

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Южно-Уральский государственный университет»
(национальный исследовательский университет)

Факультет «Математики, механики и компьютерных технологий»

Кафедра вычислительной механики

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой ВМ,

д. ф.-м. н., профессор

_____/Ю.М. Ковалев

2017 г.

Вязкопластический механизм образования горячей точки

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ЮУрГУ - 01.03.03.2017.13-45-1408.ВКР

Руководитель

Заведующий кафедрой ВМ,

д. ф.-м. н., профессор

_____/Ю.М.Ковалев

2017 г.

Автор работы

студент группы ЕТ-480

_____/К.А.Епанешников

2017 г.

УДК 533.6.011.1

Епанешников К.А.

Вязкопластический механизм образования горячей точки

К.А.Епанешников - Челябинск, 2017. - 33 с.

Целью данной выпускной квалификационной работы является изучение изменения основных параметров пористого вещества при ударном сжатии. Решение задачи реализовано в пакете Matlab. Получены зависимости скорости границы пузырька, давления и изменение его радиуса при сжатии. А так же изменение температуры пузырька.

Список лит. - 9 назв.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	8
1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В РАЗМЕРНОЙ ФОРМЕ	10
2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В БЕЗРАЗМЕРНОЙ ФОРМЕ	13
3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В РАЗМЕРНОЙ ФОРМЕ	15
4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В БЕЗРАЗМЕРНОЙ ФОРМЕ	18
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	24
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	25
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	26
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	28

Введение

Актуальность темы: В настоящее время для исследования множества областей науки и техники требуется решать сложные теоретические и прикладные задачи. Для полного решения задач используют новейшие численные методы, которые реализуют с помощью вычислительной техники математическую модель того или иного физического процесса. В данной работе описывается математическая модель схлопывания пор и параллельного разогрева вещества, что является несомненно актуальным вопросом в современной науке и военной промышленности.

Цель работы: Изучение влияния неравновесного разогрева на поведение пористого вещества при ударном сжатии.

Задачи работы:

- произвести анализ динамики сжатия пузырька газа;
- произвести анализ локального разогрева вещества при схлопывании пор;
- описать выбранные математические модели для расчетов и выбрать численные методы, по которым производятся расчеты в данной работе;
- реализовать схемы для расчета в виде программ;

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

При написании данной работы были использованы научная и учебно-методическая литература, статьи.

В работе [1] А. В. Аттеткова, Л. Н. Власовой, В. В. Селиванова, В. С. Соловьева «Влияние неравновесного разогрева на поведение пористого вещества при ударном сжатии» проведены исследования показывающие, что неравновесный характер разогрева вещества при ударном нагружении существенно зависит не только от начальной пористости, а и от начального размера пор. Динамика нестационарного разогрева вещества в окрестности неоднородности, увязанная с конкуренцией процессов тепловыделения вследствие пластического и вязкого трения и теплоотвода вследствие теплопроводности, определяется из совместного решения уравнения теплопроводности при наличии внутренних источников тепловыделения и уравнений, описывающих движение вещества в окрестности поры. Твердое тело в рассматриваемом диапазоне давлений считается несжимаемым, подчиняющимся соотношениям вязкопластической среды.

Работа С. З. Дунина, В. В. Суркова «Структура фронта ударной волны в твердой пористой среде» [2] показывает, что основные закономерности распространения ударных волн определяются сложной зависимостью давления от плотности и её производных. Эта зависимость найдена из рассмотрения динамического поведения во фронте волны элементарных ячеек среды, содержащих поры. Проведен последовательный вывод уравнения состояния пористого вещества с учетом динамики выборки пор, и на основе этого уравнения, а также уравнений движения и сохранения массы вещества проанализированы некоторые особенности распространения ударных волн в пористом пластическом веществе с учетом вязкостных свойств среды в пренебрежении изменением плотности

и пористости в упругом предвестнике. Исследовано влияние скорости ударной волны, пористости, вязкости и предела текучести на структуру фронта волны. Для волн большой интенсивности исследование проведено численными методами, а для слабых ударных волн получены аналитические решения.

Является интересным изучить задачу об определении параметров одномерной нестационарной волны сжатия, возникающую при изучении пластических течений и фазовых превращений вещества под действием ударных волн, а также при исследовании развития детонации, инициируемой плоской ударной волной в заряде ВВ при плавном (вырожденном) характере развития взрыва, рассмотренную в работе [7] Г.А.Ададунова, В.С.Трофимова, В.А.Яковлева «Определение параметров нестационарной волны сжатия». В обоих случаях волна сжатия состоит из ударного фронта, в котором давление и плотность вещества меняются скачком, и следующей за ним нестационарной области плавного нарастания давления. В этом случае фронтом волны сжатия является фронт звуковой волны. В работе измерялась скорость и яркостная температура паров магния, образующихся в результате ударного сжатия порошкообразного магния. Установлено, что температура и скорость разлета паров магния растут с увеличением размеров частиц и амплитуды ударных волн. Сделан вывод, что основная доля внутренней энергии, приобретаемой порошкообразным веществом в результате ударного сжатия, приходится лишь на поверхностные слои частиц.

В статье [8] Г.В.Белякова, В.Н.Родионова, В.П.Самосадного «О разогреве пористого вещества при ударном сжатии» предложен метод расчета параметров одномерной нестационарной волны сжатия, а также детонационной волны, инициируемой плоской ударной волной в заряде ВВ при плавном (вырожденном) характере развития взрыва, основанный

на использовании экспериментального материала, полученного электромагнитным методом. Рассчитаны параметры (давление и удельный объем) для стекла и плавленного кварца. Построены фазовые траектории. По характеру фазовых траекторий можно судить о наличии области пластических течений и об эндотермическом характере следующих за ними фазовых переходов. Было высказано предположение, что основная доля внутренней энергии, приобретенной пористым веществом в результате ударного сжатия, приходится лишь на тонкие поверхностные слои частичек, разогрев которых происходит за время заполнения пустот пористого тела. Большая плотность тепловой энергии, приходящаяся на тонкие поверхностные слои частичек, приводит к очень сильному разогреву вещества, в результате чего вещество поверхностных слоев переходит в газообразное состояние.

