

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**"Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)"**

**Высшая школа электроники и компьютерных наук  
Кафедра системного программирования**

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

Рецензент

Руководитель НИЛ "Прикладная  
математика",  
к.ф. -м.н., доцент

\_\_\_\_\_ И.И. Клебанов

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2017 г.

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой,  
д.ф.-м.н, профессор

\_\_\_\_\_ Л.Б.Соколинский

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2017 г.

**РАЗРАБОТКА ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ  
ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ  
СТАНДАРТНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ  
НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
ЮУрГУ – 02.03.02.2017.11-028-1909.ВКР

Научный руководитель  
к.ф.-м.н., доцент кафедры СП  
\_\_\_\_\_ С.А. Иванов

Автор работы,  
студент группы КЭ - 402  
\_\_\_\_\_ И.В. Пицаев

Ученый секретарь  
(нормоконтролер)  
\_\_\_\_\_ О.Н. Иванова

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2017 г.

Челябинск-2017

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. АНАЛИЗ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ .....	6
1.1. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ РЕШЕНИЙ .....	6
1.2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ .....	6
1.3. УСТОЙЧИВОСТЬ БАЗОВЫХ КОНФИГУРАЦИЙ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ .....	7
1.4. АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ГРАНИЦ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ .....	7
2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ .....	13
2.1. ТРЕБОВАНИЯ К ПРИЛОЖЕНИЮ .....	13
2.2. ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ .....	14
2.3. КОМПОНЕНТЫ ПРОГРАММЫ.....	15
3. РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИЛОЖЕНИЯ. ....	17
3.1. СРЕДА РАЗРАБОТКИ .....	17
3.2. ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ .....	17
3.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПОСТРОЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ.....	19
4. ТЕСТИРОВАНИЕ .....	30
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	32
ЛИТЕРАТУРА.....	33

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность темы исследования**

За последние несколько лет интерес к нейронным сетям существенно возрос: они применяются в финансах, бизнесе, медицине, промышленности, геолоразведке и других областях.

Изучение нейронных сетей является активно развивающейся в настоящее время областью прикладной математики. Искусственная нейронная сеть – это математическая модель, построенная по принципу организации и функционирования сетей нервных клеток живых организмов [8]. Мы можем рассматривать в качестве нейронной сети любую модель, содержащую узлы и связи между ними [9]. Таким образом, нейронными сетями являются модели системы взаимодействующих вулканов, компьютерные сети [11, 1], модели процесса извлечения слов из человеческой памяти [1], нервные системы живых существ.

### **Цель и задачи исследования**

Целью данной задачи является разработка приложения для построения областей устойчивости дискретных моделей стандартных конфигураций нейронных сетей.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) рассмотреть уже имеющиеся теоремы для построения областей устойчивости;
- 2) изучить среду разработки Matlab;
- 3) выполнить разработку приложения, для построения областей устойчивости;
- 4) провести тестирование полученных результатов;

### **Структура и объем работы**

Данная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографии. Объем работы составляет 34 страницы, объем библиографии – 14 наименований.

Введение содержит актуальность работы, а также цели и задачи исследования.

В первой главе рассматривается обзор уже существующих решений и содержатся сведения о предметной области, в которой ведется работа.

Во второй главе рассматриваются планируемые алгоритмы, проектирование интерфейса пользователя, диаграмма вариантов использования и диаграмма деятельности, а так же проектирование приложения.

В третьей главе описывается реализация рабочей программы, интерфейса пользователя, а также результаты работы программы.

В четвертой главе происходит тестирование программы и сравнение ее результатов работы с научными данными.

# 1. АНАЛИЗ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

## 1.1. Обзор существующих решений

Существует программный продукт «Устойчивость матричных разностных уравнений с двумя запаздываниями», который по известным собственным числам матриц  $A$ ,  $B$  дает заключение об устойчивости данного матричного уравнения [5].

Однако данная программа только отвечает на вопрос, является ли система устойчивой или нет, с конкретными коэффициентами взаимодействия нейронов, но не строит саму область устойчивости.

Согласно [13], для определения устойчива ли нейронная сеть с конкретными коэффициентами реакции нейрона на самого себя и соседей, требуется вычислять собственные числа матрицы запаздывающих взаимодействий, считать аргумент комплексного числа и искать корень тригонометрического уравнения в окрестности заданной точки. Для этого предполагается использование математического пакета в силу сложности вычислений.

## 1.2. Теоретическая часть

Нейронная сеть – упорядоченная пятерка объектов  $A = (\gamma, k, m, n, B)$ , где  $\gamma \in R, k, m \in Z_+ (k \geq m), B \in R^{n \times n}$ . Диагональные элементы матрицы  $B$  равны нулю [2].

$\gamma$  – коэффициент демпфирования собственных колебаний нейрона,  $\gamma \in (-1; 1)$ .

$k$  – запаздывание во взаимодействии нейронов.

$m$  – запаздывание в демпфировании собственных колебаний нейронов.

$n$  – количество нейронов в сети.

$B$  – матрица взаимодействий, запаздывающих на  $k$  тактов.

$b_{vj}$  – сила воздействия  $j$ -го нейрона на  $v$ -й.

Уравнение сети  $A$ :

$$x_s = \gamma x_{s-1} + Bx_{s-k}, \quad s = 1, 2, \dots$$

Графом сети  $A = (\gamma, k, m, n, B)$  назовем взвешенный направленный граф  $(V, E)$  с множеством вершин  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  и множеством дуг  $E$ , определенным следующим образом:  $(j, v) \in E$ , если и только если  $b_{jv} \neq 0$  в матрице  $B = (b_{jv})_{j,v=1}^n$ .

В случае  $b_{jv} \neq 0$  вес дуги  $(j, v)$  есть  $b_{jv}$ .

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b & a \\ a & 0 & b \\ b & a & 0 \end{pmatrix}$$

Граф кольцевой нейронной сети  $B = (\gamma, k, m, 3, B)$ ,  $a$  – сила воздействия нейрона на соседний нейрон по часовой стрелке,  $b$  – сила обратного действия [3].

### 1.3. Устойчивость базовых конфигураций нейронных сетей

Мы рассматриваем матричное разностное уравнение

$$x_s = \gamma x_{s-1} + Bx_{s-k}, \quad s = 1, 2, \dots$$

Здесь  $x : Z_+ \rightarrow R^n$ ;  $A, B \in R^{n \times n}$ , натуральные числа  $k, m$  – запаздывания ( $k \geq m$ ).

Мы называем данное уравнение (асимптотически) устойчивым, если для любого его решения  $(x_s)$  последовательность  $(|x_s|)$  ограничена ( $\lim_{s \rightarrow \infty} |x_s| = 0$ ).

### 1.4. Алгоритм нахождения границ области устойчивости

#### Шаг 1

Для построения областей устойчивости в виде замкнутой линии в пространстве параметров  $a, b$  необходимо найти массив точек, являющихся границей между устойчивым и неустойчивым состоянием сети.

Находим первую точку границы как точку пересечения границы с осью  $0a$ . Для этого нам потребуются точки внутри области и одна вне области. В качестве первой точки возьмем точку  $(0; 0)$  ввиду того, что она является асимптотически устойчивой точкой.

В качестве второй точки возьмем заведомо неустойчивую при любых параметрах сети. Такой точкой окажется  $(1; 0)$ .

## Шаг 2

Все остальные точки находятся следующим образом,

1. С помощью формул поворота осуществляем поворот луча  $Oa$  на заданный небольшой угол  $\phi_0$ .

2. Ищем следующую точку, как показано в предыдущем шаге. Шаг 2 повторяем до тех пор, пока граница области не замкнется [4].

### Устойчивость нейронной сети полносвязного типа

Алгоритм, описанный в разделе 1.4, не подходит для построения нейронных сетей полносвязного типа.

Данный алгоритм может работать только с замкнутыми типами нейронных сетей, например кольцевая нейронная сеть. Необходимо реализовать алгоритм, который сможет работать с незамкнутыми типами нейронных сетей.

Алгоритм будет основан на уже существующем алгоритме построения областей устойчивости замкнутых типов нейронных сетей, но будет переработан для работы с нейронными сетями незамкнутого типа.

### Устойчивость нейронной сети кольцевой конфигурации

В этом разделе будет изложена проблема  $p$ -устойчивости нейронных колец (рис. 1) [12].

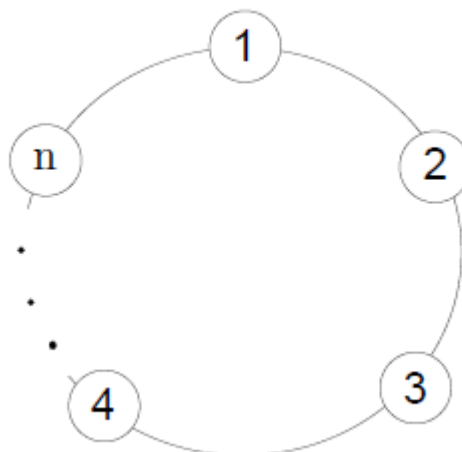


Рис. 1. Кольцевая нейронная сеть из  $n$  нейронов

Нейронная сеть  $V = (\gamma, k, m, n, B)$  с кольцевой конфигурацией нейронов описывается системой разностных уравнений:

$x_s = \gamma I x_{s-1} + B x_{s-k}$ ,  $s = 1, 2, \dots$ , где:  $x_s$  вектор состояния сети в момент  $s = 1, 2, \dots$ ;  $I$  - единичная  $n \times n$  матрица,  $\gamma$  коэффициент демпфирования собственных колебаний нейрона ( $|\gamma| < 1$ ). Матрица  $B$  взаимодействий нейронов, запаздывающих на  $k$  тактов имеет вид:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 & \dots & 0 & a \\ a & 0 & b & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & b \\ b & 0 & 0 & \dots & a & 0 \end{pmatrix}$$

Здесь  $a$  - сила воздействия нейрона на соседний нейрон по часовой стрелке,  $b$  - сила обратного воздействия ( $a, b \in R$ ).

