

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Национальный исследовательский университет)
Высшая школа экономики и управления
Кафедра Информационных технологий в экономике

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

Рецензент,
к.э.н., доцент

_____ Л.Г.Кочегарова
«__» _____ 2018 г.

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой,
д.т.н., с.н.с.

_____ Б.М. Суховилов
«__» _____ 2018 г.

**РЕШЕНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКИХ
ЗАДАЧ: ИГРОВОЙ ПОДХОД**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ЮУрГУ – 09.04.03.2018.880.ВКР

Руководитель работы,
ст.преподаватель

_____ В.Ф. Мирасов
«__» _____ 2018 г.

Автор работы,
студент группы ЭУ-221

_____ А.Г. Инкин
«__» _____ 2018 г.

Нормоконтролер,
ст. преподаватель

_____ Е.А. Конова
«__» _____ 2018 г.

Челябинск, 2018

АННОТАЦИЯ

Инкин А.Г. Решение логистических задач: игровой подход – Челябинск: ЮУрГУ, ЭУ-221, 2018. – 55 с., 9 ил., 2 табл., библиографич. список – 8 наим.

Целью выпускной квалификационной работы является исследование и применение аппарата теории игр при решении логистических задач.

В ходе работы были поставлены и выполнены следующие задачи: исследование проблем, возникающих в области логистики, проанализирован аппарат теории игр и оценены возможности его применения для решения логистических задач. Для подтверждения возможности применения теории игр была предложена теоретико-игровая гомоморфная модель для решения проблемы оптимизации издержек в условиях полной неопределенности.

Сделанные выводы и полученные результаты могут использоваться на практике, например для решения задач стратегического планирования в условиях полной неопределенности.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	7
ВВЕДЕНИЕ.....	8
1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ	10
1.1 Обзор рынка транспортно-логистических услуг	10
1.2 Транспортировка как важнейший элемент логистической системы... 13	
1.3 Моделирование процессов транспортно-логистической системы	16
1.4 Применение элементов теории игр в логистике	21
Выводы по разделу один	24
2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ	25
2.1 Анализ основных принципов теории игр	25
2.2 Методы и критерии теории игр	27
Выводы по разделу два.....	38
3 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРЕДЛОЖЕННОГО ПОДХОДА ...	39
Выводы по разделу три	44
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	46
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	47
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Листинг программы	48

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

ЛПР – лицо, принимающее решение;

ТЛУ – транспортно-логистические услуги;

ВВП – валовой внутренний продукт;

ТПР – теория принятия решений;

ВВЕДЕНИЕ

Экономика сегодня – это огромная и сложная структура с большим количеством связей и в этих условиях роль логистики сложно недооценить. Логистика – это уникальная сфера экономической деятельности, которая является основополагающей для абсолютно каждого предприятия. Процессы в сфере логистики не останавливаются ни на секунду. Логистика и её деятельность охватывает весь мир 7 дней в неделю, 24 часа в сутки. Такой обширной географией влияния и сложностью взаимодействия, характерных для этой сферы, может похвастаться далеко не каждая область экономической деятельности.

Что же такое логистика? Логистика – это теория и практика управления материальными и связанными с ними информационными потоками. Или, если сказать другими словами, логистика – это наука об организации процесса передвижения услуг и товаров от начала производственного процесса до конечного потребителя. Деятельность в области логистики крайне разнообразна. Она включает в себя управление транспортом, складским хозяйством, запасами, организацию информационных систем, коммерческую деятельность и ещё многое другое.

Если отталкиваться от определений, данных ранее, то цель логистики можно определить так: оптимизация планирования, управления и контроля движения информационных, финансовых и материальных ресурсов. Иными словами, обеспечить конечного потребителя продукцией вовремя при выгодных, что крайне важно, для общей рентабельности условиях. Если рассматривать рыночную экономику, то лидером в конкурентной борьбе будет та фирма, которая максимально эффективно использует свои ресурсы. Логистику каждого предприятия можно рассматривать через призму издержек, с целью их дальнейшей оптимизации, а так же полного контроля и управления ими. Именно оптимизация издержек (которые, например, могут составлять до 35% стоимости продукции) сегодня привлекает в области логистики такое

пристальное внимание, так как именно издержки оказывают основное влияние на прибыль компании, ради которой и строится весь бизнес.

В данной работе стоит задача исследования и реализации использования аппарата теории игр в области логистики. Соответственно предметом исследования являются проблемы, возникающие в транспортно-логистическом комплексе, а объектом исследования уже непосредственно оптимизация логистических затрат с помощью элементов теории принятия решений. В ходе работы был проведен анализ проблем, возникающих в области логистики и возможность использования аппарата теории игр. В рамках данной работы в качестве инструмента для принятия решения в области оптимизации системы логистики предлагается теоретико-игровое моделирование «Игра с Природой». Так же была рассмотрена логистическая система предприятия, описана её функциональная модель, предложены и оценены две альтернативные стратегии и выполнено теоретико-игровое моделирование на основе выбранного подхода.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1 Обзор рынка транспортно-логистических услуг

Россия входит в список стран с чрезвычайно высоким уровнем транспортно-логистических издержек. Это основательно снижает эффективности торговли и производства, отрицательно влияет на конкурентоспособность компании на рынке и, безусловно, страны в целом. По данным исследовательского агентства Armstrong&AssociatesInc в ВВП Российской Федерации доля логистических издержек доходит до 19%. Для сравнения, в Китае она составляет 18%, в Бразилии и Индии – 11-13%, в Италии – 9,7%, в США – 8,5%, в Германии и Японии – 8,8% и 8,5%, соответственно. При этом средний мировой показатель логистических издержек в 2016 г., по данным того же агентства Armstrong&AssociatesInc, оценивается в 11,7%.

Транспортная система, будучи важным стратегическим ресурсом, выполняет основную функцию в потоковых процессах, являясь своего рода фундаментом всей системы, и поэтому нельзя недооценивать актуальность задач увеличения объемов транспортных перевозок, повышения эффективности экономической деятельности многочисленных отечественных грузовых и пассажирских перевозчиков и экспедиторов. И это задачи не только локального масштаба, но и международного уровня. Поэтому можно сказать, что использование современных методов и последних решений в области логистики является способом повышения эффективности всего отечественного транспортно-логистического комплекса и достижения показателей других развитых стран в данной области.

Российский рынок транспортно-логистических услуг характеризуется следующими особенностями:

- высокая доля логистических затрат, в силу неэффективной организации внутреннего транспортно-логистического комплекса компаний и

логистики страны в целом. Доля логистических затрат в ВВП доходит до 19%, в то время как в Европейских странах не превышает и 10%;

- высокая доля сырьевых товаров и полуфабрикатов в структуре грузопотоков;
- удаленность основных экспортных производств от портов и большая протяженность территории;
- иррациональное размещение производств и устаревшие методы организации доставки грузов от производителя к потребителю;
- низкая развитость складской и транспортной инфраструктур и др.

При этом основная часть деятельности в сфере транспортировки и хранения грузов, а также управления запасами и цепочками поставок, выполняется предприятиями-товаропроизводителями, дистрибьюторами или ритейлерами самостоятельно, на что указывает и достаточно низкая доля логистического аутсорсинга 38%, в то время как, например, в США – 81,3%.

На протяжении уже нескольких лет под эгидой Всемирного банка проводится оценка эффективности логистики в разных странах на основе индекса - Logistic Performance Index (LPI) и его составляющих (субиндексов). Для каждой страны LPI рассчитывается на основе информации полученной путем анкетирования крупнейших международных логистических компаний (рисунок 1.1). Согласно последним результатам, Россия отстает по уровню развития логистики от других развитых мировых держав, имея в 2016 году 99-е место из 160 в общем списке позиционирования стран (рисунок 1.2). Индекс LPI России в 2016 году, по версии Мирового банка – 2,57 (2,69 в 2014 году). Тогда как, например, индекс LPI таких стран как Германия – 4,23, Китая – 3,66, Казахстана – 2,75.

Country	Year	LPI Rank	LPI Score	Customs	Infrastructure	International shipments	Logistics competence	Tracking & tracing	Timeliness
		▲		?	?	?	?	?	?
Cote d'Ivoire	2016	95	2.60	2.67	2.46	2.54	2.62	2.62	2.71
Iran, Islamic Rep.	2016	96	2.60	2.33	2.67	2.67	2.67	2.44	2.81
Bosnia and Herzegovina	2016	97	2.60	2.69	2.61	2.28	2.52	2.56	2.94
Comoros	2016	98	2.58	2.63	2.36	2.58	2.60	2.44	2.82
Russian Federation	2016	99	2.57	2.01	2.43	2.45	2.76	2.62	3.15
Niger	2016	100	2.56	2.59	2.22	2.63	2.50	2.35	3.02
Paraguay	2016	101	2.56	2.38	2.45	2.58	2.69	2.30	2.93
Nicaragua	2016	102	2.53	2.48	2.50	2.50	2.55	2.47	2.68

Рисунок 1.1 – Место России в рейтинге LPI Всемирного банка.

Подобное отставание России в развитии логистике от других стран, объясняется неспособностью российских компаний к изменениям, непонимание и недоверие к современным подходам к логистике, а также отсутствием средств на ее развитие, являясь значительным барьером в формировании единого рынка логистических услуг.