Постановка задачи в размерной форме

Исследование динамики сжатия пузырька газа в размерной форме

Необходимо произвести анализ динамики сжатия пузырька, для чего следует решить приведенное дифференциальное уравнение:

$$\rho_1 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{2v}{r^2} \right] \quad (1)$$

Где

ρ_1 – плотность твердого тела

v – скорость

t – время

r – эйлерова координата

P – давление

μ – коэффициент вязкости твердого тела

Для решения которого были произведены некоторые преобразования.

Выразим плотность пузырька в начальный момент времени и на следующих шагах:

$$\rho_{20} = \frac{M}{4/3\pi a_0^3}; \quad \rho_2 = \frac{M}{4/3\pi a^3}$$

где a_0 – радиус пузырька в начальный момент времени.

Выражаем M из двух уравнений

$$M = \rho_{20} \frac{4}{3} \pi a_0^3 = \rho_2 \frac{4}{3} \pi a^3$$

откуда легко выражаем ρ_2 через ρ_{20}

$$\rho_2 = \rho_{20} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3$$

Следующим шагом подставляем ρ_2 в уравнение для нахождения давления в пузырьке:

$$P_2 = \rho_2 RT_2 = \rho_{20} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 RT_2$$

Возьмем

$$\frac{1}{r^2} (r^2 v) = 0$$

Откуда

$$r^2 v = const = a_0^2 v_{1a}$$

получим

$$v = \left(\frac{a_0}{r} \right)^2 v_{1a}$$

Где v_{1a} – скорость границы пузырька

Подставив данное выражение в (1) и продифференцировав его получаем, что тензор вязких напряжений равен нулю и выражение принимает вид (2):

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (2)$$

Дифференцируя выражение (2) и подставляя в него v получим конечное уравнение для решения:

$$a_0 v'_{1a} + \frac{3}{2} v_{1a}^2 = \frac{P_{1a} - P_{1b}}{\rho_1} \quad (3)$$

Где

P_{1a} – давление в пузырьке

P_{1b} – давление в твердом веществе

Начальные условия:

$$v_0 = 0 \quad P_{1a} < P_{1b}$$

Эффективное численное решение уравнения (3) возможно получить с помощью явных разностных схем.

Локальный разогрев вещества при схлопывании пор определяется из решения следующего уравнения:

$$c_T \rho_T \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \lambda \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + 2\mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right]$$

Где

c_T – коэффициент теплоемкости

T – температура

λ – коэффициент теплопроводности

Начальные и граничные условия:

$$r(0) = r_0, \quad T(0, r) = T_0, \quad v(0, r) = 0, \\ \partial T / \partial r|_{r=a} = 0, \quad \partial T / \partial r|_{r=b} = 0$$

Постановка задачи в безразмерной форме

Рассмотренная выше размерная постановка позволяет получить частное решение задачи для заданного набора исходных данных, размерности которых должны быть согласованы. Изменение хотя бы одной из этих величин приводит к другому частному решению.

Безразмерная постановка позволяет получать набор универсальных решений, не зависящих от выбора системы единиц.

Обезразмеривание уравнений производится с помощью следующих переменных и параметров:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{a_0} \left(\frac{p}{\rho_T} \right)^{1/2}, & R &= \frac{r}{a_0}, & R_1 &= \frac{a}{a_0}, & R_2 &= \frac{b}{a_0}, \\ w_1 &= \dot{a} \left(\frac{p}{\rho_T} \right)^{-1/2}, & Re &= \frac{a_0 \sqrt{p \rho_T}}{\mu}, & Pr &= \frac{c_T \mu}{\lambda_T}, \\ \theta &= \frac{c_T \rho_T}{p} (T - T_0). \end{aligned}$$

С учетом безразмерных величин, **уравнение описывающее нестационарный разогрев вещества в окрестности поры** в которая подставлена величина

$$v = \dot{a} (a/r)^2$$

принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w_1 \left(\frac{R_1}{R} \right)^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{Pr Re} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{8w_1^2 R_1^4}{R^6 Re} + \frac{4w_1^2 R_1^4}{Re R^3}$$

где

w_1 – скорость движения границы поры;

Re – число Рейнольдса, характеризующее вязкие свойства вещества;

Pr – число Прандтля – соотношение между количеством теплоты, выделившимся в результате вязкого трения, и количеством теплоты, отведенным теплопроводностью;

индексы 1 и 2 определяют координаты радиуса поры и радиуса сферической ячейки.

Уравнение, описывающее закон изменения радиуса поры в безразмерных величинах принимает следующий вид:

$$(1 - \varphi_1) \frac{\partial w_1}{\partial \tau} = -\frac{3(1 - \varphi_2)}{2R_1} w_1^2 - \frac{4w_1}{ReR_1^2}$$

Где

$$\varphi_1 = \frac{3(m^{\frac{1}{3}} - m)}{2(1 - m)}, \quad \varphi_2 = \frac{m^{\frac{1}{3}}(2 + m) - 3m}{(1 - m)}, \quad m = \frac{(\alpha - 1)}{\alpha}.$$

α – макроскопический параметр пористости, который в новых переменных выражается следующим образом

$$\alpha = 1 + R_1^3(\alpha_0 - 1),$$

α_0 – параметр начальной пористости.

