

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Южно-Уральский государственный университет»

(национальный исследовательский университет)

Факультет «Математики, механики и компьютерных технологий»

Кафедра вычислительной механики

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой ВМ,

д. ф.-м. н., профессор

_____/Ю.М. Ковалев

_____/2017 г.

**Математическое моделирование процесса взаимодействия гетерогенной
среды с твёрдой стенкой.**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ЮУрГУ - 01.03.03.2017.13-49-1408.ВКР

Руководитель

к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМ

_____/Н.Л. Клиначева

_____/2017 г.

Автор работы

студент группы ЕТ-480

_____/Д.А. Мастюк

_____/2017 г.

Челябинск 2017

УДК 519.6 : 544.45

Мастюк Д.А.

Математическое моделирование процесса взаимодействия гетерогенной среды с твёрдой стеной Мастюк Д.А. - Челябинск, 2017. - 36 с.

Работа выполнена с целью изучения влияния постановки граничных условий для твёрдой фазы при прохождении ударной волны через слой газозвеси на взаимодействие набегающего потока с преградой.

Список лит. - 8 назв.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	8
1. Постановка задачи и метод решения.	12
1.1. Постановка задачи	12
1.2. Численный алгоритм	16
2. Результаты расчёта	19
Заключение	28
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	29
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	30

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы: Существуют различные причины возникновения ударных волн, например, в результате техногенных взрывов, взрывов ёмкостей высокого давления, падение метеоритов, прохождение которых сквозь атмосферу происходит со скоростью превышающей скорость звука и так далее. Возникающие при этом ударные волны представляют большую опасность, так как их область воздействия распространяется на большие расстояния, вызывая разрушения объектов. Поэтому задача о воздействии ударных волн на наземные объекты является актуальной в настоящее время.

Цель работы - Изучение влияния постановки граничных условий для твёрдой фазы при прохождении ударной волны через слой газозвеси на взаимодействие набегающего потока с преградой.

Задачи работы:

1. Исследовать влияние твёрдых частиц на параметры ударной волны, отражённой от жёсткой стенки.
2. Построить математическую модель, описывающую распространение ударной волны по газозвеси.
3. Построить численный алгоритм, реализующий данную математическую модель.
4. Провести численные расчёты в соответствии с целью работы.

Результаты работы могут использоваться для упрощения постановки граничных условий в более сложных задачах механики сплошных сред.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В работе [1] рассматривается набегание плоской ударной волны на жёсткую неподвижную стенку при прохождении через слой газозвеси (экранирующий слой). Проведено исследование влияния экранирующего слоя при воздействии ударной волны на преграду. Распределение параметров газа за ударной волной в начальный момент времени имеет треугольный профиль. Граничными условиями в данной работе являлись: условие не протекания для газа и условие свободного протекания для частиц на правой стенке. В работе представлены результаты численных расчётов для различных значений диаметра и объёмной доли частиц в газозвеси. Показано, что при прохождении ударной волны по экранирующему слою падает её интенсивность и трансформируется профиль. Для сильной взрывной волны весь процесс взаимодействия со стенкой можно разбить на 3 стадии: скачкообразное повышение на стенке, плавное повышение на стенке, и постепенное падение давления до начального значения. В результате численных расчётов показано, что при малом содержании частиц в газозвеси при взаимодействии ударной волны со стенкой, давление скачком достигает своего максимального значения, после чего плавно убывает. Если массовое содержание частиц в слое порядка единицы, то в момент прихода ударной волны к стенке сначала наблюдается скачкообразное повышение давления, затем его дальнейшее плавное повышение и только потом уменьшение. В качестве силового воздействия на стенку был произведен расчёт импульса, который представлен суммой импульсов избыточного давления газа и скоростного напора частиц. Проведено сравнение рассматриваемой в работе модели с равновесной моделью газозвеси, показано что равновесная схема газозвеси не применима к расчёту взаимодействия ударных волн с преградами. Расчёт максимального давления на стенке в зависимости от определяющих параметров газозвеси показал, что увеличение массового содержания частиц в слое снижает максимальное давление на стенке.

Задача с аналогичными начальными условиями рассматривается в работе [2]. Расчёты здесь проводились модифицированным методом крупных частиц [7], [4]. Представлены расчёты парциальной плотности конденсированной фазы для различных моментов времени, что демонстрирует скопление частиц вблизи преграды, которое мешает оттоку газа от преграды. Расчёт избыточного давления на стенке при фиксированных объёмных долях и изменении диаметра частиц, показал, что при увеличении диаметра частиц максимальное избыточное давление увеличивается, но скорость оттока газа от преграды уменьшается. Приведены зависимости импульсного взаимодействия набегающей волны с преградой от изменений определяющих параметров экранирующей газозвеси. Сделаны выводы о том, что уменьшение диаметра частиц не даёт однозначного повышения эффективности, так как со снижением максимального избыточного давления на преграде увеличивается импульсное взаимодействие ударной волны с преградой. Показана необходимость правильного подбора параметров экранирующей газозвеси для увеличения её эффективности.

Модель «замороженной» газозвеси была рассмотрена в работе [3]. Исследовалась зависимость механического воздействия ударной волны на преграду в зависимости от изменения материала решёток и коэффициента перфорации. Профиль ударной волны в начальный момент времени задавался треугольным. Были показаны зависимости снижения максимального давления на преграде от изменения параметров экранирующих решёток. Чтобы проанализировать ослабление ударной волны применяется степень уменьшения максимального импульса. Делается вывод о том, что мелкосетчатые решетки с объёмным содержанием фазы в 1% имеют большую эффективность в ослаблении ударной волны.

В работе [4] проводится анализ некоторых модификаций метода крупных частиц. Рассматривается одномерный плоский случай течения газозвеси, описываемой системой уравнений состояния без учёта химических преобразований. Пред-

ставлена замкнутая система уравнений для описания газозвеси, инвариантная относительно преобразований Галилея. Были получены выражения для расчёта предварительных значений давления на новом временном слое на границах ячеек. Получены формулы расчёта промежуточных значений скоростей в явном виде. Определены формулы расчёта промежуточных значений внутренней энергии частиц, а также полной энергии смеси. Было показано, что данная модификация Эйлера этапа крупных частиц более эффективна и позволяет проводить расчёты при больших числах Куранта.

Численное исследование инвариантности относительно преобразований Галилея некоторых математических моделей многокомпонентных сред проведено в статье [5]. Рассматривается плоская одномерная ударная волна, распространяющаяся в газозвеси, расположенной перед плоской преградой. Математическое описание основано на основных допущениях механики многофазных сред. Показывается существенное преимущество двухскоростной модели над “замороженной” моделью газозвеси. Для двухскоростной модели неинвариантность проявляется незначительно и не влияет на результаты расчётов, а в случае с “замороженной” моделью газозвеси неинвариантность уравнений модели проявляется в росте энтропии, ведущим к нарушению второго закона термодинамики.

В работе [6] рассматривается математическая модель плоского одномерного течения газа с твёрдыми частицами. Были получены уравнения сохранения кинетической энергии для частиц, газа и полной энергии смеси. Показано, что они инвариантны относительно преобразований Галилея. Было показано, что для того, чтобы не нарушалась инвариантность законов сохранения, сила межфазового взаимодействия должна быть зависима только от функций разности скоростей.

Метод повышения устойчивости за счёт алгоритма определения давления скорости и энергии на границах ячеек в методе крупных частиц рассмотрен в работе [7]. Автором рассмотрена одномерная плоская задача без учёта трения и теплообмена с окружающей средой. Приведены формулы для расчёта промежуточных значений

давления на границах ячеек на новом временном слое. Получены формулы для расчёта предварительной скорости с учётом предварительного давления на новом временном слое. Проведены расчёты распада разрыва в трубе с закрытыми концами. Было показано, что данная модификация метода крупных частиц для расчёта скорости и давления на границах ячеек значительно повышает устойчивость и уменьшает амплитуды колебаний по сравнению со стандартным методом крупных частиц.

1. Постановка задачи и метод решения.

1.1. Постановка задачи

Пусть плоская волна набегаёт на жёсткую неподвижную стенку, экранированную слоем газовой взвеси длиной l_2 . Требуется изучить влияние граничных условий для частиц на правой стенке на параметры ударной волны. Движение смеси газа с частицами рассматривается в рамках основных допущений механики гетерогенных сред [1], [5]: размеры частиц и расстояния между ними много меньше расстояния изменения средних параметров течения, частицы сферические, столкновение частиц отсутствует, как и дробление, смесь монодисперсная, эффекты теплопроводности и вязкости существенны только в процессах межфазового взаимодействия, фазовых превращений нет. Модель двухскоростного и двух температурного континуума будем использовать для описания неустановившихся течений газовой взвеси, несущую фазу примем как идеальный газ, а частицы несжимаемыми. Математическая модель поставленной задачи описывается системой дифференциальных уравнений Эйлера.

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \alpha u_2}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} - f,$$

$$\frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2^2}{\partial x} = f,$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2 e_2}{\partial x} = q,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \operatorname{div}(\rho_1 E_1 u_1 + \rho_2 E_2 u_2 + \alpha_1 p u_1 + \alpha_2 p u_2) = 0,$$

$$p = p_1(e_1, \rho_1^0) = p_2(e_2, \rho_2^0) = (\gamma - 1)\rho_1^0 \left(E - \frac{u_1^2}{2} \right),$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1,$$

$$E_i = e_i + \frac{u_i^2}{2} \quad (i = 1, 2),$$

где $\rho_i, e_i, E_i, \alpha_i, T_i, u_i$ - плотность, внутренняя энергия, полная энергия, объёмная доля, температура ($i=1,2$). Причём параметры с индексов 1 относятся к газовой фазе, а с индексов 2 к частицам; p - давление, f, q - тепловое и силовое взаимодействие между фазами.