Country	Year	LPI Rank	LPI Score	Customs	Infrastructure	International shipments	Logistics competence	Tracking & tracing	Timeliness
		▼		?	?	?	?	?	?
Germany	2016	1	4.23	4.12	4.44	3.86	4.28	4.27	4.45
Luxembourg	2016	2	4.22	3.90	4.24	4.24	4.01	4.12	4.80
Sweden	2016	3	4.20	3.92	4.27	4.00	4.25	4.38	4.45
Netherlands	2016	4	4.19	4.12	4.29	3.94	4.22	4.17	4.41
Singapore	2016	5	4.14	4.18	4.20	3.96	4.09	4.05	4.40
Belgium	2016	6	4.11	3.83	4.05	4.05	4.07	4.22	4.43
Austria	2016	7	4.10	3.79	4.08	3.85	4.18	4.36	4.37
United Kingdom	2016	8	4.07	3.98	4.21	3.77	4.05	4.13	4.33
Hong Kong, China	2016	9	4.07	3.94	4.10	4.05	4.00	4.03	4.29
United States	2016	10	3.99	3.75	4.15	3.65	4.01	4.20	4.25

Рисунок 1.2 – Первые десять стран рейтинга LPI Всемирного Банка.

Однако нельзя не отметить, что кризисное падение логистического рынка в 2015–2016 годах вынудило логистов внедрять механизмы сокращения издержек. Например, крупнейший французский логистический оператор GEFCO (на 75% принадлежит ПАО «РЖД») запустил несколько мультимодальных маршрутов. GEFCO предложила «Северстали» изменить

схему доставки стали из Кореи и стран Евросоюза на площадку «Северстали» в Колпино — с автотранспортной на мультимодальную (железная дорога плюс автоперевозки). Это позволило уменьшить время доставки и расходы на заключение договоров с разными транспортными операторами. Проблемы, с которыми столкнулась российская экономика, оказывают непосредственное влияние и на рынок транспортно-логистических услуг.

1.2 Транспортировка как важнейший элемент логистической системы

Если говорить о транспортировке в целом, можно с уверенностью сказать, что она играет в логистике важнейшую роль. Именно поэтому для контроля всех издержек, возникающих в этой области экономической деятельности, в каждой компании, которая старается максимально эффективно использовать свои ресурсы, над процессами транспортировки есть менеджеры и руководители, которые несут ответственность за это.

Основными функциями транспортировки являются хранение грузов и их перемещение.

Транспортировку грузов реализуют тремя основными способами:

- с помощью единиц частного транспортного парка компании;
- сотрудничество со сторонней транспортной компанией на договорной основе;
- комбинируя различные средства грузоперевозки.

Описанные выше методы обычно называют частными, контрактными и комбинированными грузоперевозками. В логистической деятельности эффективность транспортировки грузов можно определить тремя факторами: скоростью, издержками и бесперебойностью.

Скорость транспортировки – это то время, которое было затрачено для выполнения заданной перевозки груза. Существует определенная зависимость между издержками транспортировки и скоростью в силу нескольких объективных причин. Логично, что чем выше скорость перевозки грузов

транспортной компании, тем больше будут стоить её услуги. Однако есть ещё побочные факторы, так называемые форс-мажоры, которые так же могут повлиять на скорость транспортировки. Поэтому выбирая определенные способы грузоперевозки важно соблюсти баланс издержек и скорости.

Транспортные расходы (*издержки* транспортировки) – это затраты на транспортировку грузов между географически разнесенными пунктами, а также расходов на содержание запасов и управление ими в пути. При этом логистическая система будет называться эффективной только тогда, когда она устроена таким образом, что ее издержки будут оставаться на минимально возможном уровне. Однако нельзя сказать, что использование дешевых способов грузоперевозки совсем не означает уменьшение общих затрат на транспортировку.

Бесперебойность транспортировки характеризуется продолжительностью временного окна, занимаемого отдельно взятой перевозкой. Данный показатель необходим для создания и поддержания страховых запасов, которые будут способом защиты от неожиданных сбоев в логистической системе.

Любая транспортно-логистическая система подвержена ситуациям, в которых менеджер компании будет вынужден принимать решение в условиях неопределенности, поэтому очевидно, что эти системы практически всё время будут подвергаться различным рискам.

Под подобным риском принято называть вероятность возникновения определенной неблагоприятной ситуации или исхода деятельности организации. Отметим, что факторами возникновения такого риска помимо определенной статистической вероятности возникновения неблагоприятного момента могут являться также и другие причины, такие как противодействие логистической среды, случайность или неопределенность.

Неопределенностью обычно называют сумму обстоятельств, возможность возникновения которых можно каким-то образом предсказать, но

оценить насколько сильным будет ее воздействие на итоговые показатели логистической деятельности невозможно. Под фактором *случайности* принято понимать собой сумму обстоятельств, возникающих под воздействием окружающей среды. Важно, что случайность усиливает воздействие неопределенности на процесс. А *противодействие логистической среды* представляет собой сопротивление складывающимся обстоятельствам и участникам транспортно-логистического процесса.

Одной из главных задач, которые стоят перед логистическим менеджментом, является уменьшение значения неопределенности производственного цикла в логистической системе. Так, например, Шрайбфедер определяет следующие риски для транспортной логистики:

- коммерческий риск – это риск, проявляющийся в появлении дополнительных затрат из-за, например, недостачи товара, нарушения установленного срока поставок, невыполнения финансовой составляющей договора, утраты прибыли;
- риск нанесения повреждений транспортируемому грузу в изменившихся погодных условиях, например, стихийных бедствиях;
- технический риск – риск возможного выхода из строя средств обеспечения транспортно-логистической системы;
- экологический риск – риск нанесения ущерба окружающей среде в результате логистической деятельности или хранения продукции;
- риск судебной ответственности – это риск наступления ответственности, по причине причинения вреда физическим или юридическим лицам в процессе транспортировки.

Управление риском в рамках функционального цикла – является, можно сказать, механизмом, который регулирует процессы принятия решений, направленных на снижение издержек, повышение эффективности и качества продукции и услуг в логистической цепочке. Этот комплекс мер обеспечивает

достаточный уровень устойчивости системы и ее прогресс, что, в конечном счете, приводит к безопасности реализуемых экономических процессов.

1.3 Моделирование процессов транспортно-логистической системы

Из всего вышесказанного можно сделать вывод, что современные предприятия или компании может быть представлены в виде логистической системы. Соответственно, логистика является инструментом управления всем комплексом производственно-коммерческой деятельности, для реализации и функционирования которых используются специальные концепции, методы и экономико-математические модели. Использование математических методов в экономике, как ранее, так и сейчас является сейчас одним из самых фундаментальных и эффективных направлений в коммерческой деятельности, экономической теории и логистики в том числе. Моделирование экономических систем для последующего упрощения управления и прогнозирования, и есть тот инструмент, обеспечивающий непрерывность процессов, их последовательность и эффективность, а значит и эффективность всей производственно-коммерческой деятельности.

Когда перед ЛПР стоит необходимость реализовать процесс движения материального потока от его начала до конечного пункта и организовать это с минимальными затратами, то для принятия взвешенного решения ему необходима модель реализуемого процесса.

Так будет выглядеть последовательность действий, необходимых для построения модели процесса с вопросом, решение которого будет производиться с использованием математического моделирования:

- 1) установить, где в логистической системе возникла проблема;
- 2) определить характерные черты возникшей проблемы;
- 3) определить, является ли проблема источником убытков или других негативных последствий;
- 4) обозначить цели, необходимые для устранения данной проблемной ситуации;

- 5) сформулировать задачу для решения данной проблемы;
- 6) построить модель, основываясь на полученных данных о проблеме;
- 7) провести анализ модели и определить метод решения поставленной ранее задачи;
- 8) непосредственно само решение задачи с помощью определённого метода;
- 9) выбор решения на основании полученных при решении данных;
- 10) анализ полученного решения задачи и принятие решения ЛПР для решения на проблемы;
- 11) получение результата;
- 12) анализ конечного результата.

Анализ полученных в результате моделирования результатов определяет эффективность модели и адекватность методов решения проблемы. На основании этого анализа в модель и в метод могут вноситься определенные коррективы для улучшения результата. Вне зависимости от сложности исследуемой модели можно определить основные этапы моделирования: «ситуация – модель – метод – результат». Такой алгоритм, в целом, подходит для моделирования фактически любого процесса или системы в общем. Основная проблема в данном процессе кроется в том, чтобы верно идентифицировать источник проблемы, а после этого использовать наиболее эффективный способ решения.

Но когда речь идет о моделировании транспортно-логистической сферы, в рассмотрение оказываются вовлеченными экономические, коммерческие или даже природные аспекты, поэтому множество уже существующих моделей в своих решениях стремятся к минимизации затрат на различные процессы системы логистики.

На сегодняшний день повышенный интерес к логистической деятельности под влиянием практической информации и накопленных научных данных позволяет идентифицировать ее процессы с точки зрения различных

моделей и методов, в том числе и экономико-математических. Далее в таблице 1.1 приведены методы, используемые в различных элементах логистической системы [4].

Таблица 1.1 – Математические методы в элементах логистической системы

Методы	Модели	Элемент системы логистики
Линейное программирование	Решение транспортной задачи	Транспортная логистика
	Задача на раскрой материалов	Производственная логистика
	Задача ассортиментной загрузки производства	Коммерческая логистика
Теория вероятностей	Законы распределения стохастических логистических величин	Коммерческая, производственная, транспортная, складская логистика
	Модели приемки продукции	Коммерческая логистика
Теория графов (теория сетевого планирования и управления)	Сетевые модели (сетевые графики)	Коммерческая, производственная логистика
Теория массового обслуживания	Модели работы транспортно-логистических систем (складов, магазинов и др.)	Коммерческая, транспортно-складская логистика
Классический математический анализ	Оптимальный объем партий поставок	Коммерческая логистика
	Выбор расположения баз снабжения (Оптимизационная модель).	Складская логистика
	Межотраслевые потоки (Модель межотраслевого баланса)	Коммерческая логистика

Математическая статистика	Корреляционно-регрессионные модели	Коммерческая логистика
Гармонический анализ	Модели периодических колебаний спроса, продаж, расходования материалов	Коммерческая, производственная логистика
Теория игр	Максиминные и минимаксные стратегии	Логистический менеджмент

В данной классификации можно видеть модели, которые по своей сути являются оптимизационными, т.е. эти модели преследуют одну цель – получение оптимального, т.е. наилучшего результата. Следовательно, приведенная классификация может быть полезна на 6 и 7 шагах обозначенной ранее последовательности действий, т.е. при уже определенной проблеме транспортно-логистической системы. В данной классификации нам интересна область применения теории игр – логистический менеджмент.

