

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»

Высшая школа электроники и компьютерных наук
Кафедра «Системы автоматического управления»

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

Рецензент

_____/В.Д.Егоров

« ____ » _____ 2018 г.

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

_____/ В.И. Ширяев

« ____ » _____ 2018 г.

РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАИВАЕМОГО ГИРОСКОПА С УЧЕТОМ ЕГО
ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ
ЮУрГУ – 24.04.02.2018. 597.00 ПЗ ВКР

Руководитель работы,
ведущий инженер-конструктор
АО «НПО Электромеханики»

_____/ В.П.Губко

« ____ » _____ 2018 г.

Автор работы
студент группы **КЭ-226**

_____/ Н.И.Василевский

« ____ » _____ 2018 г.

Нормоконтролер, профессор

_____/А.Н.Лысов

« ____ » _____ 2018 г.

АННОТОВАЦИЯ

Василевский, Н.И. Разработка динамически настраиваемого гироскопа с учетом его вибрационных характеристик.: ЮУрГУ (НИУ), ВШ ЭКН; 2018, 78 с. 27 ил., библиогр. список – 23 наим., 20 листов слайдов презентации ф. А4.

В настоящей выпускной квалификационной работе рассмотрена математическая модель ухода динамически настраиваемого гироскопа (ДНГ), зависящего от вибраций подшипников и собственных частот конструкции.

Приведено описание динамически настраиваемого гироскопа, рассмотрена математическая модель ухода гироскопа и выделена составляющая, зависящая от синхронных осевых и радиальных вибраций, порождаемых погрешностями формы тел качения шарикоподшипников. Проведен расчет спектра осевых и радиальных вибраций подшипников. Рассчитаны собственные частоты конструкции: аналитически - анализом двухмассовой системы с сосредоточенными параметрами и методом конечных элементов. Сопоставлен спектр вибрации подшипников и собственные частоты конструкции, выявлены опасные диапазоны частот с точки зрения наложения частот спектра подшипников и резонансов конструкции, проведен расчет ухода гироскопа при совпадении резонанса конструкции и одной из составляющих спектра вибраций. По результатам расчетов была произведена модернизация корпуса подшипникового узла для более надежного разнесения основных частот возмущений подшипников и конструкционных резонансов.

Модернизированный подшипниковый узел позволил изменить собственные частоты конструкции, что уменьшило уход ДНГ, зависящий от вибраций подшипников.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>		<i>Василевский Н</i>			<i>Разработка динамически настраиваемого гироскопа с учетом его вибрационных характеристик</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>		<i>Губко В.П.</i>				<i>Д</i>	<i>4</i>	<i>78</i>
<i>Реценз.</i>		<i>Егоров В.Д.</i>				ЮУрГУ Кафедра САУ		
<i>Н. Контр.</i>		<i>Лысов А.Н.</i>						
<i>Утверд.</i>		<i>Ширяев В.И.</i>						

ВВЕДЕНИЕ

В конце прошлого века были разработаны [1, 2] и успешно применяются в настоящее время динамически настраиваемые гироскопы (ДНГ).

ДНГ применяются в качестве чувствительных элементов в индикаторных гиросtabilизаторах и бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС).

ДНГ обладают следующими достоинствами:

- малые габаритные размеры и масса,
- невысокая стоимость,
- высокая надёжность,
- хорошая точность.

Благодаря этому данный класс гироскопов получил широкое применение в системах ориентации и навигации среднего класса точности.

Как и всегда, разработчики стремятся увеличить точность прибора. На сегодняшний день ДНГ достигают точности $0,01$ °/час (случайная составляющая скорости ухода) и точнее.

Наибольшее распространение получил ДНГ на шарикоподшипниковых опорах по главной оси. Благодаря этому удалось добиться сочетания качеств, описанных выше. Вместе с тем разработчики получили целый ряд проблем, связанных с качеством шарикоподшипниковых опор. Среди этих проблем основное место занимают вибрации, порождаемые неидеальностью формы тел качения подшипников (колец и шариков). Вибрации подшипников представляют собой плотный линейчатый спектр, каждая гармоника которого порождена определенной погрешностью формы тел качения, или их сочетанием. Этот спектр перекрывает диапазон от единиц Гц до десятков кГц. Разработчики и производители подшипников для ДНГ предпринимают меры к уменьшению погрешностей геометрии тел качения, однако на сегодняшний день избавиться от влияния вибраций не удастся. Поэтому разработчикам ДНГ приходится принимать меры по снижению влияния вибраций, используя математическую модель погрешностей прибора и свои эмпирические знания.

Математическая модель погрешностей ДНГ достаточно подробно разработана. В работах [3, 4, 5] описаны погрешности, зависящие от неидеальности конструкции ДНГ, воздействия внешних возмущающих факторов (угловых скоростей основания, линейных и угловых ускорений), влияния линейных и угловых вибраций с частотами, кратными частоте вращения ДНГ и других факторов. К сожалению, вопросы, связанные с влиянием широкого

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

спектра вибраций подшипников на точностные параметры ДНГ в научной литературе освещены не достаточно подробно. О влиянии вибраций опор ДНГ на точностные параметры говорится, например, в работе [4]. На практике разработчики ДНГ сталкиваются с множеством эффектов, суть которых кроется в сложном взаимодействии спектра вибровозмущений подшипников с конструкционными резонансами ДНГ. Эти эффекты проявляются в виде изменения уходов при изменении спектра собственных вибраций прибора вследствие различных причин: изменение осевого натяга в подшипниковом узле, износа подшипников, погрешностей сборки и др. Поэтому изучению и контролю вибрационного состояния ДНГ на всех стадиях разработки и производства уделяется особое внимание.

Основной задачей в плане минимизации погрешностей ДНГ от вибраций подшипников на стадии разработки прибора является разнесение (не допущение совпадения) основных подшипниковых частот и собственных частот конструкции (резонансных частот), т.к. при их совпадении наблюдается возрастание амплитуды вибрации в десятки раз, что приводит к значительным погрешностям. К основным частотам вибраций подшипников относят частоты "мелькания" шариков по наружному и внутреннему кольцу, частоты вращения шариков относительно колец. Эти частоты поддаются достаточно точному расчету с использованием методик [6, 7, 8]. Более полный спектр, учитывающий комбинационные частоты, описан в отчетах предприятия [9, 10]. Спектр рассчитывается, зная геометрические параметры подшипников, углы контакта тел качения, амплитуды погрешностей геометрии тел качения. Сложнее обстоит вопрос расчета собственных частот конструкции прибора на стадии его разработки, особенно когда отсутствуют прямые аналоги разрабатываемого прибора, резонансные частоты которых известны из экспериментальных данных. ДНГ представляет собой сложную многомассовую систему с распределёнными параметрами, аналитический анализ которой осложнен нелинейностью её элементов. Анализ многомассовых колебательных систем описан, например, в [11], но результаты этих расчетов могут использоваться только для приблизительной оценки резонансных частот. Тем более, что для определения жесткостей элементов конструкции ДНГ, например двухколенного упругого подвеса с учетом деформации колец, требуется решение сложнейшей задачи теории упругости. На помощь разработчику здесь могут прийти прикладные программные продукты на базе метода конечных элементов [12]. Разбиение 3D модели исследуемого объекта на мельчайшие упруго деформируемые элементы позволяет учесть все особенности его

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		6

конструкции, рассчитать деформации и напряжения в её элементах, получить полный спектр собственных частот колебаний. Именно использование данных инструментов может позволить разработчику ДНГ на ранних стадиях разработки нового прибора оценить правильность принимаемых конструкторских решений и избежать наложения опасных возмущающих частот на конструкционные резонансы.

В последнее время для создания малогабаритных БИНС используются миниатюрные ДНГ массой до 100г [13, 14, 15, 16]. В соответствии с требованиями к БИНС, эти приборы в режиме измерения угловой скорости основания должны иметь измерительный диапазон до 200 °/с и случайный уход порядка 0,01...0,1 °/ч, что требует принятия нестандартных технических решений и тщательного анализа конструкции на этапе проектирования.

Объектом исследований в данной работе является новый миниатюрный ДНГ КЕАФ05-029Б. Конструктивный аналог данного прибора описан в [15]. Особенностью конструкции этого прибора является чувствительный элемент (ротор на двухколесном упругом подвесе), заключенный в герметичную оболочку (ампулу), внутри которой создан высокий вакуум. По расчетам разработчиков, это должно дать значительный эффект в повышении точности прибора, т.к. воздействие на вращающийся ротор газовой среды, пусть даже весьма низкого давления, оказывает значительное влияние на его точностные параметры, что описано в ряде работ по ДНГ [5, 20, 21, 22] и подтверждено многолетним опытом разработок [23]. Исключение этого превалирующего фактора на первое место в обеспечении высоких точностных характеристик выдвигает задачу минимизации влияния подшипниковых вибраций.

Данная задача может быть решена путем расчета спектра подшипниковых вибраций, определения собственных частот конструкции ДНГ конечно-элементным методом, анализа полученных частот в плане их влияния на уход гироскопа, зависящий от синхронных осевых и радиальных вибраций. Для обоснования необходимости разнесения подшипниковых частот и резонансов конструкции необходимо произвести расчет ухода ДНГ в случае их совпадения, выработать и обосновать предложения по изменению конструкции прибора, призванные обеспечить лучшее разнесение указанных частот. Решение поставленных задач позволит на ранних стадиях разработки прибора принять необходимые меры для обеспечения выполнения требований к точностным параметрам ДНГ.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		7

1 ОПИСАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАИВАЕМОГО ГИРОСКОПА

Для выяснения влияния вибраций подшипников на точностные параметры ДНГ необходимо знание принципа работы прибора, его передаточной функции и модели погрешностей. В данном разделе приводится анализ конструктивных схем ДНГ, выбор наиболее оптимальной с точки зрения минимального влияния вибраций на точностные параметры, вывод уравнений движения ДНГ. Приводится описание и эскиз объекта исследования – миниатюрного ДНГ КЕАФ05-029Б с ампулизированным чувствительным элементом.

1.1 Анализ схем ДНГ

На рисунках 1 и 2 представлены кинематические схемы ДНГ с одноколечным и двухколечным подвесами соответственно. ДНГ состоит из ротора, соединённого с валом посредством упругого подвеса. Подвес обеспечивает малые отклонения ротора вокруг двух ортогональных осей. Ротор приводится во вращение двигателем через вал (Ω – угловая скорость вращения вала) [17, 18].

Датчики угла выдают информацию об отклонениях чувствительного элемента (ЧЭ) относительно измерительных осей. Датчики момента служат для создания управляющих моментов, прикладываемых к ЧЭ относительно соответствующих осей.

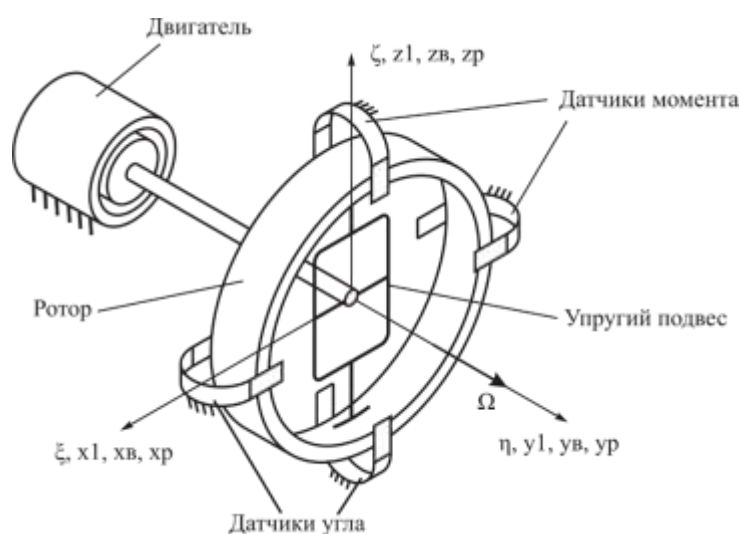


Рисунок 1 – Одноколечный ДНГ

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		8

В одноколечном ДНГ возникают вибрации маховика на частоте 2Ω при отклонении оси маховика от оси вала. Полностью такие вибрации устранить нельзя, и это принципиально отличает характер движения маховика динамически настраиваемого гироскопа с одноколечным подвесом от движения свободного гироскопа. Медленно меняющееся отклонение оси маховика и её колебания с частотой 2Ω накладывает существенный отпечаток на поведение такого гироскопа на вибрирующем основании и его реакцию на внешние гармонические возмущающие моменты.

В конечном счёте это сказывается, и не лучшим образом, на качестве гироскопа как чувствительного элемента гиросtabilизатора или измерителя угловой скорости.

Двухколечный подвес защищает чувствительный элемент от вибраций на частоте 2Ω при его отклонении от оси вала. Это приводит к улучшению динамики гироскопа и избавляет от некоторых уходов. Поэтому, для создания высокоточного ДНГ, защищённого от воздействия вибраций используются двухколечные подвесы, как и сделано в объекте нашего исследования – приборе КЕАФ05-029Б.

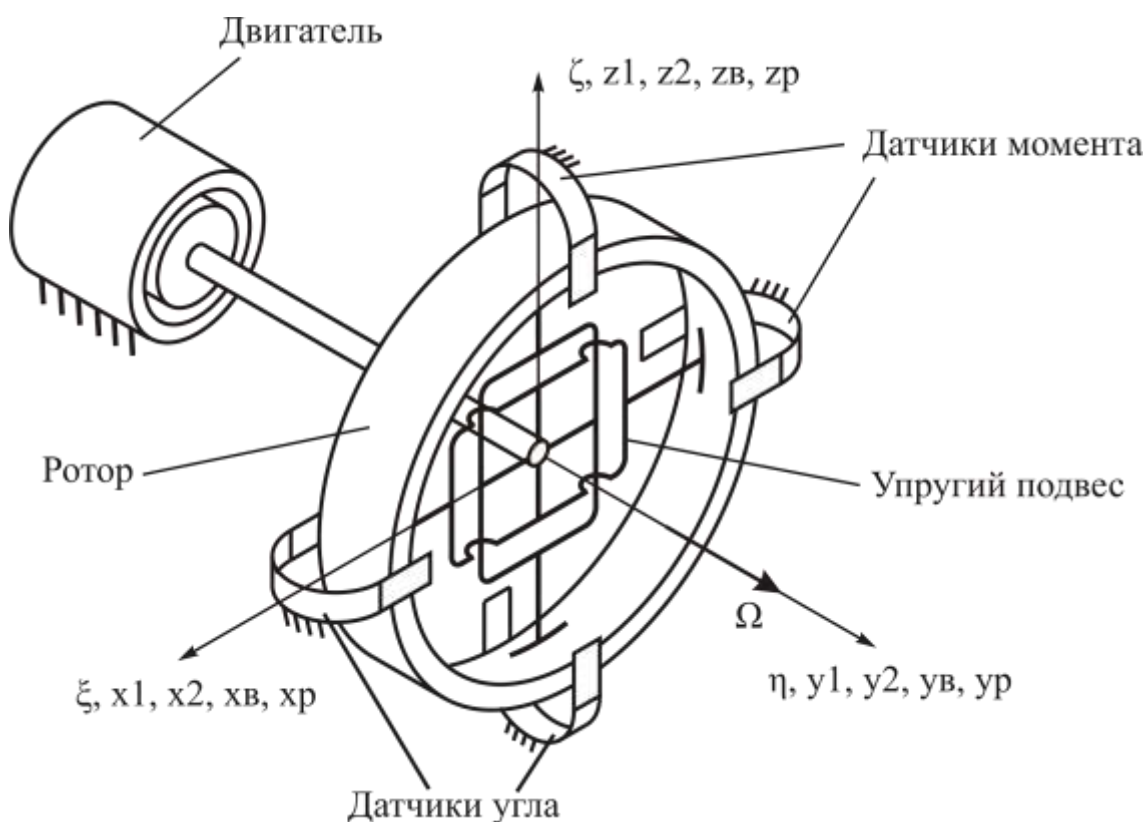


Рисунок 2 – Двухколечный ДНГ

Рассмотрим принцип работы двухколенного ДНГ (рисунок 3).

Введём следующие системы координат (СК):

$O\xi\eta\zeta$ – базовая СК, связанная с основанием;

$Oxvyzv$ – СК, связанная с валом;

$Ox_1y_1z_1$ – СК, связанная с первым кольцом;

$Ox_2y_2z_2$ – СК, связанная со вторым кольцом;

$Oxpruzp$ – СК, связанная с ротором.

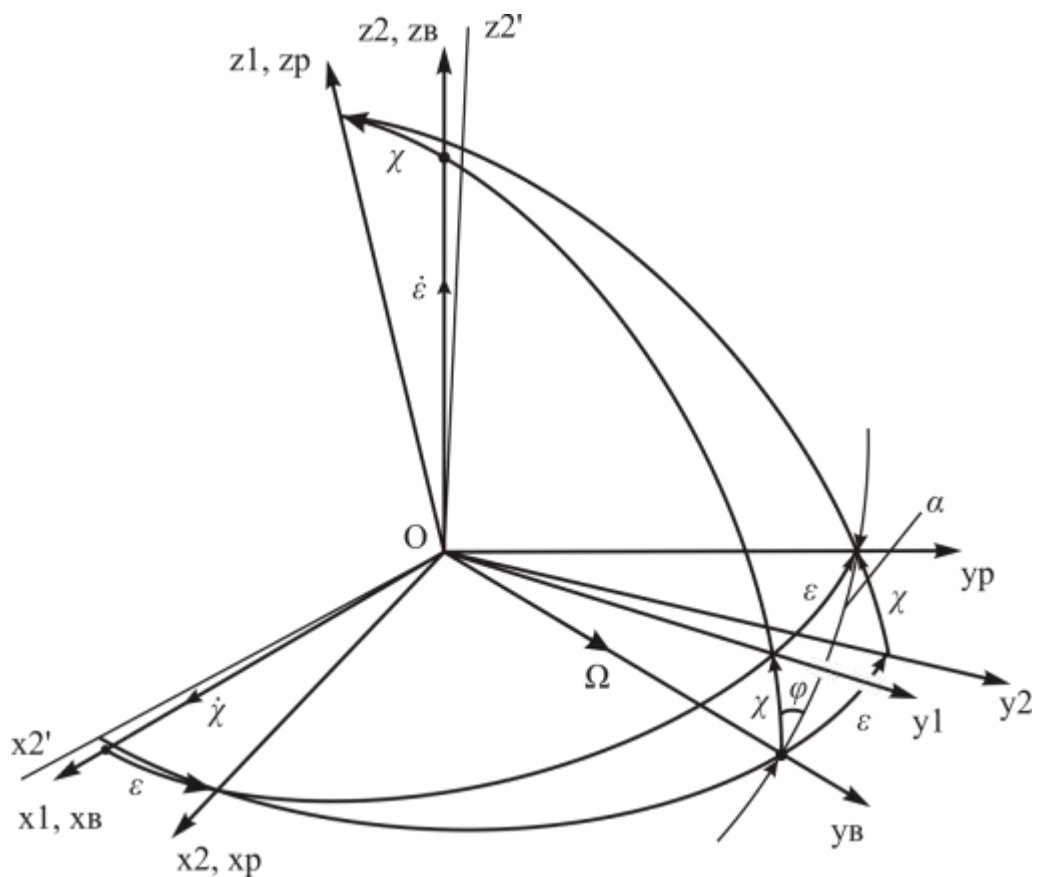


Рисунок 3 – Кинематика поворотов ДНГ

Введём следующие обозначения:

φ – угол поворота вала, относительно оси собственного вращения;

α – угол отклонения ротора, относительно оси ξ (рисунок 4);

$\chi_1 = \chi_2 = \chi$ – угол отклонения первого кольца относительно вала и угол отклонения ротора относительно второго кольца;

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ – угол отклонения второго кольца относительно вала и угол отклонения ротора относительно первого кольца;

Для начала поясним принцип динамической настройки, имеющий ключевое значение для обеспечения точностных характеристик ДНГ. Рассмотрим упругие моменты и инерционные моменты, действующие по осям $Ox1$ и $Oz2$ (рисунки 5 и 6). Зададим отклонение ротора относительно оси ξ на угла α . Данное отклонение будет соответствовать поворотам колец, изображённым на рисунке 3. Как видно из рисунка, для осуществления этих поворотов упругие элементы второго кольца, соединяющие кольцо с валом, должны обладать конечной жёсткостью на изгиб в плоскости своих осей (данному положению соответствует изображение осей второго кольца $x2'$ и $z2'$). Также это касается и первого кольца, если повороты задать в другом порядке. Жёсткость на изгиб подвесов, соединяющих кольца с ротором, считается бесконечно большой.

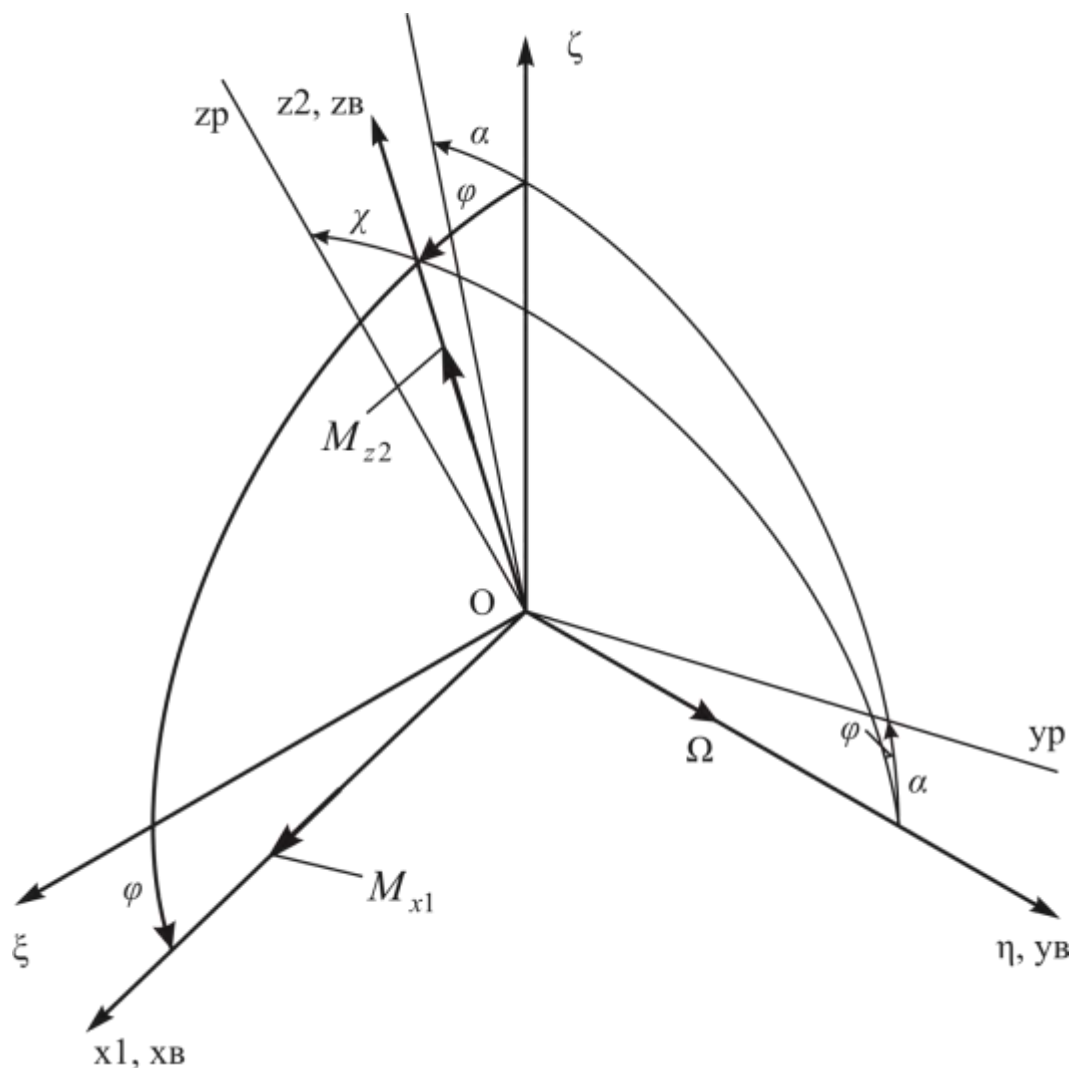


Рисунок 4 – К определению момента в не вращающейся СК

Определим суммарный момент M_{x1} , действующий на первое кольцо относительно оси $Ox1$ (рисунок 5)

$$M_{x1} = -a\ddot{\chi} - (c-b)\Omega^2\chi - 4k\chi, \quad (1)$$

где a, b, c – моменты инерции кольца.

