

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет» (НИУ)  
«Институт естественных и точных наук»  
Физический Факультет  
Кафедра физическая электроника

**ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ**

**Заведующий кафедрой д.т.н.**

\_\_\_\_\_/Гуревич С.Ю./

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018г.

Изучение электрофизических свойств и строения ЖК

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

**К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ**

**ЮУрГУ – 11.03.04.2018.028 ПЗ ВКР**

**Руководитель, к.ф.-м.н.**

\_\_\_\_\_/Подгорнов Ф.В./

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2018г.

**Автор, студент группы ЕТ – 453**

\_\_\_\_\_/Булаев Г.В./

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2018г.

**Нормоконтролер, к.т.н., доцент**

\_\_\_\_\_/Колмакова Н.С./

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2018г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет» (НИУ)  
«Институт естественных и точных наук»  
Физический Факультет  
Кафедра физическая электроника

**ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ**

**Заведующий кафедрой** д.т.н.

\_\_\_\_\_/Гуревич С.Ю./

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018г.

Изучение электрофизических свойств и строения ЖК

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

**К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ**

**ЮУрГУ – 11.03.04.2018.028 ПЗ ВКР**

**Руководитель, к.ф.-м.н.**

\_\_\_\_\_/Подгорнов Ф.В./

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2018г.

**Автор, студент группы ЕТ – 453**

\_\_\_\_\_/Булаев Г.В./

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2018г.

**Нормоконтролер, к.т.н., доцент**

\_\_\_\_\_/Колмакова Н.С./

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2018г.

## АННОТАЦИЯ

Булаев Г.В. Изучение электрофизических свойств и строения ЖК. – Челябинск: ЮУрГУ, ИЕТН, ЕТ-453; 2018, 65. 11 ил., библиогр. список – 64 наим

Цель выпускной квалификационной работы – разработка модели расчета электрокинетического движения диэлектрических микрочастиц в нематической жидкокристаллической ячейки с компланарными электродами.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы детально рассмотрены эффекты, возникающие в нематических жидких кристаллах, явление электрофореза и диэлектрофореза, рассмотрены свойства движения микрочастиц в жидком кристалле. В результате была создана модель численного расчета электрокинетического движения диэлектрических микрочастиц в нематической жидкокристаллической ячейки с компланарными электродами, учитывающая вклады электрофореза и диэлектрофореза, упругой силы захвата, силы Стокса.

Данная модель может использоваться для теоретической оценки движения микрочастицы в нематической жидкокристаллической ячейке.

					ЮУрГУ-11.03.04.2018.028 ПЗ ВКП			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>	Изучение электрофизических свойств и строения ЖК	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
Разраб.	Булаев Г.В.							
Провер.	Подгорнов Ф.В.						ЮУрГУ	65
						Кафедра Физ. электроника		
Н. Контр.	Колмакова Н.С.					5		
Зав. каф.	Гуревич С.Ю.							

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1.ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.....	9
1.1 Введение в жидкие кристаллы.....	9
1.1 Физика жидких кристаллов.....	11
1.1.1 Ориентационный порядок.....	11
1.1.2 Параметр ориентационного порядка.....	12
1.1.3 Параметр ориентационного порядка в нематике.....	15
1.1.4 Термодинамическая часть плотности свободной энергии.....	16
1.1.5 Упругие свойства жидких кристаллов.....	16
1.1.5.1. Упругие свойства нематических жидких кристаллов.....	17
1.1.6 Упругая часть свободной энергии. Теория Озеена-Франка.....	19
1.1.7 Взаимодействие нематических жидких кристаллов с электрическим полем.....	21
1.1.8 Диэлектрическая часть плотности свободной энергии.....	21
1.2 Гидродинамика нематических жидких кристаллов.....	23
1.2.1 Электрокинетическое движение диэлектрических микрочастиц в жидком электролите.....	24
1.2.2 Электрофорез.....	26
1.2.3 Диэлектрофорез.....	28
1.2.4 Нелинейные электрокинетические явления.....	33
1.2.5 Электрокинетические явления в жидких кристаллах.....	37

					ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	4
Изм.	Лист	№ докум.		Дата		

2.МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖК .....	39
2.1 Расчет электрического поля .....	39
2.2 Расчет поля директора .....	41
2.3.1 Переориентация с использованием потока.....	46
2.3 Расчет вклада диэлектрофореза .....	47
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	49
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	50

## ВВЕДЕНИЕ

3D-манипуляция, контролируемая сборка, а также пространственное разделение микро- и наночастиц являются сложными проблемами в различных областях, таких как физика мягких веществ [1], нанотехнология [2], биотехнология и биохимия [3], [4], микро и наножидкостные устройства [5], [6]. Среди всех электрокинетических эффектов [7] электрофорез рассматривается как один из простейших, простых и подходящих для таких применений.