### **Устойчивость большой линейной конфигурации нейронов**

Теорема 1. Пусть  $m = 1$ ,  $\gamma > 0$ .

Если  $ab > 0$  и  $ab < \frac{(1-\gamma)^2}{2}$ , то система (рис. 2) устойчива при любом запаздывании  $k$  и любом  $n$ . Если  $ab > 0$  и  $ab > \frac{(1-\gamma)^2}{2}$ , то система (рис. 2) неустойчива при любом запаздывании  $k$  и всех достаточно больших  $n$ .

Если  $ab < 0$  и  $|ab| < \frac{F^2(\gamma, k)}{4}$ , то система (рис. 2) устойчива при данном запаздывании  $k$  и любом  $n$ . Если  $ab < 0$  и  $|ab| > \frac{F^2(\gamma, k)}{4}$ , то система (рис. 2) неустойчива при данном запаздывании  $k$  и всех достаточно больших  $n$ .

Здесь  $F(\gamma, k) = \frac{\sin \omega(\gamma)}{\cos(k-1)\omega(\gamma)}$ , где  $\omega(\gamma)$  есть наименьший неотрицательный корень уравнения  $\gamma = \frac{\cos k \omega}{\cos(k-1)\omega}$ .

### **Устойчивость малой линейной конфигурации нейронов**

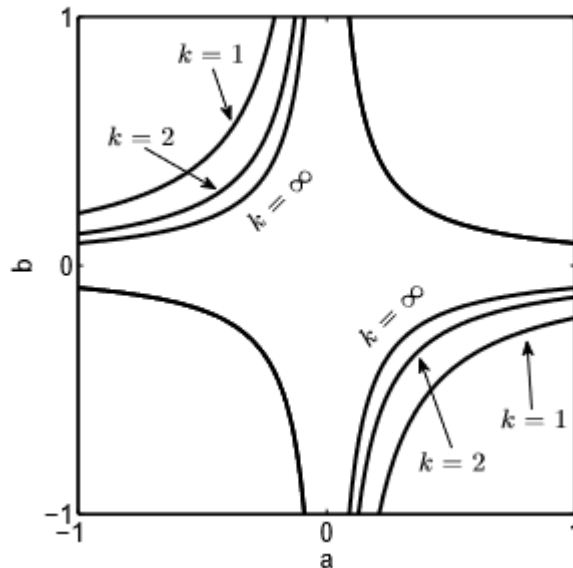
Аналогично теореме 1 справедлива следующая теорема об устойчивости малых линейных конфигураций.

Теорема 2. Пусть  $m = 1$ ,  $\gamma > 0$ .



Если  $ab > 0$  и  $ab < \frac{(1-\gamma)^2}{4\cos^2\frac{\pi}{n+1}}$ , то система (рис. 2) устойчива при любом запаздывании  $k$ . Если  $ab > 0$  и  $ab > \frac{(1-\gamma)^2}{4\cos^2\frac{\pi}{n+1}}$ , то система (рис. 2) неустойчива при любом запаздывании  $k$ .

Если  $ab < 0$  и  $|ab| < \frac{(1-\gamma)^2}{4\cos^2\frac{\pi}{n+1}} F^2(\gamma, k)$ , то система (рис. 2) устойчива при данном запаздывании  $k$ . Если  $ab < 0$  и  $|ab| > \frac{(1-\gamma)^2}{4\cos^2\frac{\pi}{n+1}} F^2(\gamma, k)$ , то система (рис. 2) неустойчива при данном запаздывании  $k$ . Здесь  $F(\gamma, k) = \frac{\sin\omega(\gamma)}{\cos(k-1)\omega(\gamma)}$ , где  $\omega(\gamma)$  есть наименьший неотрицательный корень уравнения  $\gamma = \frac{\cos k\omega}{\cos(k-1)\omega}$ .



**Рис. 2.** Области устойчивости системы линейной конфигурации при  $m = 1$ ,  $\gamma = 0,4$  при достаточно больших  $n$

### Устойчивость нейронной сети звездной конфигурации

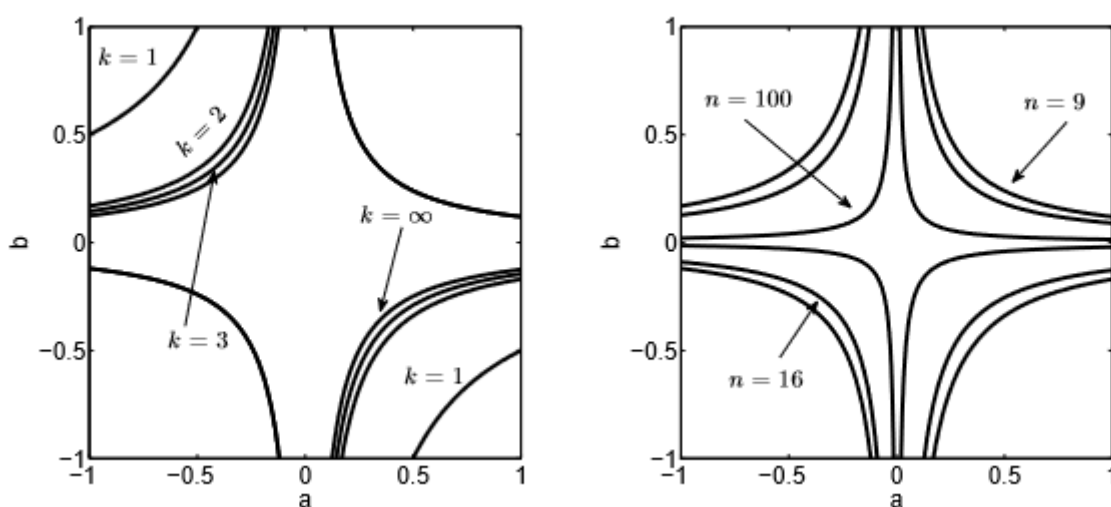
В случае  $m = 1$ ,  $\gamma > 0$  можно дать следующее «коэффициентное» условие устойчивости.

Теорема 3. Пусть  $m = 1$ ,  $\gamma > 0$ .

Если  $\gamma > 1$ , то система (рис. 3) неустойчива.

Если  $\gamma \leq 1$  и  $0 \leq ab < \frac{(1-\gamma)^2}{n}$ , то система (рис. 3) асимптотически устойчива при любом запаздывании  $k$ . Если  $\gamma \leq 1$  и  $ab > \frac{(1-\gamma)^2}{n}$ , то система (рис. 3) неустойчива при любом запаздывании  $k$ .

Если  $\gamma \leq 1$  и  $ab < 0$  и  $|ab| < \frac{F^2(\gamma, k)}{n}$ , то система асимптотически устойчива при данном значении  $k$ . Если  $\gamma \leq 1$  и  $ab < 0$  и  $|ab| > \frac{F^2(\gamma, k)}{n}$ , то система неустойчива при данном значении  $k$ . Здесь  $F(\gamma, k)$  функция, определенная в теореме 2.



**Рис. 3.** Область устойчивости звездной конфигурации нейронов в плоскости  $(a, b)$  при фиксированных  $\gamma = 0.4, m = 1$

### Устойчивость нейронной сети двуслойной конфигурации

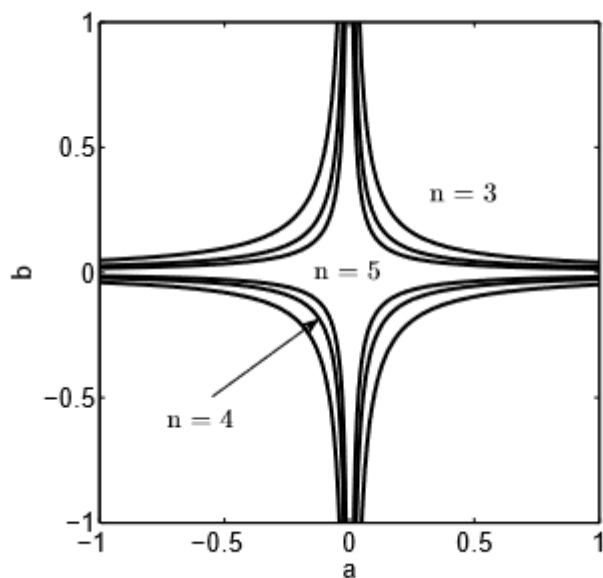
Как и для ранее изученных конфигураций, в случае  $m = 1, \gamma > 0$  можно дать следующее «коэффициентное» условие устойчивости.

Теорема 4. Пусть  $m = 1, \gamma > 0$ .

Если  $\gamma > 1$ , то система (рис. 4) неустойчива.

Если  $\gamma \leq 1$  и  $0 \leq ab < \frac{(1-\gamma)^2}{n^2}$ , то система (рис. 4) асимптотически устойчива при любом запаздывании  $k$ . Если  $\gamma \leq 1$  и  $ab > \frac{(1-\gamma)^2}{n^2}$ , то система (рис. 4) неустойчива при любом запаздывании  $k$ .