В следующей приведенной классификации, в таблице 1.2, определяются экономико-математические модели в соответствии задачами, возникающими в транспортно-логистической деятельности.

Таблица 1.2 – Соответствие дисциплин научной базы практическим задачам

Дисциплина, ее метод или модель	Практическая задача логистики, примеры
Математическое программирование	Закрепление поставщиков за потребителями
	Определение кратчайшего расстояния
	Оценка расположения склада
	Определение технологических способов изготовления продукции, календарное планирование производства
	Маршрутизация перевозок

Сетевое планирование	Модели выбора вида транспорта, способа перевозки, системы складирования, способа утилизации и т.п., проектирование цепей поставок
	Маршрутизация перевозок
Теория очередей	Модели работы терминала, склада, порта и т.п., оперативно-календарное планирование
Теория массового обслуживания	Определение вероятностей состояния запасов
	Определение и исследование пропускной способности средств механизации, терминалов

Продолжение таблицы 1.2

Дисциплина, ее метод или модель	Практическая задача логистики, примеры
Теория игр	Принятие решение в условиях неопределенности или конкуренции
Теория управления запасами	Модели управления запасами
Теория принятия решений	Выбор логистического посредника
	Принятие решений в условиях определенности, неопределенности или риска
Теория вероятностей	Организация выборочного контроля
	Оценка риска
Метод статистических испытаний	Моделирование времени доставки «точно-в-срок», цикла исполнения заказа «точно-в-срок»
	Моделирование расхода материалов, товаров на складе
Математическая статистика	Статистическая оценка риска

Теория прогнозирования	Прогнозирование спроса, расхода материальных ресурсов и т.п.
Эконометрия	Прогнозирование спроса, расхода
	Модели диагностики риска
Комбинаторика	Группировка товаров, комплектация заказа и т.п.

Если сравнить обе классификации, то будет видно, что одна из них ориентирована на коммерческую (финансовую составляющую) принятия решений, а вторая на моделирование отдельно взятых логистических процессов. Проанализировав обе приведенные классификации можно сделать вывод, что применение аппарата теории игр будет при решении задач в условиях полной неопределенности, связанных с логистическим менеджментом.

1.4 Применение аппарата теории игр в логистике

Любая транспортно-логистическая система вне зависимости от своей структуры или специфики предприятия является уникальной, поэтому подобрать универсальную модель, с помощью которой можно было бы описать любую систему логистики в условиях своих структурных элементов достаточно сложно. В связи с этим рассмотрим существующие методы и модели в теории игр для того, чтобы определить, какие из них можно использовать в качестве метода оптимизации транспортно-логистической системы.

Модели, описывающие отдельные процессы или элементы транспортно-логистической системы;

Этот класс относится к моделям, описывающим условия неопределенности. В условиях этого подхода существует два типа моделей.

- Статистическая оценка неопределенности и риска.

К данной группе относятся методы статистической, экспертной оценки риска (вероятность и потери), а также метод оценивания риска с применением аналогий. Использование перечисленных методов допустимо при оценке

сохранности складированных, упаковываемых, перевозимых товаров, надежности участка цепи поставок и т.п.

- Динамическая оценка неопределенности и риска.

В эту группу входят методы и модели динамической оценки риска и неопределенности, включающие в себя методы прогноза потребительского спроса на готовую продукцию, развития рынка и др., а также XYZ-анализ, основывающийся на динамическом коэффициенте вариации.

Модели, включающие в себя два или более транспортно-логистических процесса

- Оценка совокупности рисков.

Модели и методы этого класса включают в себя методы оценки совокупности рисков (среднее и среднеквадратическое отклонение ожидаемых потерь) и апостериорных вероятностей для взаимосвязанных рисков, ABC - анализ рисков.

- Оценка взаимосвязи рисков или нескольких случайных величин, характеризующих неопределенность.

К методам данной подгруппы можно отнести:

- факторный стохастический анализ, используемый для определения влияния факторов риска на значение риска, а также частоты и потерь риска на значение транспортно-логистических издержек или других количественных показателей транспортно-логистической деятельности;
- имитационное моделирование, позволяющее смоделировать процесс и в рамках этой модели проанализировать время выполнения цикла, обслуживание клиента в цикле выполнения операций логистического сервиса и т.д.;
- системы массового обслуживания, используемые для моделирования таких процессов в логистической деятельности, как,

например, обработка и выполнение поступивших заказов, работа структуры приема, комплектации и выдачи заказа на складе;

- аналитические модели, оценивающие корреляцию отдельных факторов, и дающие оценку с заданной надежностью, примером такого подхода являются модели расчета страхового запаса.

Модели транспортно-логистических систем и цепочек поставок

А. Принятие тактических решений

В. Принятие стратегических решений

В данном классе группу А составляют методы и модели принятия тактических и оперативных решений в условиях риска и неопределенности, а группу В – методы и модели принятия стратегических решений. Методы можно разделить на две подгруппы в соответствии с теорией принятия решений: подгруппы АА, ВА – методы и модели принятия решений в условиях риска (риск при таком подходе измеряется только возможностью наступления неблагоприятного исхода), подгруппы АВ, ВВ – методы и модели принятия решений в условиях неопределенности. Например, общими для обеих групп (подгрупп АА, ВВ) моделей и методов принятия решений в условиях риска являются:

- вероятностное динамическое программирование, которое используется при определении необходимого количества транспортных средств, оценки партии поставки;
- метод деления риска. Используется, когда принимается решение о поглощении фокусной компанией участников логистической цепи или, например, слиянии;
- метод дерева решений, применяемый для решения задач «платить или делать», выбор между арендой складских площадей, строительством или покупкой склада или выбора транспорта для перевозки особых грузов;
- сценарное планирование, применяемое в стратегическом планировании, когда развитие ситуации определяется с помощью нескольких

сценариев, альтернативных друг другу. Для каждого варианта развития событий производится оценка возможности, с которой вероятно развитие ситуации по этому сценарию.

Из данной классификации можно сделать вывод, что применение аппарата теории игр можно будет использовать при принятии стратегических решений, когда решения принимаются в условиях неопределенности, а не риска.

Выводы по разделу 1

В разделе номер 1 мы заложили теоретические основы исследования темы нашей работы – оценили актуальность проблем транспортно-логистического комплекса, проанализировали существующие методы в решении данных проблем. Так же на основе теоретического анализа теории игр сделали вывод, что применение данного аппарата будет актуальным в вопросах, связанных с состоянием полной неопределенности, в котором принимаются стратегические решения.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1 Анализ основных принципов теории принятия решений

Любая сфера экономической деятельности сопряжена с принятием решений, и логистическая деятельность не является исключением. И чаще всего эти решения принимаются в условиях неопределенности, в условиях «при которых или процесс выполнения операции является неопределенным, или присутствует сознательное противодействие противника (конкурента), или нет ясных и четких целей операции».

Безусловно, присутствие любой неопределенности в ситуации усложняет и без того зачастую непростой процесс выбора оптимального решения, так как неопределенность является самым значимым фактором риска в экономической, а соответственно и транспортно-логистической деятельности. В качестве источников подобных неопределенностей может являться огромное количество различных факторов, таких как факторы природного характера, колебания спроса, человеческий фактор, невозможность предсказать действия конкурентов, государственные постановления и так далее. Поэтому неудивительно, что ЛПР для принятия максимально взвешенного и эффективного решения необходимо принимать во внимание целый комплекс подобных рисков и неопределенностей.

Несмотря на общее определение понятия игры, под которое можно привести ситуацию, возникающую перед ЛПР, существует определенное деление игр на типы в зависимости от характеризующих эту игру параметров, таких как количество участвующих игроков, характер их взаимодействия, необходимость учитывать временной фактор и т.д.

Соответственно каждому типу игр соответствует свой класс неопределенности. Если говорить о парных игровых ситуациях, в которых принимают участие две соперничающие стороны, то неопределенность проявляется в том, что обе стороны не обладают достоверной информацией о действиях соперника. Однако подобная неопределенность некоторым образом

может компенсироваться предположением каждой из сторон о том, что противоборствующая сторона действует разумно и осознано, принимая решения использовать стратегии наиболее удачные для себя и наименее выгодные для соперника.

В практической деятельности принятия решений более значимым критерием является неопределенность немного иного рода, связанная не с обдуманым противодействием соперника, а заключающаяся в недостатке информации для ЛПР, о реальных условиях, в которых окажется лицо, принимающее решение.

Все задачи, в которых сложность принятия решения зависит от оценки объективной действительности, называют «играми с Природой», а сама объективная действительность соответственно и является этой «Природой». Лицо, принимающее решение, (заинтересованная сторона) и эта «Природа» в данных играх называются Игроками.