Определим суммарный момент M_{z2} , действующий на второе кольцо относительно оси $Oz2$ (рисунок 6)

$$M_{z2} = -a\ddot{\varepsilon} - (c-b)\Omega^2\varepsilon - 4k\varepsilon. \quad (2)$$

Из рисунка 3 запишем соотношения

$$\chi = \alpha \cos \varphi = \alpha \cos \Omega t, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \alpha \sin \varphi = \alpha \sin \Omega t.$$

Продифференцируем дважды выражения (3)

$$\ddot{\chi} = -\alpha\Omega^2 \cos \Omega t, \quad (4)$$

$$\ddot{\varepsilon} = -\alpha\Omega^2 \sin \Omega t.$$

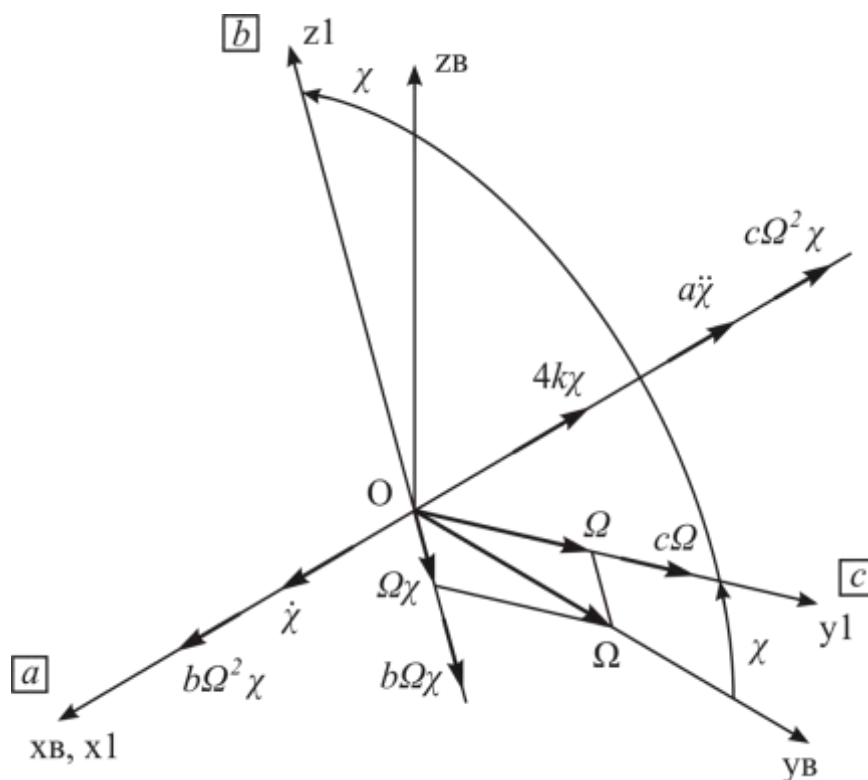


Рисунок 5 – Упругие и инерционные моменты, действующие на первое кольцо относительно оси $Ox1$

Подставим соотношения (4) и (3) в выражения (1) и (2), получим

$$\begin{aligned}
 M_{x1} &= a\alpha\Omega^2 \cos \Omega t - (c-b)\Omega^2\alpha \cos \Omega t - 4k\alpha \cos \Omega t = \\
 &= \left((a+b-c)\Omega^2 - 4k \right) \alpha \cos \Omega t ; \\
 M_{z2} &= a\alpha\Omega^2 \sin \Omega t - (c-b)\Omega^2\alpha \sin \Omega t - 4k\alpha \sin \Omega t = \\
 &= \left((a+b-c)\Omega^2 - 4k \right) \alpha \sin \Omega t .
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Найдём моменты, действующие на осине вращающейся СК (рисунок 4)

$$\begin{aligned}
 M_{\xi} &= M_{x1} \cos \Omega t + M_{z2} \sin \Omega t ; \\
 M_{\zeta} &= M_{z2} \cos \Omega t - M_{x1} \sin \Omega t .
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

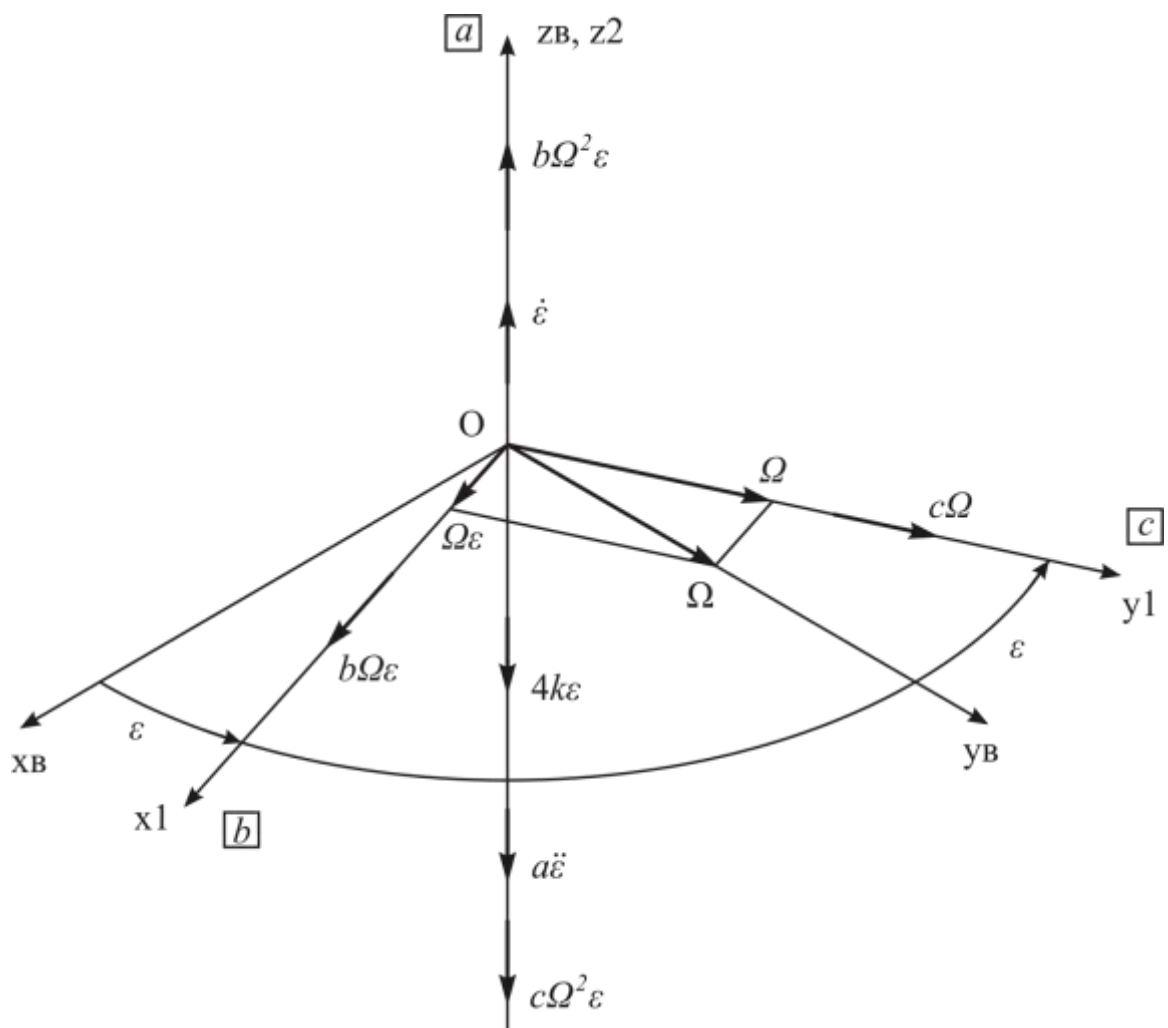


Рисунок 6 – Упругие и инерционные моменты, действующие на второе кольцо относительно оси Oz_2

Подставим выражения (5) в равенства (6)

$$M_{\xi} = (\cos^2 \Omega t + \sin^2 \Omega t) \left((a + b - c) \Omega^2 - 4k \right) \alpha = \left((a + b - c) \Omega^2 - 4k \right) \alpha; \quad (7)$$

$$M_{\zeta} = (\sin \Omega t \cos \Omega t - \cos \Omega t \sin \Omega t) \left((a + b - c) \Omega^2 - 4k \right) \alpha = 0.$$

Отклонение ротора на угол α приводит к возникновению упругого момента и динамического. Эти моменты пропорциональны углу отклонения. При соблюдении определённых параметров упругого подвеса можно свести к нулю момент относительно оси ξ , т.е. упругие моменты будут компенсироваться динамическими (инерционными и гироскопическими).

$$4k = (a + b - c) \Omega^2 \quad (8)$$

Равенство (8) называют условием динамической настройки.

Ротор ДНГ при соблюдении данного условия будет вести себя как свободно вращающееся тело в пространстве. Но в действительности обеспечить равенство (8) в идеале не удаётся вследствие наличия погрешностей задания угловой скорости вращения, температурных изменений упругих свойств материала подвеса, теплового расширения колец.

В используемых программах системы координат расположены определённым образом и чтобы не было путаницы, перепишем условие динамической настройки (8) в соответствии с рисунком 7:

$$4k = (J_{xx} + J_{yy} - J_{zz}) \Omega^2. \quad (9)$$

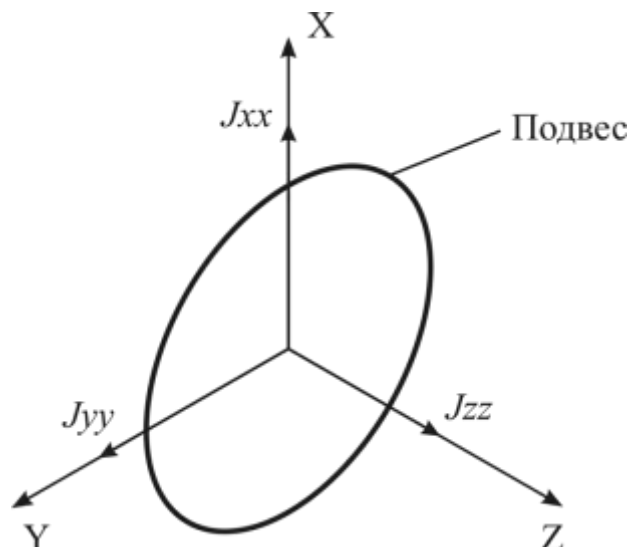


Рисунок 7 – Введение моментов инерции

Далее рассмотрим уравнения движения ДНГ с двухколечным подвесом.

1.2 Уравнение движения динамически настраиваемого гироскопа с двухколечным подвесом

Для описания положения вала, кольца и ротора относительно основания гироскопа, а также их взаимного расположения введены в рассмотрение системы координат:

$x_6y_6z_6$ - система координат, связанная с валом;

$x_1y_1z_1$ - система координат, связанная с кольцом;

$x_ry_rz_r$ - система координат, связанная с ротором;

φ -угол поворота вала относительно основания гироскопа;

χ -угол поворота кольца относительно вала

ε -угол поворота ротора относительно кольца

$\Omega, \chi, \varepsilon$ -угловые скорости вала, кольца и ротора соответственно.

Кинематическая схема динамически настраиваемого гироскопа с двухколечным подвесом показана на рисунке 2. Для описания положения вала, кольца и ротора относительно основания гироскопа, а также их взаимного расположения введены в рассмотрение системы координат (рисунок 8): $\xi\eta\zeta$ - система координат, связанная с основанием (корпусом), $x_6y_6z_6$ - система координат, связанная с приводным валом, $x_1y_1z_1$ - система координат, связанная с первым карданным кольцом, $x_2y_2z_2$ - система координат, связанная со вторым карданным кольцом. Положение системы координат, связанной с ротором, зависит от последовательности поворотов элементов подвеса. Этот вопрос будет рассмотрен ниже.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		15

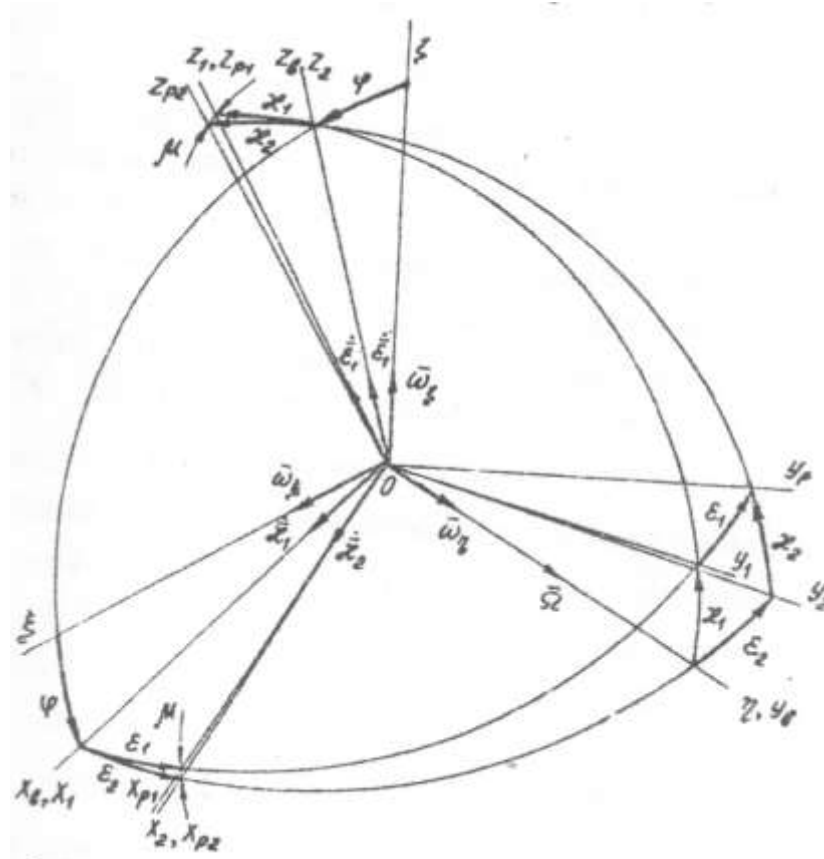


Рисунок 8 – Система координат для вывода уравнений движения ДНГ с двухколечным подвесом

Пусть основание совершает угловое движение, проекции угловой скорости которого на оси $\xi\eta\zeta$ равны соответственно ω_ξ , ω_η , ω_ζ . Поворот системы координат $x_6y_6z_6$, связанной с валом, определяется углом φ , а угловая скорость этого вращения равна Ω . Заметим теперь, что в данной конструкции ДНГ невозможно найти такие угловые перемещения относительно осей упругих элементов, которые бы не влияли на положение остальных элементов гироскопа. Следовательно, имеется две последовательности поворотов, приводящих ось y_p ротора в определённое положение. Для реализации первой последовательности предположим, что кинематическая связь со вторым кольцом отсутствует. Угол отклонения первого кольца и ротора относительно оси упругих элементов, связанных с валом, обозначим через χ_1 (первый поворот), угловая скорость такого поворота равна $\dot{\chi}_1$, угол отклонения ротора относительно оси упругих элементов, связанных с кольцом, обозначим через ε_1 (второй поворот), а угловая скорость этого поворота равна $\dot{\varepsilon}_1$.

Вторая последовательность поворотов реализуется в предположении отсутствия кинематической связи ротора с первым кольцом. В этом случае первый поворот первого кольца с ротором относительно оси упругих элементов, связанных с валом, производится на угол ε_2 с угловой скоростью $\dot{\varepsilon}_2$, а второй поворот осуществляется только ротором на угол χ_2 относительно оси упругих элементов, связанных с первым кольцом, с угловой скоростью $\dot{\chi}_2$. Если в первом случае ротор занимает положение, определяемое системой координат x_{p1}, y_{p1}, z_{p1} , то во втором - системой координат x_{p2}, y_{p2}, z_{p2} .

Это говорит о том, что абсолютно жесткие относительно нерабочих осей упругие элементы делают такой ДНГ принципиально неработоспособным, препятствуя любому угловому смещению ротора относительно вала, т.к. он, являясь твердым телом, не может одновременно занимать два различных положения. Таким образом, в реальных конструкциях гироскопов с двухколечным подвесом обязательно присутствует изгиб упругих элементов относительно оси y_p обеспечивающей возможность угловых отклонений ротора. Обозначим угол смещения системы координат x_{p1}, y_{p1}, z_{p1} относительно x_{p2}, y_{p2}, z_{p2} через μ . Предположим, что реализована первая последовательность поворотов χ_1, ε_1 . Тогда углы χ_2, ε_2 являются зависимыми от χ_1, ε_1 , и их можно найти при помощи формул сферической тригонометрии :

$$\left. \begin{aligned} \sin \chi_2 &= \cos \varepsilon_1 \sin \chi_1, \\ \sin \varepsilon_2 &= \frac{\sin \varepsilon_1}{\sqrt{1 - \sin^2 \chi_2}}, \end{aligned} \right\} (10)$$

а угол μ – по формуле

$$\cos \mu = \cos \chi_1 \cos \chi_2 + \sin \chi_1 \sin \chi_2 \cos \varepsilon_2 = \cos \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 + \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \cos \chi_1. (11)$$

Для приблизительной оценки значения угла μ используем разложения тригонометрических функции в ряд Маклорена, удерживая в нем члены до второго порядка малости. Так как углы отклонения ротора относительно вала ДНГ весьма малы, то погрешность такого представления также мала. Имеем

$$\begin{aligned} \sin x &= x; \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2}, \end{aligned}$$

где x – любой из углов $\mu, \chi_i, \varepsilon_i$.

С учетом последних соотношений можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \chi_2 &= \chi_1 - \frac{\chi_1 \varepsilon_1^2}{2}, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 \chi_1^2}{2}, \\ \mu^2 &= \chi_1^2 + \chi_2^2 - 2\chi_1 \chi_2 \left(1 - \frac{\varepsilon_2^2}{2}\right) = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 - 2\varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(1 - \frac{\chi_1^2}{2}\right) \end{aligned} \right\} (12)$$

Подставим первые два уравнения системы(12)в последнее получим

$$\mu = \chi_1 \varepsilon_1. \quad (13)$$

Нетрудно заметить, что если упругие элементы совершенно одинаковы, то относительное угловое смещение колец подвеса составляет $\frac{\mu}{2}$. Приведём числовой пример. Пусть максимальные углы отклонения $\chi_{1m} = \varepsilon_{1m} = 20'$. Тогда по формуле (13) получаем $\mu = 7''$.

Предположим теперь, что расстояние l между точкой крепления упругого элемента к кольцу и осью вращения вала равна 15 мм, тогда смещение этой точки относительно номинального положения составляет $\Delta x = l \frac{\mu}{2} = 0,25$ мкм. Несмотря на то, что возникшие при работе ДНГ деформации упругих элементов относительно нерабочих осей являются достаточно малыми, указанный эффект приводит к изменению жесткости упругих элементов относительно рабочих осей. Однако на практике, когда гироскоп работает, например, в качестве чувствительного элемента индикаторного гиросtabilизатора, углы отклонения ротора обычно не превышают 1...2 угловых минут. В этом случае изменением жесткости упругих элементов можно пренебречь. Будем также пренебрегать углом μ , считая что $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, $\chi_1 = \chi_2 = \chi$. При этих допущениях проекции угловых скоростей движения элементов гироскопа на связанные с ним оси будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{|x|} &= \dot{\chi} + \omega_{\xi} \cos \varphi - \omega_{\zeta} \sin \varphi, \\ \omega_{|y|} &= (\Omega + \omega_{\eta}) \cos \chi + \omega_{\zeta} \sin \chi \cos \varphi + \omega_{\xi} \sin \chi \sin \varphi, \\ \omega_{|z|} &= \omega_{\zeta} \cos \chi \cos \varphi + \omega_{\xi} \cos \chi \sin \varphi - (\Omega + \omega_{\eta}) \sin \chi; \end{aligned} \right\} (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{2x2} &= \omega_{\xi} \cos \varepsilon \cos \varphi - \omega_{\zeta} \cos \varepsilon \sin \varphi + (\Omega + \omega_{\eta}) \sin \varepsilon, \\ \omega_{2y2} &= (\Omega + \omega_{\eta}) \cos \varepsilon + \omega_{\xi} \sin \varepsilon \cos \varphi + \omega_{\zeta} \sin \varepsilon \sin \varphi, \\ \omega_{2z2} &= \dot{\varepsilon} + \omega_{\xi} \sin \varphi - \omega_{\zeta} \cos \varphi; \end{aligned} \right\} (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{pxp} &= (\omega_{\xi} \cos \varphi - \omega_{\zeta} \sin \varphi + \dot{\chi}) \cos \varepsilon + [(\Omega + \omega_{\eta}) \cos \chi + (\omega_{\zeta} \cos \varphi - \omega_{\xi} \sin \varphi) \sin \chi] \sin \varepsilon, \\ \omega_{pyy} &= [(\Omega + \omega_{\eta}) \cos \chi + (\omega_{\zeta} \cos \varphi - \omega_{\xi} \sin \varphi) \sin \chi] \cos \varepsilon - (\omega_{\xi} \cos \varphi - \omega_{\zeta} \sin \varphi + \dot{\chi}) \sin \varepsilon, \\ \omega_{pzz} &= (\omega_{\zeta} \cos \varphi - \omega_{\xi} \sin \varphi) \cos \chi - (\Omega + \omega_{\eta}) \sin \chi + \dot{\varepsilon}, \end{aligned} \right\} (16)$$

где $\omega_{ixi}, \omega_{iyi}, \omega_{izi}$ – проекции угловой скорости i -го кольца на соответствующие оси.