Отметим, что сила межфазового взаимодействия представляет собой сумму сил вязкого трения f_μ , силы Архимеда f_A , присоединённой массы f_m и силы Бассэ f_B .

$$f = f_\mu + f_A + f_m + f_B.$$

Однако в силу своего незначительного вклада силы f_B , её можно не учитывать из-за его порядка малости.

$$f = 0.75\alpha_2 d^{-1} \rho_1^0 C_d (u_1 - u_2) |u_1 - u_2|,$$

$$q = 6\alpha_2 d \lambda_1 Nu (T_1 - T_2) d^{-2},$$

$$C_d = C_d^0(Re) \psi(M) \varphi(\alpha),$$

$$\varphi(\alpha) = (1 - \alpha)^{-1},$$

$$C_d^0 = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt{Re}} + 0.4,$$

$$Re = \frac{\rho_1^0 |u_1 - u_2| d}{\mu_1},$$

$$\psi(M) = \left[1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M^{4.63}}\right) \right],$$

$$Nu = 2 \exp(-M) + 0.459 Re^{0.55} Pr^{0.33},$$

$$Pr = \frac{c_{p1} \mu_1}{\lambda_1},$$

λ_1 -теплопроводность газовой фазы μ_1 -вязкость газовой фазы, C_d -коэффициент аэродинамического сопротивления среды, записанный с учётом сжимаемости потока ($\psi(M)$) и стеснённости частиц ($\varphi(a)$), M -число Маха, μ , Nu -коэффициент трения и число Нуссельта, определяемые числами Рейнольдса (Re) и Прандтля (Pr).

Для расчётов начальных параметров газа на ударной волне будем использовать соотношения Ренкина-Гюгонио [9].

$$\frac{\rho_{1H}}{\rho_{10}} = \frac{(\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2},$$

$$\frac{u_{1H}}{a_{10}} = \frac{2 * (M - \frac{1}{M})}{\gamma + 1},$$

$$\frac{p_H}{p_0} = \frac{2\gamma M^2 - \gamma + 1}{\gamma + 1},$$

где индексом H -обозначены параметры за фронтом ударной волны, а параметром 0 -параметры газа перед фронтом ударной волны, M -число Маха.

В начальный момент времени параметры газа за ударной волной задаются следующим образом [1]:

при $0 < x \leq l_1$

$$\rho_1 = \rho_{1H} \varepsilon,$$

$$p = p_H \varepsilon^\gamma,$$

$$u_1 = u_{1H} * \frac{x}{l_1},$$

$$\alpha_1 = 1,$$

где

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{(\gamma - 1)(u_{1,H}^0 - u_1)}{2 * a_{1,H}}\right)^\gamma.$$

Для $l_1 < x \leq l_2$

$$\rho_1 = \rho_1^0 * \alpha_1,$$

$$\rho_2 = \rho_2^0 * \alpha_2,$$

$$p = p_0,$$

$$u_1 = 0,$$

$$u_2 = 0,$$

$$\alpha = \alpha_1.$$

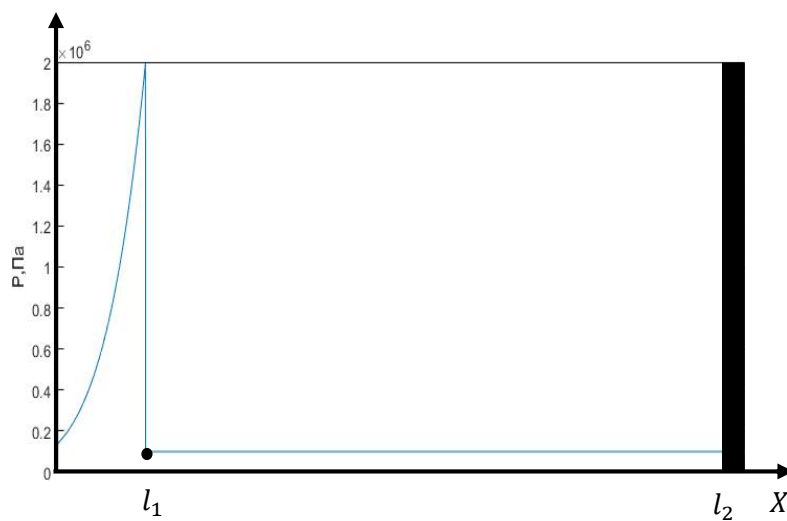


Рис. 1.1. Распределение давления в начальный момент.

1.2. Численный алгоритм

Численное решение проводилось с использованием метода крупных частиц [8]. Суть данного метода состоит в расщеплении по физическим процессам исходной системы дифференциальных уравнений. Общая структура расчётной сетки представлена на рис. 1.2. В данной работе используется модифицированный метод крупных частиц, представленный в [5]. Целые индексы означают значение параметров в центре ячеек, дробные на границах.

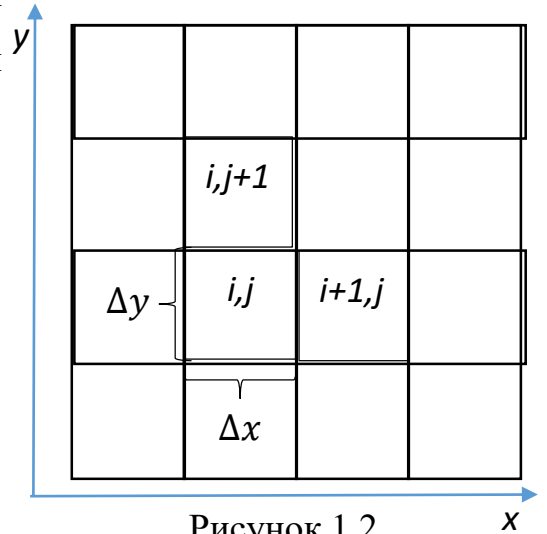


Рисунок 1.2

Весь расчёт разбивается на 3 этапа

На 1 этапе предполагается, что поле плотности заморожено, то есть происходит изменение параметров внутри ячейки, перетока массы через границы ячеек нет, рассчитываются промежуточные значения скорости и энергии. Это означает, что все конвективные слагаемые в исходных уравнениях обнуляются. Разносный аналог дифференциальных уравнений для данного этапа имеет вид:

$$\tilde{u}_{1,i}^{m+1} = u_{1,i}^{m+1} - \Delta p_{1,i}^{m+1} - \Delta f_{1,i}^{m+1} (\tilde{u}_{1,i}^{m+1} - \tilde{u}_{2,i}^{m+1}),$$

$$\tilde{u}_{2,i}^{m+1} = u_{2,i}^{m+1} - \Delta p_{2,i}^{m+1} - \Delta f_{2,i}^{m+1} (\tilde{u}_{1,i}^{m+1} - \tilde{u}_{2,i}^{m+1}),$$

где

$$\Delta f_{1,i}^m = -0.75 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 \rho_1} \frac{\rho_1}{\alpha_1} \frac{C_d}{d} \Delta t,$$

$$\Delta f_{2,i}^m = -0.75 \frac{\alpha_2}{a_1 \rho_1} \frac{\rho_2}{a_2} \frac{C_d}{d} \Delta t,$$

$$\Delta p_{1,i}^m = \frac{1}{2\rho_{1,i}^{0m}} (p_{i+1}^m - p_{i-1}^m)_i^m \frac{\Delta t}{\Delta x},$$

$$\Delta p_{2,i}^m = \frac{1}{2\rho_{2,i}^{0m}} (p_{i+1}^m - p_{i-1}^m)_i^m \frac{\Delta t}{\Delta x},$$

$$(\tilde{u}_{1,i}^{m+1} - \tilde{u}_{2,i}^{m+1}) = ((u_{1,i}^m - u_{2,i}^m) - (\Delta p_{1,i}^m - \Delta p_{2,i}^m)) / (1 + (\Delta f_{1,i}^m - \Delta f_{2,i}^m)),$$

значение параметров на границах ячеек определяется арифметически

$$X_{i+\frac{1}{2}} = (X_{i+1} + X_i) / 2,$$

промежуточные значения внутренней энергии частиц

$$\tilde{e}_{2,i}^{m+1} = e_{2,i}^m + \left(\frac{1}{\rho_{2,i}^m} \right) n_i^m q_i^m \Delta t,$$

полная энергия смеси.

$$\begin{aligned} & \rho_{1,i}^m \tilde{E}_{1,i}^{m+1} + \rho_{2,i}^m \tilde{E}_{2,i}^{m+1} \\ &= \rho_{1,i}^m E_{1,i}^m + \rho_{1,i}^m E_{2,i}^m - \left(a_{1,i+\frac{1}{2}}^m \tilde{u}_{1,i+\frac{1}{2}}^{m+1} p_{1,i+\frac{1}{2}}^m - a_{1,i-\frac{1}{2}}^m \tilde{u}_{1,i-\frac{1}{2}}^{m+1} p_{1,i-\frac{1}{2}}^m \right) \frac{\Delta t}{\Delta x} \\ & \quad - \left(a_{2,i+\frac{1}{2}}^m \tilde{u}_{2,i+\frac{1}{2}}^{m+1} p_{2,i+\frac{1}{2}}^m - a_{2,i-\frac{1}{2}}^m \tilde{u}_{2,i-\frac{1}{2}}^{m+1} p_{2,i-\frac{1}{2}}^m \right) \frac{\Delta t}{\Delta x}, \end{aligned}$$