Ещё необходимо заметить, что Природа в играх такого вида не является ни союзником Игрока (лица принимающего решение), ни его противником, так как никаких обдуманных действий или противодействий за или против Игрока она не совершает. Она неопределенным образом принимает какое-то свое случайное состояние, не ради конкретной цели и будучи полностью безразличной к исходу игры. Природой в рамках подобной теоретико-игровой модели мы можем называть фактически любую из бесчисленного множества неопределенностей, следовательно, область использования подобных игр для принятия взвешенных решений весьма широка.

В играх с Природой можно определить несколько видов неопределенностей, классифицируя их по отношению к случайности:

- вероятностная (стохастическая) неопределенность, когда факторы неопределенности устойчивы и представляют собой обычные элементы теории вероятностей. Или известны вероятности состояний природы, или принята какая-либо гипотеза о распределении этих вероятностей и ЛПР, относится с

полным доверием к этим вероятностям. Такие ситуации характеризуют как «принятие решения в условиях риска»;

- нестохастическая неопределенность, при которой никаких предположений о стохастической устойчивости не существует. В условиях данной неопределенности вероятности состояний природы неизвестны и нет никакой возможности получить о них какую-либо достоверную информацию. Такие ситуации характеризуют как «принятии решения в условиях полной неопределенности»;

- неопределенность промежуточного типа, когда решение принимается на основании каких-либо гипотез о законах распределения вероятностей состояний природы или же к известным вероятностям состояний природы ЛПР относится не абсолютно, а с определенной степенью доверия. Такие ситуации характеризуют как «решения принимаются в условиях неопределенности».

Но вне зависимости от типа этих неопределенностей в условиях, которых необходимо принимать решения, эти решения должны приниматься, основываясь на подходящей математической модели. Тип модели выбирается в зависимости от типа неопределенности, основываясь на характеристиках данных неопределенностей. При этом именно условия полной неопределенности являются наиболее приближенным к реальным условиям.

Для принятия взвешенных и оптимальных решений в тех случаях, когда состояния Природы находятся в условиях полной неопределенности, можно использовать критерии оценки оптимальности стратегий.

2.2 Методы и критерии теории принятия решений

Для начала более подробно рассмотрим математическую модель «Игра с природой», в которой, как говорилось выше, участвуют два игрока. Один из них – это сознательный игрок, участник игры А, обладающий $S = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ – определенным множеством альтернативных стратегий действий, из которых он может осознано выбрать, на свой взгляд, наиболее успешную.

Другой игрок, якобы противник игрока А в данной игре, это и есть условия, в которых первому игроку приходится принимать решения. Этот игрок и называется Природой, которая полностью случайным, неопределенным образом находится в любой момент времени в одном из своих альтернативных состояний $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$, вероятности появления которых полностью неизвестны. Таким образом, когда игрок А выбирает одну из своих стратегий A_i , а в этот же момент Природа находится в одном из своих альтернативных состояний Π_j , мы имеем игровую ситуацию (A_i, Π_j) определяющую выигрыш a_{ij} игрока А. Из-за того, что выигрыши имеют двойной индекс, то описание исходов в рамках игры можно отобразить в виде матрицы (рисунок 2.1), номера строк которой соответствуют номерам стратегий игрока А, а номера столбцов – номерам состояний природы П.

$$A =$$

Π_j	Π_1	Π_2	...	Π_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Рисунок 2.1 – Матрица выигрышей игрока А.

Завершая общее описание модели «Игры с Природой», отмечу, что игрок А должен принимать решения согласно определенным критериям оптимальности стратегий. Для этого исследуем и проанализируем классические подходы к оценке критериев оптимальности в условиях полной неопределенности [4].

Критерий Вальда принятия решений

Критерий Вальда (максиминный критерий) - это критерий характеризующийся выигрышами игрока А. В рамках данного критерия выбор стратегий Игроком является крайне сдержанным, так как игрок отталкивается

от «наихудшего» исхода игры, поэтому и принятие решений в рамках этого критерия ориентировано больше на то, чтобы свести к минимуму проигрыш, чем на то, чтобы выигрыш был максимальным. Именно поэтому иногда этот критерий называют критерием крайнего пессимизма.

W-показателем эффективности стратегии A_i называется наименьший выигрыш при выборе этой стратегии (в i -й строке матрицы), вычисляемый по формуле 2.1:

$$W_i = \min \{ a_{ij} : j = 1, 2, \dots, n \} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.1)$$

W-ценой игры в чистых стратегиях называется наибольший из наименьших выигрышей W-показателей при каждой стратегии, вычисляемый по формуле 2.2:

$$W_s^c = \max \{ W_i : i = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.2)$$

Максимаксный критерий принятия решений

Максимаксный критерий, в противовес максиминному критерию, можно назвать критерием крайнего оптимизма. В рамках этого критерия игрок А, принимая своё решение, отталкивается от самых благоприятных возможных состояний природы и, соответственно, ориентируется на наибольший возможный выигрыш. Этот подход весьма рискованный, особенно потому, что возможные вероятности состояний природы игроку, также как и с максиминным критерием, неизвестны.

M-показателем эффективности стратегии A_i называется наименьший выигрыш при этой стратегии (в i -й строке матрицы), вычисляемый по формуле 2.3:

$$M_i = \max \{ a_{ij} : j = 1, 2, \dots, n \} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.3)$$

M-ценой игры в чистых стратегиях называется наибольший из наибольших выигрышей M-показателей при каждой стратегии, вычисляемый по формуле 2.4:

$$M_s^c = \max \{ M_i : i = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.4)$$

Критерий Сэвиджа принятия решений

Согласно определению критерия Сэвиджа данный подход так же, как и максиминный критерий, можно назвать критерием крайнего пессимизма, но главное отличие между этими двумя подходами кроется в том, что критерий Сэвиджа - это критерий крайнего пессимизма относительно игровых рисков, а не выигрышей. Критерий Сэвиджа ориентирует игрока А на то, что при выборе своей стратегии нужно принимать во внимание тот факт, что природа в этот момент будет находиться в состоянии, при котором риск будет максимальным.

Что же такое игровые риски? Своё решение о выборе игровой стратегии в противодействии с природой игрок А принимает, отталкиваясь от матрицы выигрышей. Однако матрица выигрышей не всегда полностью объективно и точно отражает существующую игровую ситуацию. На выбор правильной стратегии может влиять не только оценка выигрышей, но и показатели «благоприятности» (или «неблагоприятности») выбора стратегии, зависящие от того, в каком состоянии находится природа.

Показателем благоприятности состояния природы Π_j (относительно множества чистых стратегий) называется максимальный выигрыш среди выигрышей при данном состоянии природы (столбец Π_j), вычисляемый по формуле 2.5:

$$\beta_j = \max \{a_{ij} : i = 1, 2, \dots, m\} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

Степень «удачности» предпочтения стратегии A_i при состоянии природы Π_j характеризуют риском r_{ij} неполучения наибольшего возможного выигрыша (2.6), который равен разности между выигрышем a_{ij} и показателем благоприятности β_j состояния природы Π_j и вычисляется по формуле 2.6:

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

Матрица, которая составляется из полученных элементов, называется матрицей рисков (рисунок 2.2):

$$R_A =$$

Π_j	Π_1	Π_2	...	Π_n
A_i				
A_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
A_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2n}
...
A_m	r_{m1}	r_{m2}	...	r_{mn}

Рисунок 2.2 – Матрица рисков игрока А.

Sav-показателем эффективности стратегии A_i по критерию Сэвиджа называется максимальный из рисков при выборе этой стратегии (строка A_i), вычисляемый по формуле 2.7:

$$Sav_i = \max \{ r_{ij} : j = 1, 2, \dots, n \} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.7)$$

Sav-ценой игры в чистых стратегиях называется минимальный Sav-показатель чистых стратегий, вычисляемый по формуле 2.8:

$$Sav_s^c = \min \{ Sav_i : i = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.8)$$

Стратегия считается оптимальной по критерию Сэвиджа, если при ее выборе риск неполучения наибольшего выигрыша игрока А не может быть больше минимаксного критерия.

Миниминный критерий принятия решений

Данный критерий так же, как и максимаксный, считается критерием крайнего оптимизма, но относительно рисков, а не выигрышей. Можно сказать, что миниминный критерий является обратным по смыслу критерию Сэвиджа.

Согласно этому критерию игрок А, принимая решение насчет выбора стратегии, воспринимает природу как своего союзника, предполагая, что в момент принятия решения насчет выбора своей стратегии, природа будет

находиться в самом благоприятном для ЛПР состоянии, при котором риски выбранной игроком стратегии равны нулю.

μ -показателем эффективности стратегии A_i (2.9) по миниминному критерию называется наименьший из рисков при выборе этой стратегии:

$$\mu_i = \min \{ r_{ij} : j = 1, 2, \dots, n \} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.9)$$

μ -ценой игры (2.10) в чистых стратегиях называется наименьший μ -показатель эффективности чистых стратегий:

$$\mu_s^c = \min \{ \mu_i : i = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.10)$$

Стратегия является оптимальной по миниминному критерию, если ее показатель эффективности равен нулю, что при использовании данного критерия дает игроку возможность выбора стратегии без каких-либо рисков.

Если подвести промежуточные итоги, то рассмотренные ранее критерии могут помочь лицу, принимающему решение, при оценке оптимальности стратегии или только с позиции выигрышей, или только с позиции рисков.

Критерий Гурвица оптимальности стратегий относительно выигрышей

Данный метод можно классифицировать как смешанный критерий, главное предназначение которого в том, чтобы с помощью комбинирования достичь объединения классических критериев и сгладить их категоричные принципы определения оптимальных стратегий.