Если  $\gamma \leq 1$  и  $ab < 0$  и  $|ab| < \frac{F^2(\gamma, k)}{n^2}$ , то система асимптотически устойчива при данном значении  $k$ . Если  $\gamma \leq 1$  и  $ab < 0$  и  $|ab| > \frac{F^2(\gamma, k)}{n^2}$ , то система неустойчива при данном значении  $k$ . Здесь  $F(\gamma, k)$  функция, определенная в теореме 2.



**Рис. 4.** Область устойчивости системы двуслойной конфигурации в плоскости  $(a, b)$  при фиксированных  $\gamma = 0.4$ ,  $m = 1$ ,  $n = 3$  и переменном запаздывании  $k$

## 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ

### 2.1. Требования к приложению

Основными требованиями к приложению являются:

- функциональное требование - точность вычислений. Приложение должно эффективно обрабатывать входные данные и на их основе, а также основываясь на алгоритмах описанных далее, строить области устойчивости.
- нефункциональное требование - удобство работы с этим приложением. Оно должно быть понятным и простым в обращении. Пользователь не должен испытывать неудобства во время работы на данном приложении.

При работе с программой (рис. 5) должен происходить запуск интерфейса пользователя. Далее пользователь выбирает тип нейронной сети, для которой хочет построить области устойчивости.

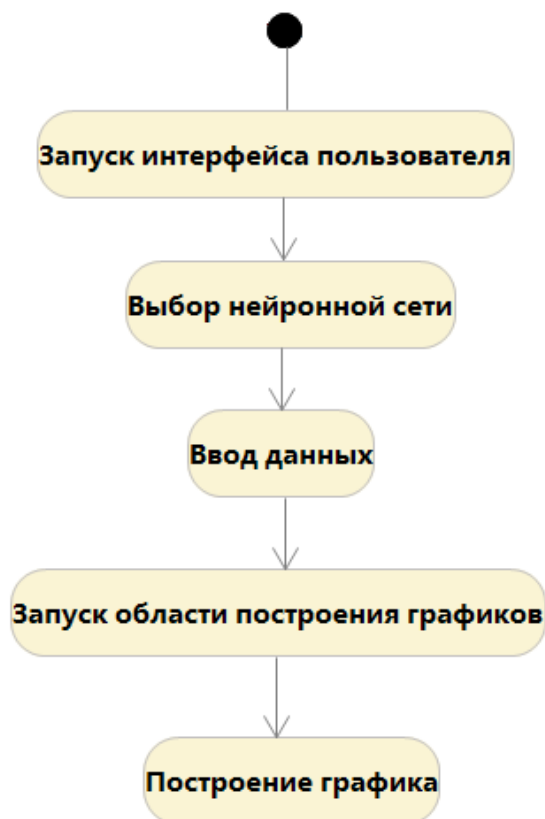


Рис. 5. Диаграмма деятельности

Следующим шагом происходит ввод данных, описанных подробно в разделе 2.2.

После того, как пользователь выбрал тип нейронной сети и ввел данные, необходимые для построения области устойчивости, программа должна запустить новое окно, в котором будет происходить построение области устойчивости для выбранного типа нейронной сети.

Следующим шагом будет построение графика области устойчивости в новом окне.

## **2.2. Интерфейс пользователя**

Интерфейс пользователя должен быть удобным и функциональным.

Будет присутствовать ввод входных данных, на основе которых будут построены области устойчивости.

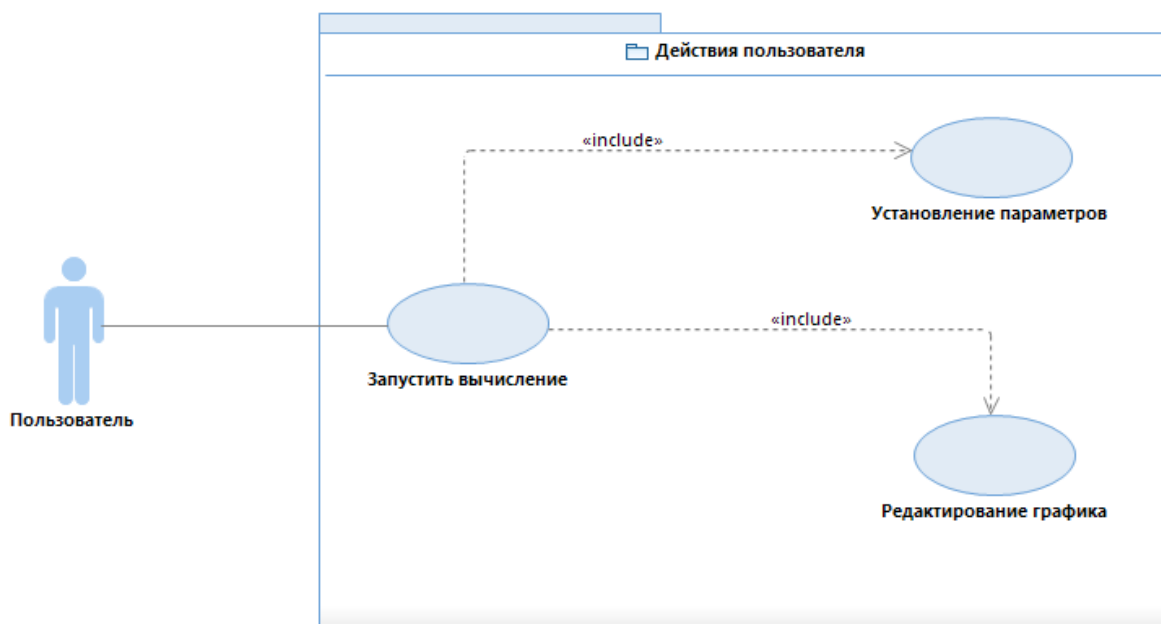
Входные данные должны быть следующие:

- количество числа нейронов в сети;
- коэффициент демпфирования собственных колебаний нейрона;
- запаздывание во взаимодействии нейронов;
- количество слоёв в сети (выбирается только для нейронной сети многослойной конфигурации);
- выбор цвета построения графика, программа должна предоставлять пользователю выбор из черного, синего, зеленого, красного, желтого и фиолетового цветов;
- выбор типа нейронной сети;
- кнопка построения графика;

В интерфейс будет входить область построения графиков, которая выводится в отдельном окне.

Пользователь имеет возможность задать параметры для нейросетей, запустить их вычисление, а также отредактировать построение графика (рис. 6).

В данной системе (рис. 6) присутствует один актер, являющийся пользователем. Этот актер может запустить цепочку вычислений, установить параметры для выбранной нейросети, а также изменять построенные графики.



**Рис. 6.** Диаграмма вариантов использования

### 2.3. Компоненты программы

Приложение будет состоять из пяти различных компонентов:

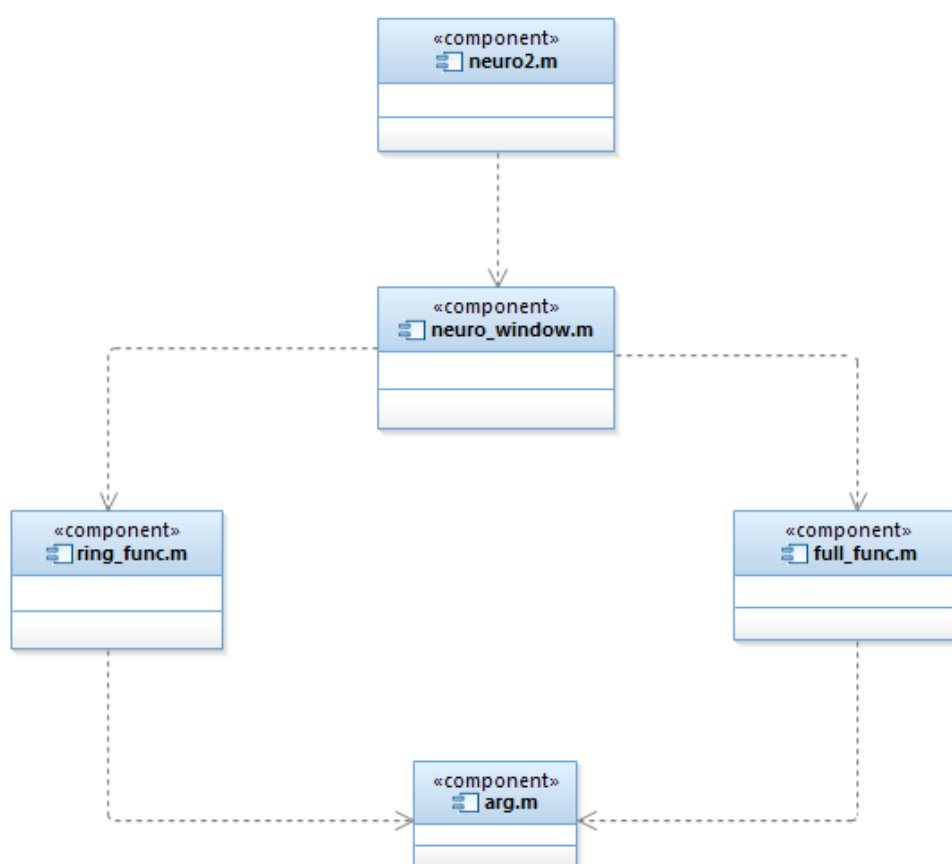
1) `neuro2.m` – главный компонент, через который будет производиться считывание данных, введенных пользователем, а также запуск окна области построения графиков;

2) `neuro_window.m` – компонент, в котором производится вычисление областей устойчивости линейной, двуслойной, многослойной и звездной конфигурации, а также конфигурации многомерного куба. Далее идёт построение графиков областей устойчивости этих типов нейронных сетей. Также производится вызов отдельных функций для вычисления и построения областей устойчивости нейронных сетей кольцевого и полносвязного типа;

3) ring\_func.m – компонент, представляющий собой функцию, в которой происходит вычисление и построение области устойчивости нейронной сети кольцевого типа;

4) full\_func.m - компонент, представляющий собой функцию, в которой происходит вычисление и построение области устойчивости нейронной сети полносвязного типа;

5) arg.m – используется для вычисления аргументов комплексного числа [14];



**Рис. 7.** Диаграмма компонентов

### **3. РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИЛОЖЕНИЯ.**

#### **3.1. Среда разработки**

Для написания данной работы была выбрана среда разработки Matlab.