Как следует из теории линейного электрофореза [7], диэлектрические частицы, погруженные в жидкость, приобретают поверхностный заряд, экранированный облаком противоионов (электрический двойной слой (ЭДС)) с характерной длиной  $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon k_B T / 8\pi n_{ions} z^2 e^2}$  ( $k_B$ - постоянная Больцмана,  $\epsilon_0$  - вакуумная диэлектрическая проницаемость,  $\epsilon_0$  - относительная диэлектрическая проницаемость основной жидкости,  $n_{ions}$  - числовая концентрация и валентность ионов,  $e$  - заряд электрона,  $T$ - температура). Внешнее электрическое поле ( $E_\infty$ ) индуцирует движение противоионов в этом облаке, что приводит к электроосмотическим потокам, что, в свою очередь, приводит к электрофоретическому движению частиц. В случае ньютоновой жидкости тонкий ЭДС ( $r/\lambda_D \rightarrow \infty, r$ ),  $r$  - радиус частицы), а также низкий и равномерный потенциал поверхности ( $ez\zeta_p/k_B T < 1$ ,  $\zeta_p$ -zeta (поверхностный) потенциал частица), электрофоретическая скорость сферической частицы связана с движущим электрическим полем по уравнению Гельмгольца-Смолуховского  $v_{EPH} = \epsilon \epsilon_0 \zeta_p E_\infty / \eta$  ( $\eta$  - вязкость жидкости) [8]. Из этой формулы следует, что скорость частицы зависит только от ее дзета-потенциала, но не от размера или каких-либо других свойств. Позднее было доказано, что, когда поверхностный ток в ЭДЛ пренебрежимо мал (низкий порядковый строй Духина,  $Du = K^\sigma / K_m r \ll 1$ , поверхностная проводимость  $K^\sigma$  - частиц,  $K_m$  - текущая проводимость), скорость не зависит также по форме частиц и полностью предопределяется  $\zeta_p$  [8]. Когда  $Du \gg 1$  электрофоретическая скорость является

					ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	6
Изм.	Лист	№ докум.		Дата		

нелинейной функцией размера частиц и электрического поля,  $v_{EPH} = \varepsilon\varepsilon_0\zeta_p/\eta \times (E + \beta(r)E^n)$ , где индекс  $n$  зависит от числа Пекле ( $Pe = rv/D$ ,  $D$  - коэффициент диффузии ионов,  $v$  - скорость частиц относительно жидкости), что делает возможным зависящее от размера манипулирование частицами [8].

Ситуация резко меняется, когда частицы погружаются в анизотропные жидкости, обладающие упругими свойствами (жидкие кристаллы). В таких средах область электрокинетических эффектов более богата и сложнее, чем в их изотропных аналогах [9], [10]. Они могут происходить из анизотропии диэлектрической проницаемости и электропроводности, а также разделения пространственного заряда из-за пространственной вариации ЖК [9], [11]. В результате электрокинетическое движение частиц обусловлено обоими эффектами, наблюдаемыми в изотропных средах и специфическими ЖК-связанными.

Например, линейное электрокинетическое движение микрочастиц было зарегистрировано в нематических [12], [13] (НЖК) и сегнетоэлектрических (СЖК) жидких кристаллах [14] и объяснялось электрическим зарядом, полученным частицами и потоком СЖК.

В то же время нелинейные электрокинетические эффекты в ЖК гораздо сложнее, чем в изотропных жидкостях. Было сообщено, что скорость микрочастицы зависела от квадратичной по электрическому полю и перемещалась перпендикулярно ей. Это нелинейное электрофоретическое движение объяснялось асимметричным искажением выравнивания НЖК (топологический дефект типа еж (hedgehog topological defect)) вокруг частицы [15], [16] и анизотропной электропроводностью и диэлектрической проницаемостью жидкого кристалла [11].