Соответственно опираясь на подобные критерии, игрок может рассчитывать на то, что принимаемые им решения будут более эффективны, чем те, которые принимаются на основе только классических критериев. Но даже несмотря на всё вышесказанное, также стоит заметить, что сбалансированный подход к выбору стратегии, предлагаемый критерием Гурвица с позиции выигрышей, не всегда приводит к взвешенному результату. Возникает необходимость сглаживания критерием Гурвица крайнего оптимизма максимаксного критерия и крайнего пессимизма максиминного критерия.

Пусть $(1 - \lambda) \in [0,1]$ и $\lambda \in [0,1]$ – это соответственно показатели пессимизма и оптимизма игрока А при выборе стратегии, эффективность которой оценивается им только с точки зрения выигрышей.

Когда игрок А выбирает значение показателя λ или $1 - \lambda$, он делает это исходя из личных соображений и на него оказывает давление определенная ответственность за результат. Это значит, что чем ближе к единице коэффициент оптимизма, тем выше желание ЛПР рискнуть и наоборот. Можно сказать, что данный показатель для ЛПР является персональной характеристикой принимаемого решения.

$Hur_i^p(\lambda)$ -показатель эффективности стратегии A_i вычисляется по формуле 2.11:

$$Hur_i^p(\lambda) = (1 - \lambda)W_i + \lambda M_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.11)$$

Если $\lambda = 1$, то $Hur^p(\lambda)$ - показатель эффективности стратегии A_i превращается в чистый М - показатель эффективности по максимумному критерию. А при $\lambda = 0$, соответственно, в W-показатель эффективности, т.е. показатель эффективности стратегии по максимумному критерию. Когда $\lambda \in [0,1]$, этот критерий является выпуклой комбинацией W-показателя и M-показателя эффективности (максимумному и максимумному критерию).

Максимальный из $Hur^p(\lambda)$ показателей эффективности чистых стратегий называется $Hur^p(\lambda)$ -ценой игры в чистых стратегиях по критерию Гурвица с показателем оптимизма $\lambda \in [0,1]$, вычисляемый по формуле 2.12:

$$Hur_S^p(\lambda) = \max \{ Hur_i^p(\lambda), i = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.12)$$

$Hur^p(\lambda)$ -оптимальной стратегией во множестве чистых стратегий по критерию Гурвица с показателем оптимизма $\lambda \in [0,1]$ называется чистая стратегия A_k ($k \in \{1, 2, \dots, m\}$) по формуле 2.13 показатель эффективности которой совпадает с $Hur_k^p(\lambda)$ -ценой игры:

$$Hur_S^p(\lambda) = Hur_k^p(\lambda) \quad (2.13)$$

Критерий Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно выигрышей

Ранее мы рассмотрели критерий Гурвица оптимальности чистых стратегий игрока А, который помогает определению чистой оптимальной стратегии в рамках данного критерия среди чистых стратегий. Но во время «игры» при неизменном выборе одних и тех же стратегий, при условии стационарности множества, описывающего состояния природы, могут состояться ситуации, когда игрок А решит изменить свой подход к выбору стратегии, и при таком развитии событий рекомендуется перейти к случайному выбору стратегий с определенной вероятностью, использовать смешанные стратегии.

Предположим, существует игра с природой с матрицей выигрышей, которая дополнена строкой, в которой представлены значения благоприятности состояний природы $\beta_j = \max \{a_{ij} : i = 1, 2, \dots, m\} j = 1, 2, \dots, n$. Все смешанные стратегий $P = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ обозначим через множество S. Выигрыш $H(P, \Pi_j)$ в игровой ситуации (P, Π_j) определяется формулой 2.14:

$$H(P, \Pi_j) = \sum_{i=1}^m p_i a_{ij}, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.14)$$

А $Hur^P(\lambda)$ -показатель эффективности стратегии A_i определяется следующим образом по формуле 2.15:

$$Hur^P(P; \lambda) = (1 - \lambda)W(P) + \lambda M(P), \quad (2.15)$$

где $W(P) = \min H(P, \Pi_j)$ и $M(P) = \max H(P, \Pi_j)$ – показатели эффективности смешанной стратегии P соответственно по максиминному критерию и максимаксному критерию. $Hur_S^P(\lambda)$ -ценой игры при этом рассчитывается по формуле 2.16:

$$Hur_S^P(\lambda) = \max \{ Hur^P(P; \lambda), i = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.16)$$

$Hur^P(\lambda)$ -оптимальной стратегией во множестве смешанных стратегий называется стратегия P^o , если равнозначны следующие соотношения, указанные в формуле 2.17:

$$P^o = S^{o(Hur^P(\lambda))} \leftrightarrow Hur^P(P^o; \lambda) = Hur_S^P(\lambda) \quad (2.17)$$

Критерий Гурвица оптимальности стратегий относительно рисков

Как и критерий Гурвица оптимальности стратегий относительно выигрышей, критерий Гурвица оптимальности стратегий относительно рисков, также относится к группе смешанных методов для определения оптимальных стратегий в условиях полной неопределенности.

Суть критерия Гурвица оптимальности относительно рисков комбинировании миниминного критерия и критерия Сэвиджа путём сглаживания крайнего пессимизма критерия Сэвиджа и крайнего оптимизма миниминного критерия.

Критерий Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно рисков

Пусть $\sigma \in [0,1]$ и $(1-\sigma) \in [0,1]$ - это значения оптимизма и соответственно пессимизма, которыми оценивается ситуация игроком А при выборе стратегии, оптимальность которой оценивается им только с точки зрения игровых рисков.

Выбор количественного значения показателя $(1-\sigma)$ или σ , также как и в рамках критерия Гурвица оптимальности чистых стратегий относительно выигрышей, игрок А устанавливает исходя из меры ответственности за результат.

При $\sigma = 1$ критерий Гурвица относительно рисков принимает вид миниминного критерий, при $\sigma = 0$ соответственно модифицируется в критерий Сэвиджа, а при $\sigma \in [0,1]$ является комбинированием этих показателей.

$Hur^f(\sigma)$ - показатель эффективности стратегии A_i рассчитывается по формуле 2.18:

$$Hur^f(\sigma) = (1 - \sigma) Sav_i + \sigma\mu_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.18)$$

Минимальный из $Hur^f(\sigma)$ -показателей эффективности чистых стратегий является по формуле 2.19 $Hur^f(\sigma)$ - ценой игры в чистых стратегиях по критерию Гурвица с показателем оптимизма $\sigma \in [0,1]$:

$$Hur_s^f(\sigma) = \min \{ Hur_i^f(\sigma), i = 1, 2, \dots, m \} \quad (2.19)$$

$Hur^f(\sigma)$ - оптимальной во множестве чистых стратегий по критерию Гурвица с показателем оптимизма $\sigma \in [0,1]$ называется чистая стратегия A_k , показатель эффективности которой совпадает с $Hur^f(\sigma)$ -ценой игры по формуле 2.20:

$$Hur_s^f(\sigma) = Hur_k^f(\sigma) \quad (2.20)$$

Также заметим, что в частных случаях показатели оптимизма в критериях Гурвица относительно выигрышей и относительно рисков могут совпадать.

Критерий Гурвица оптимальности смешанных стратегий относительно рисков

Прежде чем проанализировать теоретическую основу критерия Гурвица относительно рисков, напомним определение риска в виде формулы 2.21:

$$r(P, \Pi_j) = [\max\{H(U, \Pi_j): U \in S\}] - H(P, \Pi_j) = \beta_j - H(P, \Pi_j) \quad (2.21)$$

число, обозначающее риск при выборе игроком A смешанной стратегии $P = (p_1, p_2, \dots, p_m) \in S$ и при состоянии природы Π_j .

Теперь введем основные понятия критерия Гурвица относительно рисков с показателем оптимизма $\sigma \in [0,1]$ ($Hur^f(\sigma)$ – критерия) для смешанных стратегий. Эффективность игры $Hur_s^p(\lambda)$ рассчитывается по формуле 2.22:

$$Hur^f(P, \sigma) = (1 - \sigma) Sav(P) + \sigma \mu(P) = [\mu(P) - Sav(P)]\sigma + Sav(P), P \in S \quad (2.22)$$

$Hur^f(\sigma)$ – показатель неэффективности стратегии P , где $\mu(P) = \min r(P, \Pi_j)$, и $Sav(P) = \max r(P, \Pi_j)$ – показатели неэффективности смешанной стратегии P соответственно миниминному критерию и по критерию Сэвиджа. $Hur_s^f(\sigma)$ – цена игры в смешанных стратегиях по формуле 2.23:

$$Hur_s^f(\sigma) = \min \{ Hur^f(P, \sigma): P \in S \} \quad (2.23)$$

Стратегия P^0 считается оптимальной ($Hur^f(\sigma)$ – оптимальной) во множестве смешанных стратегий, если выполняется следующее условие 2.24:

$$P^0 \in S^0(Hur^f(\sigma)) \leftrightarrow Hur^f(P^0; \sigma) = Hur_s^f(\sigma). \quad (2.24)$$

Смешанный критерий Гурвица оптимальности

Смешанный критерий Гурвица с дополнительным показателем $\alpha \in [0, 1]$, показателями оптимизма относительно выигрышей $\lambda \in [0, 1]$ и относительно рисков $\sigma \in [0, 1]$ предлагает смешанный подход к выбору стратегии.

Фактически, это выпуклая смешанная комбинация критерия Гурвица относительно выигрышей и относительно рисков. Для того, чтобы его описать, используем дополнительный показатель $\alpha \in [0, 1]$, который отображает предпочтение игроком А выигрышей относительно рисков.