На 2 этапе (Лагранжев) рассчитываются потоки массы газа и частиц через границы ячеек, причем вся масса газа и частиц переносится только за счёт нормальной составляющей скорости к границам ячеек. Так же рассчитываются изменение объёмной доли частиц в смеси. Разносные уравнения для данного этапа имеют вид:

$$\Delta M_{1,i+1/2}^n = \begin{cases} \rho_{1,i}^n \frac{\tilde{u}_{1,i}^{m+1} + \tilde{u}_{1,i+1}^{m+1}}{2} \Delta t & \text{если } \tilde{u}_{1,i}^{m+1} + \tilde{u}_{1,i+1}^{m+1} > 0 \\ \rho_{1,i+1}^n \frac{\tilde{u}_{1,i}^{m+1} + \tilde{u}_{1,i+1}^{m+1}}{2} \Delta t & \text{если } \tilde{u}_{1,i}^{m+1} + \tilde{u}_{1,i+1}^{m+1} < 0 \end{cases},$$

$$\Delta M_{2,i+1/2}^n = \begin{cases} \rho_{2,i}^n \frac{\tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1}}{2} \Delta t & \text{если } \tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1} > 0 \\ \rho_{2,i+1}^n \frac{\tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1}}{2} \Delta t & \text{если } \tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1} < 0 \end{cases},$$

$$\Delta\alpha_{2,i+1/2}^n = \begin{cases} \alpha_{2,i}^n \frac{\tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1}}{2} \Delta t & \text{если } \tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1} > 0 \\ \alpha_{2,i+1}^n \frac{\tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1}}{2} \Delta t & \text{если } \tilde{u}_{2,i}^{m+1} + \tilde{u}_{2,i+1}^{m+1} < 0 \end{cases},$$

$$\alpha_{2,i}^{n+1} = \alpha_{2,i}^n + \frac{\Delta\alpha_{2,i-\frac{1}{2}}^n - \Delta\alpha_{2,i+\frac{1}{2}}^n}{\Delta x},$$

И на 3 этапе- заключительном рассчитываются значения плотности скорости и энергии на новом временном слое и по уравнению состояния находится давление.

$$\rho_{j,i}^{m+1} = \rho_{j,i}^m + \frac{\Delta M_{j,i-\frac{1}{2}}^m - \Delta M_{j,i+\frac{1}{2}}^m}{\Delta x},$$

$$X_i^{m+1} = (D(1)_i X_{i-1}^m \Delta M_{j,i-\frac{1}{2}}^m - D(2)_i X_{i+1}^m \Delta M_{j,i+\frac{1}{2}}^m + X_i^m \left(\rho_{j,i}^m \Delta x + (1 - D(1)) \Delta M_{j,i-\frac{1}{2}}^m - (1 - D(2)) \Delta M_{j,i+\frac{1}{2}}^m \right)) / (\rho_{j,i}^{m+1} \Delta x),$$

где $D(K)$ – функция, определяющая направление потока, здесь $K=1$ -левая граница ячейки, а $K=2$ - правая граница ячейки, $j=1, 2$ здесь индекс $j=1$ относятся к газу, а $j=2$ для частиц.

$$D(K)_i = \begin{cases} D(1) = 1, D(2) = 0 & \text{если } \tilde{u}_{j,i}^{m+1} + \tilde{u}_{j,i+1}^{m+1} > 0 \\ D(1) = 0, D(2) = 1 & \text{если } \tilde{u}_{j,i}^{m+1} + \tilde{u}_{j,i+1}^{m+1} < 0 \end{cases},$$

Далее из уравнения состояния находится давление:

$$p^{m+1} = (\gamma - 1) \rho_1^{m+1} \left(E_1^{m+1} - \frac{u_1^{m+1 2}}{2} \right).$$

2. Результаты

В данной работе были проведены расчёты для смеси воздуха с частицами кварцевого песка. Были взяты следующие значения термодинамических параметров фаз.

$$\rho_{1,H}^0 = 5,631 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \text{—плотность газа на фронте волны,}$$

$$p_H^0 = 20 \cdot 10^5 \text{Па—давление газа на фронте волны,}$$

$$u_{1,H}^0 = 1125 \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{—скорость газа на фронте волны,}$$

$$c_p = 1005 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{град}} \text{—теплоёмкость газа при постоянном давлении,}$$

$$\lambda_1 = 0,026 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3 \cdot \text{град}} \text{—теплопроводность газа,}$$

$$\mu_1 = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}) \text{—вязкость,}$$

$$\alpha_2 = 0,001 \text{—объёмная доля газа,}$$

$$\rho_2^0 = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \text{—плотность частиц,}$$

$$\lambda_2 = 710 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{град}} \text{—теплоёмкость частиц,}$$

$$d = 60 \text{ нм—диаметр частиц.}$$

Расстояние от фронта ударной волны до стенки задавалось 3,05, длина волны 0,45м, давление на фронте ударной волны $20 \cdot 10^5$ Па.

Процесс взаимодействия ударной волны с преградой при наличии экранирующего слоя проиллюстрирован на рис. 2.1, где показаны профили давлений газа для различных моментов времени (красные линии). И здесь же показаны (синие линии) профили давлений получение в работе [1].

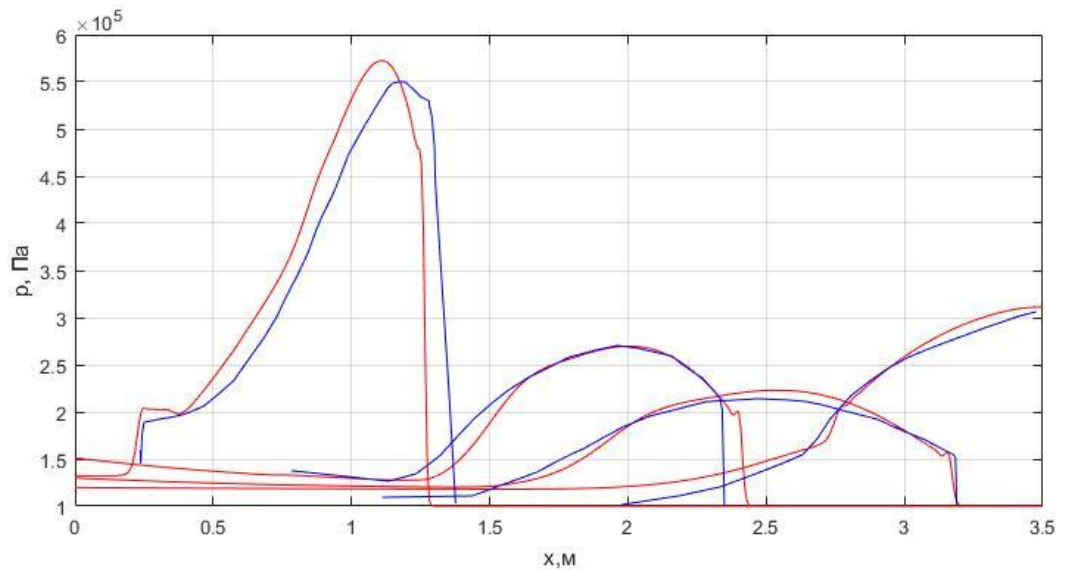


Рис. 2.1. Распределение давления в зависимости от координаты для различных моментов времени ($t=0.9\text{мс}$, 2.8мс , 4.6мс , 8.3мс)

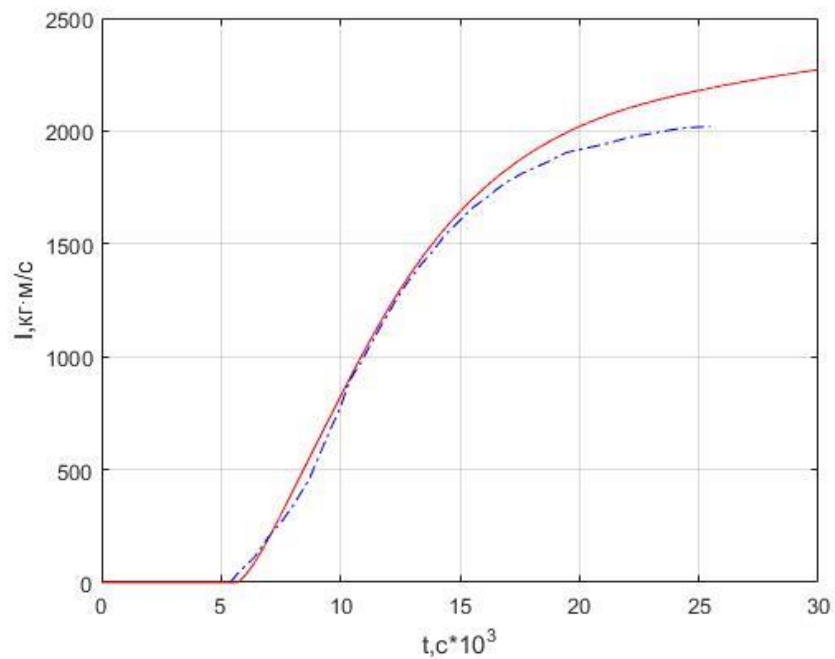


Рис. 2.2 – импульс воздействия на стенку относительно времени.

На рисунке 2.2 импульс воздействия потока газа с частицами на стенку:

$$I(t) = I_1(t) + I_2(t)$$

$$I_1(t) = \int_{t_*}^t (p_w - p_0) d\tau$$

–импульс избыточного давления газа,

$$I_2(t) = \int_{t_*}^t \frac{\rho_{2,w} * u_{2,w}^2}{2} dt$$

-импульс скоростного напора частиц.

Рисунки 2.1 и 2.2 демонстрируют сравнение данных расчёта численного алгоритма (красный) с данными представленными в статье [1] (синий).