Динамические уравнения для ротора в связанной с ним системе координат имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} B\omega_{pxp} + (C - A)\omega_{pyr}\omega_{pzp} &= M_{pxp}, \\ A\omega_{pyr} + (B - C)\omega_{pxp}\omega_{pzp} &= M_{pyr}, \\ C\omega_{pzp} + (A - B)\omega_{pxp}\omega_{pyr} &= M_{pzp}; \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Уравнения для первого кольца по аналогу с (19) можно записать в виде

$$b_1\dot{\omega}_{1x1} + (c_1 - a_1)\omega_{1y1}\omega_{1z1} = M_{kx1} + M_{kux1}, \quad (18)$$

а для второго

$$b_2\dot{\omega}_{2z2} + (a_2 - c_2)\omega_{2y2}\omega_{2x2} = M_{kz2} + M_{kuz2}, \quad (19)$$

где $M_{kx1}, M_{kux1}, M_{kz2}, M_{kuz2}$ – проекции моментов реакций связей действующих на первое и второе кольцо, со стороны ротора и упругого элемента. Методика дальнейших преобразований принципиально не отличается от случая одноколечного гироскопа; необходимо лишь учитывать, что реакция связей, наложенных на ротор, складывается из моментов, действующих со стороны двух колец и двух пар упругих элементов. Опуская все промежуточные выкладки, запишем линеаризованные уравнения движения ДНГ с двухколечным подвесом:

$$\begin{aligned} (B + b_1)\ddot{\chi} + (2B - A)\Omega\dot{\varepsilon} + (k_{11} + k_{22})\dot{\chi} + [(A - B + a_1 - c_1)\Omega^2 + c_{11} + c_{22}]\chi \\ = (A + a_1 + b_1 - c_1)\Omega(\omega_z \cos\Omega t + \omega_\xi \sin\Omega t) + (B + b_1)(\dot{\omega}_\xi \sin\Omega t - \dot{\omega}_z \cos\Omega t), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} (B + b_2)\ddot{\varepsilon} - (2B - A)\Omega\dot{\chi} + (k_{12} + k_{21})\dot{\varepsilon} + [(A - B + a_2 - c_2)\Omega^2 + c_{12} + c_{21}]\varepsilon \\ = -(B + b_2)(\dot{\omega}_z \cos\Omega t - \dot{\omega}_\xi \sin\Omega t) - (A + a_2 + b_2 - c_2)\Omega(\omega_\xi \cos\Omega t + \omega_z \sin\Omega t), \end{aligned}$$

где c_{i1}, c_{i2} – коэффициенты угловой жесткости упругих элементов, соединяющих i -е кольцо с валом и ротором соответственно k_{i1}, k_{i2} – коэффициенты вязкого трения в материале соответствующих упругих элементов.

Предположим, что подвес гироскопа симметричен:

$$a_1 = a_2 = a; \quad b_1 = b_2 = b; \quad c_1 = c_2 = c;$$

$$k_{11} = k_{12} = k_{21} = k_{22} = \frac{k_d}{2}; \quad c_{11} = c_{12} = c_{21} = c_{22} = \frac{k_n}{2},$$

где k_d – приведенный коэффициент демпфирования, k_n – приведенная угловая жесткость подвеса.

С учетом этих условий уравнение движения ротора ДНГ относительно системы координат $\xi\eta\zeta$, связанной с основанием гироскопа, в комплексной форме будет иметь вид

$$(B + b_1)\ddot{\theta} - j\Omega(A + 2b)\dot{\theta} + k_d\dot{\theta} + [k_n - (b + c - a)\Omega^2]\theta - jk_d\Omega\theta = j(A + a + b - c)\Omega\omega_{\zeta\xi}. \quad (21)$$

Уравнение (21) эквивалентно двум в координатной форме:

$$\left. \begin{aligned} (B + b)\ddot{\alpha} - \Omega(A + 2b)\dot{\beta} + k_d\dot{\alpha} + \varepsilon_0\alpha - k_d\Omega\beta &= (A + a + b - c)\Omega\omega_{\zeta} - (B + b)\dot{\omega}_{\xi}, \\ (B + b)\ddot{\beta} - \Omega(A + 2b)\dot{\alpha} + k_d\dot{\beta} + \varepsilon_0\beta - k_d\Omega\alpha &= -(A + a + b - c)\Omega\omega_{\xi} - (B + b)\dot{\omega}_{\zeta}. \end{aligned} \right\} (22)$$

$$\varepsilon_0 = k_n - (b + c - a)\Omega^2. \quad (23)$$

В отличие от гироскопа с одноколечным подвесом [18] отсутствуют вибрационные члены как в левой, так и в правой частях. Таким образом, ДНГ рассматриваемой конструкции является прецессионным.

1.3 Передаточная функция двухколечного динамически настраиваемого гироскопа

Передаточная функция ДНГ с двухколечным подвесом можно найти двумя способами: во-первых, используя уравнения (22), получить комплексную передаточную функцию; во – вторых, вывести передаточные функции сразу в координатной формуле из системы уравнений (23). Воспользуемся вторым вариантом получения искомых функций. Система уравнений (23), записанная в области изображений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} [(B + b)p^2 + k_dp + \varepsilon_0]\alpha(p) - [(A + 2b)\Omega p + k_d\Omega]\beta(p) &= \\ &= (A + a + b - c)\Omega\omega_{\zeta}(p) - (B + b)p\omega_{\xi}(p), \\ [(A + 2b)\Omega p + k_d\Omega]\alpha(p) [(B + b)p^2 + k_dp + \varepsilon_0]\beta(p) &= \\ &= -(A + a + b - c)\Omega\omega_{\xi}(p) - (B + b)p\omega_{\zeta}(p). \end{aligned} \right\} (24)$$

Решив систему (19) относительно выходных переменных $\beta(p)$ и $\alpha(p)$, получим:

$$W_{\alpha,\omega_{\xi}}(p) = \frac{\alpha(p)}{\omega_{\xi}(p)} = \frac{\sum_{i=0}^3 f_i p^{3-i}}{\sum_{j=0}^4 d_j p^{4-j}}; \quad (25)$$

$$W_{\beta,\omega_{\zeta}}(p) = \frac{\beta(p)}{\omega_{\zeta}(p)} = W_{\alpha,\omega_{\xi}}(p); \quad (26)$$

$$W_{\alpha,\omega_{\zeta}}(p) = \frac{\alpha(p)}{\omega_{\zeta}(p)} = \frac{\sum_{i=0}^2 g_i p^{2-i}}{\sum_{j=0}^4 d_j p^{4-j}}; \quad (27)$$

$$W_{\beta,\omega_{\xi}}(p) = \frac{\beta(p)}{\omega_{\xi}(p)} = -W_{\alpha,\omega_{\xi}}(p), \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} d_0 &= (B + b)^2; d_1 = 2k_d(B + b); \\ d_2 &= (A + 2b)^2\Omega^2 + 2(B + b)\varepsilon_0 + k_d^2; \\ d_3 &= 2k_d[(A + 2b)\Omega^2 + \varepsilon_0]; d_4 = 2\varepsilon_0^2 + k_d^2\Omega^2; \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= (B + b)^2; f_1 = k_d(B + b); \\ f_2 &= (A + a + b - c)(A + 2b)\Omega^2 - (B + b)\varepsilon_0; \\ f_3 &= k_d(A + a + b - c)\Omega^2; \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} g_0 &= -(B + b)(b + c - c)\Omega; \\ g_1 &= k_d(A - B + a - c)\Omega; \\ g_2 &= (A + a + b - c)\Omega\varepsilon_0; \end{aligned} \quad (31)$$

Учитывая то обстоятельство, что коэффициент демпфирования k_d весьма мал, в выражении для d_2 можно пренебречь величиной k_d^2 .

Обращая вновь к уравнению (22), отметим, что для минимизации упругих моментов, действующих на ротор, необходимо выполнить условия динамической настройки

$$\varepsilon_0 = k_n - (b + c - a)\Omega^2 = 0, \quad (32)$$

где ε_0 имеет размерность угловой жесткости.

Если $\varepsilon_0 \neq 0$, условия динамической настройки нарушается, при этом параметр ε_0 будет называться абсолютной расстройкой, которая проявляется как остаточная жесткость подвеса. Одновременно введем понятие относительной расстройки как отношение абсолютной расстройки к приведенной жесткости упругих элементов, удовлетворяющей условию динамической настройки:

$$\delta_\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{k_{n0}} = \frac{\varepsilon_0}{(b + c - a)\Omega_0^2}, \quad (33)$$

где k_{n0} и Ω_0 – соответственно приведенная угловая жесткость упругих элементов и угловая скорость вращения вала, удовлетворяющие условию динамической настройки.

Наличие относительной расстройки ДНГ, как будет показано ниже, отрицательно влияет на точностные параметры прибора и при разработке принимаются конструктивные и технологические меры для её минимизации (выбор материала упругого подвеса, термическая обработка).

1.4 Описание конструкции миниатюрного динамическинастраиваемого гироскопа КЕАФ05-029Б

Общий вид прибора КЕАФ05-029Б представлен на рисунке 9.

Прибор представляет собой двухкольцевой прецессионный динамически настраиваемый гироскоп с монолитным подвесом–1, упругие элементы которого работают на изгиб. Прибор имеет магнитоэлектрическую машину синхронного типа, состоящую из ротора торцевого исполнения–2 и немагнитного статора–3, магнитоэлектрический датчик момента (ДМ)–4 и позиционный генераторный датчик угла (ДУ)–5, работающий за счет неравномерности магнитной индукции в рабочем зазоре магнитной системы, созданной специальными пазами в магнитах–6. ДУ и ДМ конструктивно совмещены в виде двухкоординатного датчика угла и момента. Магнитное поле в рабочем зазоре создается двумя кольцевыми обоймами и направлено вдоль радиуса колец. В приборах обоймы выполнены из цельных кольцевых заготовок кольцевых магнитов радиальной текстуры. Ротор–7 ДУМ является носителем кинетического момента гироскопа (маховиком). Ротор помещен в ампулу – 8 под низким давлением (вакуум), для уменьшения аэродинамических моментов, связанных с трением ротора об газовую среду.

Подшипники–9 прибора устанавливаются в корпус подшипникового узла–10 через специальные упругие элементы, обеспечивающие стабильность осевого натяга и вибрационного состояния подшипникового узла. С этой же целью корпус подшипникового узла и вал выполнены из одного материала. Во внутренней полости прибора имеется термодатчик–11 в виде катушки из медного провода с бифилярной намоткой. С целью уменьшения влияния внешних магнитных полей прибор имеет двухслойную магнитную защиту в виде колпаков – 12. Для установки в изделие прибор имеет установочный фланец с пазами под штифты диаметром 1,6 мм.

Масса прибора – 100 г, габариты $\varnothing 34 \times 37$ мм.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		22

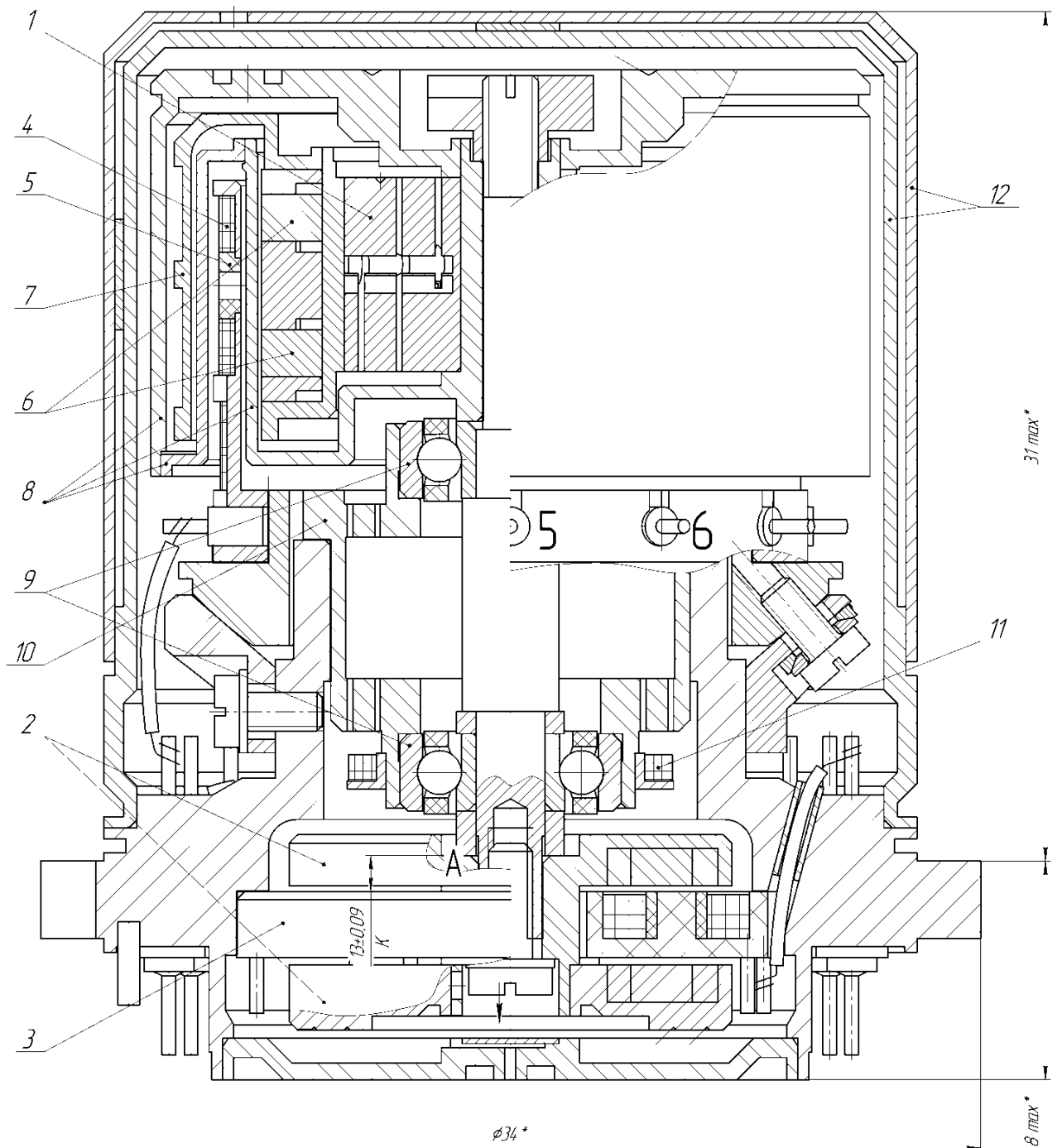


Рисунок 9 - Мини ДНГ КЕАФ-05 029Б

Вывод по разделу.

В разделе представлен принцип работы динамически настраиваемого гироскопа, приведены уравнения движения и передаточные функции для двухколечного ДНГ. Рассмотрена конструкция прибора для дальнейшего расчета и моделирования собственных частот.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		23

1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАЕВАЕМОГО ГИРОСКОПА

2.1 Общая структура модели

Для оптимизации конструкции и уменьшения ухода гироскопа, связанного с линейным ускорением основания в осевом и радиальном направлениях, рассмотрим математическую модель погрешности ДНГ.

Математическая модель погрешностей ДНГ предназначена для определения расчётных численных значений составляющих погрешностей с целью подтверждения соответствия их требованиям, предъявляемым к ДНГ при использовании его в составе изделия.

Математическая модель погрешностей ДНГ освещена в работах [3, 4, 5] и включает в себя составляющие, не зависящие от ускорения основания, составляющие, зависящие от ускорения основания, составляющие, зависящие от угловой скорости и ускорения основания. При работе ДНГ в режиме измерителя угловой скорости она может быть представлена в следующем виде:

$$\omega = \omega_0 + \omega_a(\bar{a}) + \omega_\Omega(\bar{\Omega}) + \omega_{\dot{\Omega}}(\bar{\dot{\Omega}}), \quad (34)$$

где ω_0 – собственный уход гироскопа, не зависящий от линейного ускорения и входной угловой скорости;

$\omega_a(\bar{a})$ – уход гироскопа, зависящий от линейного ускорения основания;

$\omega_\Omega(\bar{\Omega})$ – погрешность, зависящая от абсолютной угловой скорости основания;

$\omega_{\dot{\Omega}}(\bar{\dot{\Omega}})$ – погрешность, зависящая от абсолютного углового ускорения основания.

1.2 Составляющая, не зависящая от линейного ускорения основания

Уход гироскопа, не зависящий от линейного ускорения основания, имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega_0^x &= \omega_\tau^x - \omega_h^x \varepsilon_x + \omega_{\Delta k}^x \varepsilon_y; \\ \omega_0^y &= \omega_\tau^y - \omega_h^y \varepsilon_y - \omega_{\Delta k}^y \varepsilon_x, \end{aligned} \quad (35)$$

где $\omega_\tau^x, \omega_\tau^y$ – составляющие скорости ухода, не зависящие от линейного ускорения основания, измеренные при «нулевых» значениях выходных сигналов ДУ по каналам X и Y соответственно.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		24

При этом в системе координат OXYZ, связанной с корпусом ДНГ, ось OZ является осью собственного вращения вала, оси OX, OY являются осями чувствительности;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ – углы поворота маховика вокруг осей X и Y, зависящие от смещения нуля ДУ;

ω_h – диссипативная составляющая скорости ухода, вызываемая поворотом маховика на единичный положительный угол вокруг оси измерения ухода;

$\omega_{\Delta k}$ – консервативная составляющая скорости ухода, вызываемая поворотом маховика на единичный положительный угол вокруг оси, перпендикулярной оси измерения ухода.

Составляющие скорости ухода, не зависящие от линейного ускорения основания и отклонения маховика, включают в себя:

– погрешность $\omega_{\tau 1}$ вызванную возмущениями моментами, обусловленными несимметрией воздействия на маховик газодинамических моментов $M_{ГД}$, тяжением датчиков угла $M_{ТДУ}$ и момента $M_{ТДМ}$, воздействием внешних магнитных полей и т.п.

$$\omega_{\tau 1} = \frac{M_{ГД} + M_{ТДУ} + M_{ТДМ}}{H}, \quad (36)$$

где H – кинетический момент гироскопа ($H \approx J_{oc} \cdot 2\pi\varphi_0$, J_{oc} – осевой момент инерции маховика; φ_0 – частота вращения маховика);

– вибрационные составляющие ухода $\omega_{\tau 2}, \omega_{\tau 3}, \omega_{\tau 4}, \omega_{\tau 5}$, возникающие при воздействии возмущающих моментов, обусловленных следующими факторами:

1) осевой вибрацией маховика с частотой $\dot{\varphi}_0$ вращения ЧЭ, при наличии статистической несбалансированности маховика:

$$\omega_{\tau 2} = \frac{M}{2H} \left(r + k \frac{\Delta S}{2D_0} \right) n_{\dot{\varphi}0}; \quad (37)$$

$$\Delta S = S_1 - S_2,$$

где M – масса маховика;

r – радиальный дебаланс ЧЭ (определяется точностью регулировочных операций);

S_1, S_2 – податливость в направлении вала двух пар упругих элементов (соответственно принадлежащих одной оси);

D_0 – усреднённое расстояние между парами упругих элементов;

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		25

n_{ϕ_0} – амплитудное значение виброускорения в направлении оси вала на частоте ϕ_0 ;

k – среднее значение коэффициента угловой жёсткости подвеса.

2) линейной вибрацией маховика с двойной частотой его вращения $2\phi_0$ в плоскости, перпендикулярной оси вращения вала, при не пересечении осей упругого подвеса:

$$\omega_{\tau 3} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i d_i + Ml}{4H} n_{2\phi_0}, \quad (38)$$

где m_i – масса i -го карданова кольца ($i = 1, 2$);

d_i – осевой дебаланс i -го карданова кольца;

l – непересечение осей подвеса (определяется точностью регулировочных операций);

$n_{2\phi_0}$ – амплитудное значение виброускорения в радиальном направлении на удвоенной частоте вращения $2\phi_0$ (как правило, генерируемой ШП);

3) угловой вибрацией на двойной частоте вращения $2\phi_0$ при неидентичности моментов инерции кардановых колец:

$$\omega_{\tau 4} = \frac{1}{q} \left(2 - \frac{k_1}{k_2} - \frac{J_{\zeta 2} + J_{\eta 2} - J_{\xi 2}}{J_{\zeta 3} + J_{\eta 3} - J_{\xi 3}} \right) E_{2\phi_0}, \quad (39)$$

где k_1, k_2 – коэффициенты угловой жёсткости по ортогональным осям ζ и η подвеса;

$J_{\zeta 2}, J_{\eta 2}, J_{\zeta 3}, J_{\eta 3}$ – экваториальные моменты инерции кардановых колец относительно осей ζ и η соответственно;

$J_{\xi 2}, J_{\xi 3}$ – осевые моменты инерции кардановых колец;

$E_{2\phi_0}$ – амплитуда угловой вибрации вала относительно экваториальной оси на частоте $2\phi_0$ (как правило генерируемой ШП);

$$q = \frac{H}{k} \text{ – показатель качества гироскопа;}$$

4) линейной вибрацией с произвольной частотой, отличающейся от резонансных частот прибора и направленной под углом к оси собственного вращения («косая вибрация»), влияющей через механизм неравножёсткости подвеса:

$$\omega_{\tau 5} = \frac{(Ma_g)^2}{16H} \sin 2\alpha (2R_z - R_\zeta - R_\eta), \quad (40)$$

где a_B – амплитуда кривой вибрации;

α – угол наклона направления вибрации к оси собственного вращения;

R_z – податливость подвеса в направлении оси собственного вращения;

R_ζ, R_η – податливость подвеса в направлении осей ζ и η соответственно.

$$\omega_\tau = \omega_{\tau 1} + \omega_{\tau 2} + \omega_{\tau 3} + \omega_{\tau 4} + \omega_{\tau 5}. \quad (41)$$

Составляющие скорости увода, не зависящие от линейного ускорения основания и чувствительные к угловым отклонениям маховика $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ в свою очередь определяются составляющей ω_h , зависящей от постоянной времени прецессии, и составляющей $\omega_{\Delta k}$, зависящей от динамической расстройки.

Составляющая ω_h обусловлена моментами вязкого трения в упругом подвесе и газодинамическими диссипативными моментами:

$$\omega_h = \frac{1}{\tau}, \quad (42)$$

где τ – постоянная времени прецессионного движения ДНГ.

Консервативная составляющая скорости увода $\omega_{\Delta k}$ связана с изменениями угловой жёсткости упругого подвеса и моментов инерции кардановых колец, а также воздействием газодинамических моментов, имеющих квазиупругий характер:

$$\omega_{\Delta k} = \frac{1}{q} (k_{mч} \Delta t + 2\delta_{\varphi 0}), \quad (43)$$

где $k_{mч}$ – температурный коэффициент частоты, характеризующий температурные изменения модуля упругости и линейных размеров подвеса;

Δt – изменение температуры;

$\delta_{\varphi 0}$ – относительное несовпадение частоты вращения гироскопа с номинальным значением, в том числе погрешность, обусловленная технологическими возможностями регулирования, и ошибки при наличии переносной угловой скорости Ω_z .