Такой подход позволит ЛПР подойти к оценке и анализу имеющихся данных более точно, что приведет к выбору оптимального со всех точек зрения решения в рамках применяемого подхода.

Определение игроком А числового значения коэффициента α из отрезка $[0, 1]$ субъективно и зависит исключительно от отношения игрока А к рискам и выигрышам.

При $\alpha = 0$ игрок А при выборе стратегии концентрируется только на рисках, не обращая внимание на выигрыши. Соответственно при $\alpha = 1$ игрок А отталкивается только от выигрышей.

Смешанный критерий Гурвица $\text{Hur}^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ определим следующими составляющими.

Эффективность стратегии A_i ($i \in \{1, 2, \dots, m\}$) по $\text{Hur}^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -критерию определим $\text{Hur}^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -показателем по формуле 2.25:

$$\text{Hur}_i^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma) = \alpha \text{Hur}_i^{\text{p}}(\lambda) - (1 - \alpha) \text{Hur}_i^{\text{r}}(\sigma), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (2.25)$$

$\text{Hur}^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -ценой игры в называется наибольший $\text{Hur}^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -показатель эффективности, рассчитываемый по формуле 2.26

$$\text{Hur}_{\text{sc}}^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma) = \max\{\text{Hur}_i^{\text{pr}}(\alpha, \lambda, \sigma) : i = 1, 2, \dots, m\} \quad (2.26)$$

Стратегия A_k ($k \in \{1, 2, \dots, m\}$) будет $\text{Hur}^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -оптимальной во множестве чистых стратегий, если ее $\text{Hur}^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -показатель эффективности равен $\text{Hur}^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -цене игры в чистых стратегиях согласно формуле 2.27:

$$\text{Hur}_k^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma) = \text{Hur}_{\text{SC}}^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma) \quad (2.27)$$

Так как множество чистых стратегий конечно, то будет иметься хотя бы одна чистая стратегия с наибольшим $\text{Hur}^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -показателем эффективности, другими словами в любой игре с природой есть стратегия, оптимальная во множестве чистых стратегий по синтетическому критерию Гурвица.

Множество стратегий, $\text{Hur}^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma)$ -оптимальных во множестве чистых стратегий, обозначается как $(S^C)^{O(\text{Hur}^{\text{Pr}}(\alpha, \lambda, \sigma))}$.

При $\alpha = 0$ получаем, что $\text{Hur}_i^{\text{Pr}}(0, \lambda, \sigma) = 0 \text{Hur}_i^{\text{P}}(\lambda) - (1 - 0) \text{Hur}_i^{\text{r}}(\sigma) = -\text{Hur}_i^{\text{r}}(\sigma)$, т.е. смешанный критерий Гурвица превращается в критерий, который противоположен критерию Гурвица относительно рисков с показателем оптимизма σ , а также не зависит от показателя оптимизма λ .

При $\alpha = 1$ получаем: $\text{Hur}_i^{\text{Pr}}(1, \lambda, \sigma) = 1 \text{Hur}_i^{\text{P}}(\lambda) - (1 - 1) \text{Hur}_i^{\text{r}}(\sigma) = \text{Hur}_i^{\text{P}}(\lambda)$, т.е. смешанный критерий Гурвица наоборот превращается в критерий Гурвица относительно выигрышей с показателем оптимизма λ и не зависит уже от показателя оптимизма σ .

Выводы по главе 2

В данном разделе мы ознакомились с теоретической частью аппарата теории принятия решений, проанализировали математические методы принятия решений и определились в том, что использование критериев Гурвица с точки зрения рисков и выигрышей, а так же использование смешанного критерия позволит получить комплексную характеристику ситуаций, возникающие перед лицом, принимающим решение в области логистики.

3 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРЕДЛОЖЕННОГО ПОДХОДА

Программная реализация предложенного подхода будет включать в себя программу, написанную на языке C#. Функционалом этого приложения будет реализация расчета затрат, основанная на целевой функции описанного процесса, возможность использовать данные, предложенные пользователем и непосредственно реализация предложенного аппарата теории принятия решений. Основной информацией, предоставляемой конечному пользователю, будут графики, которые бы визуально отображали решение задачи и могли бы использоваться при обосновании принятых стратегических решений.

Для того чтобы оценить возможности применения аппарата теории игр в области логистики на практике, решим задачу оптимизации логистической системы существующего предприятия. Для этого определим модель транспортно-логистического комплекса, предложим несколько классических способов изменения способа транспортировки грузов и оценим издержки, связанные с этими стратегиями в условиях неопределенности состояния спроса. Для примера была выбрана компания, занимающаяся поставками автомобилей. После расчета целевой функции для различных типов поставок были сформированы начальные условия для применения критериев оценки оптимальности выбранной стратегии.

Прежде всего, обозначу, что используемые данные не являются точным воспроизведением данных моделируемой компании, а являются приближенными значениями с учетом пропорций на основе доступной документации. После анализа специфики предприятия была выделена явная 3-уровневая система, состоящая из производства, дистрибьюторских центров и дилерских центров. Следовательно, для описания математической модели логистики системы можно использовать модель SC2S (Single Commodity 2-stage Model) [3]. Эта модель была разработана для описания и расчета затрат на различных уровнях логистической системы, которая включает в себя 3 разных

уровня объектов (например, типы узлов). В общем виде целевая функция расчета логистических издержек [5] представлена в виде формулы 3.1:

$$F_{SC2S} = \sum_{k=1}^k c_k x_k d_k + \sum_{k=1}^k \sum_{l=1}^l c_{kl} x_{kl} d_{kl} + \sum_{k=1}^k \sum_{l=1}^l c_{kl} x'_{kl} d_{kl} + \sum_{k=1}^k \sum_{l=1}^l c_{kl} x''_{kl} d_{kl} + \sum_{k=1}^k (f_k + v_k),$$

(3.1)

где

c_k – это затраты на перемещение единицы продукции с первого уровня на второй;

x_k – объем потока, транспортируемого с первого уровня на второй, необходимый в рамках прогнозных значений спроса;

d_k – расстояние, на которое географически отдалены узлы первого уровня от второго;

c_{kl} – это затраты на перемещение единицы продукции со второго уровня на третий;

x_{kl} - объем потока, транспортируемого со второго уровня на третий, необходимый в рамках прогнозных значений спроса;

d_{kl} – расстояние, на которое географически отдалены узлы второго уровня от узлов третьего;

x'_{kl} – суммарное количество излишек по объему второго уровня, которое было распределено в рамках пониженного спроса;

x''_{kl} – суммарное количество недостатков по объему второго уровня, которое было требуется в рамках повышенного спроса;

f_k – постоянные издержки на обеспечение 2 уровня;

v_k – переменная часть издержек на обеспечение 2 уровня;

k – количество узлов 2 уровня;

l – количество узлов 3 уровня;

Для описания поставленной задачи была использована модель «Игра с природой». В данной модели, как говорилось ранее, принимают участие два игрока – сознательный игрок А, имеющий возможность выбора, в нашем

случае, из трёх альтернативных стратегий, и природа, которая находится в одном из своих альтернативных состояний, роль которой в нашей ситуации выполняет спрос.

В качестве альтернативных стратегий игрока сознательного игрока А, роль которого исполняет руководство компании, являются предложенные ниже варианты:

A_1 – для транспортировки использовать собственный автопарк;

A_2 – для транспортировки в узлы 2 уровня использовать собственный автопарк, а для дальнейшего распределения воспользоваться услугами аутсорса, т.е. привлечь стороннюю транспортную компанию.

A_3 – для транспортировки в узлы 2 уровня использовать собственный автопарк, а для дальнейшего распределения арендовать необходимое количество железнодорожных платформ.

Природа же находится одном из трёх своих альтернативных состояний:

Π_1 – реальный спрос меньше прогноза;

Π_2 – реальный спрос равен прогнозу;

Π_3 – реальный спрос больше прогноза;

Данная формулировка задачи подходит под описание «Игры с Природой», поэтому применение аппарата теории игр будет уместно в данном случае. Выигрышами в данной задаче будут $a_{ij} = -F_{SC2S ij}$, $i, j = 1, 2, 3$. Это значение затрат, которые идут на осуществление выбранной стратегии транспортировки A_i в условиях Π_j .

Матрица выигрышей в рамках данной задачи будет сформирована на основании целевой функции модели SC2S и известных данных компании. В рамках данной задачи не будут рассматриваться побочные затраты, такие как затраты компании на хранение излишков продукции, так как их величина не зависит от выбранной стратегии, а полученные значения являются приближенными значениями.

Описание логистической системы

Сохранить значения

Формат логистической системы
 0 уровень - уровень производства
 1 уровень - уровень дистрибьюторов
 2 уровень - уровень точек доставки

Описание ЦФ стратегии 1 | Описание ЦФ стратегии 2 | Описание ЦФ стратегии 3

Затраты на трансп-ку с 0 на 1 уровень ед. продукции
 руб./км

Расстояние с 0 до 1 уровня
 км.

Объем потока с 0 на 1 уровень
 ед.

Затраты на трансп-ку с 1 на 2 уровень ед. продукции
 руб./км

Расстояние с 1 до 2 уровня
 км.

Объем потока с 1 на 2 уровень
 ед.

Постоянные затраты на обслуживание системы
 руб.

Затраты на реализацию стратегии
 руб.

Рисунок 3.1 – Данные, для расчета целевой функции данной модели.

После того, как была определена структура и выбрана модель для расчета затрат на каждый уровень логистической системы, введем необходимые данные (рисунок 3.1) проведем расчет на основе описанной модели. Для предложенной задачи матрица выигрышей имеет вид, представленный на рисунке 3.2.