Нелинейный электрофорез диэлектрических микрочастиц за счет индуцированных зарядов был зарегистрирован в НЖК [17-20]. В этом случае микрочастица имеет кубическую зависимость от приложенного электрического поля.

Эта работа посвящена детальному исследованию нелинейного (кубического) электрофоретического движения движения диэлектрических микрочастиц в нематическом жидком кристалле за счет индуцированных зарядов.

Цель ВКР – разработка модели расчета электрокинетического движения диэлектрических микрочастиц в нематической жидкокристаллической ячейки с компланарными электродами.

Задачи проекта:

1. Разработать модель расчета пространственного распределения электрического поле в нематической жидкокристаллической ячейки с компланарными электродами
2. Разработать динамическую модель расчета пространственного распределения поля директора в нематической жидкокристаллической ячейки с компланарными электродами
3. Разработать динамическую модель распределения пространственного поля директора с учетом вклада гидродинамического потока нематического жидкого кристалла.



# 1.ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

## 1.1 Введение в жидкие кристаллы

Жидкие кристаллы интересуют множество ученых из разных областей науки, из-за их уникальных свойств, которые применимы в медицине, технике, радиоэлектронике.

Мезофазными называют вещества с переходными свойствами, Жидкие кристаллы мезофазны т.к. имеют свойства кристалла и жидкости[21]. Множество современных устройств (в основном дисплеи), и не только, используют жидкие кристаллы (ЖК). Они широко используются благодаря уникальному сочетанию множества их физических свойств таких как текучесть, подобная жидкости, упругость как для твердых тел. Так же ЖК сильно чувствительны к внешним электрическому и магнитному полям, с помощью которых ими возможно управлять. В добавок они имеют уникальные оптические свойства, схожие с твердыми кристаллами. Совокупность этих свойств дает возможность использовать эти материалы во множестве приложений производства и электроники.

Существует множество различных видов (фаз) жидких кристаллов, нематики, холестерики, смектики разных подтипов и так далее. Но самыми распространенными в использовании – нематические жидкие кристаллы (НЖК).

Нематические ЖК получают при фазовом переходе из изотропной фазы в нематический жидких кристалл – переход I-го рода [22], с незначительным скачком параметра порядка  $S$  и других термодинамических свойств. В области перед фазовым переходом у некоторых физических параметров встречается несоответствие температур, таких как диэлектрическая проницаемость, теплоемкость.

При использовании хиральных мезогенных молекул или добавлении хиральных молекул к нематическим жидким кристаллам, возможно получение холестерической мезофазы[23]. Холестерические жидкие кристаллы отличаются тем, что в каждом соседнем слое направление длинной молекулярной оси

					ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	9
Изм.	Лист	№ докум.		Дата		

отклоняется под некоторым углом по отношению к молекулам в предыдущем слое. Вследствие этого образуется спираль. Шаг спирали зависит от молекул. За один шаг ось ориентации молекул поворачивается на угол  $2\pi$ , хотя период оптической оси равен  $\pi$  при прохождении шага. Как нематические жидкие кристаллы, так и холестерические жидкие кристаллы одноосны. Из-за усреднения, рассматривая спиральную структуру макроскопически, она тоже является одноосной, оптическая ось подобна спиральной оси, перпендикулярной локальной оптической оси. Одно из свойств холестерических жидких кристаллов – избирательное отражение света. Длина волны отраженного света является функцией шага спирали.

Мезоморфизм характерен для веществ с анизомерными молекулами, то есть их форма похожа на фигуры вращения (диск или стержень и подобные). То есть молекулы обладают симметрией типа цилиндр к плоскости, перпендикулярной оси  $z$ . Из этого можно сказать, что НЖК обладают группой точечной симметрии, которая не допускает существование дипольного момента в отсутствии электрического поля.