Рассмотрим теперь влияние граничных условий для частиц (не протекания и свободное протекание частиц на правой границе) на процесс взаимодействия ударной волны с преградой.

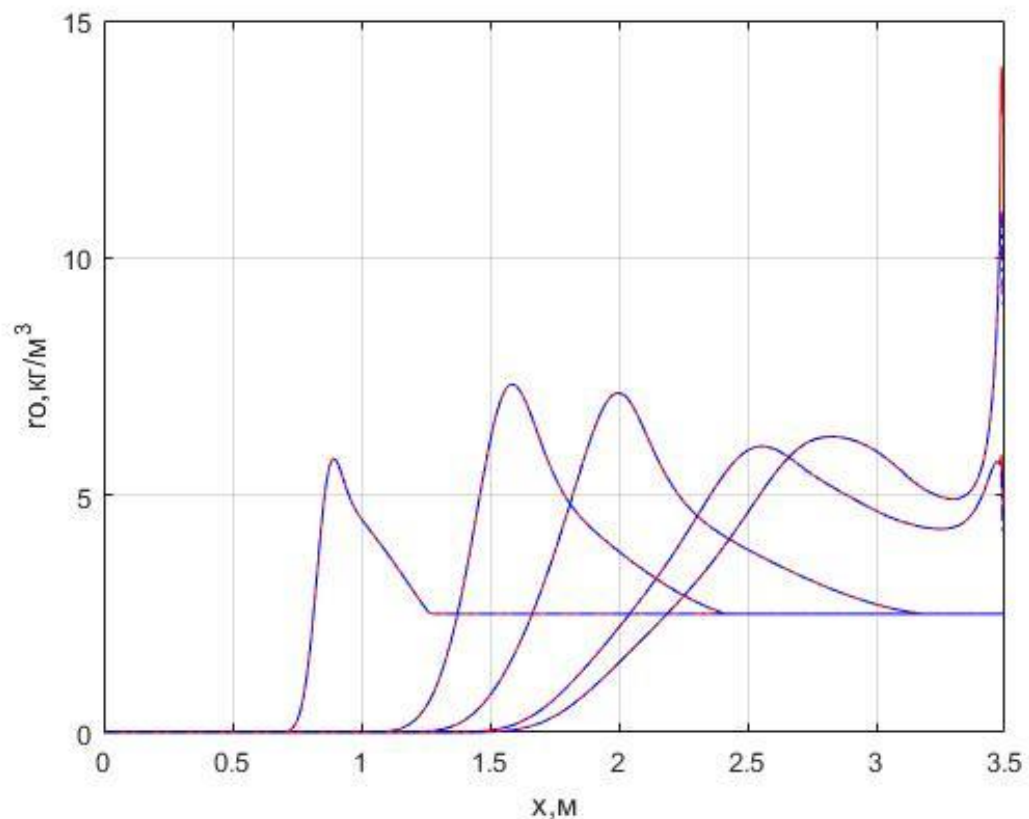


Рис. 2.3- распределение парциальной плотности относительно координаты на различные моменты времени (t=0.9мс, 2.8мс, 4.6мс, 8.3мс, 10мс)

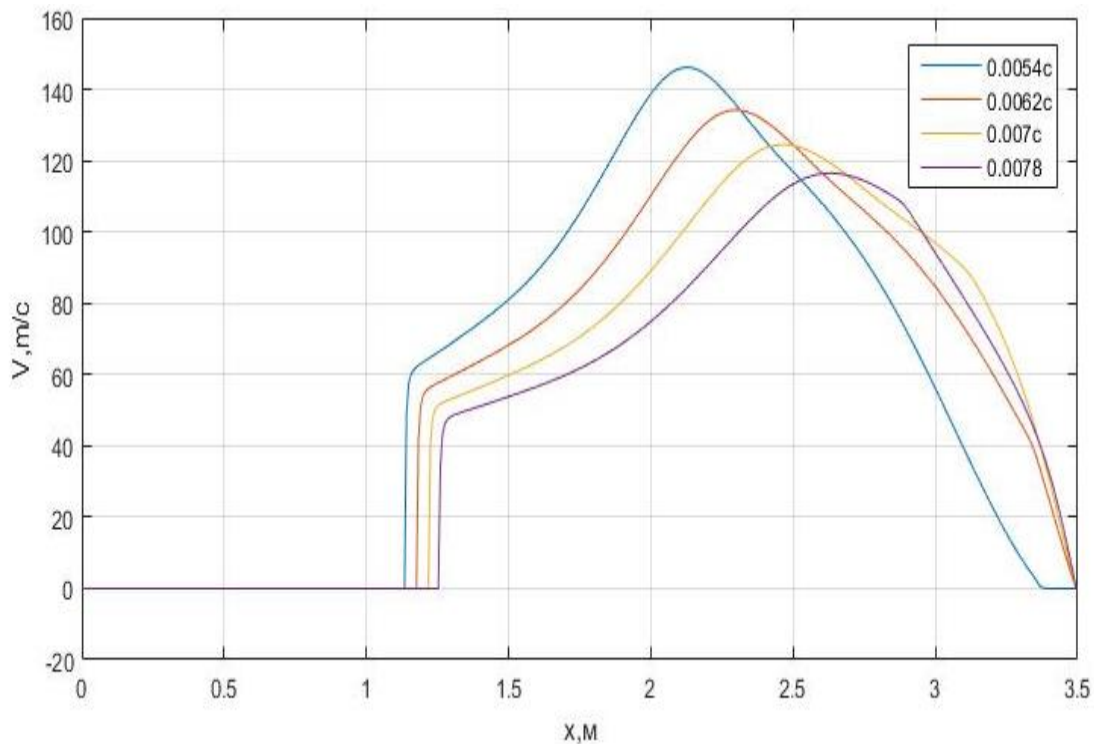


Рис. 2.4- распределение скорости частиц относительно координаты для различных моментов времени ($t=5.4$ мс, 6.2мс, 7мс, 7.8мс)

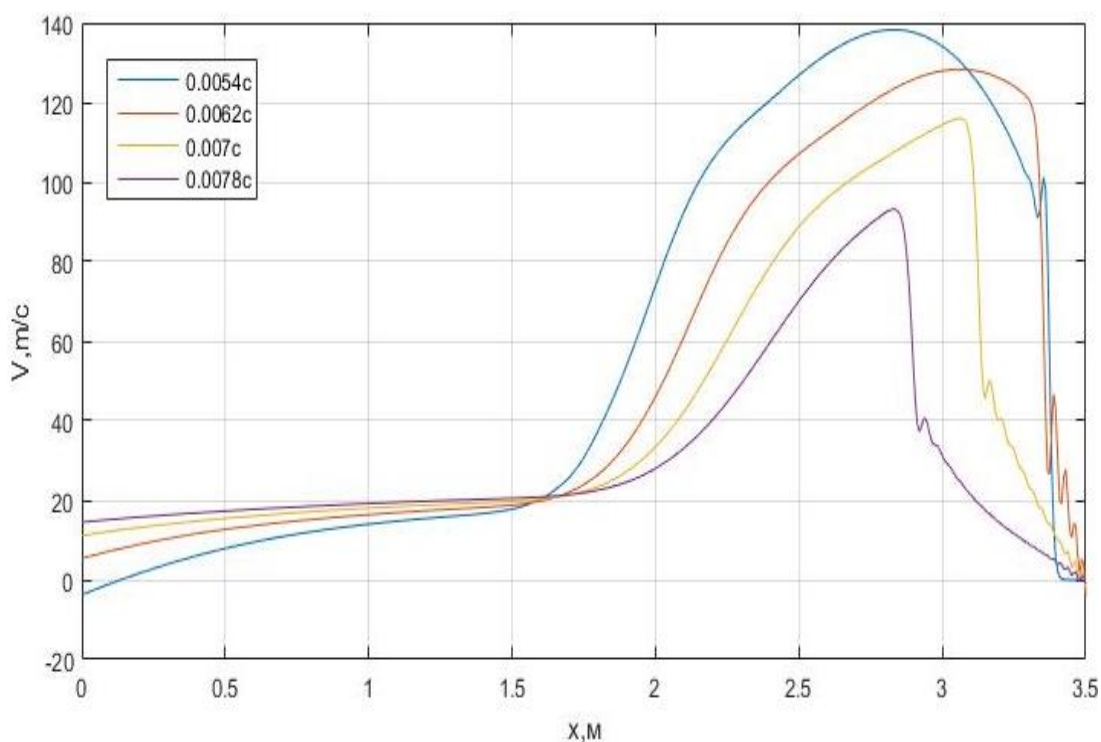


Рис. 2.5- распределение скорости газа относительно координаты для различных моментов времени ($t=5.4$ мс, 6.2мс, 7мс, 7.8мс)

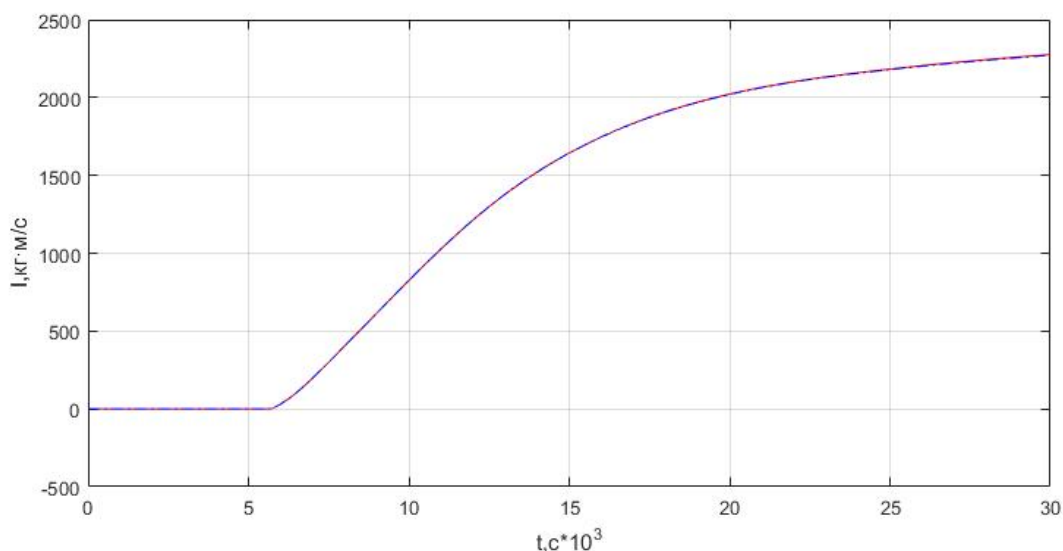


Рис. 2.6- импульс воздействия на стенку относительно времени.

