$$

Так как функции погрешностей дискретные, можем записать в виде:

$$\begin{aligned}
 a_{kl} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta g_i(\theta_p, \gamma_j) \cos k\theta_p \cos l\gamma_j, \\
 b_{kl} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta g_i(\theta_p, \gamma_j) \sin k\theta_p \cos l\gamma_j, \\
 c_{kl} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta g_i(\theta_p, \gamma_j) \cos k\theta_p \sin l\gamma_j, \\
 d_{kl} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta g_i(\theta_p, \gamma_j) \sin k\theta_p \sin l\gamma_j.
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Таблица 3. Коэффициенты первых 5 гармоник двумерного ряда Фурье

$\gamma,^\circ$ $\theta,^\circ$											
	a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}	a_{04}	a_{05}	c_{01}	c_{02}	c_{03}	c_{04}	c_{05}
	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}
	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}
	a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	c_{35}
	a_{40}	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	c_{41}	c_{42}	c_{43}	c_{44}	c_{45}
	a_{50}	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}	c_{51}	c_{52}	c_{53}	c_{54}	c_{55}
	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}
	b_{20}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}
	b_{30}	b_{31}	b_{32}	b_{33}	b_{34}	b_{35}	d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{34}	d_{35}
	b_{40}	b_{41}	b_{42}	b_{43}	b_{44}	b_{45}	d_{41}	d_{42}	d_{43}	d_{44}	d_{45}
	b_{50}	b_{51}	b_{52}	b_{53}	b_{54}	b_{55}	d_{51}	d_{52}	d_{53}	d_{54}	d_{55}

Таким образом, каждому акселерометру ставится в соответствие набор коэффициентов двумерного ряда Фурье, а для произвольных значений углов тангажа и крена частичная сумма ряда Фурье будет равна погрешности измерения акселерометром составляющей вектора ускорения силы тяжести.

3.2.2 Калибровка ТВГ в режиме датчика угла

Задачей калибровки ТВГ является аналитическое описание и компенсация дрейфа выходной информации и нелинейности масштабного коэффициента. Математическое выражение для описания выходной характеристики гироскопа имеет вид [11]:

$$d\theta = K(\theta, f)(d\alpha + \Omega_{пр.вр.Зем} dt) + D(\theta, f)dt + \xi, \quad (3.7)$$

где $d\theta$ – поворот волны за элементарный отрезок времени dt ($dt=0,002$ сек), $d\alpha$ – поворот основания за это же время, $\Omega_{пр.вр.Зем}$ – проекция вектора угловой скорости вращения Земли на ось чувствительности гироскопа, ξ – некоторый шум, $K(\theta, f)$ и $D(\theta, f)$ – масштабный коэффициент и дрейф, зависящие от угла ориентации волны θ и резонансной частоты f (температуры).

Для калибровки дрейфа гироскопа:

- ИНБ устанавливают в термокамеру одноосного поворотного стенда так, чтобы ось чувствительности какого-либо гироскопа была направлена по вертикали;

- Задают программу изменения температуры;

- Задают программу изменения углового положения основания;

- Для каждого угла ориентации волны и резонансной частоты (температуры) на остановке в течение 10 секунд по специальному алгоритму определяют величину соответствующего им дрейфа;

- С помощью численного алгоритма подбираются параметры аналитической функции дрейфа.

В зависимости от стабильности дрейфа и от требуемой точности, задаются определенные шаги по температуре (резонансной частоте) и по углу ориентации волны. Из-за различных факторов эти шаги могут изменяться. На рисунке 3.1 приведен пример полученных точек, в которых оценивалось значение дрейфа.