Закон изменения скорости движения границы поры определяется из следующего уравнения:

$$\frac{dR_1}{d\tau} = w_1$$

Начальные и граничные условия в безразмерной форме принимают следующий вид:

$$R_1(0) = 1, \quad w_1(0) = 0, \quad \theta(0, R) = 0,$$
$$\partial\theta/\partial R|_{R=R_1} = 0, \quad \partial\theta/\partial R|_{R=R_2} = 0$$

Решение задачи в размерной форме

Решение уравнения, описывающего закон изменения радиуса поры, в размерной форме

Решим уравнение (3) полученное в результате преобразований

$$a_0 v'_{1a} + \frac{3}{2} v_{1a}^2 = \frac{P_{1a} - P_{1b}}{\rho_1}$$

Для решения данного уравнения перейдем к разностному виду:

$$a \frac{v_{1a}^{n+1} - v_{1a}^n}{\Delta t} + \frac{3}{2} (v_{1a}^n)^2 = \frac{P_{1a} - P_{1b}}{\rho_1}$$

и решим его методом простых итераций.

Решение уравнения в размерной форме дает следующие зависимости:

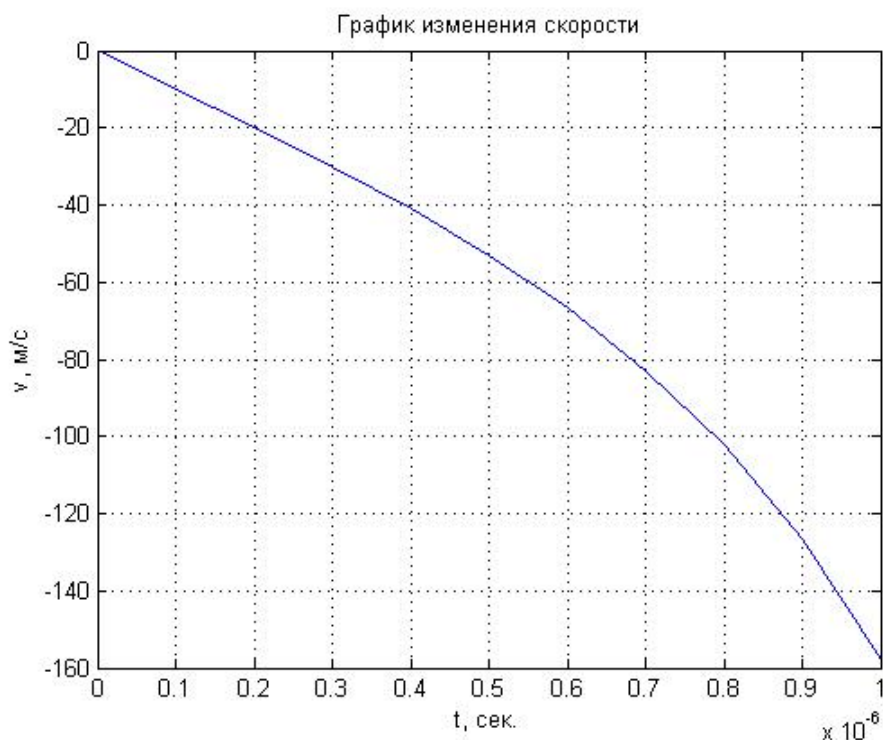


Рисунок 1. График изменения скорости границы пузырька.

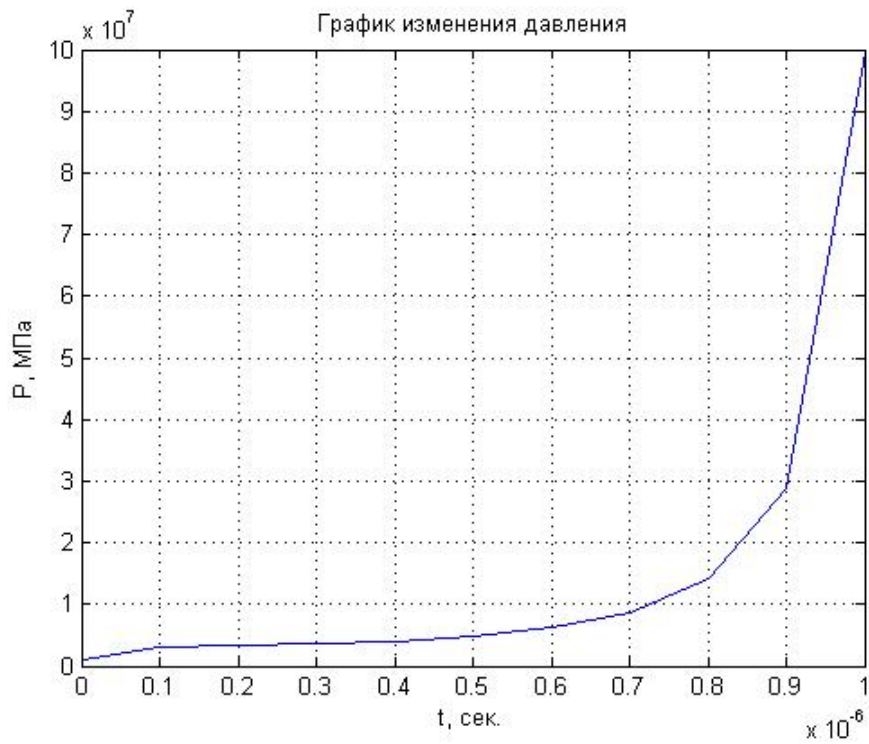


Рисунок 2. График изменения давления в пузырьке.