На рис. 2.3 представлено распределение плотности частиц для различных моментов времени (красная линия нет протекания частиц, синяя линия условие свободного протекания). В обоих случаях мы наблюдаем скопление частиц на стенке, но в 1 случае скопление больше.

Анализируя профили скорости, представленные на рис. 2.4, 2.5, можно сделать вывод о том, что частицы находящиеся около стенки не успевают ускориться, так как процесс быстро прерывается отражённой волной. Частицы, находящиеся вдали от стенки, успевают ускориться, но тормозятся отражённой ударной волной, в следствии чего их скорость стремится к нулю. На рис. 2.6 представлены импульсы воздействия УВ на стенку (красная линия условие не протекания, синяя линия условие свободного протекания). Видно, что постановка граничных условий для частиц на правой границе не влияет на картину течения при изменении определяющих параметров газозвеси (d, α). Данный вывод подтверждается и результатами расчётов, представленными на рис. 2.7-2.14. Здесь построены распределения парциальной плотности частиц, скорости частиц и газа вдоль поверхности для различных моментов времени и изменение импульса на стенке с течением времени.

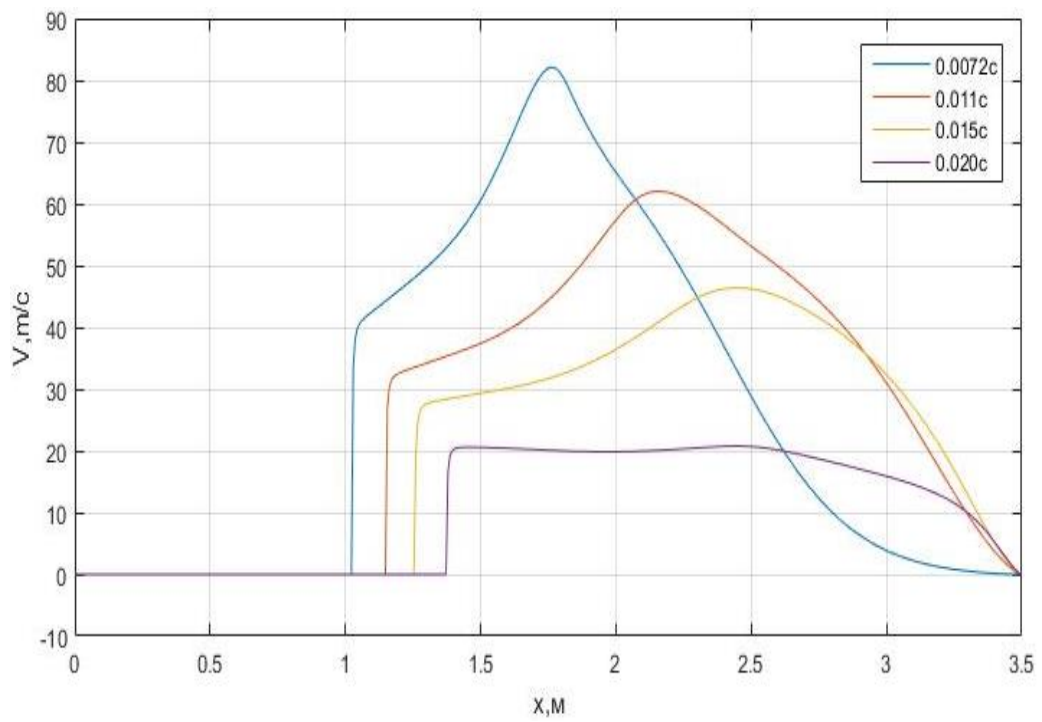


Рис. 2.7- распределение скорости частиц относительно координаты для различных моментов времени

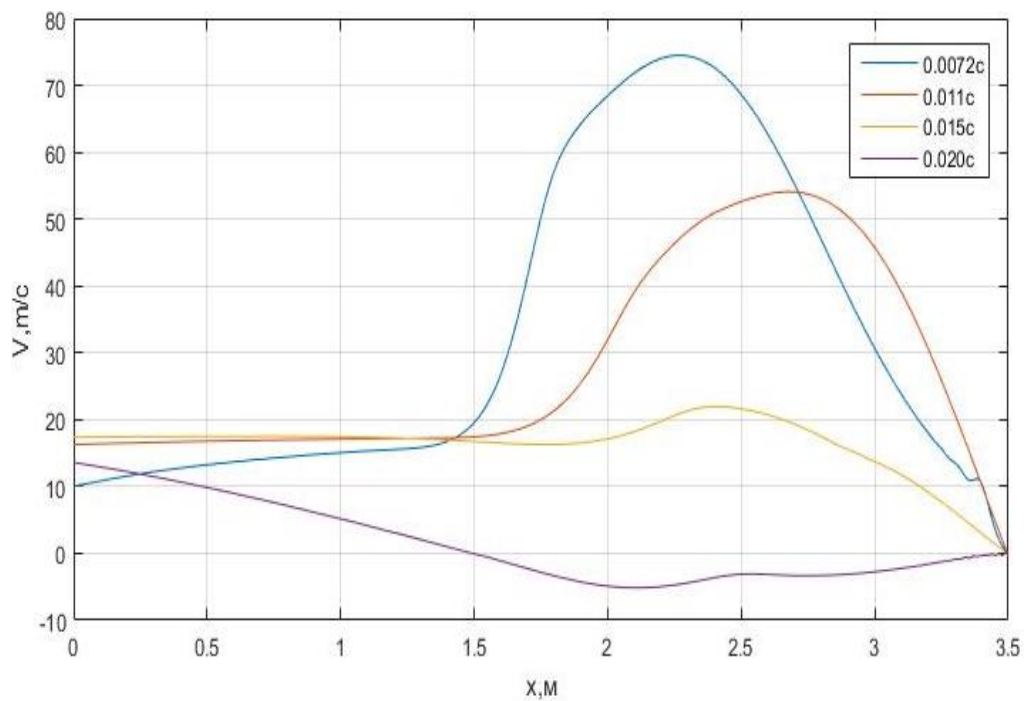


Рис. 2.8- распределение скорости газа относительно координаты для различных моментов времени

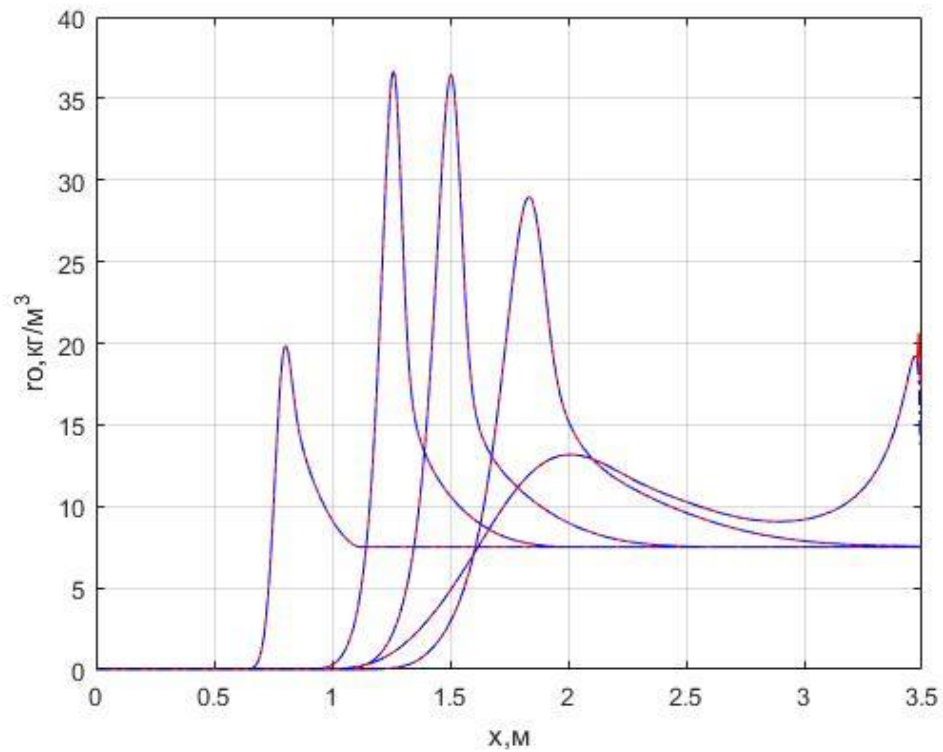


Рис. 2.9- распределение парциальной плотности относительно координаты на различные моменты времени ($t=0.9\text{мс}$, 2.8мс , 4.6мс , 8.3мс , 50мс)