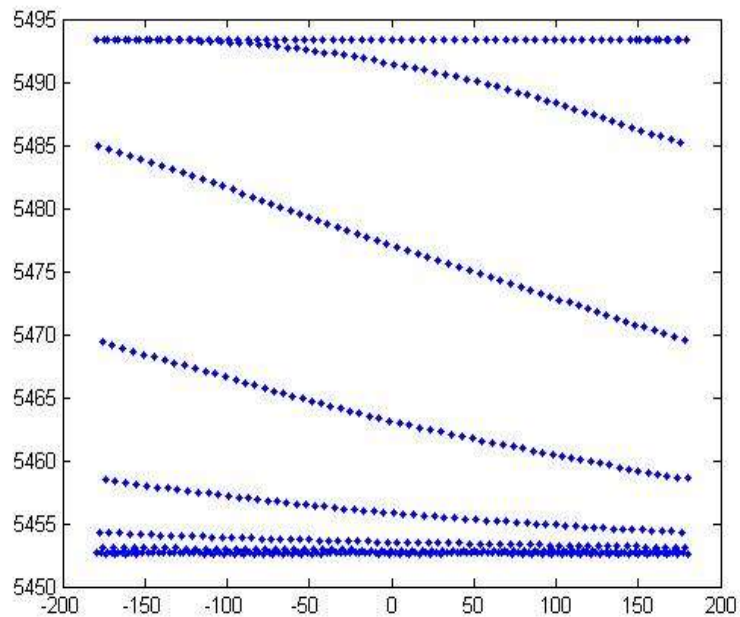


Рисунок 3.1 – Точки, в которых оценивается дрейф

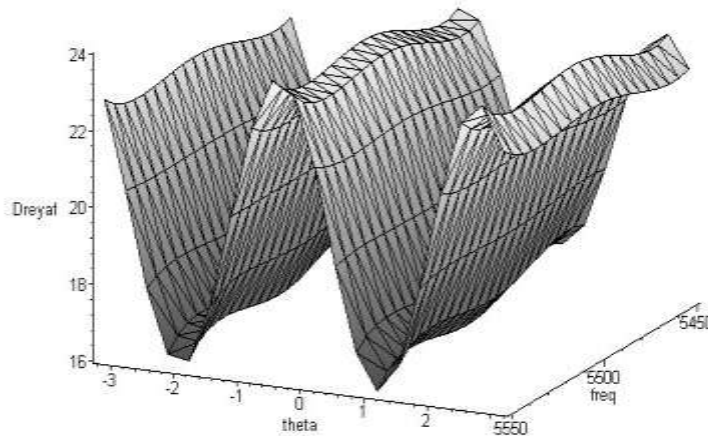


Рисунок 3.2 – Поверхность функции дрейфа

После проведения замеров, получают данные в виде массива, изображенный на рисунке 3.2 $\{\theta_i, f_i, D_i\}, i=1,2,\dots,N$, где N -число измерений, i - порядковый номер точки замера, которые можно интерпретировать графически, например, соединя три ближайшие точки треугольниками. Первая задача - задача построения интерполяционной поверхности состоит в

том, чтобы по известному массиву замеров дрейфа на неравномерной сетке определить значения дрейфа в точках прямоугольной сетки с шагом 1 град по $\theta \in [-180, 180)$ и примерно 0,3Гц по $f \in [\min(f_i) - 1, \max(f_i) + 1]$.

Для этого, в исходном массиве, в зависимости от направления вращения, параметр θ представляют в виде монотонно убывающей или возрастающей последовательности, вычитая из каждого значения электрического угла соответствующую ему сумму полных оборотов или прибавляя ее. Для каждого вещественного θ_i члена этой последовательности имеют пару (f_i, D_i) .

Интерполировав, например кубическими сплайнами, табличные зависимости $f(\theta_i) = f_i$ и $D(\theta_i) = D_i$, находят величины частот и дрейфов, соответствующих целочисленным значениям θ из диапазона от минимального до максимального θ_i .