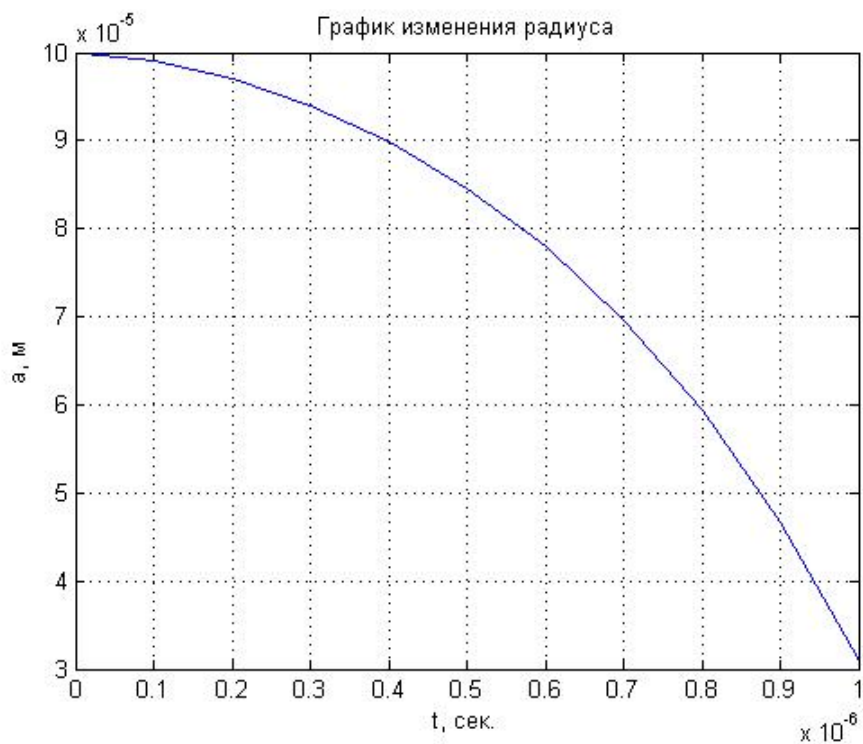


Рисунок 3. График изменения радиуса пузырька.

По данным полученным из решения уравнения мы можем сделать следующий вывод:

Изменение радиуса поры с течением времени имеет обратную зависимость к изменению скорости и давления поры с течением времени.

Решение задачи в безразмерном виде

Для решения поставленной задачи необходимо решить следующую систему дифференциальных уравнений в безразмерной форме:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w_1 \left(\frac{R_1}{R} \right)^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} = \frac{1}{PrRe} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{8w_1^2 R_1^4}{R^6 Re} + \frac{4w_1^2 R_1^4}{Re R^3}$$

С начальными и граничными условиями:

$$R_1(0) = 1, \quad w_1(0) = 0, \quad \theta(0, R) = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial R} \Big|_{R=R_1} = 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial R} \Big|_{R=R_2} = 0$$

Решение задачи производится путем перехода в подвижную систему координат с использованием переменной $\xi = (R - R_1)/(R_2 - R_1)$, $\xi = [0, 1]$.

Используя формулы преобразования

$$\frac{\partial}{\partial R} = \frac{1}{(R_2 - R_1)} \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)_R = \left(\frac{\partial}{\partial \tau} \right)_\xi + \frac{[\xi(\dot{R}_1 - \dot{R}_2) - \dot{R}_1]}{(R_2 - R_1)} \frac{\partial}{\partial \xi}$$

и учитывая, что $\dot{R}_1 = w_1$ и $\dot{R}_2 = w_1(R_1/R_2)^2$ получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + f_1(\tau, \xi) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = f_2(\tau) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + f_3(\tau, \xi)$$

где

$$f_1(\tau, \xi) = \frac{1}{(R_2 - R_1)} \left[w_1 \left\{ \xi \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right] + \left(\frac{R_1}{R} \right)^2 - 1 \right\} - \frac{2}{PrReR} \right],$$

$$f_2(\tau) = [PrRe(R_2 - R_1)^2]^{-1},$$

$$f_3(\tau, \xi) = \frac{8w_1^2 R_1^4}{R^6 Re} + \frac{4w_1^2 R_1^4}{Re R^3},$$

$$R(\xi) = R_1 + \xi(R_2 - R_1).$$

С начальными и граничными условиями, которые принимают следующий вид:

$$R_1(0) = 1, \quad R_2(0) = (1 - \alpha_0^{-1})^{-\frac{1}{3}}, \quad w_1(0) = 0, \quad \theta(0, \xi) = 0,$$

$$\partial\theta/\partial\xi|_{\xi=0} = 0, \quad \partial\theta/\partial\xi|_{\xi=1} = 0.$$

Для определения профиля температуры $\theta(\tau, \xi)$ производятся следующие расчеты. На каждом промежутке времени $\Delta\tau$ из системы уравнений

$$(1 - \varphi_1) \frac{\partial w_1}{\partial \tau} = -\frac{3(1 - \varphi_2)}{2R_1} w_1^2 - \frac{4w_1}{ReR_1^2}$$

$$\frac{dR_1}{d\tau} = w_1$$

вычисляются функции $R_1(\tau)$, $w_1(\tau)$ и $R_2(\tau) = R_1[1 + R_1^{-3}(\alpha_0 - 1)^{-1}]^{1/3}$, которые выглядят следующим образом:

$$w_1^{n+1} = \left(\frac{-\frac{3(1 - \varphi_2)}{2(R_1^n)^2} (w_1^n)^2 - \frac{4w_1^n}{Re(R_1^n)^2}}{(1 - \varphi_1)} \right) dt + w_1^n,$$

$$R_1^{n+1} = w_1^n dt + R_1^n,$$

$$R_2^{n+1} = R_1^{n+1} (1 + (R_1^{n+1})^{-3} (\alpha_0 - 1)^{-1})^{-1/3}.$$

Где значения функций на каждом временном шаге выражается через значения функций на предыдущем шаге.