НЖК имеют ориентационное упорядочение, но не имеют трансляционного порядка (в объеме практически все молекулы ориентированы в одном направлении, но расположены на разном расстоянии друг от друга). Направление вектора оптической оси и направление директора совпадают:  $\vec{n} = -\vec{n}$ . Свойства симметрии НЖК таковы, что нет у них макроскопического дипольного момента. Из этого они реагируют на изменение электрического поля в прямом и обратном направлениях одинаково, из-за чего у НЖК достаточно большое время переключения, порядка нескольких миллисекунд. Плотность ЖК однородна в пространстве и не зависит от координат, как в случае изотропного вещества:

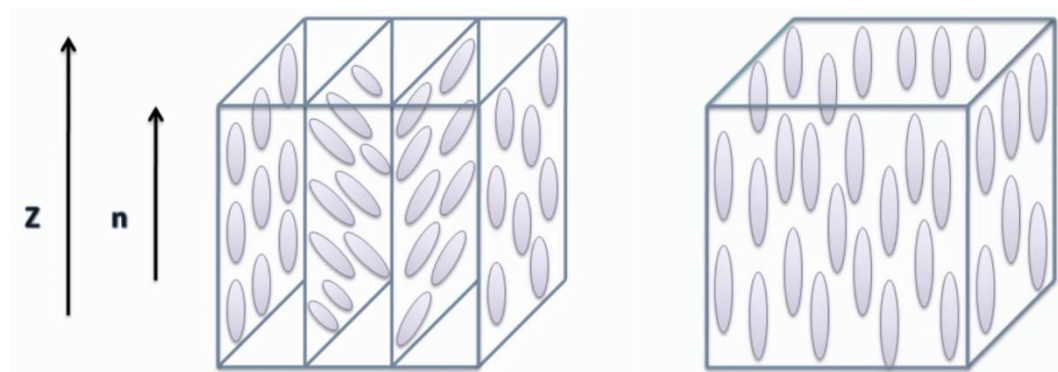
$$\rho(r) = \text{const.}$$

Большинство нематических жидких кристаллов формируются из палочкообразных молекул, образующих среду с общей осью и неполярной

Изм.	Лист	№ докум.			ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	10

симметрией. Это свойство дает возможность однородную ориентацию молекул по всему образцу.

На рис. 1 показана структура холестерика и нематика. На нем видно отличие фаз, нематический ЖК не имеет упорядоченности в отличие холестерика, который выстраивается в слои с отличием угла поворота молекул в каждом последующем слое. В итоге поворота молекул к предыдущему слою получаются спирали с шагом, зависимым от молекул.



а) б) Структура холестерика Структура нематика;  
n – директор, z – направление длинной оси

## 1.1 Физика жидких кристаллов

### 1.1.1 Ориентационный порядок

Ориентационный порядок является наиболее важной особенностью жидких кристаллов. Средние направления длинной оси стержнеобразных молекул параллельны друг другу. Из-за ориентационного порядка жидкие кристаллы обладают анизотропными физическими свойствами; то есть в разных направлениях, у них разные реакции на внешние поля, такие как электрическое поле, магнитное поле и сдвиг. В этом разделе мы обсудим, как количественно указать ориентационный порядок и почему стержнеподобные молекулы имеют тенденцию быть параллельными друг другу. Для жесткой вытянутой молекулы жидкого кристалла к ней могут быть прикреплены три оси для описания ее ориентации. Первая - длинная молекулярная ось, а две другие перпендикулярны

длинной молекулярной оси. Обычно молекула быстро вращается вокруг длинной молекулярной оси. Хотя молекула не является цилиндрической, если нет никакого препятствия для вращения в нематической фазе, быстрое вращение вокруг длинной молекулярной оси ведет себя как цилиндр. Для коротких осей нет предпочтительного направления, и, следовательно, нематический жидкий кристалл обычно одноосный. Если есть помеха для вращения, жидкий кристалл является двухосным. Двухосный нематический жидкий кристалл является давно искомым материалом. Наблюдалась лиотропная двухосная нематическая фаза имеет [25]. Существование термотропной двухосной нематической фазы все еще обсуждается, и это может существовать в молекулах изогнутых ядер [26,27]. Здесь мы обсуждаем объемные жидкие кристаллы. Вращение симметрии вокруг длинной молекулярной оси может быть нарушено ограничениям. В этой книге мы рассмотрим одноосные жидкие кристаллы, состоящие из стержнеподобных молекул, если не указано иное.