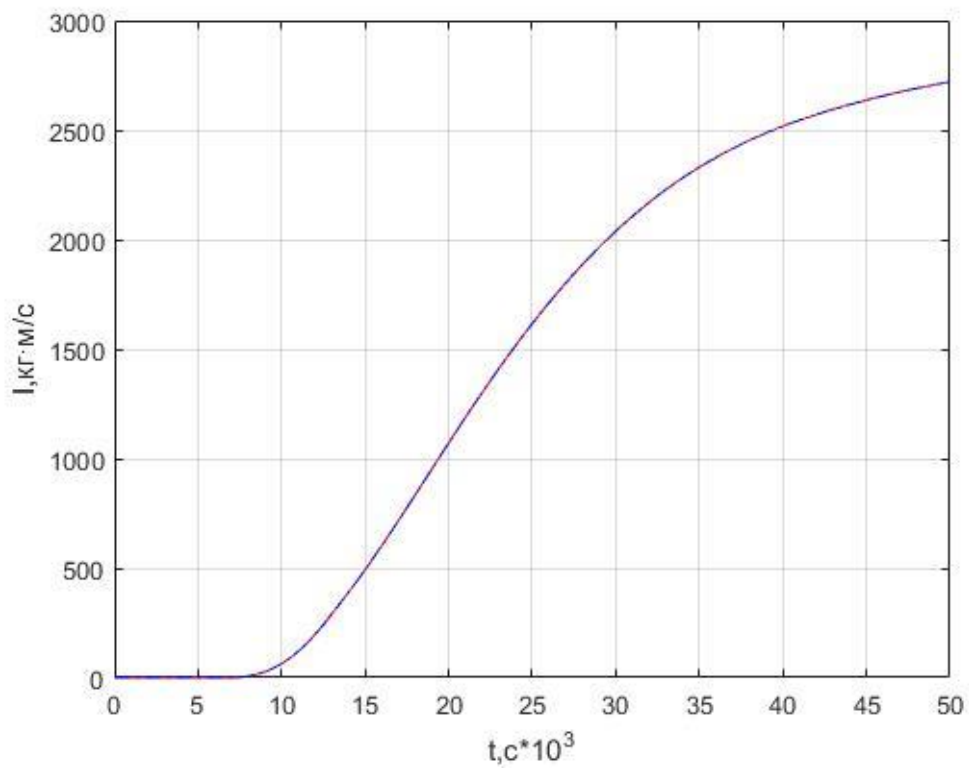


Рис. 2.10- импульс воздействия на стенку относительно времени

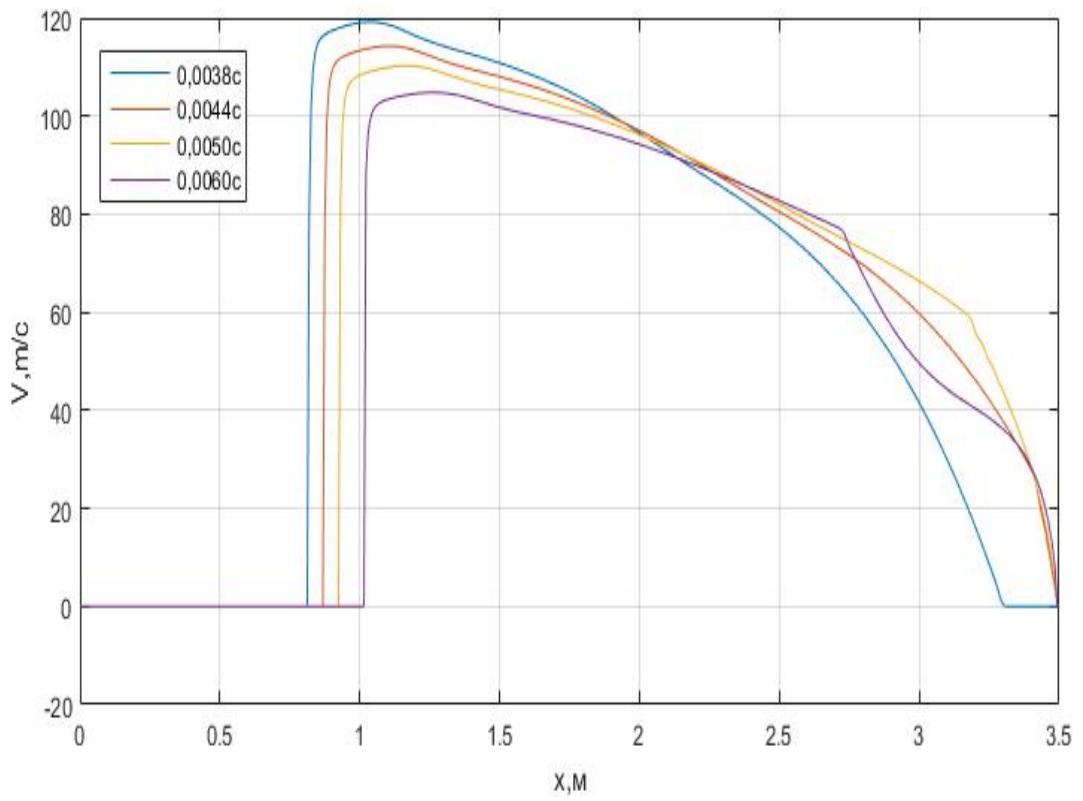


Рис. 2.11- распределение скорости частиц относительно координаты для различных моментов времени

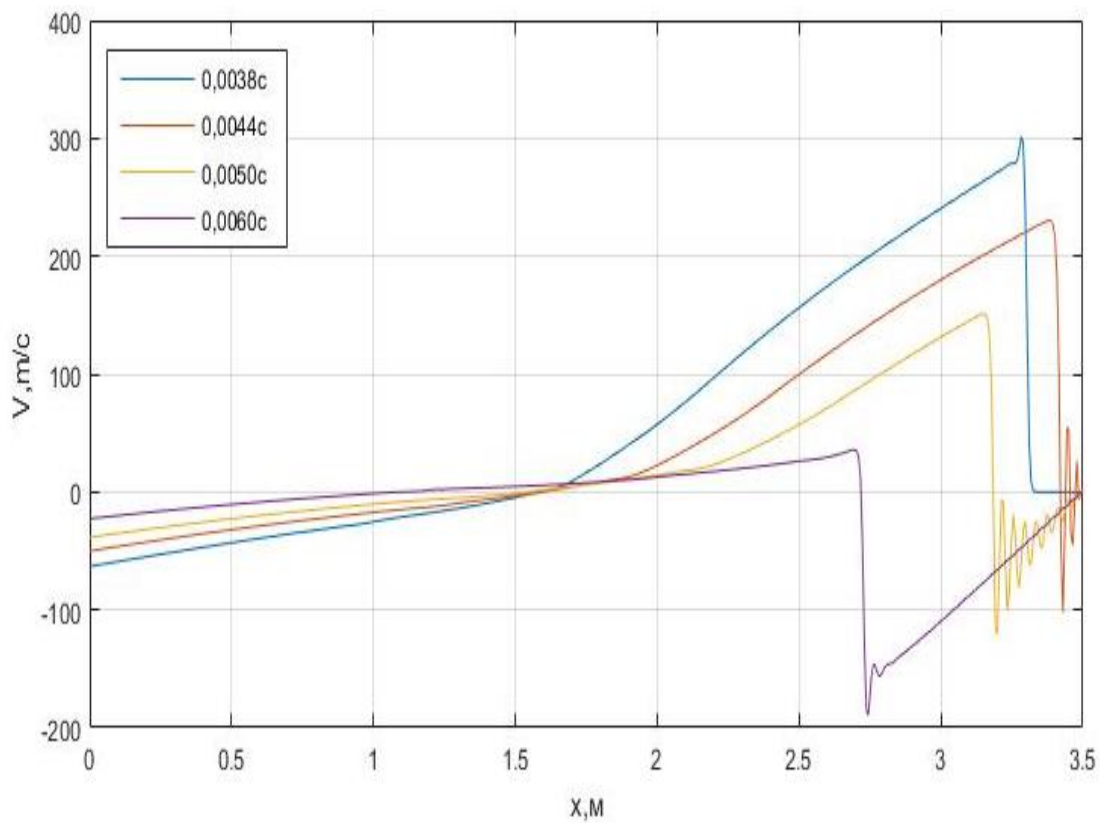


Рис. 2.12- распределение скорости газа относительно координаты для различных моментов времени

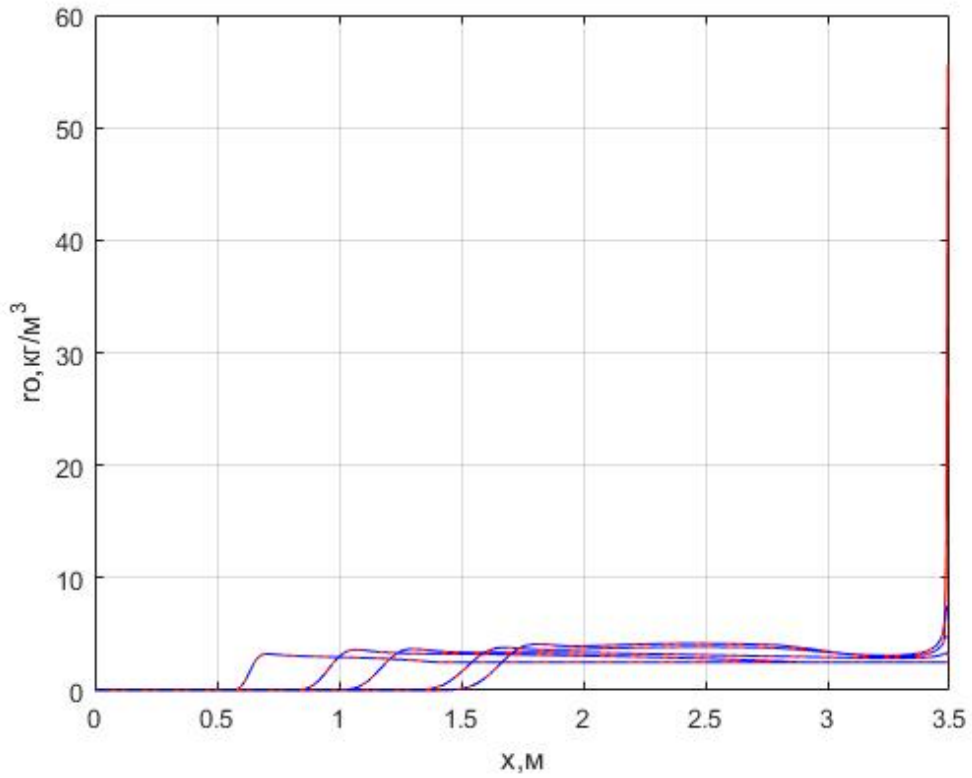


Рис. 2.13- распределение парциальной плотности относительно координаты на различные моменты времени ($t=0.9\text{мс}$, 2.8мс , 4.6мс , 8.3мс , 50мс)