Этот выбор обусловлен тем, что среда разработки Matlab очень удобна для работы с числами, алгоритмами, построениями графиков и т.д. [7].

Также, Matlab позволяет быстро и эффективно вычислять аргумент комплексного числа, собственные числа матрицы, а так же находить корень уравнения в заданной окрестности.

Все эти вычисления Matlab позволяет производить без подключения сторонних библиотек, так как имеет встроенные функции, для работы с данными выражениями.

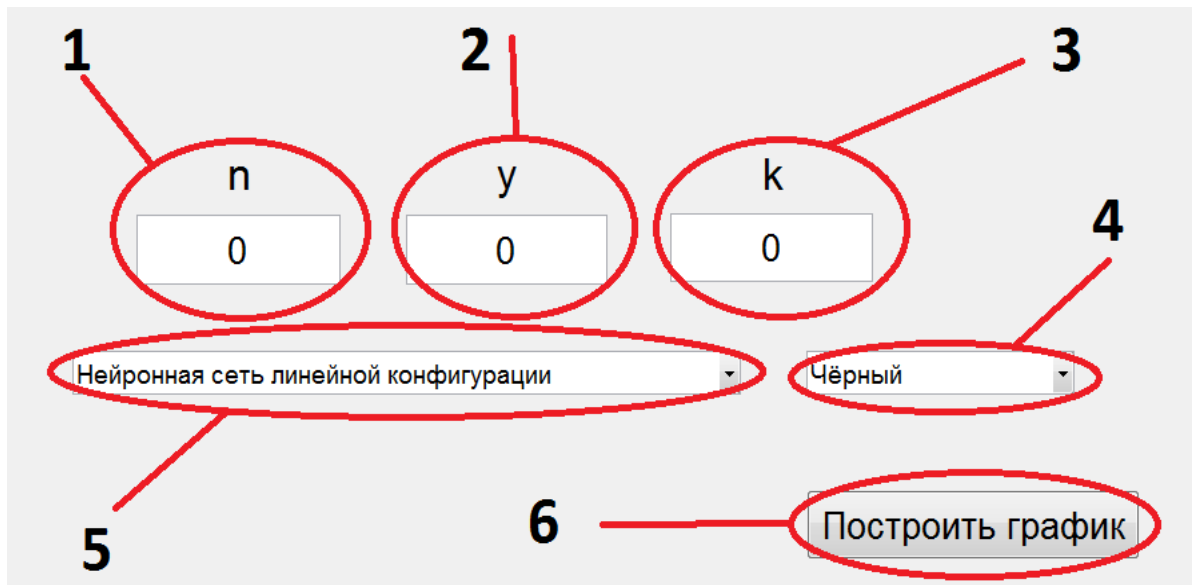
#### **3.2. Интерфейс пользователя**

Рассмотрим основные элементы интерфейса пользователя (рис. 8)

1. Количество числа нейронов в сети ( $n$ ).
2. Коэффициент демпфирования собственных колебаний нейрона ( $\gamma$ ).
3. Запаздывание во взаимодействии нейронов ( $k$ ).
4. Выбор цвета графика. Пользователь может выбирать какого цвета будет нарисован следующий график. Программа дает возможность выбора черного, синего, зеленого, красного, желтого и фиолетового цветов. Предоставляет удобную возможность сравнения графиков различных нейронных сетей. В предоставленном примере (рис. 10), была построена нейронная сеть линейного типа с параметрами  $\gamma = 0,4$ ,  $k = 2$  и различными  $n$ , параметры которых равны 3, 4, 5 и 100. Из показанного изображения (рис. 10) видно, что каждый график имеет уникальный цвет, выбранный пользователем. Для  $n = 3$  был выбран черный цвет, для  $n = 4$  был выбран синий цвет, для  $n = 5$  был выбран зеленый цвет и для  $n = 100$  был выбран красный цвет.

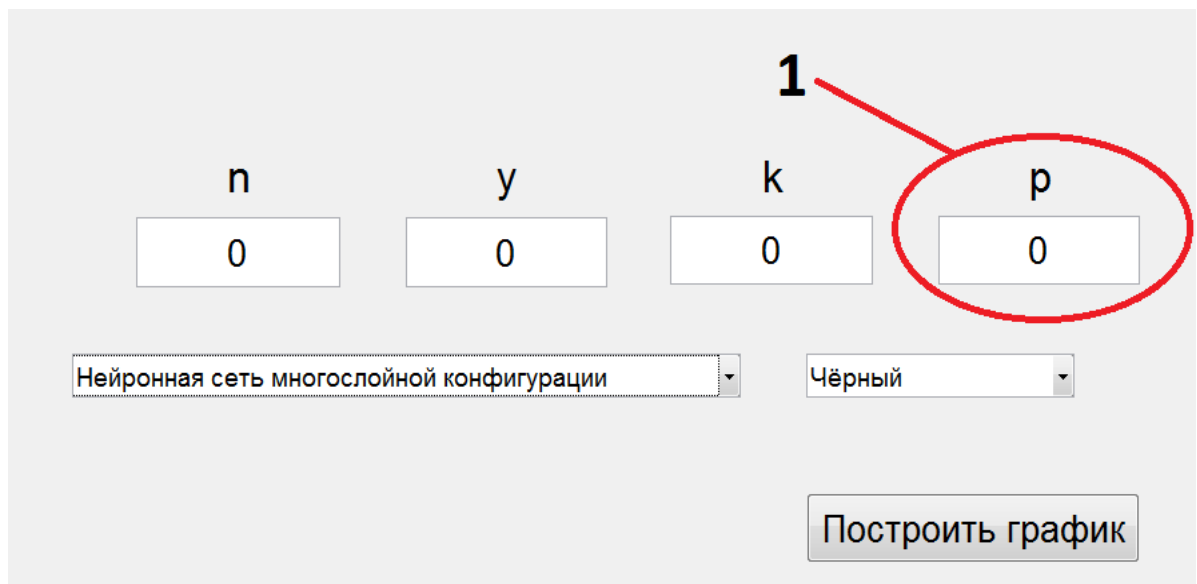


5. Выбор типа нейронной сети.
6. Кнопка построения графика.



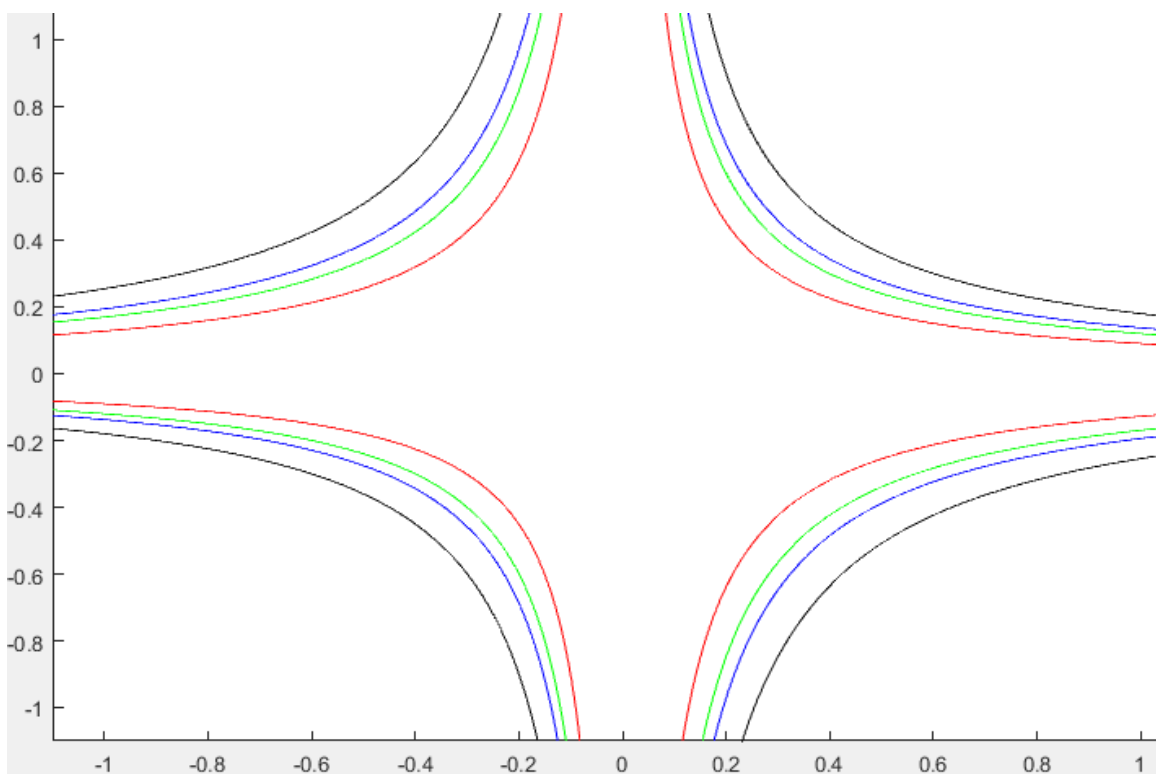
**Рис. 8.** Интерфейс пользователя

При выборе построения нейронной сети многослойной конфигурации, появляется возможность выбрать количество слоёв ( $p$ ) в сети (рис. 9).