### 1.1.2 Параметр ориентационного порядка

В одноосных жидких кристаллах мы должны только рассмотреть ориентацию длинной молекулярной оси. Ориентация стержнеподобной молекулы может быть представлена единичным вектором  $\hat{a}$ , присоединенным к молекуле и параллельно длинной молекулярной оси. В нематической фазе средние направления длинной молекулярной оси идут по общему направлению, а именно, к жидкокристаллическому режиму, обозначенному единичным вектором  $\vec{n}$ . Трехмерная ориентация  $\hat{a}$  может быть задана полярным углом  $\theta$  и азимутальным углом  $\varphi$ , где ось  $z$  выбирается параллельно  $\vec{n}$ , как показано на рисунке 1.2. В общем случае ориентационный порядок  $\hat{a}$  определяется ориентационной функцией распределения  $f(\theta, \varphi)$ .  $f(\theta, \varphi)d\Omega$  ( $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ ) - вероятность того, что  $\hat{a}$  ориентированных вдоль направления, заданного  $\theta$  и  $\varphi$  в телесном угле  $d\theta$ . В изотропной фазе  $\hat{a}$  имеет равную вероятность указывающую в любом направлении и, следовательно,  $f(\theta, \varphi) = constant$ . Для одноосной жидкости

Изм.	Лист	№ докум.		Дата	ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	12

кристаллов, в азимутальном направлении нет предпочтительной ориентации и тогда  $f = f(\theta)$ , которая зависит только от полярного угла  $\theta$ .

Молекулы жидкого кристалла могут иметь постоянные дипольные моменты. Если дипольный момент перпендикулярен длинной молекулярной оси, он имеет равную вероятность направления вдоль любого направления из-за быстрого вращения вокруг длинной молекулярной оси в одноосных жидкокристаллических фазах. Диполи молекул не могут генерировать спонтанную поляризацию. Если дипольный момент вдоль длинной молекулярной оси постоянный, то сдвиг длинной молекулярной оси происходит намного медленнее (порядка  $10^{-5}$  с), поэтому аргумент выше не сохраняется.

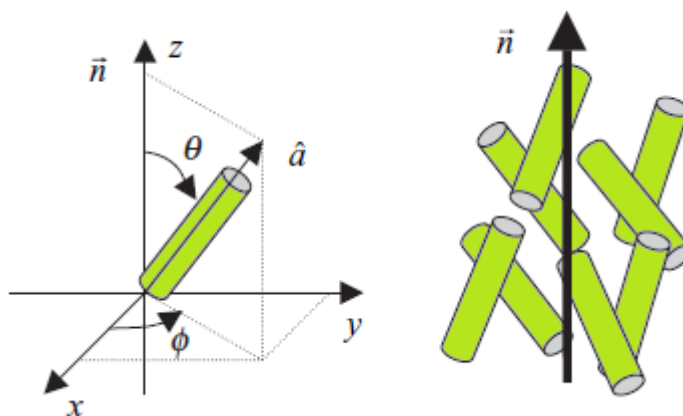


Рисунок 1.2. Схематическая диаграмма, показывающая ориентацию стержнеподобных молекул

Чтобы увидеть ориентацию диполей в этом случае, рассмотрим взаимодействие между двумя диполями [28]. Когда один диполь находится поверх другого, если они параллельны, энергия взаимодействия мала и, следовательно, предпочтительна параллельная ориентация. Когда два диполя бок о бок, если они являются антипараллельными, энергия взаимодействия мала и, следовательно, предпочтительна антипараллельная ориентация. Как вы знаете, молекулы не могут проникать друг в друга. Для удлиненных молекул расстояние между двумя, когда они находятся друг на друге, дальше, чем когда они бок о бок. Взаимодействующая энергия между двумя диполями обратно пропорциональна кубической мощности расстояния между ними. Поэтому

антипараллельная ориентация диполей доминирует в стержнеподобных молекулах. Есть такое же число диполей, выровненных параллельно с директором жидкокристаллического кристалла  $\vec{n}$ , поскольку они согласованы с антипараллельностью к  $\vec{n}$ .