Далее, проводят обратное преобразование целых значений электрического угла (выделим остатки от деления на 360) и формируют из них массив от -180 до 180 включительно. При этом, любому элементу этого массива будут соответствовать два набора (частот и дрейфов) одинаковой длины, про которые известно, что второй зависит от первого. Для каждого элемента массива аппроксимируют эту зависимость многочленом, степень которого подбирают опытным путем и находят значения этого многочлена на отрезке $[\min(f_i) - 1, \max(f_i) + 1]$ с шагом $\frac{\max(f_i) + 1 - (\min(f_i) - 1)}{150}$ Гц. Тем самым, решают первую задачу.

Затем, ставят задачу наилучшего аналитического приближения функции двух переменных, заданной уже на равномерной сетке. Из теории известно, что такая задача решается разложением функции в двумерный ряд Фурье, а количество гармоник в этом разложении будет зависеть от стабильности дрейфа и от требуемой точности его описания и определяться опытным путем.

Рассмотрим алгоритм аппроксимации масштабного коэффициента.

Масштабный коэффициент, так же как и дрейф, является функцией двух переменных; угла ориентации волны θ и резонансной частоты f .

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		47

Для получения табличной функции каждой паре указанных параметров ставят в соответствие масштабный коэффициент, полученный по специальному алгоритму, во время поворота ИНБ на шаг, заданный программой изменения углового положения основания (между остановками для определения дрейфа).

Далее, задачи интерполяции табличной функции масштабного коэффициента на равномерную сетку и разложения ее в двумерный ряд Фурье решают аналогично задачам для функции дрейфа.

Описанную процедуру калибровки повторяют для гироскопов, установленных по двум другим осям ИНБ. Полученные массивы коэффициентов двумерных рядов Фурье сохраняют и используют для вычисления дрейфов и масштабных коэффициентов.

3.2.3 Калибровка гироскопов ИНБ в режим датчика угловой скорости

Рассмотрим формулу (3.7) в случае неэлементарного отрезка времени $\Delta t = N \cdot dt$ и неподвижного основания гироскопа ($d\alpha = 0$). Количество тактов в выбранном промежутке времени, зависящие от требуемой точности определения угловой скорости и определяемое опытным путем.

Суммируя приращения электрического угла $d\theta$ на промежутке времени Δt , получим:

$$\Delta\theta = K(\theta, f) \Omega_{np.вр.Зем} \Delta t + D(\theta, f) \Delta t.$$

Выразим из этой формулы проекцию вектора угловой скорости вращения Земли на ось чувствительности гироскопа:

$$\Omega_{np.вр.Зем} = (\Delta\theta - D(\theta, f) \Delta t) / (K(\theta, f) \Delta t) \quad (3.8)$$

По этой формуле в режиме начальной выставки могут быть вычислены $\omega_{x_{ВьГЧ}}$, $\omega_{y_{ВьГЧ}}$ и $\omega_{z_{ВьГЧ}}$ – проекции вектора угловой скорости вращения Земли на оси чувствительности гироскопов за время Δt .

Очевидно из (2.4), что для любого пространственного положения ИНБ, характеризующегося тремя значениями углов ориентации: курса, тангажа и крена, могут быть найдены точные значения проекций вектора угловой

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
						48
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

скорости вращения Земли ω_{x_T} , ω_{y_T} , ω_{z_T} на оси приборной системы координат. Тогда погрешности измерения угловых скоростей $\Delta\omega_x$, $\Delta\omega_y$, $\Delta\omega_z$, найденные как разности между вычисленными и точными значениями, в общем случае являются функциями трех переменных: курса, тангажа и крена:

$$\begin{aligned}\Delta\omega_x &= \omega_{x_{\text{выч}}} - \omega_{x_T} \\ \Delta\omega_y &= \omega_{y_{\text{выч}}} - \omega_{y_T} \\ \Delta\omega_z &= \omega_{z_{\text{выч}}} - \omega_{z_T},\end{aligned}\tag{3.9}$$

Задачей калибровки ТВГ в режиме ДУС является аналитическое описание таблично заданной функции трех переменных. Для получения такой функции требуется трехосный поворотный стенд и методика проведения измерений с заданными шагами изменения углов курса, тангажа и крена, определяемыми опытным путем.