**Рис. 9.** Интерфейс пользователя при выборе многослойной конфигурации

Область построения графиков (рис. 9) появляется в отдельном окне. Для построения нового графика не требуется закрывать область, т.к. позволяет строить несколько графиков в одном окне.



**Рис. 10.** Область построения, а также результат построения нейронной сети линейного типа с параметрами  $\gamma = 0,4$ ,  $k = 2$  и различными  $n$ .

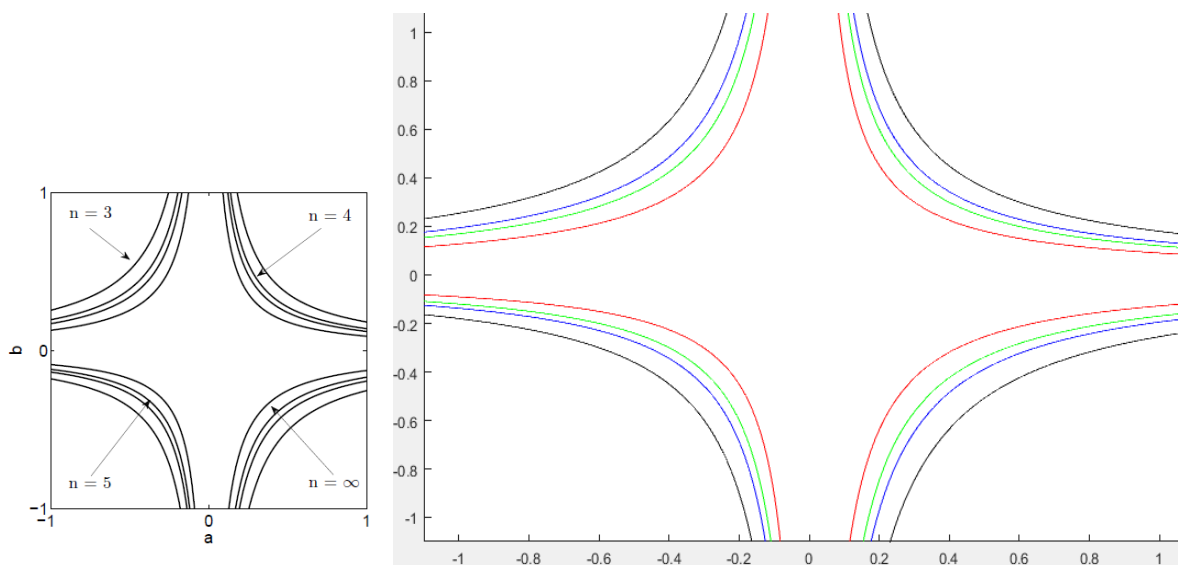
### 3.3. Результаты построения областей устойчивости

Было выполнено сравнение уже имеющихся результатов [12] для линейной конфигурации нейронов (рис. 11) с результатами работы программы, для того, чтобы понять корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для линейной конфигурации нейронов. Параметры  $k = 2$  и  $\gamma = 0,4$  были неизменны. Менялся лишь параметр  $n$ , который был равен 3, 4, 5 и 100. Построение графика области устойчивости в разработанной программе для  $n = \infty$  невозможно, поэтому был выбран вариант  $n = 100$ .

Для графика программы, который отображен справа (рис. 11) черная линия построена для  $n = 3$ , синяя для  $n = 4$ , зеленая для  $n = 5$  и красная для  $n = 100$ .

Как видно (рис. 11) результаты работы разработанного приложения совпадают с уже имеющимися (рис. 11) научными данными [12].



**Рис. 11.** Сравнение уже имеющихся результатов и разработанной программы для линейной конфигурации нейронной сети

Было выполнено сравнение уже имеющихся результатов (рис. 12) для звездной конфигурации нейронов с результатами работы программы (рис. 13), для того, чтобы понять, корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для звездной конфигурации нейронов. На левом графике (рис. 12) изображены уже имеющиеся результаты [12], при различных  $k$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ , а  $n = 3$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $k$ . На левом графике (рис. 13) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ , а  $n = 3$  и различными  $k$ .

Построение графика области устойчивости в разработанной программе для  $k = \infty$  невозможно, поэтому был выбран вариант  $k = 100$ .

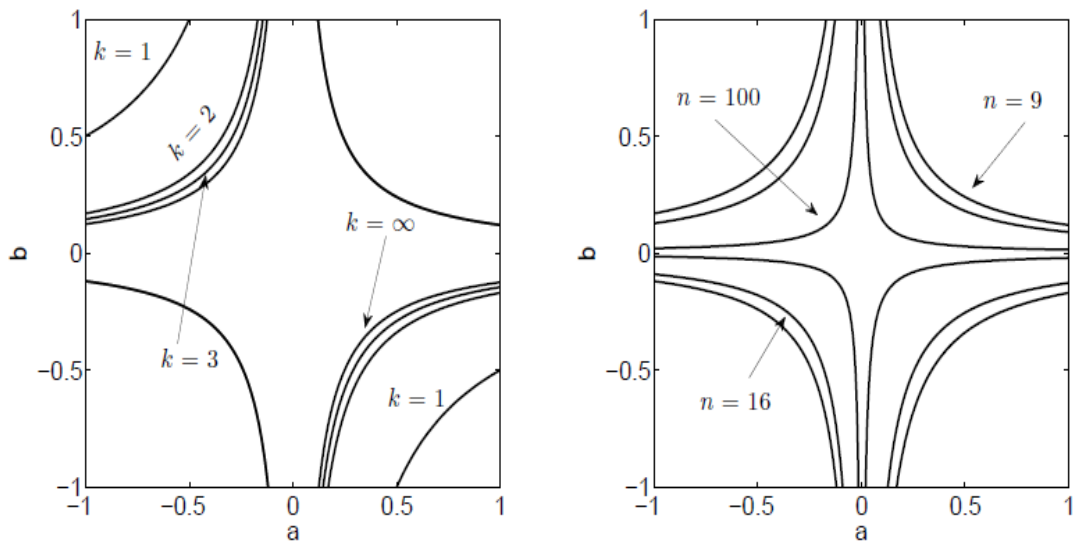
Для графика программы, который изображен слева (рис. 13), черная линия построена для  $k = 1$ , синяя для  $k = 2$ , зеленая для  $k = 3$  и красная для  $k = 100$ .

На правом графике (рис. 12) изображены уже имеющиеся результаты [12], при различных  $n$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ , а  $k = 3$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $n$ . На правом

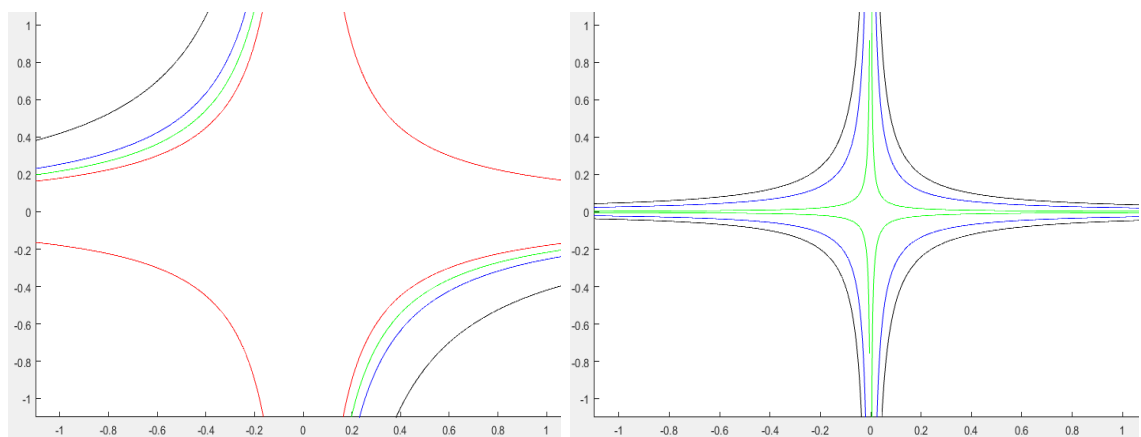
графике (рис. 13) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ , а  $k = 3$  и различными  $n$ .

Для графика программы, который изображен справа (рис. 13), черная линия построена для  $n = 9$ , синяя для  $n = 16$  и зеленая для  $n = 100$ .

Как видно результаты работы разработанного приложения (рис. 13) совпадают с уже имеющимися (рис. 12) научными данными [12].



**Рис. 12.** Уже имеющиеся результаты построения областей устойчивости для звёздной конфигурации нейронной сети



**Рис. 13.** Результат построения областей устойчивости для звёздной конфигурации нейронной сети, выполненный с помощью разработанного приложения

Было выполнено сравнение уже имеющихся результатов (рис. 15) для двуслойной конфигурации нейронов с результатами работы программы (рис. 14), для того, чтобы понять, корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для двуслойной конфигурации нейронов. На левом графике (рис. 14) изображены уже имеющиеся результаты [12], при различных  $k$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ , а  $n = 3$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $k$ . На левом графике (рис. 15) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ , а  $n = 3$  и различными  $k$ .