Выразив значения функций были построены графики функций на каждом шаге:

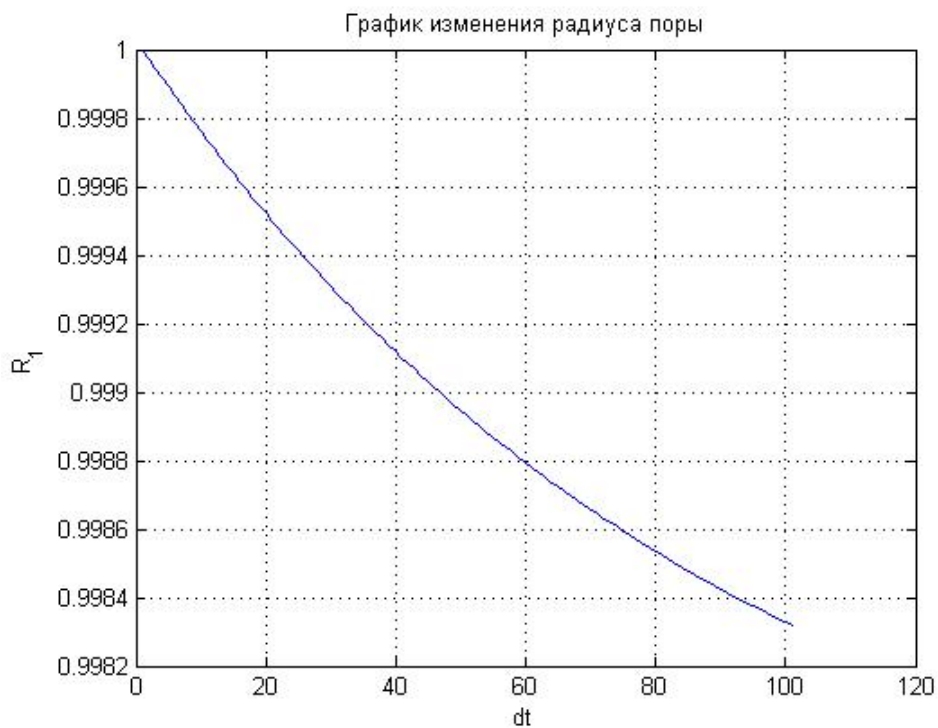


Рисунок 4. График изменения радиуса поры.

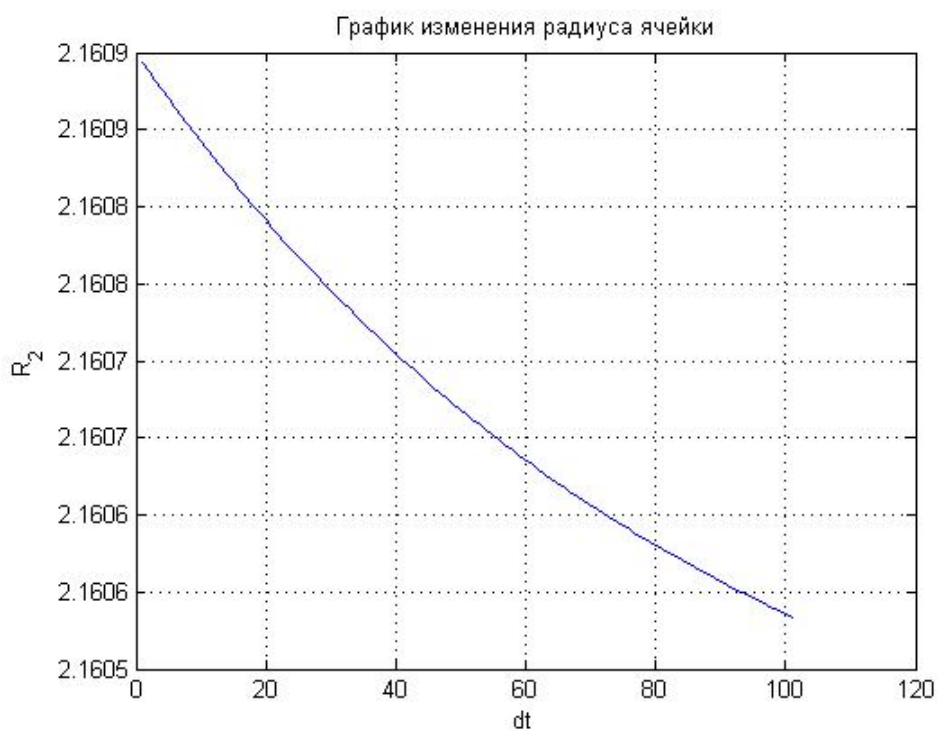


Рисунок 5. График изменения радиуса ячейки.

Следующим шагом выраженные функции были подставлены в уравнение описывающее изменение температуры, в подвижной системе координат:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + f_1(\tau, \xi) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = f_2(\tau) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + f_3(\tau, \xi)$$

Решение данного уравнения произведено методом прогонки, для реализации которого необходимо получить прогоночные коэффициенты и привести к трехдиагональной матрице путем преобразования уравнения

Необходимо записать уравнение в разностной форме:

$$\frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\Delta \tau} + f_1(\tau, \xi) \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_i^{n+1}}{\Delta \xi} - f_2(\tau) \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{(\Delta \xi)^2} = f_3(\tau, \xi)$$

Члены полученного уравнения были сгруппированы следующим образом:

$$\begin{aligned} \theta_i^{n+1} \left(\frac{1}{\Delta \tau} - \frac{f_1(\tau, \xi)}{\Delta \xi} + \frac{2f_2(\tau)}{(\Delta \xi)^2} \right) + \theta_{i+1}^{n+1} \left(\frac{f_1(\tau, \xi)}{\Delta \xi} - \frac{f_2(\tau)}{(\Delta \xi)^2} \right) - \theta_{i-1}^{n+1} \frac{f_2(\tau)}{(\Delta \xi)^2} = \\ = f_3(\tau, \xi) + \frac{\theta_i^n}{\Delta \tau} \end{aligned}$$