На каждом фиксированном угле тангажа из заданной таким образом последовательности, погрешности вычисленных угловых скоростей являются таблично заданными функциями двух оставшихся переменных (курса и крена)

$$\forall \theta_i \quad \Delta\omega_i = f_i(\psi, \gamma), i = x, y, z$$

и раскладываются по ним в двумерный ряд Фурье.

Диапазон изменения угла курса составляет 0...360 градусов. Значения погрешностей вычисленных угловых скоростей предлагается получить на равномерной сетке с шагом 60 градусов по курсу и 15 градусов по крену.

Например, для гироскопа, установленного по оси Ox приборной системы координат, полученная в результате измерений на стенде табличная функция будет иметь следующий вид:

Таблица 4. Значение погрешностей гироскопа

$\gamma, ^\circ$ $\psi, ^\circ$	-30	-15	0	15	30
0	$\Delta\omega_x(0;-30)$	$\Delta\omega_x(0;-15)$	$\Delta\omega_x(0;0)$	$\Delta\omega_x(0;15)$	$\Delta\omega_x(0;30)$
60	$\Delta\omega_x(60;-30)$	$\Delta\omega_x(60;-15)$	$\Delta\omega_x(60;0)$	$\Delta\omega_x(60;15)$	$\Delta\omega_x(60;30)$
120	$\Delta\omega_x(120;-30)$	$\Delta\omega_x(120;-15)$	$\Delta\omega_x(120;0)$	$\Delta\omega_x(120;15)$	$\Delta\omega_x(120;30)$
180	$\Delta\omega_x(180;-30)$	$\Delta\omega_x(180;-15)$	$\Delta\omega_x(180;0)$	$\Delta\omega_x(180;15)$	$\Delta\omega_x(180;30)$
240	$\Delta\omega_x(240;-30)$	$\Delta\omega_x(240;-15)$	$\Delta\omega_x(240;0)$	$\Delta\omega_x(240;15)$	$\Delta\omega_x(240;30)$
300	$\Delta\omega_x(300;-30)$	$\Delta\omega_x(300;-15)$	$\Delta\omega_x(300;0)$	$\Delta\omega_x(300;15)$	$\Delta\omega_x(300;30)$
360	$\Delta\omega_x(360;-30)$	$\Delta\omega_x(360;-15)$	$\Delta\omega_x(360;0)$	$\Delta\omega_x(360;15)$	$\Delta\omega_x(360;30)$

Число гармоник в разложении в ряд Фурье определяется опытным путем. Таким образом, каждой угловой скорости и каждому углу тангажа из заданной последовательности ставится в соответствие набор коэффициентов двумерного ряда Фурье.

Разложение в ряд погрешностей измерения угловых скоростей будет иметь вид:

$$\Delta\omega_i(\psi, \gamma) \sim \frac{a_{00}}{4} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (a_{k0} \cdot \cos k\psi + b_{k0} \cdot \sin k\psi) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\infty} (a_{0l} \cdot \cos l\gamma + c_{0l} \cdot \sin l\gamma) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (a_{kl} \cdot \cos k\psi \cdot \cos l\gamma + b_{kl} \cdot \sin k\psi \cdot \cos l\gamma) +$$

$$+ c_{kl} \cdot \cos k\psi \cdot \sin l\gamma + d_{kl} \cdot \sin k\psi \cdot \sin l\gamma, \quad (3.10)$$

где $i = x, y, z$, числа $a_{kl}, b_{kl}, c_{kl}, d_{kl}$ - коэффициенты ряда Фурье, вычисляются по формулам:

$$a_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta\omega_i(\psi_p, \gamma_j) \cos k\psi_p \cos l\gamma_j,$$

$$b_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta\omega_i(\psi_p, \gamma_j) \sin k\psi_p \cos l\gamma_j,$$

$$c_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta\omega_i(\psi_p, \gamma_j) \cos k\psi_p \sin l\gamma_j,$$

$$d_{kl} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{p=1}^n \sum_{j=1}^m \Delta\omega_i(\psi_p, \gamma_j) \sin k\psi_p \sin l\gamma_j. \quad (3.11)$$