1.3 Составляющая, зависящая от линейного ускорения основания

Уход гироскопа, зависящий от линейного ускорения основания, имеет вид:

$$\begin{aligned}\omega_a^x(\bar{a}) &= \omega_\rho \frac{a_x}{g} + \omega_\varepsilon \frac{a_y}{g} + \omega_k \frac{a_z}{g} + 2\omega_v \frac{a_x a_z}{g^2}; \\ \omega_a^y(\bar{a}) &= \omega_\rho \frac{a_y}{g} - \omega_\varepsilon \frac{a_x}{g} + \omega_k \frac{a_z}{g} + 2\omega_v \frac{a_y a_z}{g^2},\end{aligned}\quad (44)$$

где $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$, – проекции ускорения основания на оси прибора;

g – ускорение свободного падения;

ω_ρ – составляющая скорости ухода из-за осевой разбалансировки маховика, вызываемая линейным ускорением основания, равным $1g$, в направлении, совпадающем с осью измерения ухода;

ω_ε – квадратурная составляющая скорости ухода, вызываемая линейным ускорением основания, равным $1g$, в направлении, перпендикулярном оси собственного вращения и оси измерения ухода;

ω_k – полярная составляющая, вызываемая изменением вибрационного, газодинамического и электромагнитного тяжения из-за действия вдоль оси собственного вращения линейного ускорения, равного $1g$;

ω_v – составляющая скорости ухода из-за линейной неравножесткости подвеса, вызываемая линейным ускорением основания, равным $1g$, в направлении биссектрисы угла между осью собственного вращения и осью измерения ухода.

Составляющая скорости ухода из-за осевой разбалансировки маховика ω_ρ определяется соотношением:

$$\omega_\rho = \frac{Md}{H} \cdot g, \quad (45)$$

где d – осевое смещение центра масс маховика (определяется точностью поведения регулировочных операций).

Квадратурная составляющая скорости ухода ω_ε обусловлена возмущающими моментами, вектор которых компланарен вектору ускорения.

Квадратурный возмущающий момент возникает вследствие несовершенства упругого подвеса.

Появление квадратурных моментов обусловлено следующими основными причинами:

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		28

- начальной встречной закруткой упругих элементов подвеса, например, вследствие остаточных напряжений при нулевом положении маховика;
- взаимным разворотом упругих элементов подвеса в сочетании с их неравножесткостью по осям, перпендикулярным оси подвеса;
- осевым дебалансом кардановых колец в сочетании с не ортогональностью осей подвеса;

Приближённое математическое описание указанных погрешностей имеет вид:

$$\omega_{\varepsilon 1} = \frac{\mu M}{q} g ; \quad (46)$$

где μ – перекрёстная податливость подвеса, связанная с начальной угловой деформацией упругих элементов (угол поворота маховика вокруг одной из осей подвеса при действии единичной силы вдоль этой оси);

$$\omega_{\varepsilon 2} = \frac{\Delta S_p}{4qD_0} \zeta_0 Mg ; \quad \Delta S_p = S_k - S_i ; \quad (47)$$

где S_k, S_i – податливости упругого элемента вдоль осей, перпендикулярных оси подвеса;

ζ_0 – угол взаимного разворота упругих элементов, в том числе связанный с дефектами структуры угол поворота осей наибольших податливостей упругих элементов;

$$\omega_{\varepsilon 3} = \frac{d_1 \chi_1 m_1 + d_2 \chi_2 m_2}{2H} g , \quad (48)$$

где χ_1, χ_2 – углы не ортогональности упругих осей, образующих двойной карданов подвес ДНГ;

m_1, m_2 – массы кардановых колец.

$$\omega_{\varepsilon} = \omega_{\varepsilon 1} + \omega_{\varepsilon 2} + \omega_{\varepsilon 3} . \quad (49)$$

Полярная составляющая скорости ухода ω_k определяется изменением вибрационного, газодинамического и электромагнитного тяжений из-за перемещения чувствительного элемента при действии линейного ускорения вдоль полярной оси.

Основу полярной погрешности оставляет вибрационный компонент, возникающий из-за постоянных составляющих возмущающих моментов, вызванных совместным воздействием линейной и угловой вибрации, а также радиального смещения центров масс маховика и кардановых колец в целом спектре частот, который приближённо можно оценить по формуле:

$$\omega_k = \frac{Mg}{2H} \left(r + k \frac{S_1 - S_2}{2D_0} \right) \lambda, \quad (50)$$

где λ – коэффициент влияния линейного ускорения вдоль оси вращения на амплитуду осевой вибрации.

Возникновение составляющей скорости ухода из-за линейной неравножесткости ω_v связано со смещением центра масс маховика при наличии ускорения в плоскости вала ДНГ из-за неравножесткости упругого подвеса в осевом и радиальном направлениях, при этом направление смещения центра масс не совпадает с направлением ускорения, а вектор возмущающего момента перпендикулярен вектору ускорения:

$$\omega_v = \frac{(Mg)^2}{4H} (2R_z - R_\zeta - R_\eta); \quad (51)$$

2.4 Составляющая, зависящая от абсолютной угловой скорости основания

Погрешность гироскопа, зависящую от абсолютной угловой скорости основания, можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \omega_\Omega^x(\bar{\Omega}) &= (\Delta_{xx}\Omega_x + \Delta_{xy}\Omega_y + \Delta_{xz}\Omega_z); \\ \omega_\Omega^y(\bar{\Omega}) &= (\Delta_{yy}\Omega_y + \Delta_{yx}\Omega_x + \Delta_{yz}\Omega_z), \end{aligned} \quad (52)$$

где $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ – проекции абсолютной угловой скорости основания на оси X, Y, Z ДНГ;

Δ_{xx}, Δ_{yy} – погрешности измерения, связанные с погрешностью коэффициента передачи ДНГ в режиме ИУС;

$\Delta_{xy}, \Delta_{xz}, \Delta_{yx}, \Delta_{yz}$ – погрешности измерения, обусловленные перекрёстными связями между каналами в основном из-за неперпендикулярности векторов моментов (создаваемых датчиком момента), вектора кинетического момента к установочной базе вследствие технологических погрешностей изготовления ДМП, сборки ДНГ и не симметрией магнитных систем.

2.5 Составляющая, зависящая от углового ускорения основания

Погрешность измерения, возникающая при ускоренных разворотах основания, обусловлена инерционным моментом и определяется следующими выражениями:

$$\begin{aligned}\omega^x(\dot{\Omega}) &= \frac{1}{H} \left(J_{\text{эк}} + \frac{J_1 + J_2}{2} \right) \dot{\Omega}_x; \\ \omega^y(\dot{\Omega}) &= \frac{1}{H} \left(J_{\text{эк}} + \frac{J_1 + J_2}{2} \right) \dot{\Omega}_y,\end{aligned}\tag{53}$$

где $\dot{\Omega}_x, \dot{\Omega}_y$ – проекции абсолютного углового ускорения на оси прибора;

$J_{\text{эк}}$ – экваториальный момент инерции маховика;

$$J_1 = \frac{J_{\xi 2} + J_{\eta 2}}{2}; \quad J_2 = \frac{J_{\xi 3} + J_{\eta 3}}{2}.\tag{54}$$

2.6 Составляющая, зависящая от синхронных вибраций подшипников

В формуле (44) члены $2\omega_v \frac{a_x a_z}{g^2}$ и $2\omega_v \frac{a_y a_z}{g^2}$ характеризуют погрешность, зависящую от произведения линейных перегрузок и осевом и радиальном направлениях. Данные перегрузки могут иметь вибрационный характер, обусловленный синхронными вибрациями, создаваемыми при вращении шарикоподшипников ДНГ. Данные вибрации обусловлены неидеальностью тел качения подшипника (наружного и внутреннего кольца, шариков).

Поставим в выражения для ускорений периодические функции:

$$\begin{aligned}a_x &= a_{x0} \sin \omega t, \\ a_y &= a_{y0} \sin \omega t, \\ a_z &= a_{z0} \sin \omega t.\end{aligned}\tag{55}$$

Подставляем формулу(55) в члены формулы (44):

$$\begin{aligned}2\omega_v \frac{a_x a_z}{g^2} &= 2\omega_v \frac{a_{x0} \sin \omega t \cdot a_{z0} \sin \omega t}{g^2}, \\ 2\omega_v \frac{a_y a_z}{g^2} &= 2\omega_v \frac{a_{y0} \sin \omega t \cdot a_{z0} \sin \omega t}{g^2}.\end{aligned}$$

После преобразований получаем:

$$2\omega_v \frac{a_x a_z}{g^2} = \omega_v \frac{a_{x0} \cdot a_{z0} (1 + \cos 2\omega t)}{g^2},$$

$$2\omega_v \frac{a_y a_z}{g^2} = \omega_v \frac{a_{y0} \cdot a_{z0} (1 + \cos 2\omega t)}{g^2}. \quad (56)$$

Формулы (56) показывают, что при воздействии на прибор синусоидальной вибрации с частотой ω в осевом и радиальном направлении возникает постоянный уход гироскопа.

$$\begin{aligned} \omega_{sx} &= \omega_v \frac{a_{x0} \cdot a_{z0}}{g^2}, \\ \omega_{sy} &= \omega_v \frac{a_{y0} \cdot a_{z0}}{g^2}. \end{aligned} \quad (57)$$

Таким образом, вибрации подшипников, обусловленные неидеальностью тел качения, приводят к ошибкам измерения угловой скорости ДНГ, работающего в режиме датчика угловой скорости. Именно эту погрешность и будем рассматривать в дальнейшем с точки зрения оптимизации вибрационного состояния прибора для повышения точности ДНГ.

Вывод по разделу.

Наряду с погрешностями различной природы, ДНГ обладает специфической погрешностью, зависящей от синхронных радиальных и осевых вибраций, генерируемых подшипниками. Для определения ухода прибора, зависящего от этих вибраций, необходимо знать их спектр (частоты и амплитуды). Расчет спектра вибрации ШП приведен в следующем разделе.

3. РАСЧЕТ СПЕКТРА ВИБРАЦИЙ ШАРИКОПОДШИПНИКОВ

Для расчета ухода гироскопа, имеющего шарикоподшипники по главной оси, необходимо знать спектр вибраций, создаваемый подшипниками при вращении. Спектр вибраций подшипника включает синхронные осевые и радиальные вибрации, создающие уход гироскопа.

Анализ причин вибрации быстровращающихся роторов приборов показывает [6, 7, 8], что основными источниками вибрации являются погрешности геометрической формы: шариков и дорожек качения колец, обусловленные технологией изготовления деталей шарикоподшипников (ШП) и их сборки. Наличие этих дефектов вызывает широкий спектр возмущающих сил, действующих на ротор при вращении и, как следствие - широкий спектр его колебаний.

Помимо вибрационных возмущений, обусловленных геометрическими дефектами элементов качения ШП, вибрация электромашин и приборов обуславливается такими, например, факторами, как дисбаланс ротора, магнитные тяжения в зазоре между ротором и статором электродвигателя, монтажные перекосы колец. Однако, при современных точностях изготовления, сборки и балансировки проборов, эти источники вибрации часто не определяют общий уровень и спектральный состав вибрации прибора. Возмущения, обусловленные этими факторами, имеют, как правило, узкий спектр – частоту вращения ротора и частоту питания электродвигателя прибора. Амплитуды вибраций на этих частотах могут существенно быть снижены путём расстройки (разнесения) частот возмущений и собственных частот прибора.

Задачей о вибрации ротора, вращающегося на геометрически неидеальных ШП, аналитически решена В.Ф.Журавлевым [7]. Получены спектры возмущений ШП, собственные частоты ротора на жёстком основании и свободного гироскопа в кардановом подвесе, даны статистические оценки общего уровня вибраций приборов при заданных статистических оценках геометрических дефектов ШП и коэффициентах демпфирования.

При решении задачи были сделаны следующие допущения:

- скорость вращения ротора такова, что скорость перемещения деформаций намного меньше скорости распространения звука в материале ШП;
- напряжения и деформации силовом контакте элементов ШП связаны законом Герца;

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		33

- деформация контактной группы в идеальном ШП определяется изменением расстояния между центрами кривизны сечения дорожек качения плоскостью, проходящей через центр шарика и ось внешней цилиндрической поверхности наружного кольца;

- связи между шариками и кольцами идеальные;
- массы шариков пренебрежимо малы.

Расчет широкого спектра вибраций подшипников рассмотрен в отчетах [9, 10]. Здесь рассматриваются радиально-упорные ШП с поверхностями качения, имеющими отклонения от правильных геометрических форм.

Условные допущения:

1) Профили поверхностей качения элементов ШП достаточно гладкие, в силу чего геометрические отклонения форм сохраняются неизменными в пределах площадки контакта;

2) Сближение элементов ШП определяется изменениями расстояния между точками контакта;

3) Проскальзывание в точках контакта шариков с кольцами отсутствуют.

Упругая деформация элементов ШП в j -том контакте определяется величиной δ_j . Деформация сопровождается появлением упругой реакции согласно контактной теории Герца

$$R_j = K_g \delta_j^{\frac{3}{2}}, \quad (58)$$

где K_g – постоянная, зависящая от радиуса кривизны контактирующих поверхностей и материала ШП.

Потенциальная энергия деформации элементов ШП в том контакте вычисляется следующим образом:

$$\Pi_j = \int_0^{\delta_j} K_g \delta_j^{3/2} d\delta_j = \frac{2}{5} K_g \delta_j^{\frac{5}{2}}, \quad (59)$$

Потенциальную энергию деформированного состояния ШП можно выразить как сумму потенциальных энергий деформации элементов в точках контакта:

$$\Pi = \frac{2}{5} K_g \sum_{j=1}^n \delta_j^{\frac{5}{2}}, \quad (60)$$

Упругая деформация элементов ШП в j -том контакте правого ШП согласно допущения 2) будет иметь вид:

$$\delta_j = z_0 \sin a_1 + x_0 \cos a_1 \cos \varphi_j + y_0 \cos a_1 \sin \varphi_j + \Delta_m^{s1},$$

где z_0, x_0, y_0 - компоненты относительного смещения полюсов колец в системе координат $Oxyz$;

$\varphi_j = \varphi_1 + \frac{2\pi}{n_1}(j-1)$ - угол положения j -того шарика в системе координат

Oxy ($j = 1, 2, 3 \dots, n_1$), здесь угол φ_1 определяется как положение шарика, условно названного первым так и угол поворота сепаратора (вала двигателя)

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \frac{D_{01} - d_1 \cos a_1}{D_{01}} \cdot \gamma. \quad (61)$$

где D_{01} - диаметр по центрам шариков правого ШП;

d_1 - диаметр шарика правого ШП;

Δ_m^{s1} - погрешность геометрии поверхностей качения правого ШП:

$$\begin{aligned} \Delta_m^{s1} = & \sum_{m=1}^{\infty} \Delta_m^{b1} \cos m \left(\varphi_j + \theta_m^{b1} + \sum_{m=1}^{\infty} \Delta_m^{H1} \right) \cos m (\varphi_j + \theta_m^{H1}) \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} (1 + \cos m \pi) \Delta_m^{i1} \cos m (\chi_j + \theta_m^{i1}). \end{aligned} \quad (62)$$

где $\Delta_m^{b1}, \Delta_m^{H1}, \Delta_m^{i1}, \theta_m^{b1}, \theta_m^{H1}, \theta_m^{i1}$ - амплитуда и фазы m -ных погрешностей внутреннего и наружного колец и шариков правого ШП, причем величины с индексом $m=0$ характеризуют отклонение реального радиуса профиля элемента ШП от номинального размера, $m=1$ - характеризует перекося колец, $m=2$ - овальность колец и шариков, $m=3$ - трехгранность колец и т.д.

$$\chi_j = \frac{1}{2} \frac{D_{01}^2 - d_1^2 \cos^2 a_1}{D_{01} d_1} \cdot \gamma, \quad (63)$$

Аналогично для левого ШП вышеприведенные зависимости будут иметь вид:

$$\delta_j = z_0 \sin a_2 + x_0 \cos a_2 \cos \varphi_j + y_0 \cos a_2 \sin \varphi_j + \Delta_m^{s2}, \quad (64)$$

$$\varphi_j = \varphi_1 + \frac{2\pi}{n_2}(j-1), \quad (65)$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} \frac{D_{02} - d_2 \cos a_2}{D_{02}} \cdot \gamma, \quad (66)$$

$$\begin{aligned} \Delta_m^{s2} = & \sum_{m=1}^{\infty} \Delta_m^{b2} \cos m \left(\varphi_j + \theta_m^{b2} + \sum_{m=1}^{\infty} \Delta_m^{H2} \right) \cos m (\varphi_j + \theta_m^{H2}) \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} (1 + \cos m \pi) \Delta_m^{i2} \cos m (\chi_j + \theta_m^{i2}), \end{aligned} \quad (67)$$

$$\chi_j = \frac{1}{2} \frac{D_{02}^2 - d_2^2 \cos^2 a_2}{D_{02} d_2} \cdot \gamma. \quad (68)$$

При практических работах с приборами на ШП опорах необходимо знать величину геометрического преднатяга ШП, определять экспериментально величину постоянного Герца.

Из выражения (58) следует, что для правого ШП при действии осевой нагрузки

$$\Pi = \frac{2}{5} K_g \sum_{j=1}^{n_1} (z_H \sin a_1)^{5/2}. \quad (69)$$

Первая производная по z_H будет равна силовому преднатягу

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z_H^1} = K_g n_1 (z_H^1)^{3/2} \sin^{5/2} a_1 = P_H. \quad (70)$$

откуда

$$z_H = \left(\frac{P_H}{K_g n_1} \right)^{2/3} \sin^{-5/3} a_1. \quad (71)$$

где P_H – усилие осевого натяга;

K_g – Постоянная Герца.

Аналогично геометрический преднатяг левого ШП

$$z_H'' = \left(\frac{P_H}{K_g n_2} \right)^{2/3} \sin^{-5/3} a_2. \quad (72)$$

Осевая жёсткость ШП определяется как вторая производная от Π по Z_H

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial z_H^2} = \frac{3}{2} K_g n \sin^{5/2} a = \frac{3 P_H}{2 z_H}, \quad (73)$$

Что даёт для правого и левого ШП соответственно

$$C_{z6} = \frac{3 P_H}{2 z_H}, \quad (74)$$

$$C_{z7} = \frac{3 P_H}{2 z_H}. \quad (75)$$

Выражение (58) позволяет определить величину K_g , если известны экспериментальные результаты определения перемещения ШП в осевом направлении при изменении силовой нагрузки в заданном интервале $[P_1, P_2]$

$$z_1 = \left(\frac{P_H}{K_g n} \right)^{2/3} \sin^{-5/3} a, \quad (76)$$

$$z_2 = \left(\frac{P_H}{K_g n} \right)^{2/3} \sin^{-5/3} a. \quad (77)$$

$$\Delta z = z_2 - z_1 = \frac{1}{(K_g n)^{2/3}} \sin^{-5/3} a \left(P_2^{2/3} - P_1^{2/3} \right). \quad (78)$$

Откуда

$$K_g = \frac{1}{n} \frac{1}{\Delta z^{3/2}} \frac{1}{\sin^{5/2} a} \left(P_2^{2/3} - P_1^{2/3} \right)^{3/2}. \quad (79)$$

Расчётное определение значений K_g имеется в [18].

Определяются величины

$$y_1 = \frac{R_B}{d}, \quad (80)$$

$$y_2 = \frac{R_H}{d}. \quad (81)$$

где R_B, R_H – радиусы дорожек качения внутреннего и наружного колец соответственно;

d – диаметр шарика.

Затем определяем величины

$$z_1 = \frac{2d \cos a}{(R_B + R_H)} \left(1 - \frac{d \cos a}{R_B + R_H} \right)^{-1}, \quad (82)$$

$$z_2 = \frac{2d \cos a}{(R_B + R_H)} \left(1 + \frac{d \cos a}{R_B + R_H} \right)^{-1}. \quad (83)$$

где a – угол контакта в ШП.

$$x_1 = (4 - y_1^{-1} + z_1) d^{-1} \quad (84)$$

$$x_2 = (4 - y_2^{-1} - z_2) d^{-1} \quad (85)$$

Определяем табличные параметры

$$T_1 = \frac{(y_1^{-1} + z_1)}{d \cdot x_2}, \quad (86)$$

$$T_2 = \frac{(y_1^{-1} + z_1)}{d \cdot x_2}. \quad (87)$$

Определяются величины K_1 и K_2

С их помощью определяются величины

$$C_1 = \frac{3}{2} K_1 \left[\frac{1(1 - \mu^2)^2}{3 E^2} \cdot x_1 \right]^{1/3}, \quad (88)$$

$$C_2 = \frac{3}{2} K_2 \left[\frac{1(1 - \mu^2)^2}{3 E^2} \cdot x_1 \right]^{1/3}. \quad (89)$$

где μ – Коэффициент Пуассона;

E – Модуль упругости;

Тогда K_g определится выражением

$$K_g = (C_1 + C_2)^{-3/2}. \quad (90)$$

Расчётные значения параметров ШП опор, применяемых в ДНГ, приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Значение параметров подшипника

Типоразмер ШП	R_B мм	R_H мм	D_0 мм	d мм	α мм	n шт
4-107606 /1	1,125	2,125	3,24	1,00	18	5
4-76258ЮТ	1,78	3,37	5,15	1,588	18	6

Подставляем значения в формулу 72 и получаем следующие значения осевого преднатяга

$$Zn = \left(\frac{4}{4,5 \times 10^9 \cdot 6} \right)^{2/3} \sin(18)^{-5/3} = 1,982 \times 10^{-6} \text{ М}$$

По формулам 91 и 92 произведем расчет частоты вращения сепаратора и частоты вращения шариков относительно сепаратора

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \cdot \Omega \cdot \frac{D_0 - d \cdot \cos(\alpha)}{D_0}, \quad (91)$$

$$\omega_{ш} = \frac{1}{2} \cdot \Omega \cdot \frac{D_0^2 - d^2 \cdot \cos(\alpha)^2}{D_0 \cdot d}. \quad (92)$$

где Ω – частота вращения, Гц.

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \cdot 275 \cdot \frac{5,15 - 1,588 \cdot \cos(18)}{5,15} = 97,17 \text{ Гц}$$

$$\omega_{ш} = \frac{1}{2} \cdot 275 \cdot \frac{5,15^2 - 1,588^2 \cdot \cos(18)^2}{5,15 \cdot 1,588} = 407,57 \text{ Гц}$$

В таблице 2 приведены основные формулы для расчета спектра вибраций подшипника.

Таблица 2 – Основные формулы для расчёта частот и амплитуд вибраций шарикоподшипников

Частота возмущения		Амплитуда погрешности	
		Осевая вибрация	Радиальная вибрация
1	$jn\omega_0$	$1/2 \Delta_{jn}^H$	$1/2 \Delta_{jn+1}^H$
2	$jn\omega_0$	$1/2 \Delta_{jn}^H$	$1/2 \Delta_{jn-1}^H$
3	$jn(\Omega - \omega_0)$	$1/2 \Delta_{jn}^B$	$1/16 \frac{\Delta_1^H \Delta_{jn}^B}{Z_H \operatorname{tg} \alpha}$
4	$jn(\Omega - \omega_0) - \Omega$	$1/16 \frac{\Delta_1^H \Delta_{jn-1}^B}{Z_H \operatorname{tg} \alpha}$	$1/2 \Delta_{jn-1}^H$
5	$jn(\Omega - \omega_0) + \Omega$	$1/16 \frac{\Delta_1^H \Delta_{jn+1}^B}{Z_H \operatorname{tg} \alpha}$	$1/2 \Delta_{jn+1}^H$
6	$2j\omega_{ш}$	$\Delta_{2j}^{ш}$	$1/2 \frac{\Delta_1^H \Delta_{j2}^{ш}}{Z_H \operatorname{tg} \alpha}$
7	$2j\omega_{ш} - \omega_0$	$1/2 \frac{\Delta_1^H \Delta_{j2}^{ш}}{Z_H \operatorname{tg} \alpha}$	$\Delta_{2j}^{ш}$
8	$2j\omega_{ш} + \omega_0$	$1/2 \frac{\Delta_1^H \Delta_{2j}^{ш}}{Z_H \operatorname{tg} \alpha}$	$\Delta_{2j}^{ш}$

В таблице 2 частоты вибрации подшипника имеет следующий физический смысл.