Принятие решения

Метод

Показатель оптимизма относительно выигрышей Степень предпочтения выигрышей рискам

Показатель оптимизма относительно рисков

Матрица игры

	Спрос меньше прогноза	Спрос равен прогнозу	Спрос больше прогноза
▶ Без доп. аренды	-409071225,847	-429238952	-474077888,751
Свой автопарк + аренда	-417762205,14	-413571984,5	-454961520,694
Свой автопарк + ЖД	-451683301,6	-441457989,62	-437464110,302

Рисунок 3.2 – Матрица выигрышей для поставленной задачи.

Стоит отметить, что данная матрица не имеет седловой точки. После построения матрицы выигрышей завершена математическая формализация поставленной задачи.

Применение же аппарата теории принятия решений заключается в выборе оптимальных стратегий в условиях решаемой задачи. При нажатии на кнопку «График» будет представлена графическая интерпретация (рисунок 3.3 и рисунок 3.4) оценки оптимальности стратегии с точки зрения выбранного критерия.

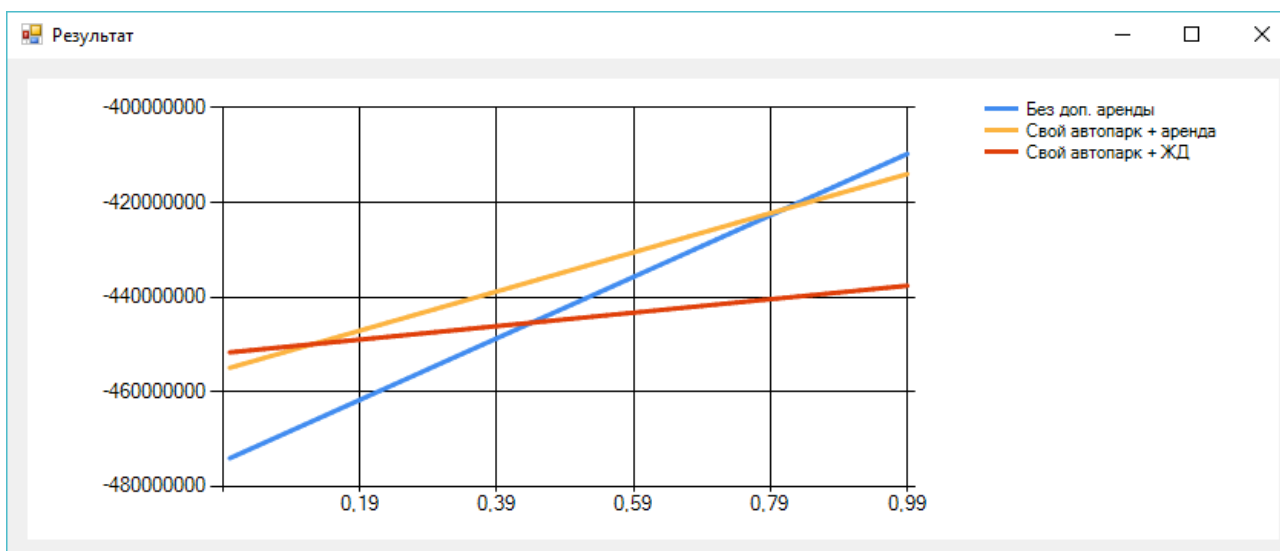


Рисунок 3.3 – Принятие решения с точки зрения выигрышей.

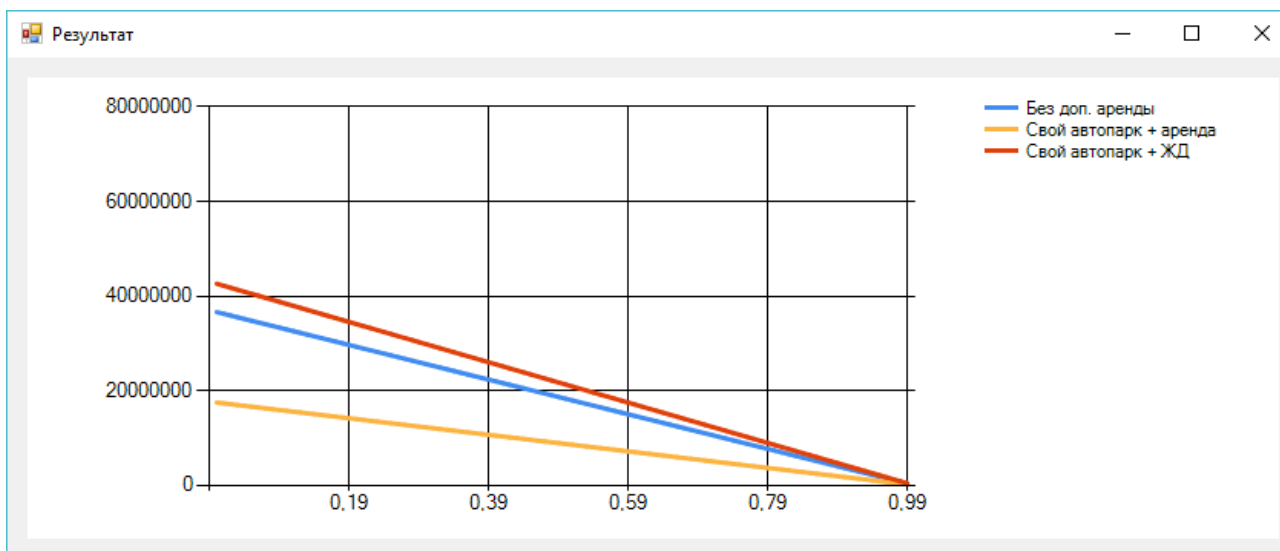


Рисунок 3.4 – Принятие решения с точки зрения рисков.

Однако главной визуализацией выбора оптимальной стратегии будет график, построенный с точки зрения оценки и выигрышей, и рисков.

Корректируя значения оптимизма относительно рисков и выигрышей, мы получим возможность строить график для каждой субъективной оценки ситуации лицом, принимающим решение.

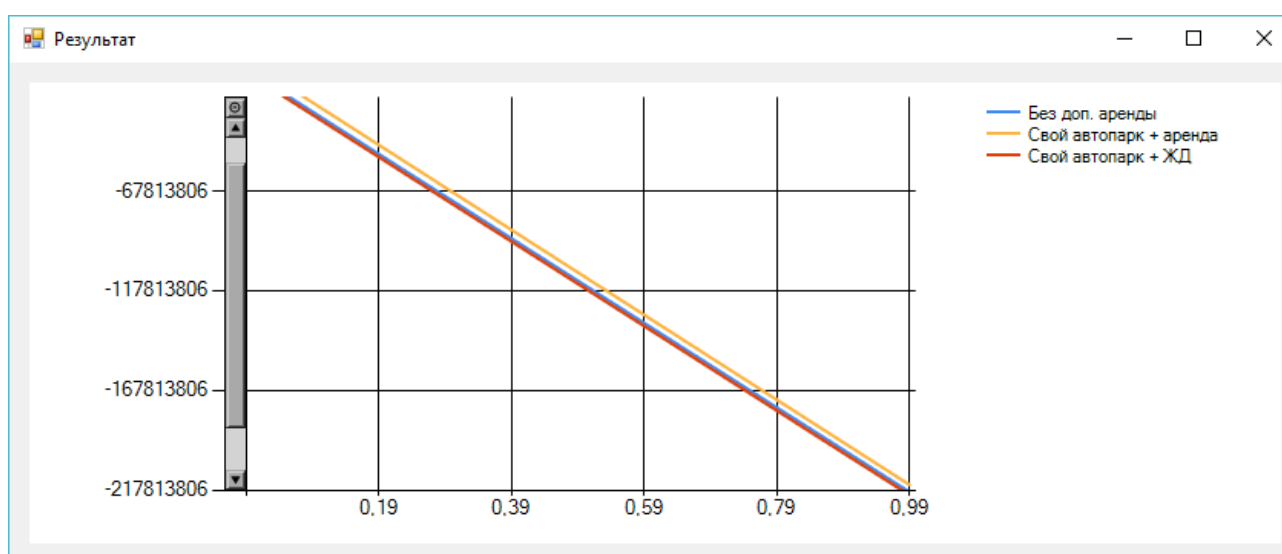


Рисунок 3.4 – Принятие решения с точки зрения выигрышей и рисков.

В рамках поставленной задачи был проведен анализ логистической структуры предприятия, предложены альтернативные варианты для транспортировки продукции, с учетом специфики данного предприятия. После моделирования структуры и расчета затрат на реализацию стратегий были применены методы теории принятия решений, которые оценили ситуацию и наглядно продемонстрировали отношения стратегий между собой с точки зрения рисков и выигрышей.

Решение задачи оптимизации логистических затрат, при выборе способа транспортировки, показало, что для проанализированного предприятия будет оптимальным использовать предложенную стратегию, основанную на привлечении стороннего логистического оператора. Выводы основаны на визуализации, сделанной в рамках предложенных критериев оптимальности.

Выводы по разделу 3

Использование критериев принятия решений в области логистики актуально в ситуациях, возникающих в условиях полной неопределенности. Это было продемонстрировано на примере неопределенности спроса на

продукцию, так как формализация задачи происходит в условиях «Игры с Природой». Было предложено решение оптимизации издержек на транспортировку в условиях неопределенности спроса на примере предприятия, занимающегося транспортировкой автомобилей. Использование критериев принятия решений позволило наглядно продемонстрировать ЛПР соотношения между предложенными стратегиями и, следовательно, принять взвешенное решение.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было проведено исследование возможности применения аппарата теории игр в области логистики. Бурное развитие логистики как науки в последние годы располагает к исследованию возможности применения математических методов и моделей в данной области. В работе были проанализированы существующие аспекты логистической деятельности и оценена возможность использования аппарата теории игр для их решения. Стоит отметить, что теория игр сама по себе не предлагает альтернатив, а является лишь инструментом для принятия оптимальных решений.