Постоянный диполь вдоль длинной молекулярной оси не может генерировать спонтанную поляризацию. Таким образом, даже когда молекулы имеют постоянный дипольный момент вдоль длинных молекулярных осей, они могут считаться цилиндрами, верх и низ которых одинаковы. Можно также сделать вывод, что  $\vec{n}$  и  $-\vec{n}$  эквивалентны.

Параметр порядка должен быть определен, чтобы количественно указать ориентационный порядок. Параметр порядка обычно определяется таким образом, что он равен нулю в высокотемпературной неупорядоченной фазе и ненулевой в низкотемпературной упорядоченной фазе. По аналогии с ферромагнетизмом мы можем рассмотреть среднее значение проекции  $a$  вдоль директора  $\vec{n}$ , т. е.

$$\langle \cos \theta \rangle = \int_0^\pi \cos \theta \sin \theta d\theta / \int_0^\pi f(\theta) \sin \theta d\theta \quad (1.1)$$

где  $\langle \rangle$  указывают среднее (временные и пространственные средние одинаковы), а  $\cos \theta$  - первого порядка многочлена Лежандра. В изотропной фазе молекулы беспорядочно ориентированы и  $\langle \cos \theta \rangle = 0$ . Мы также знаем, что в нематической фазе вероятность того, что молекула будет ориентирована под углами  $\theta$  и  $\pi - \theta$  та же самая, то есть  $f(\theta) = f(\pi - \theta)$ ; поэтому  $\langle \cos \theta \rangle = 0$ , и поэтому  $\langle \cos \theta \rangle$  не предоставляет никакой информации о параметре ориентационного порядка. Затем рассмотрим среднее значение полином Лежандра второго порядка для параметра порядка:

$$S = \langle P_2(\cos \theta) \rangle = \left\langle \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) \right\rangle = \int_0^\pi \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) f(\theta) \sin \theta d\theta / \int_0^\pi f(\theta) \sin \theta d\theta \quad (1.2)$$

В изотропной фазе, как показано на рис. 1.3 (b)  $f(\theta) = c$ , константа и

$$\int_0^\pi \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) f(\theta) \sin \theta d\theta = \int_0^\pi \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) c \sin \theta d\theta = 0$$

### 1.1.3 Параметр ориентационного порядка в нематике

В нематической фазе  $f(\theta)$  зависит от  $\theta$ . Для идеально упорядоченной нематической фазы, как показано в Рисунке 1.3 (d),  $f(\theta) = \delta$ , где  $\sin \theta \delta(\theta) = \infty$ , когда  $\theta = 0$ ,  $\sin \theta \delta(\theta) = 0$  при  $\theta \neq 0$  и  $\int_0^\pi \delta(\theta) \sin \theta d\theta = 1$ , а параметр порядка  $S = \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta - 1) = 1$ . Следует отметить, что параметр порядка может быть положительным или отрицательным. Два параметра порядка с одинаковой абсолютной величиной, но с разными знаками соответствуют разным состояниям. Когда молекулы все лежат в плоскости, но беспорядочно ориентированы в плоскости, как показано на рис. 1.3 (a), функция распределения равна  $f(\theta) = \delta(\theta - \frac{\pi}{2})$ , где  $\delta(\theta - \frac{\pi}{2}) = \infty$ , когда  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\delta(\theta - \frac{\pi}{2}) = 0$ , когда  $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ , и  $\int_0^\pi \delta(\theta - \frac{\pi}{2}) \sin \theta d\theta = 1$ , а параметр порядка  $S = \frac{1}{2}(3 \cos^2 \frac{\pi}{2} - 1) = -0.5$ . В этом случае среднее направление молекул слабо определено. Директор  $\vec{n}$  определяется направлением одноосной оси материала. На рис. 1.3 (c) показано состояние с функцией распределения  $f(\theta) = (35/16)[\cos^4 \theta + (1/35)]$  которая построена в сравнении с  $\theta$  на рис. 1.3 (e). Параметр порядка  $S = 0.5$ . Многие анизотропии физических свойств связаны с параметром порядка и будут рассмотрены ниже.