1. Частота возмущения определяется частотой мелькания шариков относительно наружного кольца. Осевая и радиальная вибрация обусловлена гранкой наружного кольца.
2. Частота возмущения определяется частотой мелькания шариков относительно наружного кольца. Осевая вибрация обусловлена гранкой наружного кольца. Радиальная вибрация обусловлена гранкой наружного кольца.
3. Осевая вибрация обусловлена гранкой внутреннего кольца. Радиальная вибрация обусловлена перекосом наружного кольца и гранкой внутреннего кольца.
4. Осевая вибрация обусловлена перекосом наружного кольца и гранкой внутреннего кольца. Радиальная вибрация обусловлена гранкой наружного кольца.

5. Осевая вибрация обусловлена перекосом наружного кольца и гранкой внутреннего кольца. Радиальная вибрация обусловлена гранкой наружного кольца.

6. Осевая вибрация обусловлена геометрией шарика. Радиальная вибрация обусловлена перекосом наружного кольца и погрешностью геометрии шарика.

7. Осевая вибрация обусловлена перекосом наружного кольца и погрешностью геометрии шарика. Радиальная вибрация обусловлена геометрией шарика.

8. Осевая вибрация обусловлена перекосом наружного кольца и погрешностью геометрии шарика. Радиальная вибрация обусловлена геометрией шарика.

Значения частот и амплитуд осевых и радиальных колебаний внутреннего кольца, рассчитанные по формулам таблицы 2, приведен в таблице 3. Значения погрешностей геометрии тел качения взяты из исходных данных для проектирования.

Таблица 3 – Расчётные значения вибраций ШП

Частота	Амплитуда	Частота	Амплитуда
---------	-----------	---------	-----------

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		40

Возмущения, (Гц)	погрешности, (мкм)		Возмущения, (Гц)	погрешности (мкм)	
	Осевая вибрация	Радиальная вибрация		Осевая вибрация	Радиальная вибрация
1	583	0,5	5	1342	0,097
	1166	0,5		2409	0,097
	1749	0,1		3476	0,019
	2332	0,1		4543	0,019
2	583	0,5	6	815	0,25
	1166	0,5		1630	0,25
	1749	0,1		2445	0,25
	2332	0,1		3261	0,25
3	1067	0,5	7	717	0,194
	2134	0,5		1533	0,194
	3201	0,1		2348	0,194
	4268	0,1		3163	0,194
4	791	0,097	8	912	0,194
	1859	0,097		1727	0,194
	2926	0,019		2543	0,194
	3993	0,019		3358	0,194

Расчёт выполнен в программе MathCAD [19] .

На рисунках 10 и 11 приведены спектры вибрации шарикоподшипника в осевом радиальном направлении в соответствии с таблицей 3.

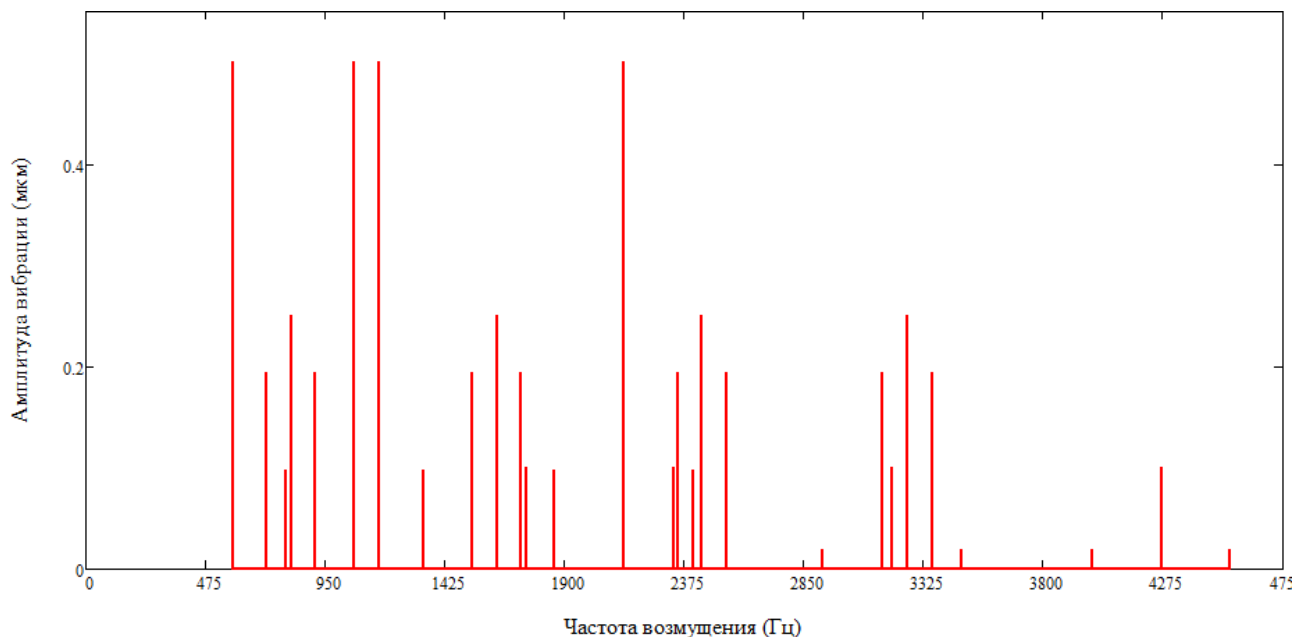


Рисунок 10 – Спектр осевой вибрации ШП

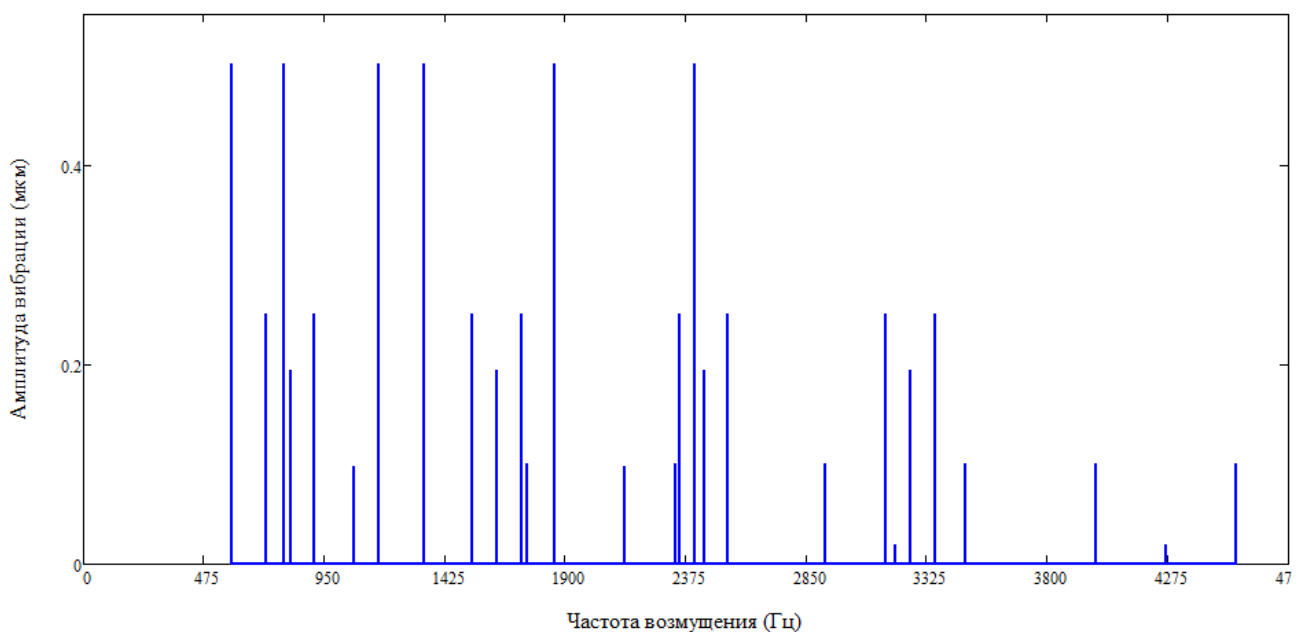


Рисунок 11 – Спектр радиальной вибрации ШП

Рисунки показывают, что спектр вибрации ШП имеет различные по частоте и амплитуде составляющие. Основной вес имеют гармоники, обусловленные гранкой наружного и внутреннего кольца, кратной с числом шариков.

Влияние вибрации подшипника на точностные характеристики прибора определяется наличием у прибора собственных резонансных частот, которые могут значительно усилить амплитуду вибрации подшипника в отдельных частотных диапазонах. Поэтому для расчета погрешности прибора необходимо знание собственных конструкционных частот прибора.

Вывод по разделу.

В разделе рассчитаны основные частоты и амплитуды вибраций шарикоподшипника (ШП) прибора КЕАФ05-029Б, влияющие на уход гироскопа. Амплитуды и частоты вибрации отражены в таблицах и графиках. Результаты расчёта спектра вибраций позволяют произвести расчёт уходов гироскопа с учётом его динамических характеристик (собственных частот конструкции).

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		43

4 РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОНСТРУКЦИИ ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАЕВАЕМОГО ГИРОСКОПА.

4.1 Расчёт собственных частот аналитическим методом

Для оценки собственных частот конструкции аналитическим методом представим конструкцию прибора в виде двухмассовой системы с сосредоточенными параметрами. Для вывода уравнений движения системы воспользуемся уравнениями Лагранжа II рода [11]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j}. \quad (93)$$

где T и Π – кинетическая и потенциальная энергия,

q_j и \dot{q}_j – обобщенные координаты и обобщенные скорости,

$j=1,2,\dots,s$, - номер координаты,

s - число степеней свободы.

Из основного курса известно, что при малых движениях голономной системы со стационарными связями около положения равновесия кинетическая и потенциальная энергии следующим образом выражаются через обобщенные координаты:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^s a_{jk} \dot{q}_j \dot{q}_k \\ \Pi &= \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^s c_{jk} q_j q_k \end{aligned} \right\}. \quad (94)$$

Здесь $j = 1, 2, \dots, s; k = 1, 2, \dots, s; a_{jk} = a_{kj}$ – инерционные коэффициенты, $c_{jk} = c_{kj}$ – квазиупругие коэффициенты, называемые также обобщенными коэффициентами жесткости.

$$T = \frac{1}{2} a \dot{q}^2, \quad (95)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c q^2. \quad (96)$$

Если соответствующее нулевым значениям координаты положение равновесия устойчиво, то потенциальная энергия в этом положении имеет изолированный минимум, а второе из выражений (94) есть положительно определенная квадратичная форма. Для этого необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие неравенства (критерий Сильвестра):

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		44

$$\left. \begin{array}{l} c_{11} > 0, \left| \begin{array}{cc} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{array} \right| > 0, \\ \left| \begin{array}{ccc} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{array} \right| > 0, \dots, \\ \left| \begin{array}{ccc} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{array} \right| > 0 \end{array} \right\}. \quad (97)$$

Применительно к системам с несколькими степенями свободы эти неравенства имеют тот же смысл, как и условие $c > 0$ для системы с одной степенью свободы. При выполнении неравенства(97) система, выведенная из положения равновесия, совершает свободные колебания.

Подставив выражения (94) в уравнение (93), получим следующую систему линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$a_{j1}\ddot{q}_1 + a_{j2}\ddot{q}_2 + \dots + a_{js}\ddot{q}_s + c_{j1}q_1 + c_{j2}q_2 + \dots + c_{js}q_s = 0, \quad (98)$$

$$(j = 1, 2, \dots, s).$$

Конечно, фактическое состояние системы уравнений(98) не обязательно вести по схеме Лагранжа. Во многих задачах о колебаниях удобно пользоваться более непосредственными способами – прямым и обратным.

Согласно прямому способу из системы выделяются сосредоточенные массы и каждая из них рассматривается как свободная материальная точка, находящаяся под действием позиционных сил, которые выражаются через выбранные обобщенные координаты; после этого записываются соответствующие дифференциальные уравнения движения для материальных точек.

Обратный способ противоположен прямому: после отделения сосредоточенных масс рассматривается оставшийся безмассовый скелет системы, который находится под действием кинетических реакций отделенных частей системы, причем кинетические реакции выражаются через обобщенные ускорения. Затем формулируются статические соотношения для перемещений безынерционного скелета системы.

Проследим особенности названных способов на примере системы с двумя степенями свободы, состоящей из двух тел с массами m_1 и m_2 , соединенных двумя пружинами, жесткости которых равны c_1 и c_2 (рисунок 12)

За обобщенные координаты примем горизонтальные перемещения x_1 и x_2 грузов, отсчитывая эти перемещения от состояния равновесия, в которых пружины не деформированы. Удлинения пружин в процессе движения равны $\Delta l_1 = x_1, \Delta l_2 = x_2 - x_1$.

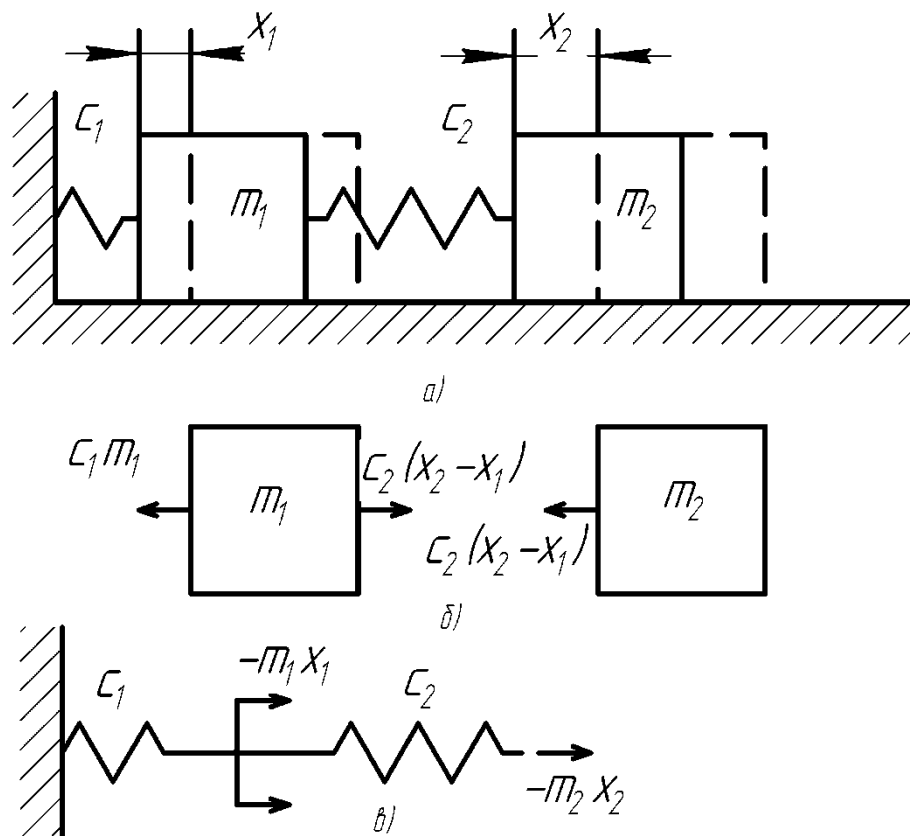


Рисунок 12 – Двухмассовая модель

Основной способ. Прежде всего находим кинетическую энергию грузов

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2},$$

и потенциальную энергию деформации пружин

$$\Pi = \frac{c_1 x_1^2}{2} + \frac{c_2 (x_2 - x_1)^2}{2}.$$

Далее образуем производные, необходимые для подстановки в уравнение Лагранжа(93):

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \dot{x}_2, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) = m_1 \ddot{x}_1, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) = m_2 \ddot{x}_2,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = c_1 x_1 - c_2 (x_2 - x_1), \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = c_2 (x_2 - x_1).$$

Теперь записываем уравнение (93)

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2 (x_2 - x_1) &= 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (x_2 - x_1) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (99)$$

Прямой способ. Выделяем грузы и рассматриваем их как свободное тело под действием сил упругости, определяемых удлинениями Δl_1 и Δl_2 обеих пружин (рисунок 12 б):

$$N_1 = c_1 \Delta l_1 = c_1 x_1,$$

$$N_2 = c_2 \Delta l_2 = c_2 (x_2 - x_1).$$

Дифференциальные уравнения движения грузов имеют вид

$$m \ddot{x}_1 = -N_1 + N_2,$$

$$m \ddot{x}_2 = -N_2.$$

Подставив сюда выражения для N_1 и N_2 , приходим в ранее полученной системе уравнений:

$$m \ddot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2 (x_2 - x_1) = 0,$$

$$m \ddot{x}_2 + c_2 (x_2 - x_1) = 0.$$

Обратный способ. Отделяем грузы и рассматриваем упругий безмассовый скелет системы под действием кинетической реакции $-m_1 \ddot{x}_1$ и $-m_2 \ddot{x}_2$ (рисунок 12 в). В этой схеме первая пружина нагружена силой $-m_1 \ddot{x}_1 - m_2 \ddot{x}_2$, а вторая пружина – силой $-m_2 \ddot{x}_2$. Перемещение x_1 конца первой пружины, равное ее удлинению, можно записать в виде

$$x_1 = \frac{-m_1 \ddot{x}_1 - m_2 \ddot{x}_2}{c_1}.$$

Перемещение правого конца второй пружины x_2 равно сумме удлинений обеих пружин, т.е.

$$x_1 = \frac{-m_1 \ddot{x}_1 - m_2 \ddot{x}_2}{c_1} + \frac{-m_2 \ddot{x}_2}{c_2}$$

Из двух последних соотношений получаем

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 + c_1 x_1 = 0,$$

$$\frac{c_2}{c_1} m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right) \ddot{x}_2 + c_2 x_2 = 0.$$

Полученное выше по основному и прямому способам формы записи совпали потому, что при нашем выборе обобщенных координат кинетическая энергия имеет каноническую форму:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^s a_j \dot{q}_j^2, \quad (100)$$

т.е. не содержит произведений скоростей $\dot{q}_j \dot{q}_k$ при $j \neq k$. При этом каждое уравнение Лагранжа содержит только по одному обобщенному ускорению, как это получается и при пользовании прямым способом. Если обобщенные координаты были выбраны так, чтобы каноническую форму имела потенциальная энергия:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^s c_j \dot{q}_j^2, \quad (101)$$

то уравнения Лагранжа совпали бы с уравнениями, полученными с помощью обратного способа. Сопоставляя полученные варианты записи по прямому и обратному способам, можно сделать следующее общее заключение относительно структуры дифференциальных уравнений: при составлении системы уравнений по прямому способу $a_{ij} = 0$ при $i \neq j$, а при совпадении по обратному способу $a_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Таким образом, пользуясь прямым способом, мы приходим вместо(98) к системе

$$a_j \ddot{q}_j + \sum_{k=1}^s c_{jk} q_k = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (102)$$

а при использовании обратного способа – к системе

$$\sum_{k=1}^s a_{jk} \ddot{q}_k + c_j q_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (103)$$

Принципиально важно, что специальным выбором обобщенных координат можно придать каноническую форму одновременно как кинетической, так и потенциальной энергии. Такие координаты ξ_j ($j = 1, 2, \dots, s$) называются нормальными или главными. При этом

$$T = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^s a_j \dot{\xi}_j^2, \quad \Pi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^s c_j \xi_j^2 \quad (104)$$

и уравнения Лагранжа приобретает наиболее простой вид:

$$a_j \ddot{\xi}_j + c_j \xi_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (105)$$

Каждое из них интегрируется независимо от других. Коротко говоря, при использовании нормальных координат системы как бы приобретает совокупность независимых парциальных систем с одной степенью свободы. Чаще всего заранее трудно указать, какие кинетические параметры являются нормальными координатами, и для их нахождения нужно подставить в (94) и (97) линейные выражения

$$q_j = b_{j1}\xi_1 + b_{j2}\xi_2 + \dots + b_{js}\xi_s, \quad (106)$$

и затем определить коэффициенты b_{ji} из условия обращения в нуль всех произведений $\dot{\xi}_i \dot{\xi}_j u \xi_j \xi_i$ в результате указанной подстановки

$$q_j = \sum_{k=1}^s \delta_{jk} F_k \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (107)$$

$$(q) = (\delta)(F), \quad (108)$$

$$(q) = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_s \end{pmatrix} \quad (109)$$

представляет собой матрицу-столбец обобщенных координат,

$$(\delta) = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1s} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{s1} & \delta_{s2} & \dots & \delta_{ss} \end{pmatrix}, \quad (110)$$

- матрицу коэффициентов влияния перемещений,

$$(F) = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_s \end{pmatrix} \quad (111)$$

- матрица-столбец обобщенных сил.

Введем матрицу

$$(\delta)^{-1} = (r) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1s} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{s1} & r_{s2} & \dots & r_{ss} \end{pmatrix}, \quad (112)$$

обратную матрицу (110), и умножим слева матричное соотношение (108) на матрицу (112). Тогда получим

$$(r)(q) = (F) \quad (113)$$

Для того чтобы выяснить физический смысл элементов r_{jk} матрицы (112), представим себе, что на все точки системы наложены дополнительные связи, обращающие в нуль все обобщенные перемещения, кроме перемещения q_k , причем последнему придано значение $q_k = 1$. Тогда r_{jk} представит собой реакцию j – й дополнительной связи, соответствующую перемещению $q_k = 1$. Из соотношения (113) следуют дифференциальные уравнения прямого метода, а из соотношения (108) – уравнения обратного метода. В самом деле, в задачах о свободных колебаниях $F_j = m_j \ddot{q}_j$, так что если ввести диагональную матрицу

$$(m) = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_s \end{pmatrix}, \quad (114)$$

То можно записать

$$(F) = -(m)(\ddot{q}) \quad (115)$$

Подставляя (115) в (113), получим

$$(r)(q) = -(m)(\ddot{q}) \quad (116)$$

т.е. уравнения типа (102); после подстановки (115) в (108) найдем

$$(q) = -(\delta)(m)(\ddot{q}), \quad (117)$$

т.е. уравнения типа (103)

Хотя уравнения (102) и (105) в принципе эквивалентны, однако объемы операций, связанных с вычислением коэффициентов, могут быть различными.

$$y_j = -m_1 \ddot{y}_1 \delta_{j1} - m_2 \ddot{y}_2 \delta_{j2} - \dots - m_s \ddot{y}_s \delta_{js} \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (118)$$

Решение системы дифференциальных уравнений. Если условия (97) устойчивости состояния равновесия выполнены, то частное решение системы дифференциальных уравнений (118) можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= A_1 \sin(kt + \alpha), \\ q_2 &= A_2 \sin(kt + \alpha), \\ &\dots \dots \dots \\ q_s &= A_s \sin(kt + \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (119)$$

Этими выражениями описывается моногармонический колебательный режим с частотой k , общей для всех координат q_j .