После анализа аппарата теории игр было определено, что наиболее подходящей моделью для решения логистических задач являются «Игры с Природой», когда решение принимается в условиях полной неопределенности. В результате анализа теоретической базы теории принятия решений были определены оптимальные методы, которые впоследствии были использованы для решения задачи оптимизации логистических издержек предприятия в условиях неопределенности состояния спроса.

Программная реализация расчета и анализа логистических издержек была осуществлена на языке C#. Результаты работы аппарата теории игр представлены в разделе номер 3.

Стоит отметить, что модели игр не ограничиваются «Играми с Природой» и дальнейшее исследование данного вопроса через призму задач логистического комплекса может открыть новые возможности использования аппарата теории игр. Сделанные в работе выводы могут использоваться в области логистического менеджмента для осуществления стратегического планирования транспортно-логистического комплекса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Juan Aparicio, Natividad Llorca, Joaquin Sanchez-Soriano, Julia Sancho, Sergio Valero, Cooperative Logistics Games – 2014, 32 с.
2. [Мирасов В.Ф.](#) Актуальные задачи и инструментарий управления интегрированными предприятиями на основе теории игр – 2014, 5 с.
3. Riccardo Manzini, Rita Gamberini Design, Management and Control of Logistic Distribution Systems //Supply Chain, Theory and Applications. – 2008, № 3 – pp – 264-287.
4. Айбазова С.Х. Оптимизация бизнеса на основе теоретико-игровой модели – 2014, 155 с.
5. Riccardo Manzini, Marco Bortolini A Supporting Tool for the Integrated Planning of a Logistic Network// Supply Chain, Theory and Applications – 2008, № 4 – pp – 276 – 294
6. Luis Antonio de Santa – Eulalia, Sophie D’Amours, Jean – Marc Frayret Advanced Supply Chain Planning (APS) Today and Tomorrow// Supply Chain, Theory and Applications. – 2008, № 4 – pp – 172 – 200.
7. Min H., Zhou G. Supply chain modeling: past, present and future //Computers & Industrial Engineering. – 2002. – Т. 43. – №. 1. – С. 231-249
8. Лежнина Е.А., Балыкина Ю.Е., Власова Т.В. Методы теории игр в логистике – 2012, 4 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Код реализации предложенного решения

```
double alf = Convert.ToDouble(textBox1.Text);
double[,] massA = new
double[dataGridView1.RowCount, dataGridView1.ColumnCount + 5];
for (int i = 0; i < dataGridView1.RowCount; i++)
    for (int j = 0; j < dataGridView1.ColumnCount;
j++)
    {
        try
        {
            massA[i, j] =
Convert.ToDouble(dataGridView1[j, i].Value);
        }
        catch
        {
            massA[i, j] = 0;
            dataGridView1[j, i].Value = "0";
        }
    }
for (int i = 0; i < dataGridView1.RowCount; i++)
{
    massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massA[i, 0];
    massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massA[i, 0];
}
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
    for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
    {
        if (massA[i, j] < massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)])
            massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massA[i, j];
        if (massA[i, j] > massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1])
            massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massA[i, j];
    }
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
{
    massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] * (1 - alf);
}
```

Продолжение приложения А

```

        massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] * alf;
        massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] + massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3];
    }
    double[,] graph = new
double[dataGridView1.RowCount, 2];
    for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
    {
        graph[i, 0] = (massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3] / alf) - massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] / (1 - alf);
        graph[i, 1] = (massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] / (1 - alf));
    }
    for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView2.RowCount); i++)
    {
        dataGridView2[0, i].Value =
Convert.ToString(graph[i, 0]);
        dataGridView2[1, i].Value =
Convert.ToString(graph[i, 1]);
    }
    double mm = massA[0,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4];
    int nom = 0;
    for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
        if (massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] > mm)
        {
            mm = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4];
            nom = i;
            textBox2.Text = Convert.ToString(nom + 1);
            textBox3.Text = Convert.ToString(mm);
        }

    double alf = Convert.ToDouble(textBox1.Text);
    double[,] massA = new
double[dataGridView1.RowCount, dataGridView1.ColumnCount + 5];
    for (int i = 0; i < dataGridView1.RowCount; i++)
        for (int j = 0; j < dataGridView1.ColumnCount;
j++)

```

```

    {
        try
        {
            Convert.ToDouble(dataGridView1[j, i].Value);
            massA[i, j] =
        }
        catch
        {
            massA[i, j] = 0;
            dataGridView1[j, i].Value = "0";
        }
    }
    for (int i = 0; i < dataGridView1.RowCount; i++)
    {
        massA[i,
        Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massA[i, 0];
        massA[i,
        Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massA[i, 0];
    }
    for (int i = 0; i <
    Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
        for (int j = 0; j <
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
        {
            if (massA[i, j] < massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)])
                massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massA[i, j];
            if (massA[i, j] > massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1])
                massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massA[i, j];
        }
    for (int i = 0; i <
    Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
    {
        massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] = massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] * (1 - alf);
        massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3] = massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] * alf;
        massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] = massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] + massA[i,
    Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3];
    }
}

```

```

        double sigma = Convert.ToDouble(textBox7.Text);
        double[,] massB = new
double[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount) + 1,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 5];
        Продолжение приложения А
        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
            for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
                {
                    try
                    {
                        massB[i, j] =
Convert.ToDouble(dataGridView1[j, i].Value);
                    }
                    catch
                    {
                        massB[i, j] = 0;
                        dataGridView1[j, i].Value = "0";
                    }
                }
        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); i++)
            massB[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount),
i] = massB[i, 0];
        for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
            for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
                {
                    if (massB[i, j] >
massB[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), j])
                        massB[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), j] = massB[i, j];
                }
        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
            for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
                massB[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), j] - massB[i, j];
        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
            {
                massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massB[i, 0];
                massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massB[i, 0];
            }

```



```

        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
        {
            for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
            {
                if (massB[i, j] <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount))
                    massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massB[i, j];
                if (massB[i, j] >
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1])
                    massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massB[i, j];
            }
        }
        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
        {
            massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] = massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] * sigma;
            massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3] = massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] * (1 - sigma);
            massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] = massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] +
massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3];
        }
        double lambda = Convert.ToDouble(textBox6.Text);
        double[,] massC = new
double[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), 3];
        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
        {
            massC[i, 0] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) +
4]*Convert.ToDouble(textBox1.Text);
            massC[i, 1] = massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) +
4]*Convert.ToDouble(textBox7.Text);
            massC[i, 2] = massC[i, 0] * lambda - massC[i,
1] * (1 - lambda);
        }
        double[,] graph = new
double[dataGridView1.RowCount, 2];
        for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
        {

```

Продолжение приложения А

```

graph[i, 0] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] *
Convert.ToDouble(textBox1.Text);

```

Продолжение приложения А

```

graph[i, 1] = massB[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] *
Convert.ToDouble(textBox7.Text);

```

```

}
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView2.RowCount); i++)
{

```

```

    dataGridView2[0, i].Value =
Convert.ToString(graph[i, 0]);

```

```

    dataGridView2[1, i].Value =
Convert.ToString(graph[i, 1]);
}

```

```

double mm = massC[0, 2];
int nom = 0;
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)

```

```

    if (massC[i, 2] > mm)
    {

```

```

        mm = massC[i, 2];
        nom = i;
        textBox2.Text = Convert.ToString(nom + 1);
        textBox3.Text = Convert.ToString(mm);
    }

```

```

double alf = Convert.ToDouble(textBox1.Text);
double[,] massA = new
double[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount) +
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 5];

```

```

for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)

```

```

{
    try
    {

```

```

        massA[i, j] =
Convert.ToDouble(dataGridView1[j, i].Value);
    }

```

```

    catch
    {

```

```

        massA[i, j] = 0;
        dataGridView1[j, i].Value = "0";
    }
}

```

Продолжение приложения А

```

for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); i++)
massA[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), i] = massA[i, 0];
for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
{
if (massA[i, j] >
massA[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), j])
massA[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), j] = massA[i, j];
}
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
massA[i, j] =
massA[Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount), j] - massA[i, j];
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
{
massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massA[i, 0];
massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massA[i, 0];
}
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
for (int j = 0; j <
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount); j++)
{
if (massA[i, j] < massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)])
massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] = massA[i, j];
if (massA[i, j] > massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1])
massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] = massA[i, j];
}
for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
{

```

Окончание приложения А

```

        massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount)] * alf;
        massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1] * (1 - alf);
        massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 2] +
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 3];
    }
    double[,] graph = new
double[dataGridView1.RowCount, 1];
    for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
    {
        graph[i, 0] = (massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 1]);
    }
    for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView2.RowCount); i++)
    {
        dataGridView2[0, i].Value =
Convert.ToString(graph[i, 0]);
    }
    double mm = massA[0,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4];
    int nom = 0;
    for (int i = 0; i <
Convert.ToInt16(dataGridView1.RowCount); i++)
        if (massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4] < mm)
        {
            mm = massA[i,
Convert.ToInt16(dataGridView1.ColumnCount) + 4];
            nom = i;
            textBox2.Text = Convert.ToString(nom +
1);
            textBox3.Text = Convert.ToString(mm);
        }
}

```