Откуда были выражены коэффициенты:

$$K_1 = \frac{f_2(\tau)}{(\Delta \xi)^2},$$

$$K_2 = \frac{1}{\Delta \tau} - \frac{f_1(\tau, \xi)}{\Delta \xi} + \frac{2f_2(\tau)}{(\Delta \xi)^2},$$

$$K_3 = \frac{f_1(\tau, \xi)}{\Delta \xi} - \frac{f_2(\tau)}{(\Delta \xi)^2},$$

$$K_4 = f_3(\tau, \xi) + \frac{\theta_i^n}{\Delta \tau}.$$

Реализовав метод прогонки была получена иллюстрация температурных профилей на каждом временном шаге в виде анимации, ниже представлены графики в нескольких моментах времени:

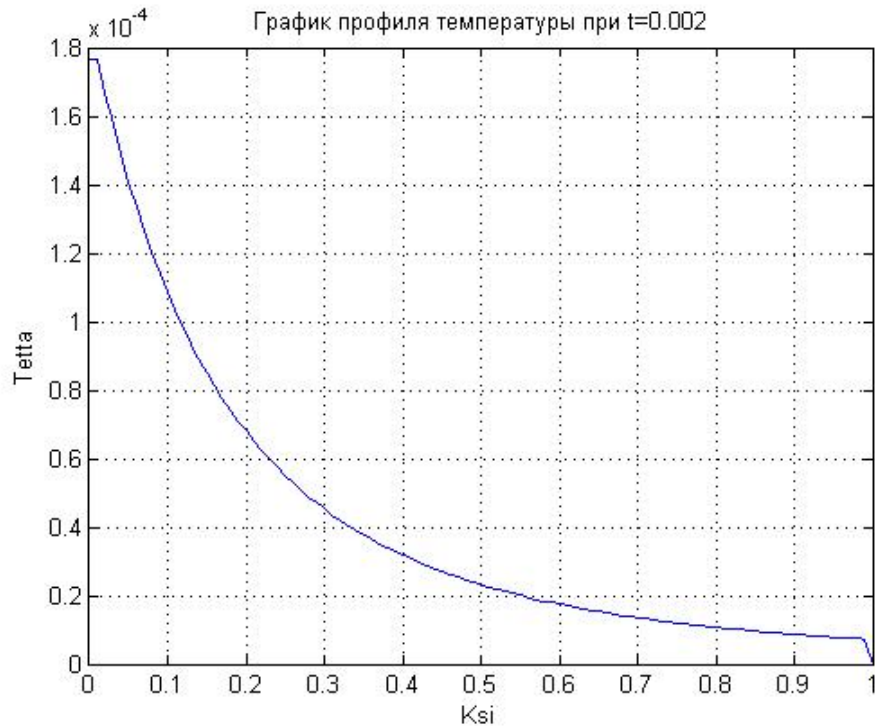


Рисунок 6. Профиль температуры в момент времени $\tau = 0.002$.

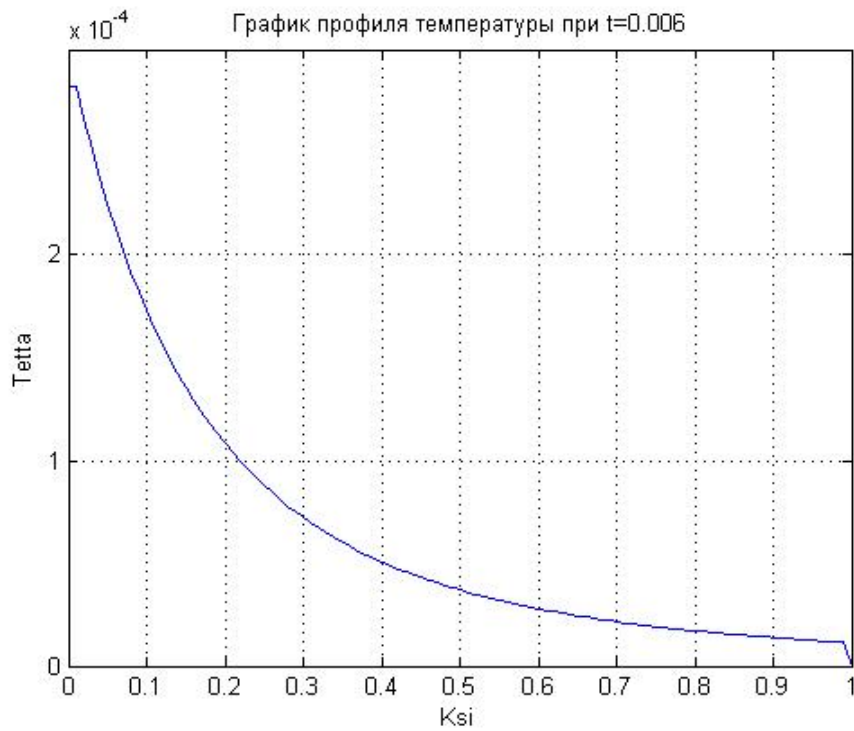


Рисунок 7. Профиль температуры в момент времени $\tau = 0.006$.