Подставив (119) в уравнения (118), получим систему алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} -k^2 a_{11} A_1 - k^2 a_{12} A_2 - \dots - k^2 a_{1s} A_s + c_{11} A_1 + c_{12} A_2 + \dots + c_{1s} A_s &= 0, \\ -k^2 a_{21} A_1 - k^2 a_{22} A_2 - \dots - k^2 a_{2s} A_s + c_{21} A_1 + c_{22} A_2 + \dots + c_{2s} A_s &= 0, \\ \dots \dots \dots \\ -k^2 a_{s1} A_1 - k^2 a_{s2} A_2 - \dots - k^2 a_{ss} A_s + c_{s1} A_1 + c_{s2} A_2 + \dots + c_{ss} A_s &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (120)$$

которая однородна относительно неизвестных амплитуд A_1, A_2, \dots, A_s . При колебаниях все они не могут равняться нулю; поэтому, согласно общему свойству однородных систем, должен равняться нулю определитель, составленный из коэффициентов этой системы:

$$\begin{vmatrix} c_{11} - a_{11} k^2 & c_{12} - a_{12} k^2 & \dots & c_{1s} - a_{1s} k^2 \\ c_{21} - a_{21} k^2 & c_{22} - a_{22} k^2 & \dots & c_{2s} - a_{2s} k^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{s1} - a_{s1} k^2 & c_{s2} - a_{s2} k^2 & \dots & c_{ss} - a_{ss} k^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (121)$$

После разворачивания определителя получится алгебраическое уравнение s -й степени относительно k^2 ; напомним это частотное уравнение в виде

$$b_0 - b_1 k^2 + b_2 k^4 - b_3 k^6 + \dots + (-1)^s b_s k^{2s} = 0 \quad (122)$$

При указанной расстановке знаков все коэффициенты b_j оказываются положительными. Число корней частного уравнения равно s ; эти корни, обозначаемые далее $k_1^2, k_2^2, \dots, k_s^2$, расположим в порядке возрастания. Для рассматриваемых систем, совершающих движение около состояния устойчивого равновесия, все эти корни вещественны и положительны.

Линейная система с несколькими степенями свободы

Общие уравнения. Если на линейную колебательную систему без трения s степенями свободы действует внешние силы, являющиеся заданными функциями времени, то уравнения Лагранжа принимают вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_j \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (123)$$

где $Q_j = Q_j(t)$ - обобщенные возмущающие силы, соответствующие избранным обобщенным координатам q_j . Пользуясь общими выражениями (94) для кинематической и потенциальной энергии, приходим согласно (123) к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$\sum_{k=1}^s (a_{jk} \ddot{q}_k + c_{jk} q_k) = Q_j \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (124)$$

Если обобщенные координаты выбраны так, что кинетическая энергия представляется канонической формулой (104), т.е. если $a_{jk} = 0$ при $j \neq k$, то система уравнений (124) упрощается:

$$a_j \ddot{q}_j + \sum_{k=1}^s c_{jk} q_k = Q_j \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (125)$$

К этим уравнениям, каждое из которых содержит по одному обобщенному ускорению, можно прийти с помощью прямого способа, не пользуясь уравнением Лагранжа.

Если при соответствующем выборе обобщенных координат к канонической форме приводится потенциальная энергия ($c_{jk} = 0$ при $j \neq k$), то уравнения (124) принимают вид

Решение системы уравнений (133) имеет вид

$$A_j = \frac{\Delta_j}{D} \quad (j = 1, 2, \dots, s). \quad (134)$$

Здесь D – определитель, состоящий из коэффициентов системы (133):

$$D = \begin{vmatrix} c_{11} - a_{11}\omega^2 & c_{12} - a_{12}\omega^2 & \dots & c_{1s} - a_{1s}\omega^2 \\ c_{21} - a_{21}\omega^2 & c_{22} - a_{22}\omega^2 & \dots & c_{2s} - a_{2s}\omega^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{s1} - a_{s1}\omega^2 & c_{s2} - a_{s2}\omega^2 & \dots & c_{ss} - a_{ss}\omega^2 \end{vmatrix} \quad (135)$$

и Δ_j – определитель, который получается из D путем замены j -го столбца правыми частями системы (133). Совокупность значений A_j определяет форму вынужденных колебаний.

Если сравнить полученный определитель $D(135)$ с частотным определителем, то можно заметить, что они в точности совпадают при $\omega = k$. Но в этом случае определитель D обращается в нуль, так как именно из этого условия были найдены собственные частоты k_1, k_2, \dots, k_s .

Если $D = 0$, $a\Delta_j \neq 0$, то, как это видно из формулы (134), все амплитуды A_j становятся неограниченными, т.е. имеет место резонанс. Таким образом, можно сказать, что резонанс наступает при совпадении частоты возмущающей силы с любой из собственных частот.

Остановимся подробнее на случае системы с двумя степенями свободы. Из уравнения (133) можно получить следующие формулы для амплитуды A_1 и A_2 :

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{H_1(c_{22} - a_{22}\omega^2) - H_2(c_{12} - a_{12}\omega^2)}{(c_{11} - a_{11}\omega^2)(c_{22} - a_{22}\omega^2) - (c_{12} - a_{12}\omega^2)^2}, \\ A_2 &= \frac{H_1(c_{12} - a_{22}\omega^2) - H_2(c_{11} - a_{11}\omega^2)}{(c_{11} - a_{11}\omega^2)(c_{22} - a_{22}\omega^2) - (c_{12} - a_{12}\omega^2)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (136)$$

Положим, далее, что надлежащим выбором координат достигнуто выполнение равенств $a_{12} = a_{21} = 0$ и, кроме того, $H_2 = 0$.

При этом условии выражение (136) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{H_1(c_{22} - a_{22}\omega^2)}{(c_{11} - a_{11}\omega^2)(c_{22} - a_{22}\omega^2) - c_{12}^2}, \\ A_2 &= \frac{H_1 c_{12}}{(c_{11} - a_{11}\omega^2)(c_{22} - a_{22}\omega^2) - c_{12}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (137)$$

Из условия

$$(c_{11} - a_{11}\omega^2)(c_{22} - a_{22}\omega^2) - c_{12}^2 = 0. \quad (138)$$

можно определить два резонансных значения частоты возмущающей силы; они равны собственным частотам k_1 и k_2 рассматриваемой системы с двумя степенями свободы.

Для расчета частот конструкции произведем расчет параметров 2х массовой модели с учетом характеристик материалов. На рисунке 12 приведена 2-х массовая модель: m_1 – масса подвижной части прибора (вал, ротор электродвигателя, ампула, прокладки, винт, гайка), m_2 – масса ротора с подвесом, c_1 – суммарная жесткость подшипников в осевом направлении, c_2 – жесткость подвеса. Значения каждого параметра получим путем моделирования в программе SolidWorks.

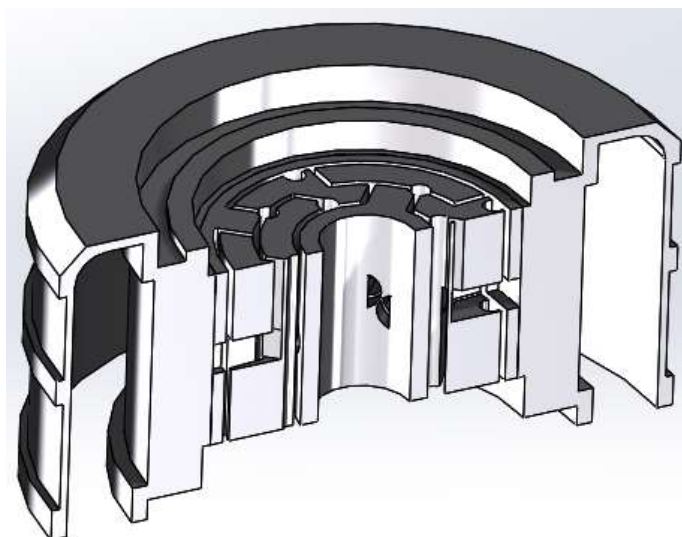


Рисунок 13 – Ротор с подвесом

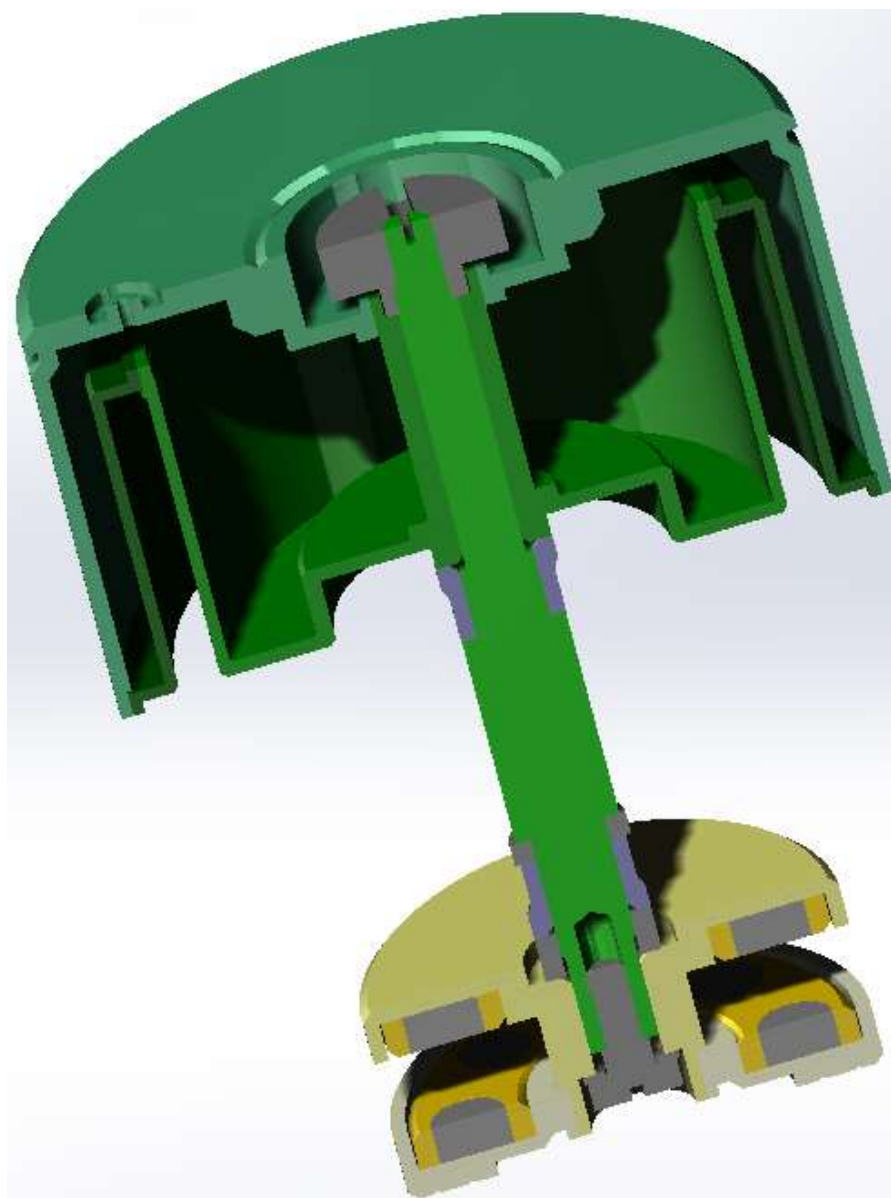


Рисунок 14 – Подвижная часть прибора без ротора и подвеса

По результатам расчёта массы подвижной части прибора, с учётом соответствующих материалов, в программы SolidWorks получились следующие значения масс: $m_1 = 0,01003$ кг (масса подвижной части прибора) $m_2 = 0,01669$ кг (ротора с подвесом).

Для расчёта жесткостей подвеса и эквивалента подшипника воспользуемся программой SolidWorks, работающей по методу конечных элементов.

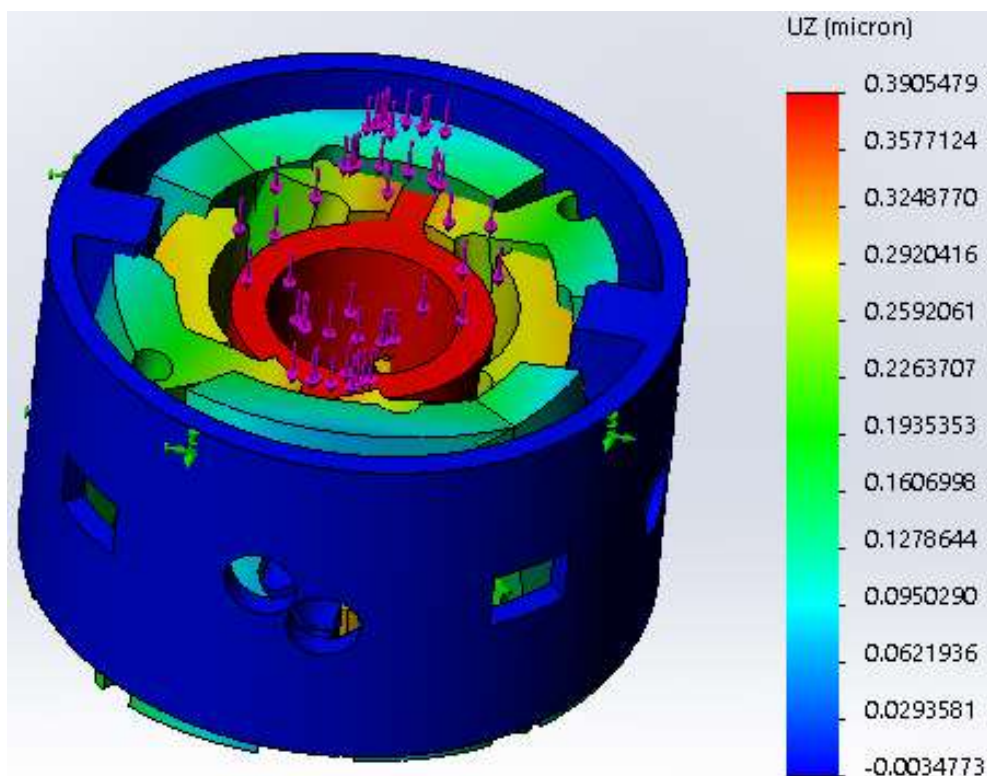


Рисунок 15 – Перемещение подвеса под действием силы в 1 N

В виду сложности моделирования подшипника методом конечных элементов, в конструкции прибора применим жесткостной эквивалент подшипника в соответствии с исходными данными для проектирования. Эквивалент представляет собой мембрану с вырезами, обеспечивающими заданную радиальную и осевую жесткость. Подбор геометрических параметров эквивалента для удовлетворения требований по жесткости проведем методом последовательных приближений. Для этого будем изменять толщину мембраны и длину дуги прорези.

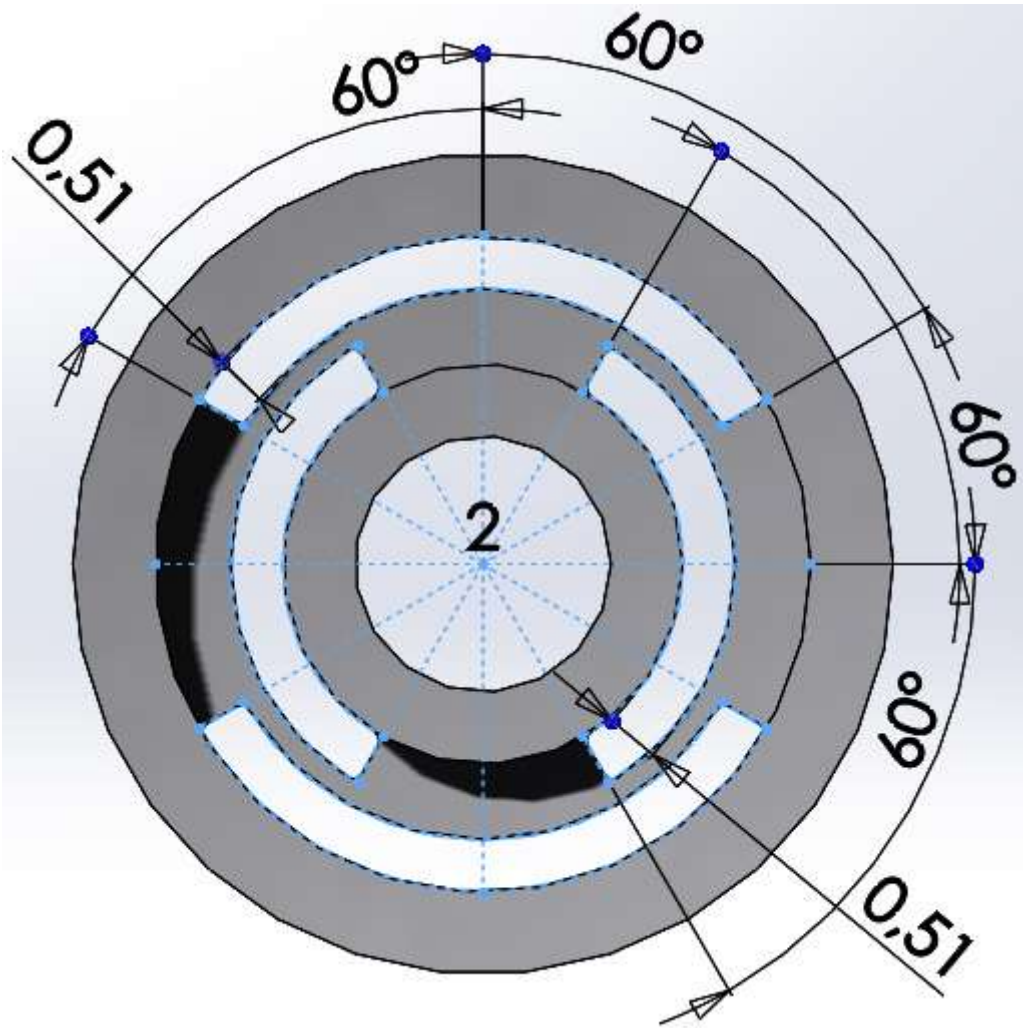


Рисунок 16 – Схема жесткого эквивалента

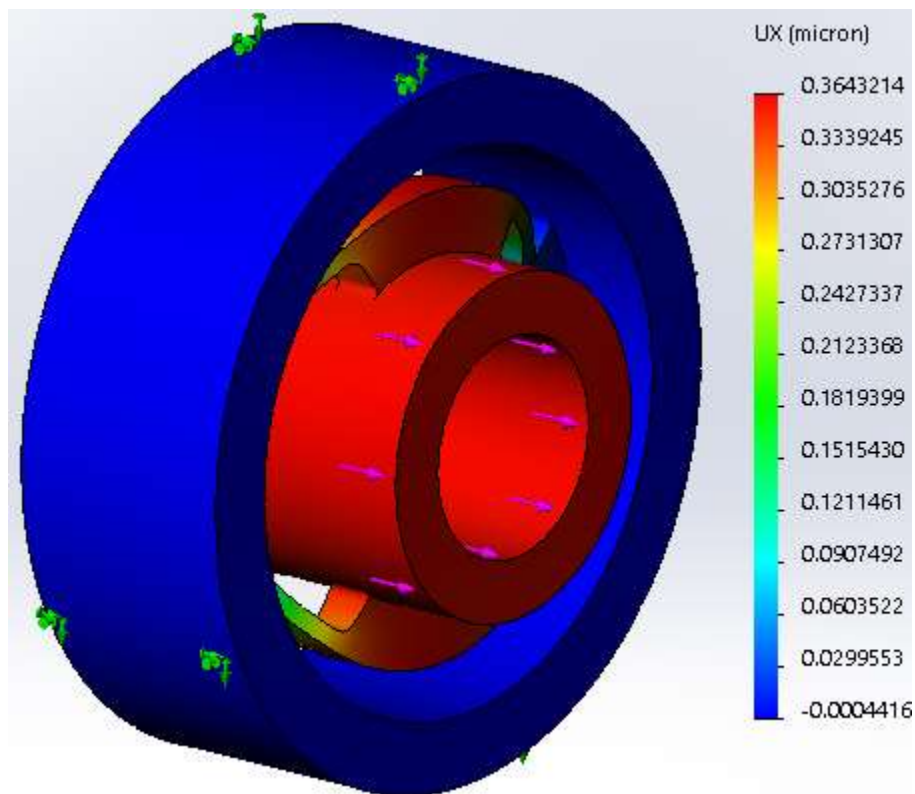


Рисунок 17 – Деформация эквивалента при осевой нагрузке

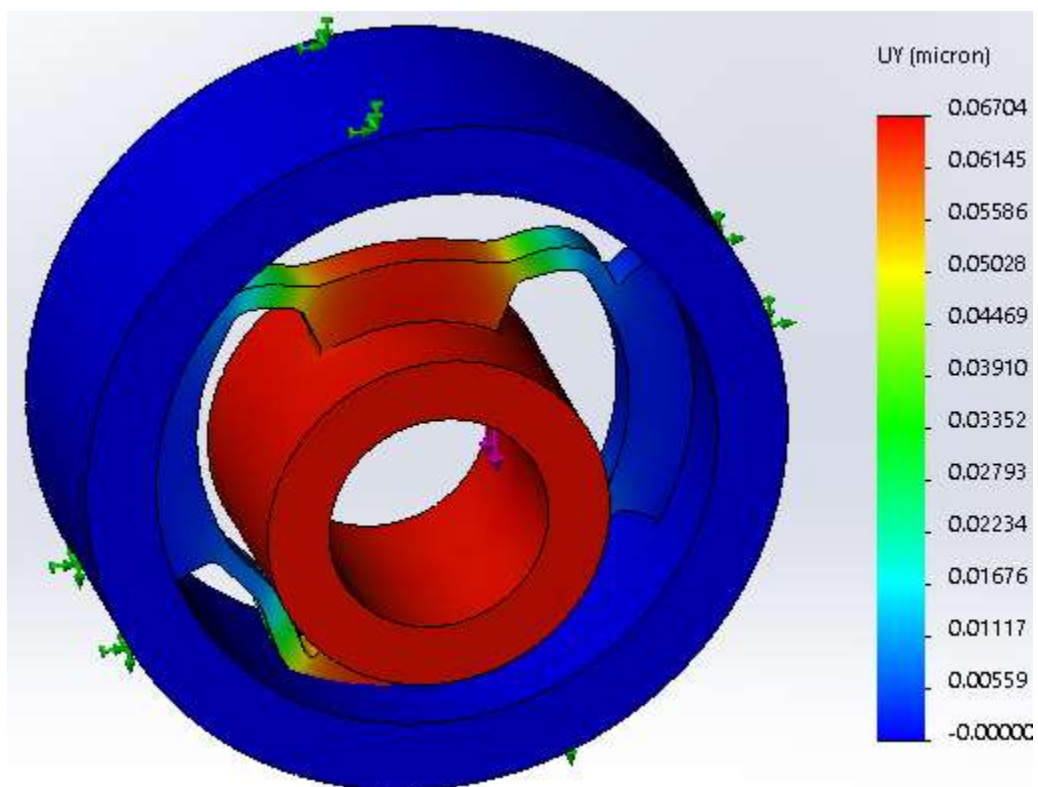


Рисунок 18 – Деформация эквивалента при радиальной нагрузке

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2018.597.00 ПЗ

По результат моделирования были получены максимальные значения перемещений подвеса и подшипникового эквивалента при усилии в 1Н, приведённые на рисунках 15, 17 и 18. По этим значениям находим жесткость подвеса и подшипника. Осевая жесткость подвеса: $c_2 = \frac{1}{0,3905 \times 10^{-6}} = 2,5608 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Жёсткость подшипникового эквивалента: осевая жесткость $c_1 = \frac{1}{0,364 \times 10^{-6}} = 2,74 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, радиальная жесткость $c_p = \frac{1}{0,067 \times 10^{-6}} = 14,92 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$,

Для расчета собственных частот конструкции ДНГ в осевом направлении воспользуемся формулой (138). Для простоты решения произведем замену переменных $a_{11} = m_1 = 0,01003 \text{кг}$, $a_{22} = m_2 = 0,01669 \text{кг}$, $c_{22} = c_2 = 2,56 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, $c_{11} = c_1 + c_2 = 2,7472 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}} + 2,56 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, $c_{12} = -c_2$

После подстановки получает следующее уравнение:

$$(c_2 - \omega^2 \cdot m_2)(c_1 - m_1 \cdot \omega^2 + c_2) - c_2^2 = 0$$

Подставляем значения и решаем биквадратное уравнение относительно ω

$$(2,56 \times 10^6 - \omega^2 \cdot 0,01669)(0,01003 \cdot \omega^2 - 8,0544 \times 10^6) - 6,5536 \times 10^{12} = 0$$

После решения биквадратного уравнения получаем следующие значения корней: $\omega_{\text{рад}1} = 9892 \text{ 1/с}$ и $\omega_{\text{рад}2} = 29301 \text{ 1/с}$. Полученные значения переводим из 1/с в Гц:

$$\omega_1 = \frac{\omega_{\text{рад}1}}{2\pi} = 1574 \text{ Гц}$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_{\text{рад}2}}{2\pi} = 4663 \text{ Гц}$$

Полученные аналитически значения резонансных частот двухмассовой системы в дальнейшем можно использовать для оценки результатов моделирования прибора конечно-элементным методом.