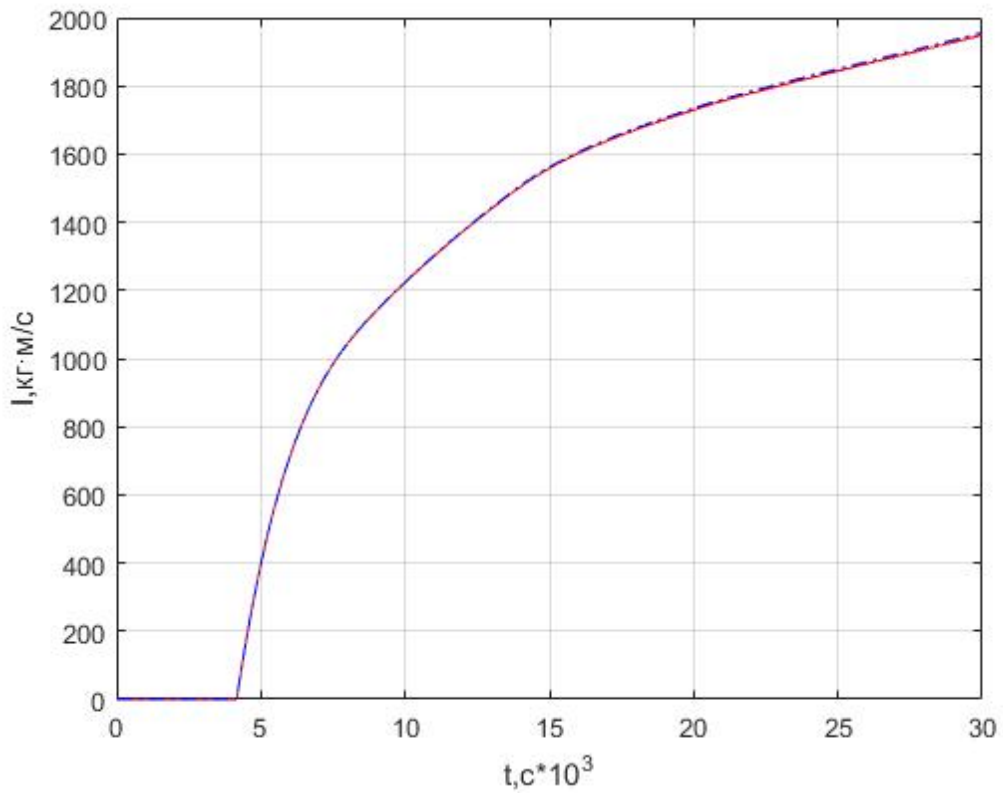


Рис. 2.14-импульс воздействия на стенку относительно времени

Заключение

1. Построена математическая модель, описывающая распространение ударной волны в газозвеси.
2. Построен численный алгоритм, реализующий данную математическую модель.
3. В результате численных расчётов показано, что граничные условия для частиц на правой стенке не оказывают влияния на величину импульса воздействия ударной волны на преграду.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А.И. Ивандаев, А.Г. Кутушев «влияние экранирующих слоёв газозвеси на отражение ударных волн» // ПИТФ, 1985, № 1. С. 115-120.
2. П.Е. Беляев, Н.Л. Клиначёва «Влияние экранирующего слоя газозвеси на силовое воздействие ударной волны на жёсткую стенку»
3. Н.Л. Клиначева, Модифицированная математическая модель «замороженной» газозвеси / Н.Л. Клиначева, Ю.М. Ковалев, В.Ф. Куропатенко // Инженерно-физический журнал. – 2014. – Т. 87, № 6. – С. 1398–1403.
4. Ю.М. Ковалёв, Анализ некоторых модификаций метода крупных частиц на примере исследования течений газозвесей. / Ю.М. Ковалёв, Е.А. Ковалёва., Е.Е. Пигасов // Журнал Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2015. – Т. 7, №3.
5. Н.Л. Клиначева, Численное исследование инвариантности некоторых моделей многокомпонентных сред / Н.Л. Клиначева // Наука ЮУрГУ: материалы 67-й научной конференции Секции естественных наук. – 2015. – С. 121–124.
6. Ю.М. Ковалёв, Определение вида силы межфазного взаимодействия для математической модели газозвеси с парными взаимодействиями / Ю.М. Ковалёв // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2014. – Т. 6. № 3. – С. 23-29.
7. Ю. А. Гришин Повышение устойчивости вычислительного алгоритма метода крупных частиц./ Ю.А. Гришин, В.А. Зенкин // Журнал Наука и образование. – 2011. - № 13.
8. О. М. Белоцерковский Метод крупных частиц в газовой динамике / О. М. Белоцерковский, Ю. М. Давыдов. М.: Наука, 1982. 392 с.
9. Г.Г Чёрный «Газовая динамика» М.: Наука, 1988. 424 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Текст программы

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <conio.h>
#include <math.h>
int main()
{int i,j;
int N=10000;
double L=3.5;
double co=0.1;
double dx;
double dy;
double dt;
double v=1.0;
double
*pn1,*pn2,*pnp,*vx,*vx1,*vy1,*vy,*E,*Ef1,*Ef,*Ef2,*E1,*fn,*M,*M1,*ro,*Nu,*ro1,*rof,*tn,*D,*E2,
*vx2,*ro2,*a1,*a2,*alf,*alf1,*f1,*f2,*q,*T1,*T2,*vy2,*Efp,*Efp0,*rof1,*Cd,*q1,*q2,*c,*dv,*dp1,
*dp2,*t1,*t2,*t3,*t4,*t5;
double t=10.0;
double ts=0.06;
double k=-
1,sum1=0,sum2,n,pi=3.1415926535897932,gam=1.4,z=0,d=0.00006,ro1i=1.21,rofi=2500,cv1=1005,cv2=7
10,vask=1.85/(100000),a=0,p=0,alfi=0.997,w=0;
pn1=new double[N+1];
alf1=new double[N+1];
alf=new double[N+1];
f1=new double[N+1];
f2=new double[N+1];
q=new double[N+1];
T1=new double[N+1];
T2=new double[N+1];
Cd=new double[N+1];

pn2=new double[N+1];
Nu=new double[N+1];

pnp=new double[N+1];

vx=new double[N+1];

vx1=new double[N+1];
vy1=new double[N+1];
vy=new double[N+1];
dv=new double[N+1];
E=new double[N+1];
c=new double[N+1];

E1=new double[N+1];
Ef1=new double[N+1];
Ef2=new double[N+1];
Efp=new double[N+1];
Ef=new double[N+1];
E2=new double[N+1];
rof=new double[N+1];
vx2=new double[N+1];
a2=new double[N+1];
a1=new double[N+1];
M=new double[N+1];
M1=new double[N+1];
```

```

ro=new double[N+1];
rof1=new double[N+1];
ro1=new double[N+1];
vy2=new double[N+1];
ro2=new double[N+1];
q1=new double[N+1];
q2=new double[N+1];
D=new double[N*2+1];
Ef2=new double[N+1];
Efp0=new double[N+1];
t1=new double[N+1];
t2=new double[N+1];
t3=new double[N+1];
t4=new double[N+1];
t5=new double[N+1];
dx=L/N;
dy=1;
for(i=0; i<=N;i++)
{
    if (i*dx<0.45){
        vx[i]=1125.00*(i-1)*dx/0.45;
        pn1[i]=(20.0e+5)*pow(pow((1-0.4*(-
vx[i]+1125.00)/(2*(sqrt(1.4*20.0*10*10*10*10/5.631))))), (2/0.4)),1.4);
        ro[i]=5.631*pow((1-(1.4-1)*(-
vx[i]+1125.00)/(2*(sqrt(1.4*20.0*10*10*10*10/5.631))))), (2/0.4));
        E[i]=pn1[i]/ro[i]/(1.4-1)+vx[i]*vx[i]/2;
        Ef[i]=0;
        alf[i]=1;
        rof[i]=0;
        vy[i]=0;
    }
    else{
        if(i*dx<0.5){
            vx[i]=0.0;
            pn1[i]=1.0e+5; ;
            ro[i]=1.21;
            E[i]=(pn1[i]/ro[i]/(1.4-1)+vx[i]*vx[i]/2);

            alf[i]=1;
            rof[i]=0;
            vy[i]=0;
            Ef[i]=0;
        }
        else
        {
            vx[i]=0.0;
            pn1[i]=1.0e+5; ;
            ro[i]=alfi*1.21;
            E[i]=(pn1[i]/ro[i]/(1.4-1)+vx[i]*vx[i]/2);