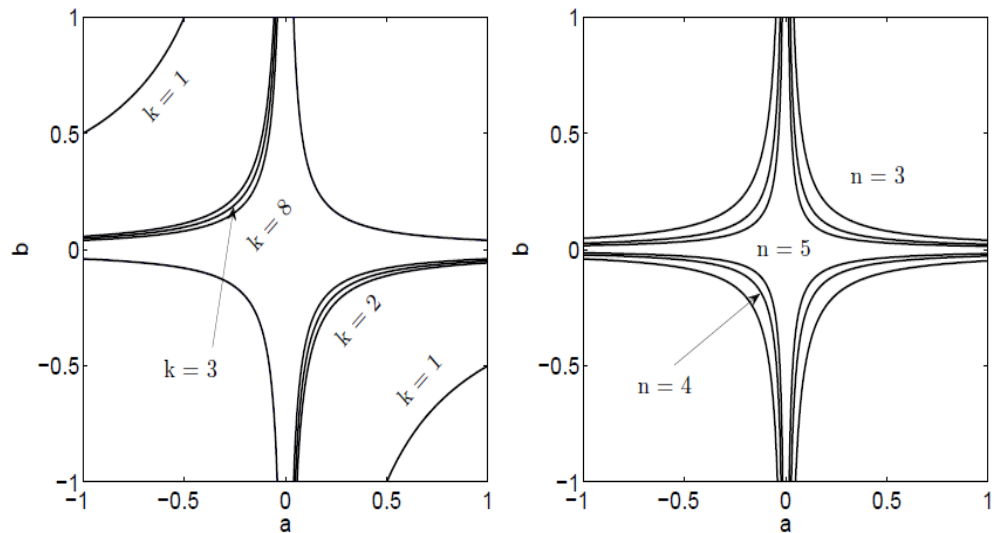
Для графика программы, который изображен слева (рис. 15), черная линия построена для  $k = 1$ , синяя для  $k = 2$ , зеленая для  $k = 3$  и красная для  $k = 8$ .

На правом графике (рис. 15) изображены уже имеющиеся результаты [12], при различных  $n$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ , а  $k = 3$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $n$ . На правом графике (рис. 15) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ , а  $k = 3$  и различными  $n$ .

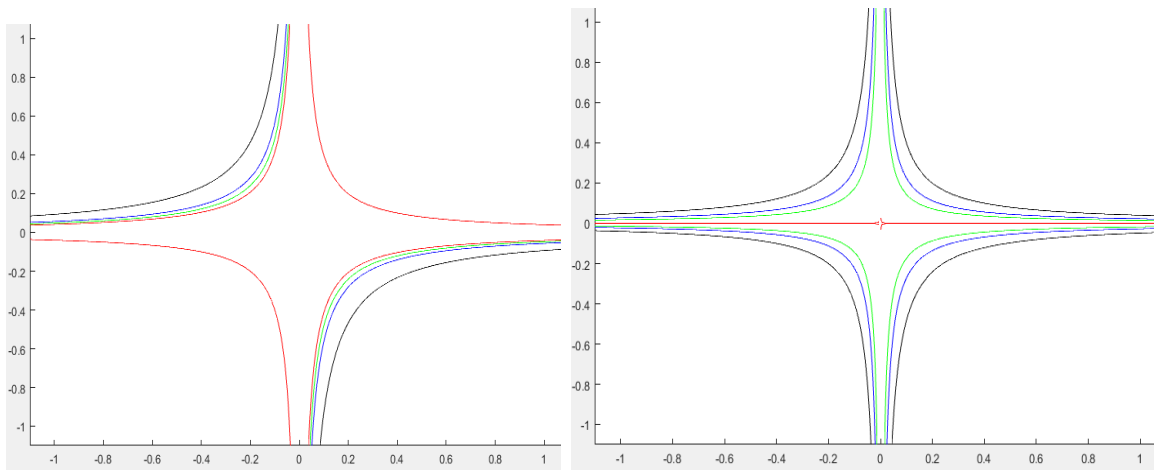
Для графика программы, который изображен справа (рис. 15), черная линия построена для  $n = 3$ , синяя для  $n = 4$ , зеленая для  $n = 5$  и красная для  $n = 100$ .

При  $n \rightarrow \infty$  область устойчивости стягивается в крест [10]. Построение графика области устойчивости в разработанной программе для  $n = \infty$  невозможно, поэтому был выбран вариант  $n = 100$ . Как видно (рис. 15) при достаточно больших  $n$ , график стягивается в крест, как рассмотрено в уже имеющихся решениях [12].

Как видно результаты работы разработанного приложения (рис. 15) совпадают с уже имеющимися (рис. 14) научными данными [12].



**Рис. 14.** Уже имеющиеся результаты построения областей устойчивости для двуслойной конфигурации нейронной сети



**Рис. 15.** Результат построения областей устойчивости для двуслойной конфигурации нейронной сети, выполненный с помощью разработанного приложения

Было выполнено сравнение уже имеющихся результатов (рис. 16) для многослойной конфигурации нейронов с результатами работы программы (рис. 17), для того, чтобы понять, корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для двуслойной конфигурации нейронов. На левом графике (рис. 16) изображены уже имею-

щиеся результаты [12], при различных  $p$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ ,  $k = 3$ , а  $n = 4$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $p$ . На левом графике (рис. 17) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ ,  $k = 3$ ,  $n = 4$  и различными  $p$ .

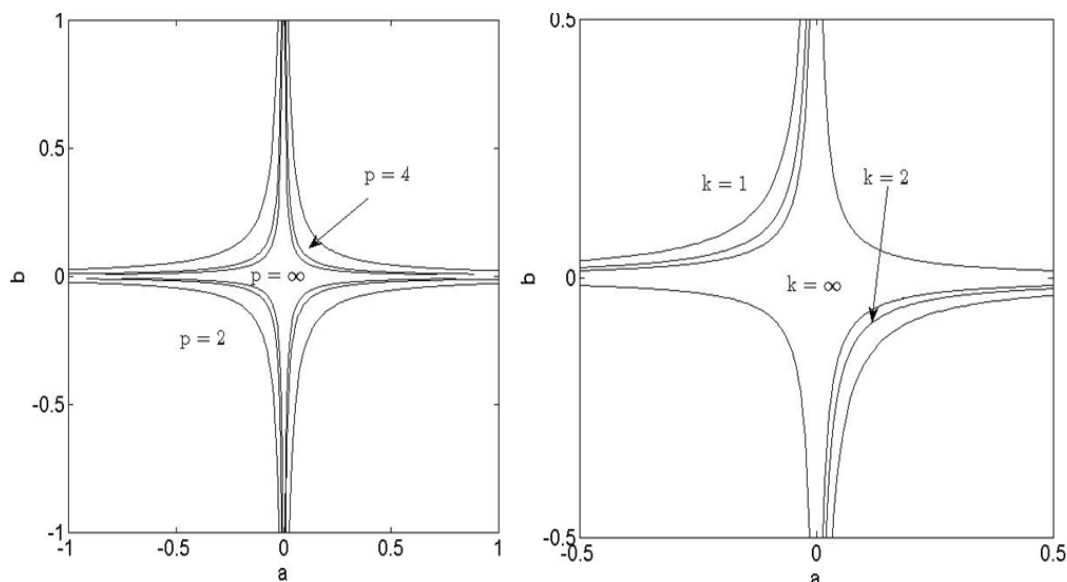
Для графика программы, который изображен слева (рис. 17), черная линия построена для  $p = 2$ , синяя - для  $p = 4$  и зеленая для  $p = 100$ .

На правом графике (рис. 16) изображены уже имеющиеся результаты [12], при различных  $k$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ ,  $p = 3$ ,  $n = 5$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $k$ . На правом графике (рис. 17) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ ,  $p = 3$ ,  $n = 5$  и различными  $k$ .

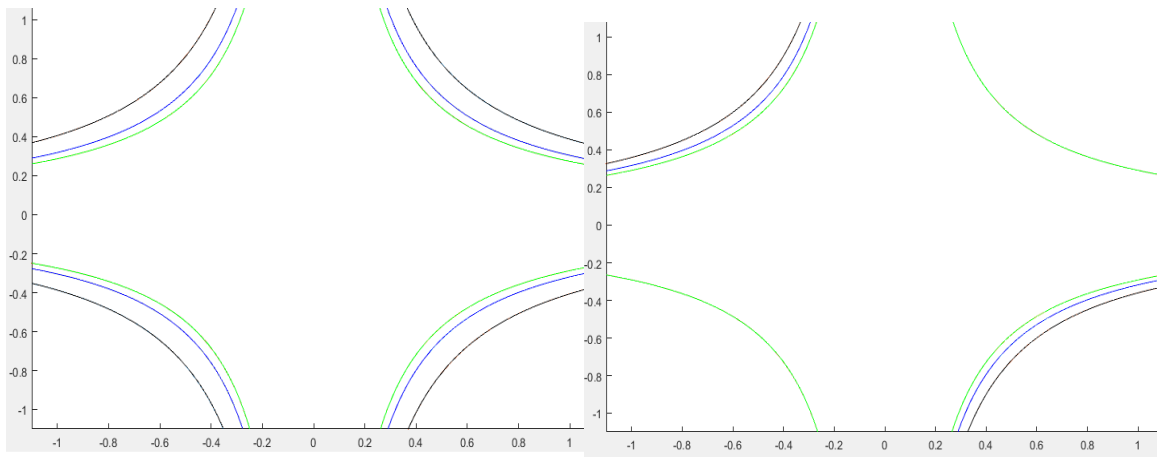
Для графика программы, который изображен справа (рис. 17), черная линия построена для  $k = 1$ , синяя - для  $k = 2$  и зеленая для  $k = 100$ .