4..2 Расчет собственных частот конечно-элементным методом

Расчету собственных частот подвергалась упрощенная 3D модель прибора, состоящая из ротора на подвесе, вала с установленными на нем ротором приводного двигателя и ампулой. Вал установлен на неподвижное основание на жесткостные эквиваленты подшипников (рисунок 17 и 18). В модели не был задействован корпус подшипникового узла 10 (рисунок 9). По

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		59

массовым и жесткостным параметрам в осевом направлении эта модель соответствовала рассмотренной выше модели с сосредоточенными параметрами. Расчёт производился в программе SolidWorks, Количество искомым частот - 15.

На рисунке 19 приведен список частот прибора, полученных при моделировании. Программа определяет не только искомые нами осевые частоты, найденные аналитически, но и все остальные, угловые, крутильные, радиальные и изгибные частоты до 15-й включительно. На рисунке 19 приведен список полученных в результате расчёта частот. Для идентификации этих частот производилась анимация колебаний на каждой собственной частоте, определялся характер колебаний конструкции на соответствующем резонансе. Анализ показал, что искомые осевые резонансы происходят на 6-й и 15-й частоте из списка рисунка 19. Как показывает таблица, частоты, определенные аналитически, в достаточной степени близки к частотам, полученным в SolidWorks, а это означает, что результатам расчетов конечно-элементным методом можно доверять.

Режим No.	Частотный(Рад/сек)	Частотный(Герц)	Период(Секунды)
1	213.76	34.021	0.029394
2	213.76	34.021	0.029394
3	4287	682.29	0.0014656
4	7649.6	1217.5	0.00082138
5	7809.3	1242.9	0.00080457
6	10002	1591.8	0.00062821
7	12819	2040.3	0.00049013
8	15842	2521.4	0.00039661
9	16040	2552.8	0.00039173
10	20913	3328.4	0.00030044
11	21889	3483.7	0.00028705
12	22366	3559.7	0.00028093
13	23608	3757.4	0.00026614
14	23609	3757.5	0.00026613
15	30783	4899.2	0.00020411

Рисунок 19 – Таблица собственных частот прибора рассчитанных в SolidWorks

Некоторое несовпадение частот обусловлено допущением представления прибора в виде модели с сосредоточенными параметрами .

На рисунке 20 показана исследуемая 3D модель во время колебаний на первой осевой резонансной частоте. На рисунке красным цветом показано максимальное отклонение ротора в осевом направлении относительно закрепленных на основании наружных колец подшипников (показаны синим цветом).

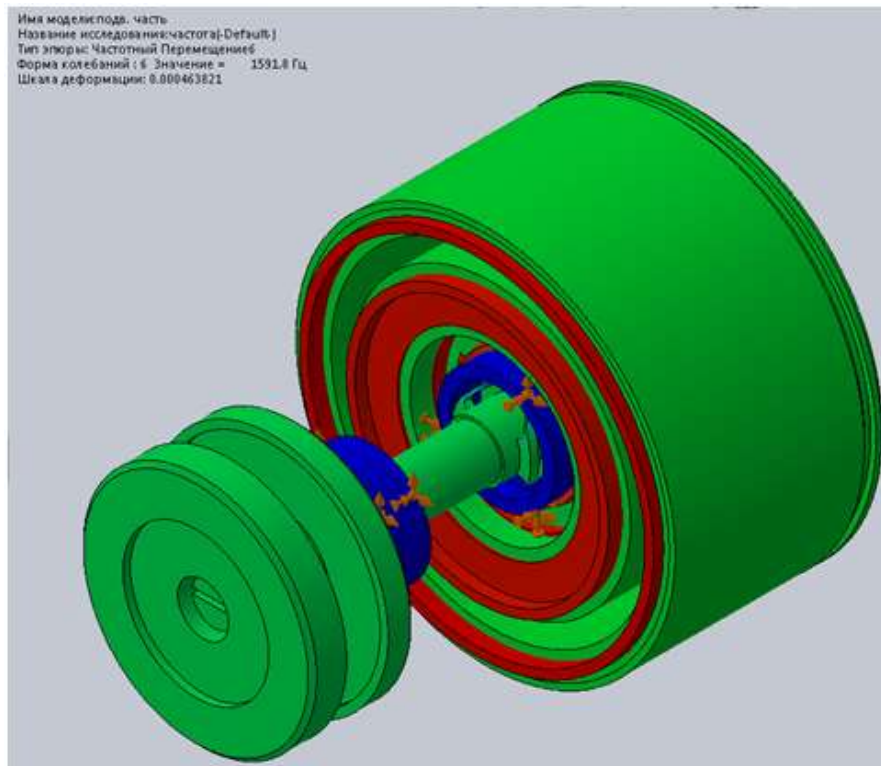


Рисунок 20 – Первая осевая резонансная частота

Вывод по разделу.

В разделе была рассмотрена двухмассовая модель с сосредоточенными параметрами, описывающая колебания конструкции прибора в осевом направлении, выведены дифференциальные уравнения движения модели, решено частотное уравнение, получены две собственные частоты колебаний конструкции. Методом конечных элементов получены и идентифицированы 15 первых частот колебаний, из которых выделены осевые частоты. Значения этих частот с достаточной точностью совпали с определенными аналитически, что говорит о достоверности обоих методов расчета и возможности использования для расчета полной модели.

5 ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ ДНГ.

5.1 Поиск собственных частот на полной 3D модели прибора

После проверки сходимости аналитических расчётов собственных частот конструкции с расчётами методом конечных элементов, можно приступить к анализу полной модели исследуемого ДНГ. На рисунке 21 показана 3D модель прибора (без наружного корпуса и колпаков), которая подвергалась расчету собственных частот в программе SolidWorks. Закрепление модели производилось за корпус подшипникового узла.

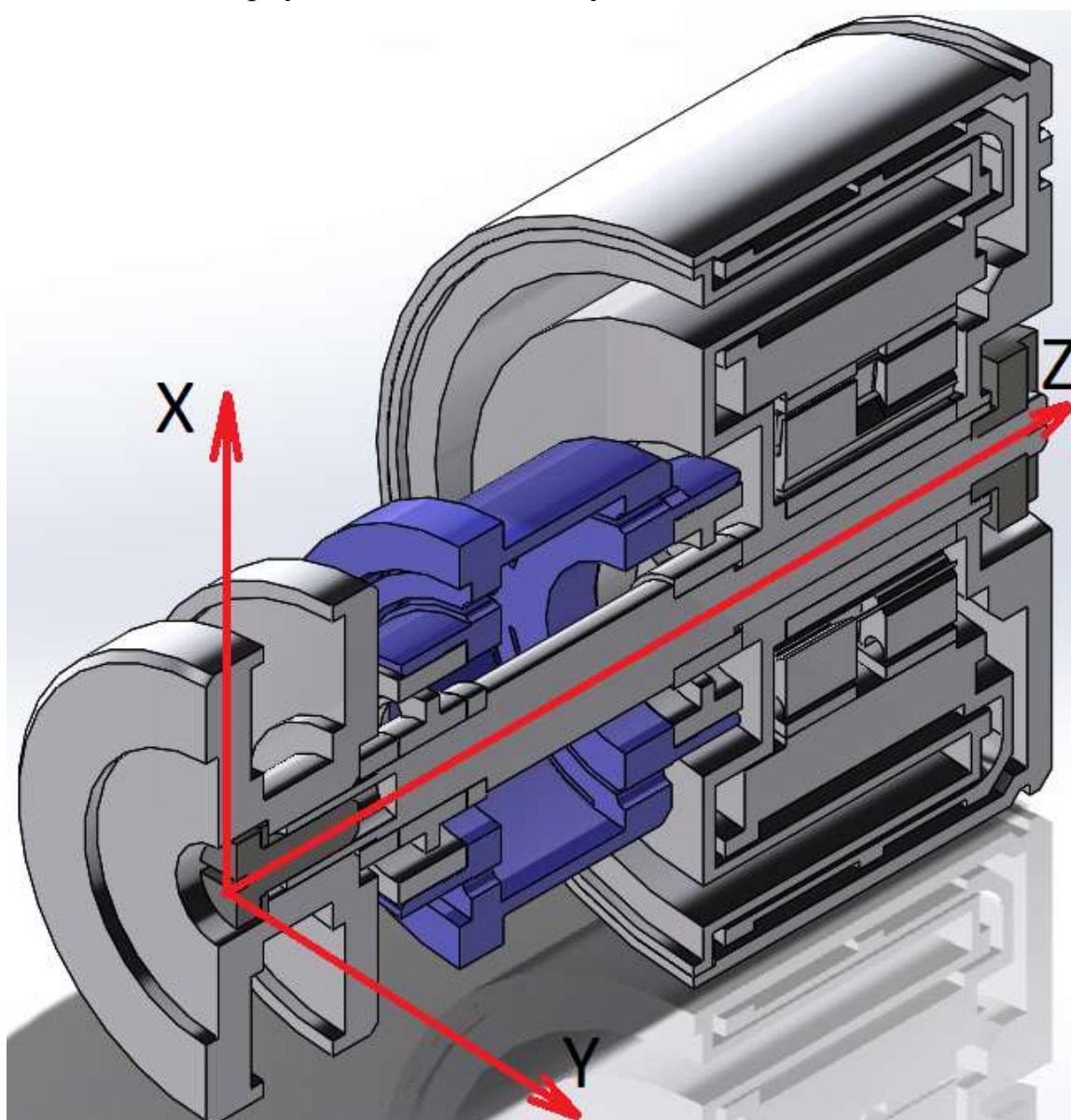


Рисунок 21 – 3D модель для поиска собственных частот

Расчет собственных частот произведен до 15-й гармоники включительно.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2018.597.00 ПЗ

Лист

62

На рисунке 22 приведен список собственных конструкционных частот, полученных в результате моделирования в программе SolidWorks.

Режим No.	Частотный(Рад/сек)	Частотный(Герц)	Период(Секунды)
1	213.75	34.02	0.029395
2	213.75	34.02	0.029395
3	4239.2	674.7	0.0014822
4	5505	876.15	0.0011414
5	5647.4	898.8	0.0011126
6	8588.7	1366.9	0.00073156
7	12116	1928.4	0.00051857
8	15412	2452.8	0.00040769
9	15648	2490.5	0.00040152
10	18455	2937.2	0.00034046
11	18815	2994.5	0.00033394
12	19236	3061.4	0.00032664
13	23608	3757.4	0.00026614
14	23609	3757.5	0.00026613
15	25854	4114.8	0.00024303

Рисунок 22 – Таблица собственных частот прибора

Идентификация полученных частот произведена путем анимации в программе SolidWorks. В результате получены следующие результаты.

Частота 1– частота угловых колебаний ротора на подвесе вокруг оси Y

Частота 2– частота угловых колебаний ротора на подвесе вокруг оси X

Частота 3–частота крутильных колебаний ротора относительно вала вокруг оси Z

Частота 4–первый радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси X

Частота 5– первый радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси Y

Частота 6 – первый линейный резонанс ротора вдоль оси Z

Частота 7 – Угловой резонанс конструкции обусловленный жесткостным эквивалента шарикодшипник (в реальной конструкции отсутствует)

Частота 8 – второй радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси X

Частота 9 – второй радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси Y

Частота 10 – изгибный резонанс вала вокруг оси X

Частота 11 – изгибный резонанс вала вокруг оси Y

Частота 12 – второй линейный резонанс ротора вдоль оси Z

Частота 13,14 – резонансы тонкостенного магнитопровода ротора

Частота 15 – резонанс оболочки ампулы.

Из этих частот для формирования погрешности, зависящей от вибрации ШП, имеют значения частоты 6 и 12 – для осевой вибрации и 4,5,8,9,10 и 11 – для радиальной вибрации (выделены жирным шрифтом). Наносим полученные собственные осевые частоты прибора на спектр осевых вибраций шарикоподшипников, рассчитанный в разделе 2. Результат представлен на рисунке 23.

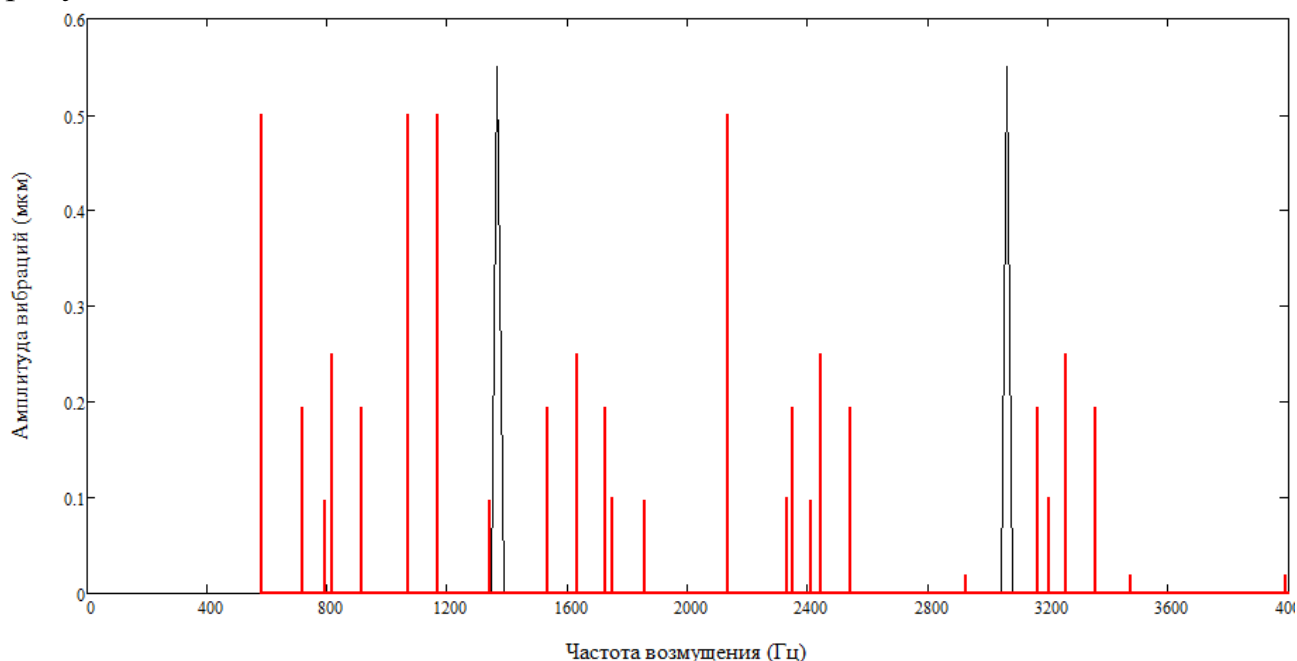


Рисунок 23 – Спектр осевых вибраций подшипников и собственные частоты прибора в осевом направлении

На рисунке 23 красным цветом обозначен спектр частот вибрации подшипника в осевом направлении, а черным цветом – собственные частоты конструкции в осевом направлении. Рисунок 23 показывает, что собственные частоты конструкции в осевом направлении достаточно хорошо дистанцированы от основных подшипниковых частот и не представляют опасности в плане резонансного усиления этих частот.

На спектр вибраций подшипника в радиальном направлении, полученный в разделе 2, наносим собственные радиальные частоты конструкции (выделены жирным шрифтом), полученный результат представлен на рисунке 24.

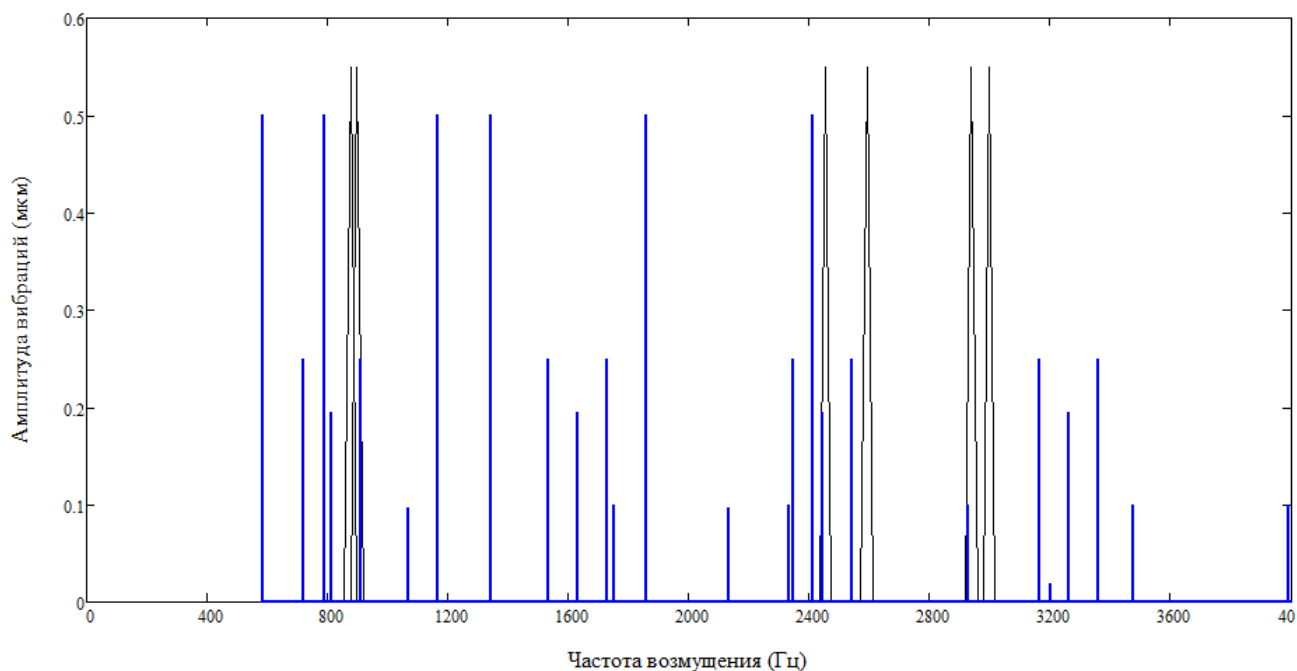


Рисунок 24 – Спектр радиальных вибраций подшипников и собственные частоты прибора в радиальном направлении

Рисунок 24 показывает, что первый радиальный резонанс конструкции расположен в опасной близости к одной из основных подшипниковых частот, а именно к частоте №4 таблицы 2. Эта частота (791 Гц) обусловлена пятигранкой наружного кольца. При определенных условиях (технологический разброс размеров, свойств материалов и неточность расчетов) может произойти резонансное усиление радиальных колебаний ротора на этой частоте. Резонансные явления особенно опасны в слабо демпфированных системах, какой является конструкция рассматриваемого ДНГ, поскольку чувствительный элемент прибора помещен в вакуумированную ампулу и силы вязкого трения о среду отсутствуют.

5.2 Расчет ухода ДНГ, обусловленного резонансным усилением радиальных колебаний конструкции

Проведем расчет ухода гироскопа, обусловленного вибрацией подшипника с частотой 791 Гц при условии резонансного усиления радиальных колебаний. Для расчета будем использовать формулы (51) и (57).

Податливости упругого подвеса в осевом и радиальных направлениях R_z, R_ζ и R_η из формулы (51) найдем путем определения частот собственных колебаний ротора на подвесе при закреплении подвеса на основании за его внутреннее кольцо. 3D модель исследуемой сборки приведена на рисунке 13.

В результате моделирования собственные осевая и радиальные частоты ротора на подвесе составили:

$$f_z = 2086,8 \text{ Гц};$$

$$f_\eta = 2024,7 \text{ Гц};$$

$$f_\zeta = 2024,3 \text{ Гц};$$

Находим значение линейных жесткостей c_z, c_ζ и c_η по формуле

$$c_k = (2\pi f_k)^2 \cdot m \quad (141)$$

где $m = 16,67 \text{ г}$ – масса ротора;

Значения линейных податливости подвеса R_z, R_ζ и R_η находим по формуле

$$R_k = \frac{1}{c_k} \quad (142)$$

Подставляем значения в формулу (142) и получаем следующие значения R_z, R_ζ и R_η

$$R_z = \frac{1}{(2\pi \cdot 2086,8)^2 \cdot 0,01665} = 0,3493 \times 10^{-6} \left(\frac{\text{М}}{\text{Н}} \right)$$

$$R_\zeta = \frac{1}{(2\pi \cdot 2024,3)^2 \cdot 0,01665} = 0,3712 \times 10^{-6} \left(\frac{\text{М}}{\text{Н}} \right)$$

$$R_\eta = \frac{1}{(2\pi \cdot 2024,7)^2 \cdot 0,01665} = 0,3711 \times 10^{-6} \left(\frac{\text{М}}{\text{Н}} \right)$$

Кинетический момент гироскопа находим по формуле

$$H = J_0 \cdot \Omega \quad (143)$$

где J_0 – момент инерции ротора, ($\text{Кг} \cdot \text{м}^2$);

Ω – частота вращения прибора, Гц.

$$H = 0,00000104 \cdot 2\pi \cdot 275 = 0,001796 \left(\frac{\text{Кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} \right)$$

По формуле (51) находим погрешность гироскопа, зависящую от линейной неравножесткости подвеса.

$$\omega_v = \frac{(0,01665 \cdot 9,8)^2}{4 \cdot 0,001796} ((2 \cdot 0,3493 - 0,3712 - 0,3711) \times 10^{-9})$$

$$= -161,952 \times 10^{-9} \left(\frac{1}{c}\right)$$

Находим уход гироскопа, зависящий от вибраций на частоте 791 Гц по формуле (44). Проекции ускорения основания на оси прибора получим из выражений

$$\begin{aligned} a_z &= \Delta_i \cdot (2\pi \cdot \omega_B)^2 \\ a_x &= K \cdot \Delta_i \cdot (2\pi \cdot \omega_B)^2 \\ a_y &= K \cdot \Delta_i \cdot (2\pi \cdot \omega_B)^2 \end{aligned} \quad (144)$$

где ω_B – частота вибрации подшипника для наибольшей гармоники близкой к резонансу прибора (791 Гц);

K – коэффициент динамичности;

Δ_i – амплитуда вибрации.