Таблица 5. Коэффициенты первых 5 гармоник двумерного ряда Фурье для каждого ДУСа и фиксированного угла тангажа из заданной последовательности

$\gamma,^\circ$ $\psi,^\circ$											
	a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}	a_{04}	a_{05}	c_{01}	c_{02}	c_{03}	c_{04}	c_{05}
	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}
	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}
	a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	c_{35}
	a_{40}	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	c_{41}	c_{42}	c_{43}	c_{44}	c_{45}
	a_{50}	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}	c_{51}	c_{52}	c_{53}	c_{54}	c_{55}
	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}
	b_{20}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}
	b_{30}	b_{31}	b_{32}	b_{33}	b_{34}	b_{35}	d_{31}	d_{32}	d_{33}	d_{34}	d_{35}
	b_{40}	b_{41}	b_{42}	b_{43}	b_{44}	b_{45}	d_{41}	d_{42}	d_{43}	d_{44}	d_{45}
	b_{50}	b_{51}	b_{52}	b_{53}	b_{54}	b_{55}	d_{51}	d_{52}	d_{53}	d_{54}	d_{55}

Чтобы узнать, какие коэффициенты ряда Фурье соответствуют произвольному углу тангажа, коэффициенты с одинаковыми индексами аппроксимируют многочленами, степени которых выбирают опытным путем.

Для произвольного пространственного положения ИНБ по углу тангажа могут быть найдены коэффициенты рядов Фурье как значения соответствующих многочленов и по углам курса и крена – частичные суммы двумерных рядов Фурье, равные погрешностям вычисленных угловых скоростей.

3.4 Математическая модель компенсации систематических погрешностей БИНС

В режиме начальной выставки расчетными параметрами для вычисления углов ориентации относительно географической СК являются проекции векторов ускорения силы тяжести и угловой скорости вращения Земли. Задачей математической модели является компенсация погрешностей

определения этих величин, алгоритм которой приведен ниже.

По измеренным гироскопами на каждом такте ($dt=0,002$ с) электрическому углу θ и частоте f находим масштабный коэффициент K и дрейф D , а также приращение электрического угла $d\theta$ как разность между текущими предыдущим значениями электрического угла. Подставляя вычисленные масштабный коэффициент, дрейф и сумму приращений электрического угла $\Delta\theta$ на промежутке времени Δt в формулу (3.8) вычислим проекции вектора угловой скорости вращения Земли $\omega_{x_{\text{ВЫГЧ}}}$, $\omega_{y_{\text{ВЫГЧ}}}$ и $\omega_{z_{\text{ВЫГЧ}}}$ на оси чувствительности гироскопов.

Воспользуемся линейной моделью (3.2) выходного сигнала акселерометров и найдем проекции вектора ускорения силы тяжести, требующие уточнения:

$$g_{x_{\text{точно}}} = (g_{x_{\text{изм}}} - P_{x0}) / P_{x1}$$

$$g_{y_{\text{точно}}} = (g_{y_{\text{изм}}} - P_{y0}) / P_{y2}$$

$$g_{z_{\text{точно}}} = (g_{z_{\text{изм}}} - P_{z0}) / P_{z3},$$

где калибровочные коэффициенты $P_{i0} - P_{i9}$, $i=x,y,z$ определяют с учетом их температурных уходов.