Построение графика области устойчивости в разработанной программе для  $k = \infty$  невозможно, поэтому был выбран вариант  $k = 100$ .

Как видно результаты работы разработанного приложения (рис. 17) совпадают с уже имеющимися (рис. 16) научными данными [12].



**Рис. 16.** Уже имеющиеся результаты построения областей устойчивости для многослойной конфигурации нейронной сети



**Рис. 17.** Результат построения областей устойчивости для многослойной конфигурации нейронной сети, выполненный с помощью разработанного приложения

Было выполнено сравнение уже имеющихся результатов (рис. 18) для конфигурации нейронов с топологией многомерного куба с результатами работы программы (рис. 19), для того, чтобы понять, корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для конфигурации нейронов с топологией многомерного куба. На левом графике (рис. 18) изображены уже имеющиеся результаты [12], при различных  $k$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ , а  $n = 3$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $k$ . На левом графике (рис. 19) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ ,  $n = 3$  и различными  $k$ .

Для графика программы, который изображен слева (рис. 19), черная линия построена для  $k = 1$ , синяя - для  $k = 2$ , зеленая для  $k = 3$  и красная для  $k = 8$ .

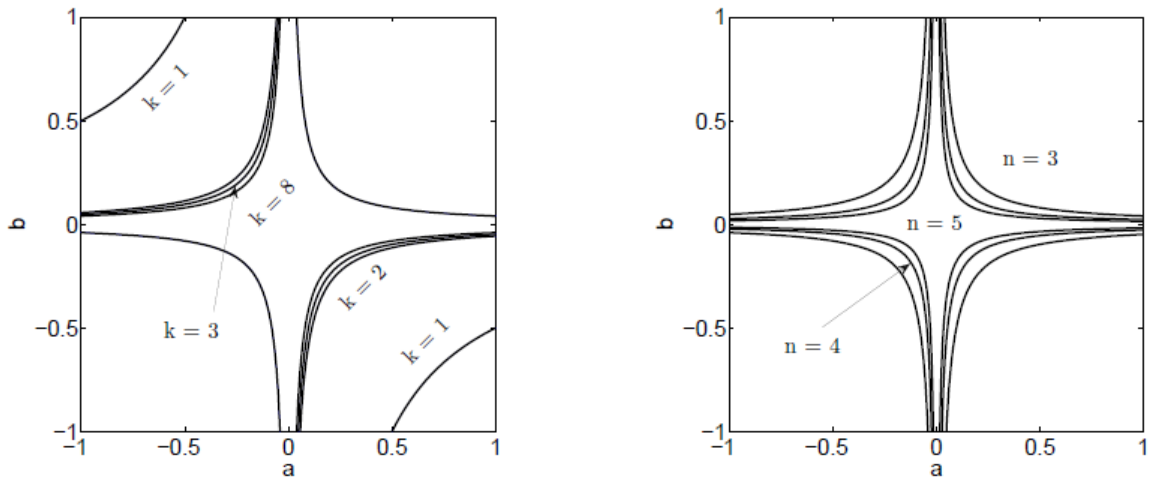
На правом графике (рис. 18) изображены уже имеющиеся результаты [12], при различных  $n$ . В данном случае  $\gamma = 0,4$ ,  $k = 3$ . На графике отслеживаются области устойчивости при различных значениях  $n$ . На правом гра-



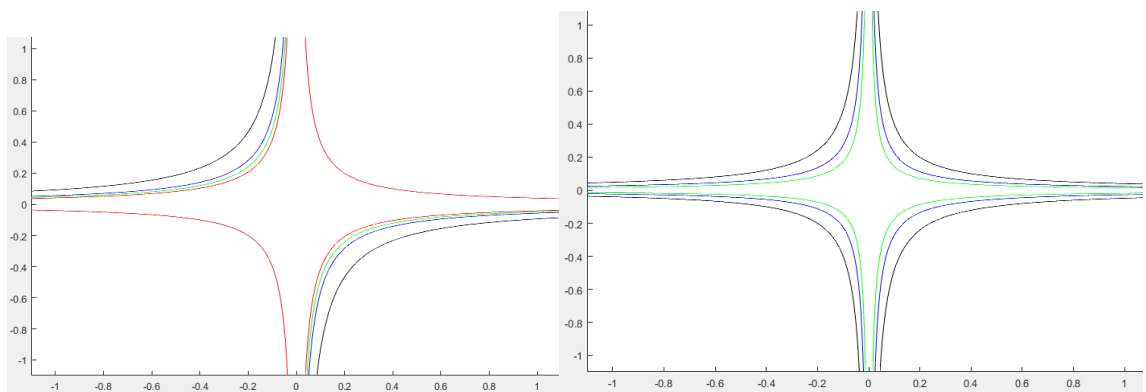
фиге (рис. 19) изображены результаты работы разработанной программы с параметрами  $\gamma = 0,4$ ,  $k = 3$ , и различными  $n$ .

Для графика программы, который изображен справа (рис. 19), черная линия построена для  $k = 3$ , синяя для  $k = 4$ , и зеленая для  $k = 5$ .

Как видно результаты работы разработанного приложения (рис. 19) совпадают с уже имеющимися (рис. 18) научными данными [12].



**Рис. 18.** Уже имеющиеся результаты построения областей устойчивости для нейронной сети с топологией многомерного куба



**Рис. 19.** Результат построения областей устойчивости для нейронной сети с топологией многомерного куба, выполненный с помощью разработанного приложения

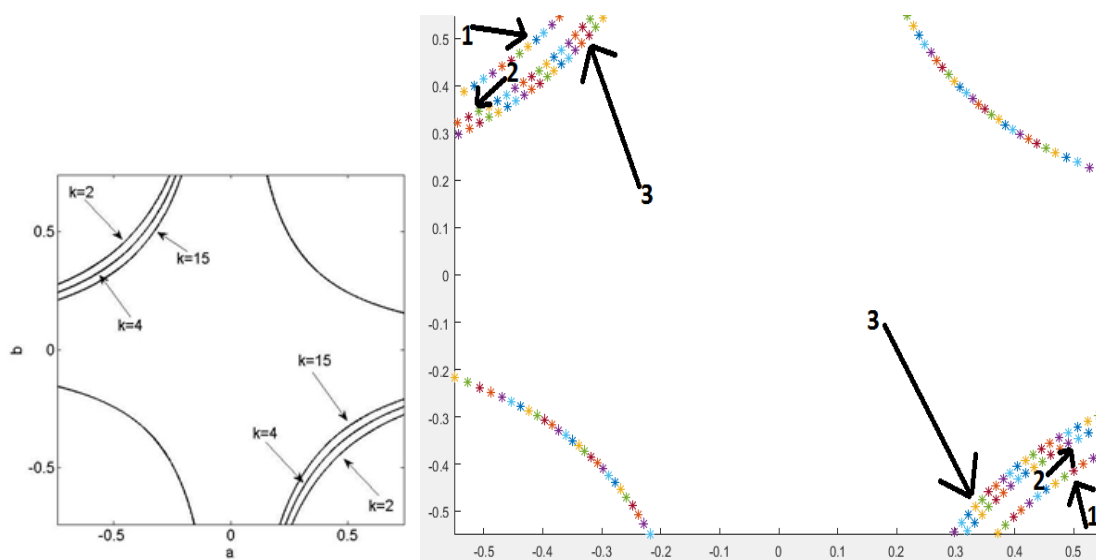
Было выполнено сравнение уже имеющихся результатов [6] для полностью связанной конфигурации нейронов (рис. 20) с результатами работы про-

граммы, при различных  $k$ , для того, чтобы понять, корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для полносвязной конфигурации нейронов. Параметры  $n = 3$  и  $\gamma = 0.3$  были неизменны. Менялся лишь параметр  $k$ , который был равен 2, 4 и 15.

Для графика программы, который отображен справа (рис. 20) линия графика под цифрой 1 соответствует сети с параметром  $k = 2$ , цифра 2 соответствует  $k = 4$  и цифра 3 соответствует  $k = 15$ .

Как видно (рис. 20) результаты работы разработанного приложения совпадают с уже имеющимися (рис. 20) научными данными [6].



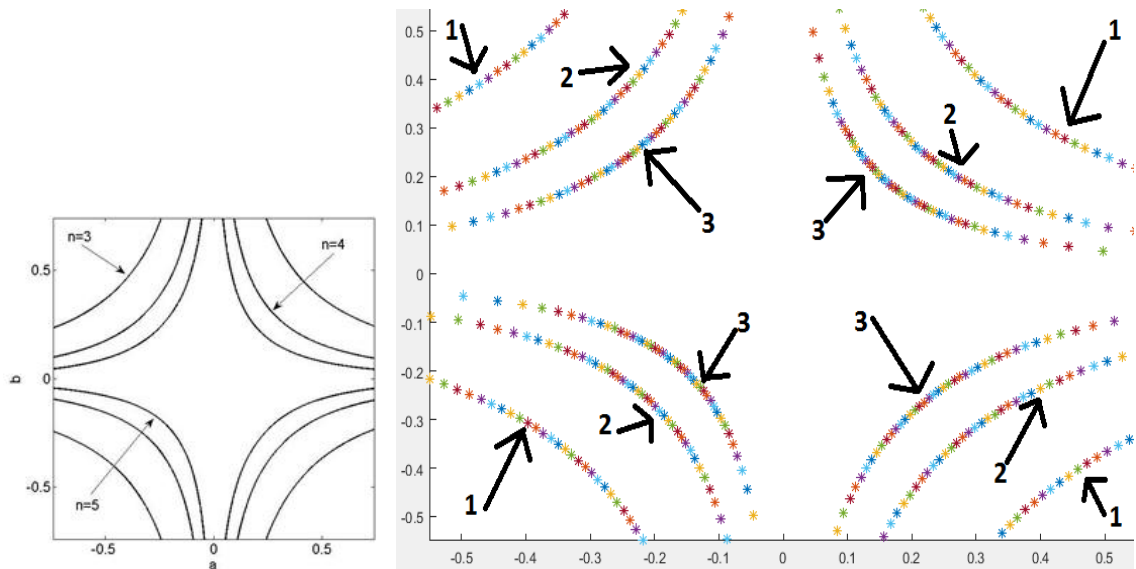
**Рис. 20.** Сравнение уже имеющихся результатов и разработанной программы для полносвязной конфигурации нейронной сети при различных  $k$

Было выполнено сравнение уже имеющихся результатов [6] для полносвязной конфигурации нейронов (рис. 21) с результатами работы программы, при различных  $n$ , для того, чтобы понять, корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для полносвязной конфигурации нейронов. Параметры  $k = 3$  и  $\gamma = 0.3$  были неизменны. Менялся лишь параметр  $n$ , который был равен 2, 4 и 15.