            alf[i]=alfi;
            rof[i]=(1-alfi)*2500.0;
            vy[i]=0;
            Ef[i]=710.0*293;
        }
    }
}

dt=co*dx/(sqrt(1.4*20.0*10*10*10*10/5.631));
z=1;

```

```

std::ofstream fout("out.txt");
for(i=0;i<N+1;i++)
fout<<i*dx<<" "<<pn1[i]<<" "<<"\n";
fout.close();
while (t<ts)
{
    for(i=0; i<N+1;i++)
    {
        Cd[i]=24*vask/(ro[i]/alf[i]*d)+sqrt(fabs(vx[i]-
vy[i]))*4/(sqrt(ro[i]/alf[i]*d))*sqrt(vask)+0.42*fabs(vx[i]-vy[i]);
        Nu[i]=2*exp(-
1*(vx[i])/sqrt(1.4*pn1[i]*alf[i]/rof[i]))+0.459*pow((ro[i]/alf[i]*d*fabs(vx[i]-
vy[i])/vask),(0.55))*pow((cv1*vask/0.026),(0.33));
    }
    for(i=1; i<N;i++)
    {
        if((+vx[i]-vx[i-1])>0)
        {
            q1[i]=-1*(ro[i]+ro[i-1])/2*(0.9*sqrt((pn1[i]+pn1[i-
1])*1.4/(ro[i]+ro[i-1]))-0.5*(vx[i]-vx[i-1]))*(vx[i]-vx[i-1]);
        }
        else
        {
            q1[i]=0;
        }
        if((vx[i]-vx[i+1])>0)
        {
            q2[i]=(ro[i]+ro[i+1])/2*(0.9*sqrt((pn1[i]+pn1[i+1])*1.4/(ro[i]+ro[i+1]))+0.5*(vx[i]-
vx[i+1]))*(vx[i]-vx[i+1]));
        }
        else
        {
            q2[i]=0;
        }
        q1[0]=q1[1];
        q1[N]=-q1[N-1];
        q2[0]=q2[1];
        q2[N]=-q2[N-1];
    }
    for(i=0; i<N+1;i++)
    {
        if(rof[i]<0.00001)
        {
            f2[i]=0;
            f1[i]=0;
        }
        else{
            f1[i]=-0.75*(1-alf[i])/(alf[i])/ro[i]*ro[i]/alf[i]*Cd[i]/d*dt;
            f2[i]=-0.75*(1-alf[i])/(alf[i])/rof[i]*ro[i]/alf[i]*Cd[i]/d*dt;
        }
        if(fabs(vx[i])<0.1)
            q[i]=0;
        else

```

```

q[i]=6*Nu[i]*0.026*(1-alf[i])*((E[i]-vx[i]*vx[i]/2)/718-
Ef[i]/cv2)/d/d;
    }
    for(i=0;i<N+1;i++)
    {
        if(rof[i]<0.0001)
            dv[i]=0;
        else
            dv[i]=((vx[i]-vy[i])-((pn1[i+1]-pn1[i-1])/(dx*2)*(dt*alf[i]/ro[i])-
            (pn1[i+1]-pn1[i-1])/(dx*2)*(dt*(1-alf[i])/rof[i])))/(1+(f1[i]-f2[i]));
    }

    for(i=1; i<N;i++)
    {
        vx1[i]=(vx[i]-(pn1[i+1]-pn1[i-1])/(dx*2)*(dt*alf[i]/ro[i])+f1[i]*(dv[i]));

        if(rof[i]<0.0001)
        {
            vy1[i]=0;
        }
        else
        {
            vy1[i]=(vy[i]-(pn1[i+1]-pn1[i-1])/(dx*2)*(dt*(1-alf[i])/rof[i])-
            f2[i]*(dv[i]));
        }
    }

    vx1[0]=vx1[1];
    vx1[N]=-vx1[N-1];
    vy1[0]=vy1[1];
    vy1[N]=k*vy1[N-1];
    for(i=0; i<N+1;i++)
    {
        Efp0[i]=Ef[i]+vy[i]*vy[i]/2;
        if(rof[i]>0.0001){
            Ef1[i]=Ef[i]+1/rof[i]*q[i]*dt;
            Efp[i]=Ef1[i]+vy1[i]*vy1[i]/2;
        }
        else{
            Ef1[i]=0;
            Efp[i]=0;
        }
    }
    for(i=1; i<N;i++)
    {
        E1[i]=E[i]+(rof[i]*Efp0[i]-
        ((pn1[i]+pn1[i+1])*(vx1[i]+vx1[i+1])*(alf[i]+alf[i+1])-(alf[i]+alf[i-1])*(pn1[i]+pn1[i-1]))*(vx1[i]+vx1[i-1]))/8*dt/dx-((2-alf[i]-alf[i+1])*(pn1[i]+pn1[i+1])*(vy1[i]+vy1[i+1]))-(2-alf[i]-alf[i-1])*(pn1[i]+pn1[i-1])*(vy1[i]+vy1[i-1]))/8*dt/dx-rof[i]*Efp[i])/rof[i];
    }

    E1[0]=E1[1];
    E1[N]=E1[N-1];

    for(i=0; i<N;i++)
    {
        if ((vx1[i]+vx1[i+1])>0)
        {

```

```

        M[i]=ro[i]*(vx1[i]+vx1[i+1])*dt/2;
    }
    else
    {
        M[i]=ro[i+1]*(vx1[i]+vx1[i+1])*dt/2;
    }
}

M[N]=M[N-1];

for(i=0;i<N;i++)
    if((vx1[i]+vx1[i+1])>0)
    {
        D[i*2-1]=1;
        D[i*2]=0;
    }
    else
    {
        D[i*2-1]=0;
        D[i*2]=1;
    }
for(i=1; i<N;i++)
{
    ro1[i]=ro[i]+(M[i-1]-M[i])/(dx);
    vx2[i]=(D[i*2-1]*vx1[i-1]*M[i-1]-D[i*2]*vx1[i+1]*M[i]+vx1[i]*(ro[i]*dx+(1-
D[i*2-1])*M[i-1]-(1-D[i*2])*M[i]))/(ro1[i]*dx);
    E2[i]=(D[i*2-1]*E1[i-1]*M[i-1]-D[i*2]*E1[i+1]*M[i]+E1[i]*(ro[i]*dx+(1-
D[i*2-1])*M[i-1]-(1-D[i*2])*M[i]))/(ro1[i]*dx);
}

ro1[0]=ro1[1];
ro1[N]=ro1[N-1];
vx2[0]=vx2[1];
vx2[N]=-vx2[N-1];
E2[0]=E2[1];

E2[N]=E2[N-1];
for(i=0; i<N+1;i++)
{
    pn1[i]=(gam-1)*ro1[i]*(E2[i]-(vx2[i]*vx2[i])/2);
}

tn=E;
E=E2;
E2=tn;
tn=vx;
vx=vx2;
vx2=tn;
tn=ro;
ro=ro1;
ro1=tn;

for(i=0; i<N+1;i++){
    alf[i]=1-alf[i];
}

for(i=0; i<N;i++)
{
    if ((vy1[i]+vy1[i+1])>0)

```

```

        {
            M[i]=rof[i]*(vy1[i]+vy1[i+1])*dt/2;
            M1[i]=alf[i]*(vy1[i]+vy1[i+1])*dt/2;
        }
        else
        {
            M[i]=rof[i+1]*(vy1[i]+vy1[i+1])*dt/2;
            M1[i]=alf[i+1]*(vy1[i]+vy1[i+1])*dt/2;
        }
    }
    //M[0]=0;

for(i=0;i<N;i++)
    if((vy1[i]+vy1[i+1])>0)
    {
        D[i*2-1]=1;
        D[i*2]=0;
    }
    else
    {
        D[i*2-1]=0;
        D[i*2]=1;
    }

for(i=1; i<N;i++)
{
    rof1[i]=rof[i]+(M[i-1]-M[i])/(dx);
    alf1[i]=alf[i]+(M1[i-1]-M1[i])/(dx);
    alf1[i]=1-alf1[i];
    if(rof1[i]<0.0001){
        vy2[i]=0;
        Ef2[i]=0;
    }
    else
    {
        vy2[i]=(D[i*2-1]*vy1[i-1]*M[i-1]-
D[i*2]*vy1[i+1]*M[i]+vy1[i]*(rof[i]*dx+(1-D[i*2-1])*M[i-1]-(1-D[i*2])*M[i]))/(rof1[i]*dx);
        Ef2[i]=(D[i*2-1]*Efp[i-1]*M[i-1]-
D[i*2]*Efp[i+1]*M[i]+Efp[i]*(rof[i]*dx+(1-D[i*2-1])*M[i-1]-(1-D[i*2])*M[i]))/(rof1[i]*dx);
    }
}

rof1[0]=rof1[1];
rof1[N]=rof1[N-1];
vy2[0]=vy2[1];
vy2[N]=k*vy2[N-1];
Ef2[0]=Ef2[1];
alf1[0]=alf1[1];
alf1[N]=alf1[N-1];
Ef2[N]=Ef2[N-1];
tn=Ef;
Ef=Ef2;
Ef2=tn;
tn=vy;
vy=vy2;
vy2=tn;

```



```
tn=rof;
rof=rof1;
rof1=tn;

tn=alf;
alf=alf1;
alf1=tn;
for(i=0;i<N+1;i++)
    {
        Ef[i]=Ef[i]-vy[i]*vy[i]/2;
    }

t=t+dt;
}

return 0;
}
```