Найденные значения подставляем в формулу (3.1) и находим неучтенные линейной моделью величины выходного сигнала Δg_x , Δg_y и Δg_z

Из формулы (3.2) следует:

$$g_x = (g_{x_{\text{изм}}} - P_0 - \Delta g_x) / P_1 = g_{x_{\text{точно}}} - \Delta g_x / P_1$$

$$g_y = (g_{y_{\text{изм}}} - P_0 - \Delta g_y) / P_2 = g_{y_{\text{точно}}} - \Delta g_y / P_2 \quad (3.12)$$

$$g_z = (g_{z_{\text{изм}}} - P_0 - \Delta g_z) / P_3 = g_{z_{\text{точно}}} - \Delta g_z / P_3$$

По (3.12) рассчитываем уточненные величины проекций вектора ускорения силы тяжести, подставив которые в (2.2) и (2.3), вычисляем углы крена и тангажа.

По измеренным проекциям вектора угловой скорости вращения Земли, уточненным проекциям вектора ускорения силы тяжести и по формуле (2.5) определяем угол курса, требующий пересчета после уточнения составляющих первого из векторов

					Лист
					52
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	24.04.02.2017.465.00 ПЗ

Для пространственного положения, определяемого вычисленными углами курса, тангажа и крена найдем погрешности составляющих вектора угловой скорости вращения Земли. Вычитая погрешности из вычисленных проекций угловой скорости, найдем уточненные их значения:

$$\omega_{хут} = \omega_{хвыч} - \Delta\omega$$

$$\omega_{уут} = \omega_{увыч} - \Delta\omega$$

$$\omega_{зут} = \omega_{звыч} - \Delta\omega$$

По уточненным угловым скоростям и ускорениям силы тяжести и формуле (2.5) корректируем значения курса. Таким образом решена задача начальной выставки, заключающаяся в определении углов ориентации объекта относительно географической СК (курса, тангажа и крена) перед началом движения.

Выводы по главе

- выполнен обзор методов калибровки БИНС;
- описаны два метода калибровки акселерометров: поиск десяти калибровочных коэффициента выходного сигнала акселерометра и разложение погрешностей измерений в двумерный ряд Фурье;
- описаны методы калибровки гироскопа в двух режимах.
- сформирована математическая модель компенсации систематических погрешностей БИНС

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены назначение, состав, основные режимы работы и конструкция БИНС на основе ТВГ, выведены формулы расчета параметров угловой ориентации в режиме начальной выставки, представлено математическое обеспечение и алгоритмы обработки измеренной информации.

Отражены способы калибровки акселерометров и гироскопов в режимах датчика угла и «угловой скорости», а также разработаны математическая модель и алгоритм компенсации систематических погрешностей БИНС в режиме начальной выставки.

Предложенная методика определения систематических погрешностей может использоваться в дальнейшем для разрабатываемой БИНС на предприятии ИЭМЗ «Купол»

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		54

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Матвеев, В.В. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.В. Матвеев, В.Я. Распопов. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн ЦНИИ Электроприбор», 2009. – 280 с.
2. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под ред. Б.С. Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. – М.: ФИЗМАТЛИЗ, 2006. – 424 с.
3. Бранец, В.Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.Н. Бранец – М.: Наука, 1992. – 280 с.
4. Матвеев, В.В. Инерциальные навигационные системы: Учебное пособие / В.В. Матвеев. – Изд-во ТулГУ, 2012. – 199 с.
5. Галамай, А.А. Вопросы реализации на целочисленной ЦВС алгоритма тарировки датчиков в полете по информации от высокоточной ИНС / А.А. Галамай. / Вестник ЮУрГУ. Серия “Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника”. – 2015. – №4. – С. 111-120.
6. Галамай, А.А. Вопросы обеспечения точности при векторном согласовании бесплатформенной инерциальной навигационной системы с высокоточной инерциальной навигационной системой / А.А. Галамай. // Молодежь и будущее авиации и космонавтики. – Москва: МАИ, 2016. – С.247-249.
7. Антонова, М.В. Блочно-модульный принцип конструирования бесплатформенных инерциальных блоков / М.В. Антонова, Д.С. Бородулин, А.А. Волынцев, Е.Ю. Ковалева, Л.З. Новиков, А.И. Терёшкин, И.И. Жегалин. // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерная технология, управление, радиоэлектроника». – 2015. – Т. 15, № 4. – С. 101-110.
8. Гавриленко, Ю.В. Особенности контроля информации БИНС при выполнении группового полета / Ю.В. Гавриленко, В. В. Грошев,