Для графика программы, который отображен справа (рис. 21) линия графика под цифрой 1 соответствует сети с параметром  $n = 3$ , цифра 2 соответствует  $n = 4$  и цифра 3 соответствует  $n = 5$ .

Как видно (рис. 21) результаты работы разработанного приложения совпадают с уже имеющимися (рис. 21) научными данными [6].



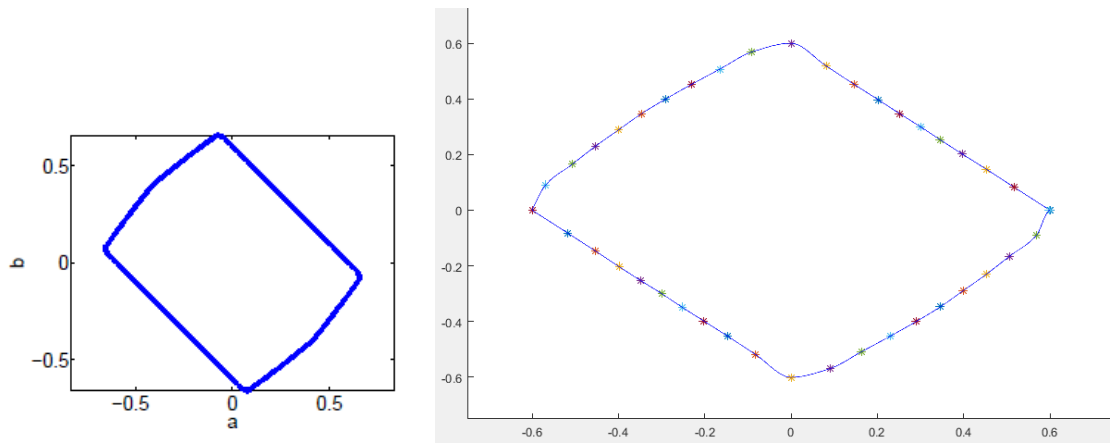
**Рис. 21.** Сравнение уже имеющихся результатов и разработанной программы для полносвязной конфигурации нейронной сети при различных  $n$

Было выполнено сравнение уже имеющихся научных результатов [12] для кольцевой конфигурации нейронов (рис. 22) с результатами работы программы, для того, чтобы понять, корректно работает программа или нет.

Выполнено построение области устойчивости для кольцевой конфигурации нейронов, с параметрами  $n = 10$ ,  $k = 3$  и  $\gamma = 0.4$ .

Также был выбран синий цвет построения графика области устойчивости для кольцевой конфигурации нейронов.

Как видно (рис. 22) области устойчивости, полученные в результате работы разработанного приложения совпадают с уже имеющимися (рис. 22) научными данными [12].



**Рис. 22.** Сравнение уже имеющихся результатов и разработанной программы для кольцевой конфигурации нейронной сети

## 4. ТЕСТИРОВАНИЕ

Было выполнено функциональное тестирование программы (табл. «Результаты тестирования»).

**Табл. Результаты тестирования**

	Проектирование	Результат
Выпадающий список типов нейронных сетей	При выборе списка нейронных сетей, должен появиться выпадающий список, содержащий тип нужной пользователю нейронной сети	Выполнено, и работает корректно
Выпадающий список цвета графика	При выборе цвета графика, должен появиться выпадающий список, содержащий возможно настраиваемый цвет графика	Выполнено, и работает корректно
Выбор типа нейронной сети	При выборе пользователей типа нейронной сети, должен строиться график области устойчивости именно этого типа	Выполнено, и работает корректно
Выбор цвета графика	При выборе пользователем цвета графика, он должен строиться именно этого цвета	Выполнено и работает корректно
Количество слоёв в сети	Возможность ввода количества слоёв в сети должна появляться только при выборе многослойной нейронной сети. В других случаях этот выбор должен быть невозможен. Так же количество слоев в сети должно влиять на окончательный результат	Выполнено и работает корректно
Количество нейронов в сети	Пользователь должен иметь возможность задавать количество нейронов сети, и это количество должно влиять на окончательный результат	Выполнено и работает корректно
Коэффициент демпфирования собственных колебаний нейрона	Пользователь должен иметь возможность задавать коэффициент демпфирования собственных колебаний нейрона, и это количество должно влиять на окончательный результат	Выполнено и работает корректно
Запаздывание во взаимодействии нейронов	Пользователь должен иметь возможность задавать запаздывание во взаимодействии нейронов, и это количество должно влиять на окончательный результат	Выполнено и работает корректно
Отдельное окно для графика областей устойчивости	Область устойчивости должна строиться в отдельном окне	Выполнено и работает корректно
Построение нескольких графиков	Должна быть возможность для пользователя строить несколько графиков, чтобы иметь возможность сравнить результаты	Выполнено и работает корректно

Результаты построения графиков областей устойчивости, были рассмотрены в главе 3. Проведено тестирование работы приложения, на предмет построения областей устойчивости нейронных сетей следующих конфигураций:

- нейронная сеть линейной конфигурации;
- нейронная сеть звездной конфигурации;
- нейронная сеть двуслойной конфигурации;
- нейронная сеть многослойной конфигурации;
- нейронная сеть с топологией многомерного куба
- нейронная сеть кольцевого типа;
- нейронная сеть полносвязного типа;

Полученные области устойчивости согласованы с научными данными [12, 6].

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Было разработано приложение для построения областей устойчивости дискретных моделей стандартных конфигураций нейронных сетей.

Также были выполнены следующие задачи:

- 1) рассмотрены уже имеющиеся теоремы для построения областей устойчивости;
- 2) изучена среда разработки Matlab;
- 3) выполнена разработка приложения, для построения областей устойчивости;
- 4) проведено тестирование полученных результатов;

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гопыч П.М. Трехэтапная количественная нейросетевая модель явления «на кончике языка». / П.М.Гопыч. // Труды // Труды IX-й Международной конференции «знание-диалог-решение» (KDS-2001), 19-22 июня 2001, С-Петербург. – С. 158-165.
2. Горбань А.Н. Обучение нейронных сетей. - М.: СП "ПараГраф", 1990.
3. Горбань А.Н., Россиев Д.А. Нейронные сети на персональном компьютере. - Новосибирск: Наука, 1996.
4. Иванов С.А., Вычисление областей устойчивости дискретных моделей больших нейронных сетей типа small world, Южно-Уральский государственный университет, 11.07.2016.
5. Иванов С. А. Программный комплекс «Устойчивость матричных разностных уравнений с двумя запаздываниями»: свидетельство о регистрации электронного ресурса в ИНИМ РАО № 19417 / С. А. Иванов // ОФЭРНиО, 29.07.2013.
6. Иванов, С.А. Устойчивость рекурсивных полностью связанных нейронных сетей, Сб. научных статей III Международной научно-практической конференции студентов и аспирантов «Математика и ее приложения в современной науке и практике». — 2013. Курск. — С. 139 – 143.
7. Плохотников К.Э. Вычислительные методы. Теория и практика в среде MATLAB: курс лекций. Учебное пособие для вузов. - М.: Горячая линия-Телеком, 2009. - 496 с.
8. Arbib M., The handbook of brain theory and neural networks, - Cambridge, MA: MIT Press, 2003.
9. Baiesi M., Paczuski M., Scale-free networks of earthquakes and aftershocks, Physical Review E, 2004 - V. 69 - 907–908.
10. Gonzalez A., Valero-Garcia M., Diaz de Cerio L. Executing algorithms with hypercube topology on torus multicomputers, IEEE Transactions on parallel and distributed systems, 1995 - V. 6 (8) - 803-814.



11. Gryazina E.N., Polyak B.T. Stability regions in the parameter space:- decomposition revisited, *Automatica*, 2006 - V. 42(1) - 13–26.

12. Ivanov S. A., Kipnis M.M. Stability analysis of discrete-time neural networks with delayed interactions: torus, ring, grid, line. *International Journal of Pure and Applied Mathematics* 2012 - V. 78(5) - 691–709.

13. Ivanov S.A., Kipnis M.M., Malygina V.V., The stability cone for a difference matrix equation with two delays, *ISRN Applied Mathematics* (2011) ID 910936, 1–19.

14. Kokhlova T.N., Kipnis M.M., Numerical and qualitative stability analysis of ring and linear neural networks with a large number of neurons, *International Journal of Pure and Applied Mathematics* (2012) V. 76 (3), 403 – 419.