Подставляем значения в уравнения(144) и получим следующее значение линейного ускорения

$$\begin{aligned} a_z &= 0,1 \times 10^{-6} \cdot (2\pi \cdot 791)^2 = 2,47 \left(\frac{M}{c^2}\right) \\ a_x &= 100 \cdot 0,5 \times 10^{-6} \cdot (2\pi \cdot 791)^2 = 1235,04 \left(\frac{M}{c^2}\right) \\ a_y &= 100 \cdot 0,5 \times 10^{-6} \cdot (2\pi \cdot 791)^2 = 1235,04 \left(\frac{M}{c^2}\right) \end{aligned}$$

Полученные значения используем для расчета ухода гироскопа.

$$\omega_a^x = 2\omega_v \frac{a_x a_z}{g^2} = 2 \cdot (-161,952 \times 10^{-9}) \cdot \frac{1235,04 \cdot 2,47}{9,8^2} = -0,0000114 \left(\frac{1}{c}\right)$$

Полученное значение переводим из $\left(\frac{1}{c}\right)$ в $\left(\frac{\text{град}}{\text{час}}\right)$:

$$\omega_a^x = -0,0000114 * 60 * 60 * 57,3 = 2,35 \text{ } ^\circ/\text{ч}.$$

Аналогичным образом проведем расчёт ухода гироскопа, обусловленного воздействием спектра осевых и радиальных вибраций, рассчитанного в разделе 3.

В таблице 4 приведены значения уходов гироскопа от составляющих спектра возмущений подшипников

Таблица 4 – Значения уходов гироскопа от составляющих спектра возмущений подшипников

Частота возбуждения, (Гц)	Амплитуда осевой вибрации, (мкм).	Амплитуда радиальной вибрации, (мкм).	Уход, °/ч.
1	583	0,5	0,006
	1166	0,5	0,1
	1749	0,1	0,5
2	583	0,5	0,006
	1166	0,5	0,1
	1749	0,1	0,5
3	1067	0,5	0,097
4	791	0,097	0,5
	1859	0,097	0,5
5	1342	0,097	0,5
6	815	0,25	0,194
	1630	0,25	0,194
7	717	0,194	0,25
	1533	0,194	0,25
8	912	0,194	0,25
	1727	0,194	0,25
Суммарный уход		$\omega_{\Sigma} = \sqrt{\sum \omega_i^2}$	2,6

Суммарный уход посчитаем, как геометрическую сумму составляющих, поскольку фазы колебаний, генерируемых подшипниками, имеет случайный характер:

$$\omega_{\Sigma} = \sqrt{\sum \omega_i^2} = 2,6 \text{ °/ч.} \quad (145)$$

Из расчетов видно, что уход прибора превышает условие технического задания и для его уменьшения необходимо произвести оптимизацию конструкции с целью разнесения собственных частот первого резонанса в радиальном направлении и частоты вибрации подшипников 791 Гц.

5.3 Расчет собственных частот модернизированной конструкции и ухода гироскопа

Для уменьшения ухода прибора, зависящего от вибрации шарикоподшипника основания необходимо ввести изменение в конструкцию прибора. На рисунке 25 показан корпус подшипникового узла, в конструкции которого будут производиться изменения. Для изменения собственных частот прибора в радиальном направлении изменим толщину стенки корпуса подшипникового узла. Толщина стенки $a1$ и $b1$ были взяты из реального прибора, а значение $a2$ и $b2$ были получены в ходе предварительных расчетов и моделирования.

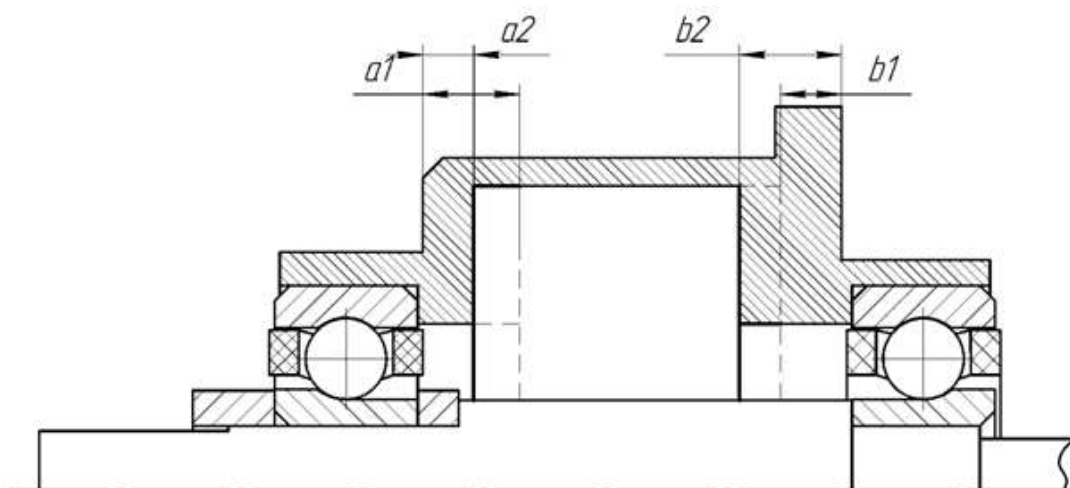


Рисунок 25 – Эскиз измененной конструкции корпуса

После изменения конструкции прибора проводим новый расчет собственных частот в программе SolidWorks. На рисунке 26 приведены собственные частоты измененной конструкции прибора.

Список режимов

Название исследования: Частота 2

Режим No.	Частотный(Рад/сек)	Частотный(Герц)	Период(Секунды)
1	213.76	34.022	0.029393
2	213.77	34.022	0.029393
3	4252.5	676.8	0.0014775
4	6037.6	960.92	0.0010407
5	6230	991.54	0.0010085
6	8696.4	1384.1	0.0007225
7	12380	1970.3	0.00050754
8	14762	2349.4	0.00042564
9	14804	2356.1	0.00042444
10	17356	2762.2	0.00036202
11	17402	2769.5	0.00036107
12	19268	3066.6	0.0003261
13	23603	3756.5	0.00026621
14	23604	3756.7	0.00026619
15	27069	4308.1	0.00023212
16	27287	4342.8	0.00023027

Заккрыть Сохранить Справка

Рисунок 26 – Таблица собственных частот модернизированного прибора

Проводим идентификацию собственных частот прибора путем их анимации.

Частота 1 – частота угловых колебаний ротора на подвесе вокруг оси Y

Частота 2 – частота угловых колебаний ротора на подвесе вокруг оси X

Частота 3 – частота крутильных колебаний ротора относительно вала вокруг оси Z

Частота 4 – первый радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси X

Частота 5 – первый радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси Y

Частота 6 – первый линейный резонанс ротора вдоль оси Z

Частота 7 – Угловой резонанс конструкции обусловленный жесткостным эквивалента шарикоподшипник (в реальной конструкции отсутствует)

Частота 8 – второй радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси X

Частота 9 – второй радиальный линейный резонанс ротора вдоль оси Y

Частота 10 – изгибный резонанс вала вокруг оси X

Частота 11 – изгибный резонанс вала вокруг оси Y

Частота 12 – второй линейный резонанс ротора вдоль оси Z

Частота 13,14 – резонансы тонкостенного магнитопровода ротора

Частота 15,16 – резонанс оболочки ампулы.

Из этих значений частот выбираем те частот, которые формируют погрешность, зависящую от вибрации ШП:6 и 12 – для осевой вибрации и 4,5,8,9,10 и 11 – для радиальной вибрации. Выбранные значения частот наносим на графики осевой вибрации шарикоподшипника и радиальной вибрации ШП, соответственно. Полученные графики вибраций подшипника и собственные частоты прибора будут представлены на рисунке 26 и 27

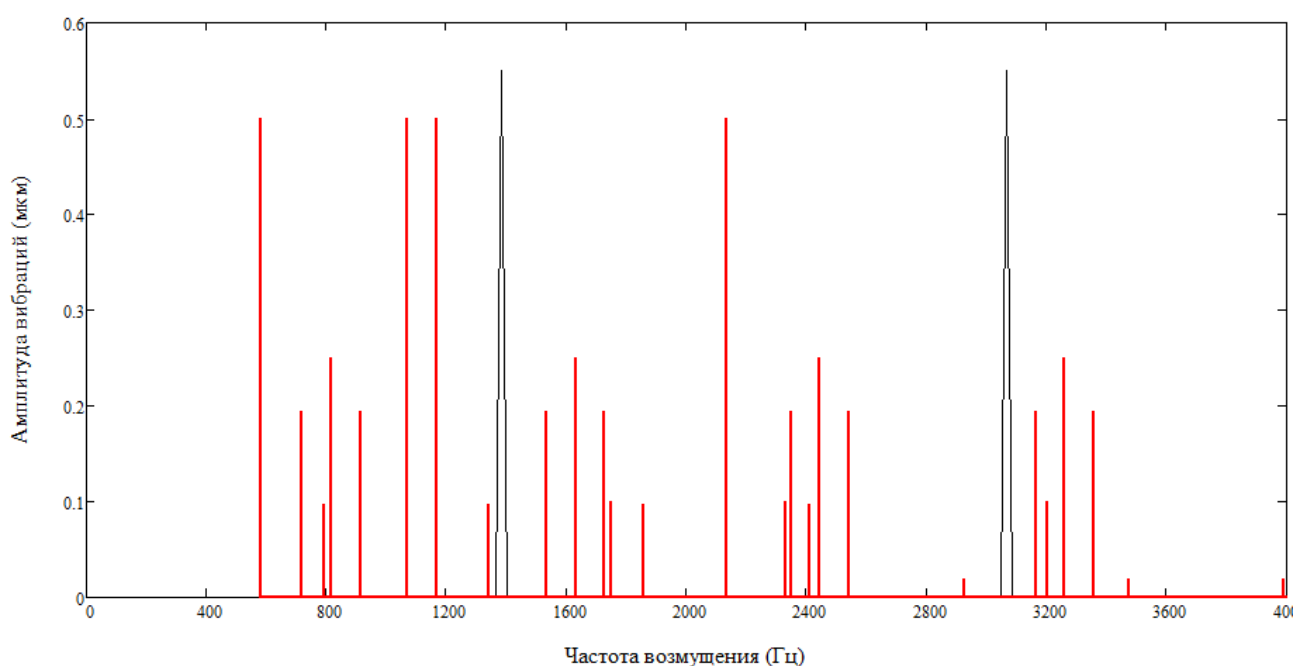


Рисунок 26 – Вибрации подшипника и собственная частота прибора в осевом направлении

На рисунке 27 красным цветом обозначен спектр частот вибрации подшипника в осевом направлении, а черным цветом обозначены собственные частоты конструкции в осевом направлении.

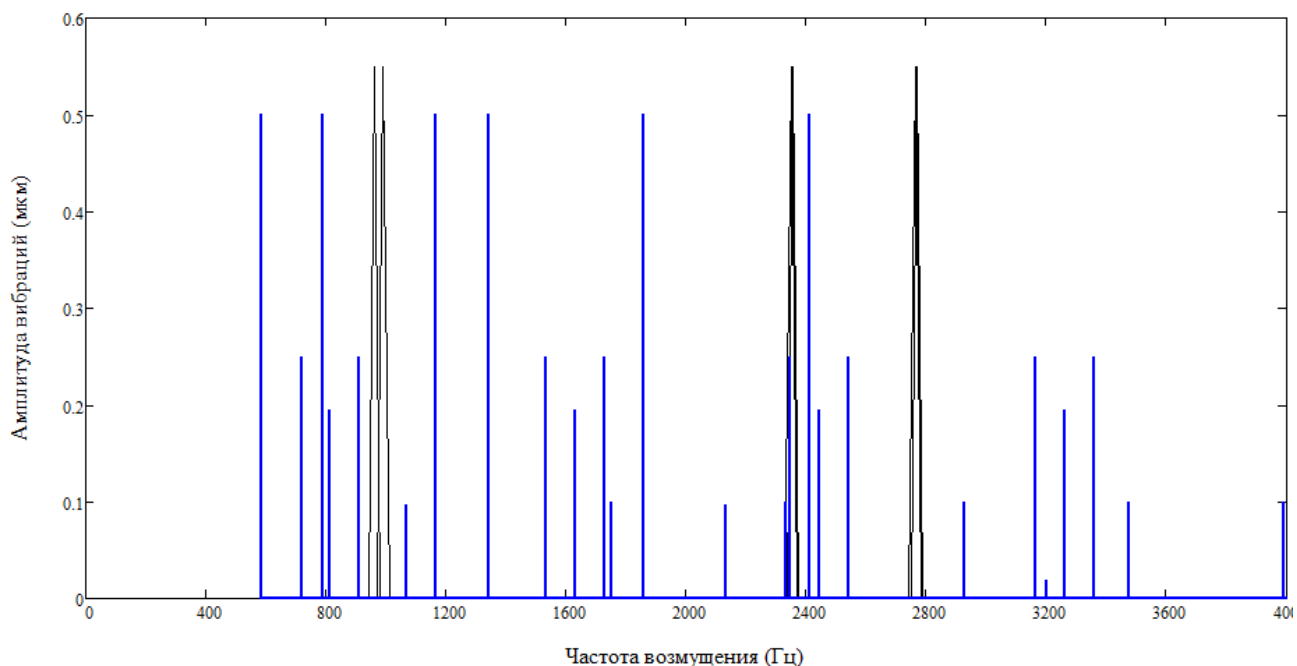


Рисунок 27– Вибрации подшипника и собственная частота прибора в радиальном направлении

Как показывают рисунки, положение первого резонанса прибора в радиальном направлении благодаря изменению конструкции корпуса изменилось в лучшую сторону: резонанс занял положение, равноудаленное от основных подшипниковых частот. В то же время положение осевых резонансов практически не изменилось. Это позволяет произвести расчет суммарного ухода гироскопа при условии того, что подшипниковые вибрации не усиливаются резонансами прибора. Расчёт произведём по аналогии с подразделом 5.2.

Рассчитаем уход от вибрации на частоте 791 Гц, которая до изменения конструкции прибора давала значительный уход вследствие совпадения с радиальным резонансом конструкции.

Проекции ускорения основания на оси прибора получим из уравнения (144). Подставляем значения частоты и амплитуды вибрации в формулы (144), получим следующие значения линейного ускорения

$$a_z = 0,1 \times 10^{-6} \cdot (2\pi \cdot 791)^2 = 2,47 \left(\frac{M}{c^2} \right)$$

$$a_x = 0,5 \times 10^{-6} \cdot (2\pi \cdot 791)^2 = 12,35 \left(\frac{M}{c^2} \right)$$

$$a_y = 0,5 \times 10^{-6} \cdot (2\pi \cdot 791)^2 = 12,35 \left(\frac{M}{c^2} \right)$$

Полученные значения используем для расчета ухода гироскопа, зависящего от вибрации на частоте 791 Гц:

$$\omega_a^x = 2\omega_v \frac{a_x a_z}{g^2} = 2 \cdot (-161,952 \times 10^{-9}) \cdot \frac{12,35 \cdot 2,47}{9,8^2} = 102,879 \times 10^{-9} \left(\frac{1}{c}\right)$$

Полученное значение переводим из $\left(\frac{1}{c}\right)$ в $\left(\frac{\text{град}}{\text{час}}\right)$:

$$\omega_a^x = 102,879 \times 10^{-9} * 60 * 60 * 57,3 = 0,021 \text{ } ^\circ/\text{ч.}$$

Аналогичным образом проведем расчёт ухода гироскопа, обусловленного воздействием всего спектра осевых и радиальных вибраций, рассчитанного в разделе 3.

В таблице 5 приведены значения уходов гироскопа от составляющих спектра возмущений подшипников после изменения конструкции корпуса.

Таблица 5 – Значения уходов гироскопа от составляющих спектра возмущений подшипников

Частота возбуждения, (Гц)	Амплитуда осевой вибрации, (мкм).	Амплитуда радиальной вибрации, (мкм).	Уход, $^\circ/\text{ч.}$
1	583	0,5	0,006
	1166	0,5	0,1
	1749	0,1	0,5
2	583	0,5	0,006
	1166	0,5	0,1
	1749	0,1	0,5
3	1067	0,5	0,097
4	791	0,097	0,5
	1859	0,097	0,5
5	1342	0,097	0,5
6	815	0,25	0,194
	1630	0,25	0,194
7	717	0,194	0,25
	1533	0,194	0,25
8	912	0,194	0,25
	1727	0,194	0,25
Суммарный уход		$\omega_\Sigma = \sqrt{\sum \omega^2}$	0,98

Суммарный уход посчитаем, как геометрическую сумму составляющих, аналогично подразделу 5.2:

$$\omega_{\Sigma} = \sqrt{\sum \omega_i^2} = 0,98 \text{ } ^\circ/\text{ч.}$$

Расчёт показывает, что после проведения модернизации конструкции, заключающейся в изменении толщины стенок корпуса подшипникового узла, уход от воздействия синхронных вибраций подшипников не превышает требований технического задания на проектирование.

Вывод по разделу.

В разделе был осуществлен поиск собственных частот на полной 3D модели прибора, произведена идентификация частот, выявлены частоты, при совпадении с которыми подшипниковых частот будет наблюдаться значительное возрастание ухода ДНГ. Произведён расчёт ухода ДНГ, обусловленного резонансным усилением радиальных колебаний конструкции, который превысил требования технического задания. Произведена модернизация конструкции и новый расчёт собственных частот. Показано, что собственные частоты модернизированной конструкции отстоят от основных подшипниковых частот, что исключает возникновение резонансных явлений в конструкции. Произведён расчёт суммарного ухода модернизированного ДНГ, который показал его соответствие требованиям технического задания на проектирование.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		74

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По условию технического задания была проанализирована математическая модель миниатюрного ДНГ КЕАФ05-029Б,(разработка АО «НПО Электромеханики») в рамках которой было выявлено влияние синхронных вибраций шарикоподшипника на точностные характеристики прибора. Проведенный расчет спектра вибраций подшипника и собственных частот конструкции показал, что при наличии технологического разброса размеров и свойств материалов прибора, возможно совпадение собственных частот прибора с основными составляющими спектра вибраций подшипника, что приводит к превышению требований технического задания по уходу гироскопа.

Проведённое изменение корпуса подшипникового узла прибора позволило увеличить разнесение частот вибрации подшипника и собственных частот прибора, в результате чего уход гироскопа, обусловленный вибрацией подшипников, уменьшился до $0,98 \text{ }^\circ/\text{ч}$, что удовлетворяет требованиям технического задания.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		75

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сейвет, П. Динамика идеальных подвесов в применении к вращающимся в пространстве телам / П.Сейвет // Механика: периодически сборник переводов иностранных статей. 1997. – №5.
2. Брозгуль, Л.И. Вибрационные гироскопы. Л.И.Брозгуль, Е.Л.Смирнов. Машиностроение, – М.: 1970. – 342с.
3. Гироскопические системы. Под ред. Д.С.Пельпора, М.: Высшая школа, 1988. – 312с.
4. Брозгуль, Л.И. Динамически настраиваемые гироскопы. – М.: Машиностроение, 1989. – 283с.
5. Пельпор, Д.С. Динамически настраиваемый гироскоп. Теория и конструкция: монография / Д.С. Пельпор, В.А. Матвеев, В.Д. Арсеньев. – М.: машиностроение, 1988. – 264с.
6. Бальмонт, В.Б. Опоры качения приборов. В.Б. Бальмонт, В.А. Матвеев, – М.: Машиностроение, 1984. – 240с.
7. Журавлев, В.Ф. Механика шарикоподшипников гироскопов. В.Ф. Журавлев, В.Б. Бальмонт. – М.: Машиностроение, 1985. – 285с.
8. Приборные шариковые подшипники. Под ред. К.Н.Явленского. –М.: Машиностроение, 1981. – 231с.
9. Математическая модель РВГ. Программа расчёта коэффициентов математической модели РВГ. Отчет НПО Электромеханики ШЮ-Э0-5384, 1992.
10. Обобщённая математическая модель динамически настраиваемых гироскопов. Отчет НПО Электромеханики ШЮ-Э0-5598, 1993.
11. Пановко, Я. Г. Введение в теорию механических колебаний: издательский центр Наука, 1971. – 240 с.
12. Дударева, Н. самоучитель SolidWorks 2010: самоучитель / Н. Дударева, С.Загайко. – СПб.: БХВ – Петербург, 2010 – 416с.
13. В.Л.Петелин и др. Бесплатформенный инерциальный блок системы управления автономного космического буксира ракеты – носителя «Днепр». XII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Под ред. В.Г.Пешехонова. – СПб.: Государственный научный центр РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2005.

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		76

14. Коновченко, А.А. и др. Технические решения по обеспечению надежности и повышенного ресурса малогабаритных ДНГ. XIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Под ред. В.Г.Пешехонова. – СПб.: Государственный научный центр РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2006. – 354с.
15. Губко, В.П. Миниатюрные чувствительные элементы НПО электромеханики: характеристики, конструктивные особенности и пути увеличения измерительного диапазона. XIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Под ред. В.Г.Пешехонова. – С-Пб.: Государственный научный центр РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2006.
16. Тульчинский, А.А. Чувствительные элементы системы управления новой российской ракеты-носителя «Союз-2». XIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Под ред. В.Г.Пешехонова. – СПб.: Государственный научный центр РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2007.
17. Лысов, А.Н. Теория гироскопических стабилизаторов: учебное пособие / А.Н. Лысов, А.А.Лысова.– Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ 2009. – 117 с.
18. Лысов, А.Н. Прикладная теория гироскопов: учебное пособие / А.Н. Лысов, Н.Т. Виниченко, А.А.Лысова.– Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – 25с.
19. Кирьянов, Д.В. Mathcad 15/ Mathcad Prime 1.0 – СПб.: БХВ – Петербург, 2012. – 432с.
20. Новиков, Л.З. Механика динамически настраиваемых гироскопов. / Л.З.Новиков, М.Ю.Шаталов. – М.: Наука 1985. – 254с.
21. Райхман, И.О. Анализ влияния зазоров между ротором и кожухом ДНГ на точность. РКТ серия X, выпуск 1, 1985. –126с.
22. Тамляков, Н.А. Некоторые вопросы газодинамики ДНГ. Н.А.Темляков, О.В.Гусаков, С.П.Редькин. РТК серия X, выпуск 3, 1987. – 252с.
23. Исследование влияния газовой среды на характеристики прибора. Технический отчет КЕАФ–ЭО–6383: “ АО НПО Электромеханики”

					24.04.02.2018.597.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		77