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		55

- Н.А. Зайцев, А. Е. Ярцев. // Труды московского института электромеханики и автоматики. – 2016. – №12. – С.19.
9. Акишин, В.В. Анализ результатов летных испытаний БИНС на вертолете МИ–8/ В. В. Акишин, А. А. Козлов, А. М. Шамлицкий. // Труды московского института электромеханики и автоматики. – 2016. – №12. – С.43.
10. Фомичев, А.В. Результаты совершенствования программно-математического обеспечения системы БИНС-СП-2 по материалам летных испытаний / А. В. Фомичев, С. Е. Кухтевич, Е. А. Измайлов. // Труды московского института электромеханики и автоматики. – 2013. – №7. – С.19-30.
11. Тань Лиго, Планирование маршрута полёта беспилотного летательного аппарата на основе метода частично-целочисленного линейного программирования : дис. ... канд. техн. наук. : 05.13.01/ Тань Лиго. – М., 2016. – 209 с.
12. Вавилова, Н.Б. Определение погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы в режиме рулежки и разгона / Н.Б. Вавилова, А.А. Голован, А.О. Кальченко. // Труды московского института электромеханики и автоматики. – №84. – С.1-16.
13. Пат. 2486472 Российская Федерация, МПК G01C 21/20. Способ калибровки чувствительных элементов бесплатформенной инерциальной навигационной системы в полете / Ф.И. Макаренко. – № 2012102723/28; заявл. 26.01.12; опубл. 27.06.13. – 9 с.
14. Кузнецов А.Г., Современные бесплатформенные инерциальные навигационные системы двух классов точности / А.Г. Кузнецов, Б.И. Портнов, Е.А. Измайлов. – ОАО «московский институт электромеханики и автоматики». – 2014. – № 8. – С. 24-32.
15. Ермаков, В.С. Автоматизация калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем на волоконно-оптических гироскопах; дис...канд.тех.наук / В.С. Ермаков. – Пермь, 2007. – 136 с.

					24.04.02.2017.465.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		56

16. Тювин, А.В. Аналитическая юстировка и калибровка инерциального измерительного блока бесплатформенной инерциальной навигационной системы / А.В. Тювин. / Электронный журнал “Труды МАИ”. – 2012.– №71.– С.1-17.
17. Николаев, С.Г. Калибровка бесплатформенных инерциальных навигационных систем по выходным сигналам модели ошибок / С.Г. Николаев, Ю.В. Ившина. / Научно-технические ведомости СПбГПУ серия “Информационные, управляющие и измерительные системы”. – 2014. – Вып. 4. – С.95-105.
18. Попов, Г.В. Измерение параметров и калибровка микромеханических инерциальных измерительных блоков / Г.В. Попов, О.А. Перлина. / Авиакосмическое приборостроение. – 2014. – №12. – С.38-47.
19. Наинг, М.Х. Метод калибровки блока акселерометров инерциальной навигационной системы на испытательном стенде / М.Х. Наинг. / Научное издание МГТУ ИМ. Н.Э. Баумана серия “Наука и образование”. – 2014. – № 1. – С.38-54.
20. Николаев, С.Г. Калибровка бесплатформенных инерциальных навигационных систем / С.Г. Николаев. / Изв. ВУЗОВ Приборостроение. – 2009. – Т.52.№7 – С. 50-55.
21. Пат. 2406973 Российская Федерация, МПК G01C 25/00. Способ калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем / А.Г. Андреев, В.С. Ермаков, С.Г. Николаев, А.П. Колеватов. – № 2009104034/28; заявл. 05.02.2009; опубл. 20.12.2010. – 8 с.