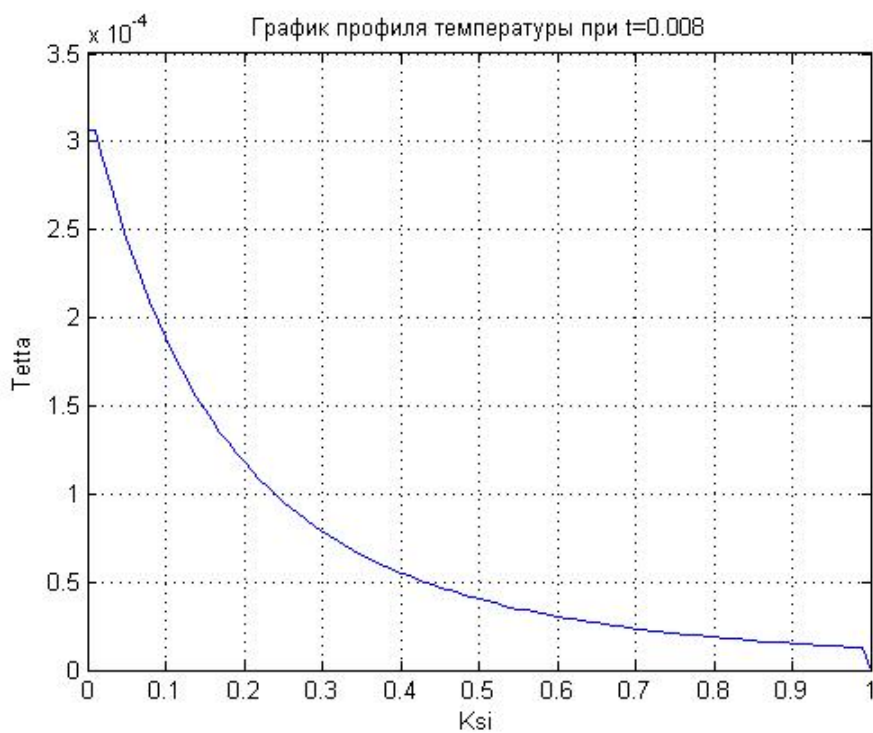


Рисунок 8. Профиль температуры в момент времени $\tau = 0.008$.

Для иллюстрации изменения температуры с течением времени графики приведены на одном рисунке:

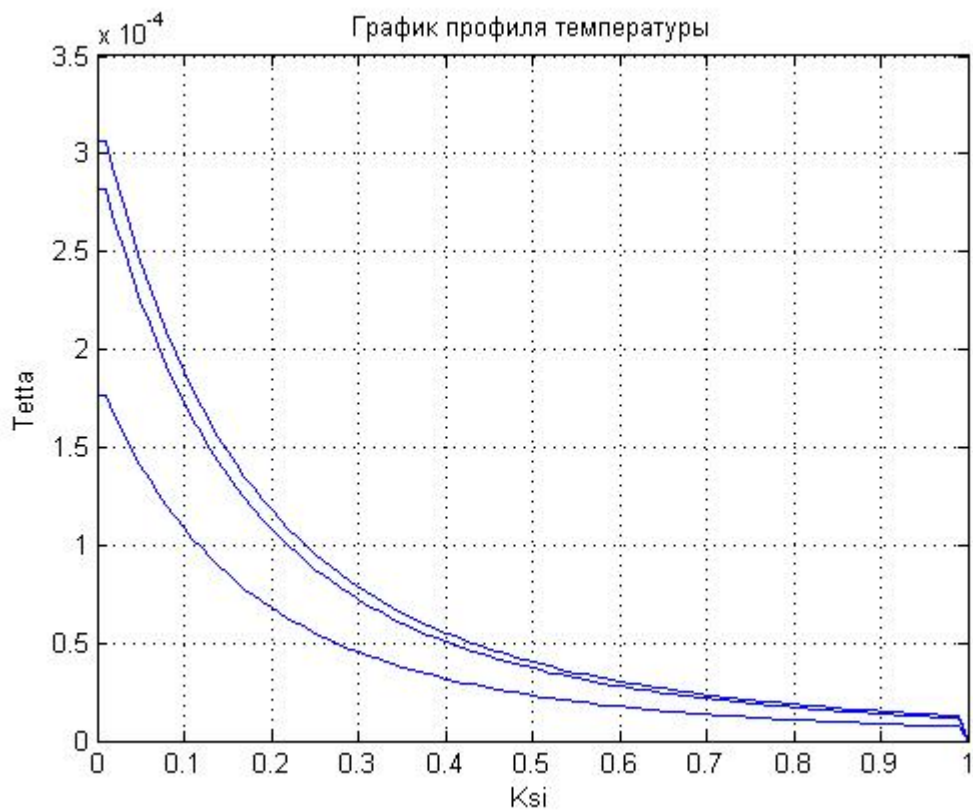


Рис. 9. Профиль температуры.

Из полученного результата можно сделать следующий вывод:

При схлопывании пузырька и, соответственно, уменьшении его начально начального радиуса, происходит повышение температуры с каждым временным шагом.

Заключение

1. Изучены основные понятия связанные с изучением ударного сжатия пористого вещества. Исследованы различные способы решения поставленной задачи. Выбран способ решения данной задачи – более хорошо описывающий нюансы работы.

2. Выбраны численные методы реализующие решение задачи в пакете Matlab.

3. Реализовано решение в размерной и безразмерной форме.

4. Выполнена серия параметрических расчётов: найдены зависимости скорости границы поры, давления и изменение радиуса пузырька при его сжатии. Из полученных расчётов видно, что скорость и плотность пузырька увеличиваются на каждом моменте времени при его сжатии, а радиус поры, напротив, уменьшается. Полученные расчеты позволяют говорить об увеличении температуры, что и говорит об образовании горячей точки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Аттетков А. В., Власова Л. Н., Селиванов В. В., Соловьева В. С. Влияние неравновесного разогрева на поведение пористого вещества при ударном сжатии. – ПМТФ, 1984, №6.

2 Дунин С. З., Сурков В. В. Структура фронта ударной волны в твердой пористой среде. – ПМТФ, 1979, №5.

3 Дунин С. З., Сурков В. В. Динамика закрытия пор во фронте ударной волны. – ПММ, 1979, т.43, №3.

4 Зельдович Я. Б. Теория ударных волн и введение в газодинамику. – Изд-во АН СССР, 1946.

5 Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – Изд-во «Наука», 1966.

6 Трофимов В. С., Ададунов Г. А., Першин С. В., Дремин А. Н. Аномальная ударная сжимаемость пористых материалов. – ФГВ, 1968, т.4, №2.

7 Ададунов Г. А., Трофимов В. С., Яковлева В. А. Определение параметров нестационарной волны сжатия. – ФГВ, 1968, №3.

8 Беляков Г. В., Родионов В. Н., Самосадный В. П. О разогреве пористого вещества при ударном сжатии. – ИФЗ АН СССР, 1997.

9 Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

Приложение 1

Решение в размерной форме

```
clear all;
close all;
clc;
%первое уравнение
p1a=10^6; %давление в пузырьке
Ro2=1.3; %плотность в пузырьке
Ro1=10^4; %плотность вв
T=273; %температура
a0=100*(10^(-6)); %начальный радиус пузырька
ga=1.4;
Nn=10^3; %коэф. вязкости тв. тела
p1b=10^8; %давление вв
R=8314;
dt=0.000001; %шаг по времени
vn(1)=0; %начальная скорость
pn(1)=p1a;
an(1)=a0;
t=0;
tstop=0.000001;
z=2;
while t<=tstop
    vn1=((pn(z-1)-p1b-(3/2)*((vn(z-1))^2)*Ro1)*dt)/(Ro1*a0)+vn(z-1) %изменение
    скорости
    an1=an(z-1)+vn1*dt %изменение радиуса пузырька
    pn1=Ro2*((a0/an1)^3)*R*T %изменение давления в пузырьке
    % Ron1=Ro2*(a0/an1)^3
    % pn1=pn*(Ron1/Ro2)^ga
    vn(z)=vn1;
    an(z)=an1;
    pn(z)=pn1;
```

```

%   plot(t,vn1,'*');
%   hold on;
    z=z+1
    t=t+dt;
end
x=0:dt:tstop;
figure(1)
plot(x,vn(1:11));
title('График изменения скорости');
xlabel('t, сек.')
ylabel('v, м/с')
grid on
figure(2)
plot(x,pn(1:11));
title('График изменения давления');
xlabel('t, сек.')
ylabel('P, МПа')
grid on
figure(3)
plot(x,an(1:11));
title('График изменения радиуса');
xlabel('t, сек.')
ylabel('a, м')
grid on

```

Приложение 2

Решение в безразмерной форме

```
%function diplom
format long
clc
close all
clear all
w1=-0.02775; %скорость в нач.момент времени
R1=1; %радиус поры
Re=0.1;
Pr=10^5;
alfa0=1.11;
alfa=1+((R1)^3)*(alfa0-1);
m=(alfa-1)*alfa;
fi1=(3*(m^(1/3)-m))/(2*(1-m))
fi2=((m^(1/3))*(2+m)-3*m)/(1-m)
w1(1)=w1;
R1(1)=R1;
R2(1)=R1*(1+(R1)^(-3)*(alfa0-1)^(-1))^(1/3);
tet(1,1:101)=0; %безразмерная температура
dt=0.001;
t=0;
tstop=0.1;
z=2;
dksi=0.01;
i1=1;
while t<=tstop
w11=((-(3*(1-fi2))/(2*R1(z-1)))*(w1(z-1))^2-(4*w1(z-1))/(Re*(R1(z-1))^2))/(1-
fi1)*dt+w1(z-1);
R11=w1(z-1)*dt+R1(z-1);
R21=R11*(1+(R11)^(-3)*(alfa0-1)^(-1))^(1/3);
i=1;
f2=(Pr*Re*(R21-R11)^2)^(-1);
for kksi=0:dksi:1
    R(i)=R11+kksi*(R21-R11);
    f1(i)=(1/(R21-R11))*(w11*(kksi*(1-(R11/R21)^2)+(R11/R(i))^2-1)-2/(Pr*Re*R(i)));
f3(i)=(8*((w11)^2)*((R11)^4)/(((R(i))^6)*Re)+(4*((w11)^2)*((R11)^4))/(Re*((R(i))^
3));
    k2(i)=1/dt-f1(i)/dksi+(2*f2)/((dksi)^2);
    %k2(i)=-f1(i)/dksi+(2*f2)/((dksi)^2);
    k3(i)=f1(i)/dksi-f2/((dksi)^2);
    k1(i)=f2/((dksi)^2);
    k4(i)=f3(i)+tet(z-1,i)/dt;
    %F(i)=f3(i)-k2(i)*tet(z-1,i)-k3(i)*tet(z-1,i+1)+k1(i)*tet(z-1,i-1);
    i=i+1;
end

tet(z,:)=progonki(k1,k2,k3,k4);
if t==0.002 || t==0.008 || t==0.006
figure(4)
plot(0:dksi:1,tet(z,:));
title('График профиля температуры');
xlabel('Ksi')
ylabel('Tetta')
grid on
```

```

hold on
for i2=1:101
    b(i1,i2)=tet(z,i2);
end
i1=i1+1;
end
pause(0.0001);
w1(z)=w11;
R1(z)=R11;
R2(z)=R21;
z=z+1;
t=t+dt;
end
figure(5)
for i2=1:101
    b1(i2)=b(1,i2);

end
plot(0:dksi:1,b1);
title('График профиля температуры при t=0.002');
xlabel('Ksi')
ylabel('Tetta')
grid on
hold on
figure(7)
for i2=1:101
    b1(i2)=b(3,i2);

end
plot(0:dksi:1,b1);
title('График профиля температуры при t=0.008');
xlabel('Ksi')
ylabel('Tetta')
grid on
hold on
figure(6)
for i2=1:101
    b1(i2)=b(2,i2);

end
plot(0:dksi:1,b1);
title('График профиля температуры при t=0.006');
xlabel('Ksi')
ylabel('Tetta')
grid on
hold on

figure(1);
plot(1:length(w1),w1,'-');
title('График изменения скорости');
xlabel('dt')
ylabel('w_1')
grid on
figure(2);
plot(1:length(R1),R1,'-');
title('График изменения радиуса поры');
xlabel('dt')
ylabel('R_1')

```

```
grid on
figure(3);
plot(1:length(R2),R2, '-');
title('График изменения радиуса ячейки');
xlabel('dt')
ylabel('R_2')
grid on
```