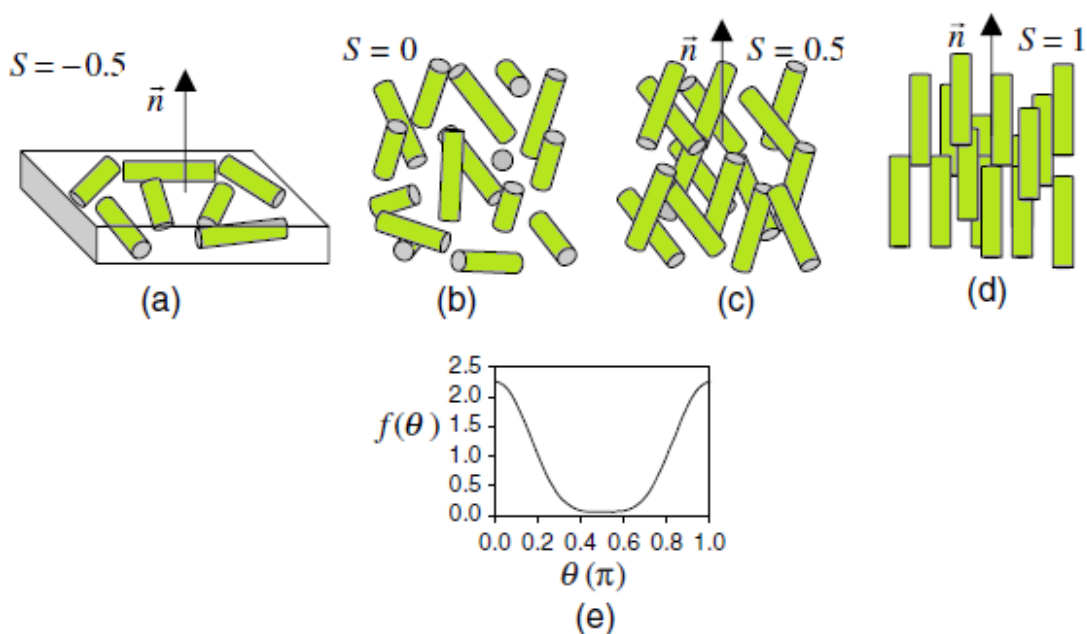


Рисунок 1.3. Схематическая диаграмма, показывающая состояния с различными параметрами ориентационного порядка

#### 1.1.4 Термодинамическая часть плотности свободной энергии

Де Жен распространил теорию Ландау на изотропно-нематический переход, потому что это слабый переход первого рода [24, 30]. Плотность свободной энергии  $f$  материала может быть выражена через параметр порядка  $S$  как

$$f = \frac{1}{2}a(T - T^*)S^2 - \frac{1}{3}bS^3 + \frac{1}{4}cS^4 + \frac{1}{2}L(\nabla S)^2 \quad (1.3)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $L$  - постоянные, а  $T^*$  - виртуальная температура фазового перехода второго рода. Последний член - это затраты энергии при изменении параметра порядка в пространстве, но здесь мы рассмотрим только случай равномерного порядка.

#### 1.1.5 Упругие свойства жидких кристаллов

В нематической фазе жидкокристаллический директор  $\vec{n}$  является однородным в пространстве в основном состоянии. На самом деле, жидкий кристаллический директор  $\vec{n}$  может меняться пространственно из-за ограничений



или внешних полей. Это пространственное преобразование директора, называемое деформацией директора, требует энергии. Когда изменение происходит на расстояние, намного большее, чем размер молекулы, параметр ориентационного порядка не изменяется, и деформация может быть описана теорией континуума, аналогичной классической теории упругости твердого тела. Упругая энергия пропорциональна квадрату скорости пространственного изменения.

#### 1.1.5.1. Упругие свойства нематических жидких кристаллов

Существует три возможных режима деформирования жидкокристаллического директора, как показано на рисунке 1.4. Выберем цилиндрическую координату так, чтобы ось  $z$  была параллельна режиму в начале координат:  $\vec{n}(0) = \hat{z}$ . Рассмотрим вариацию директора на бесконечно малом расстоянии от начала координат. При движении в радиальном направлении возможны два возможных варианта изменения: (1) директор наклоняется к радиальному направлению  $\hat{r}$ , как показано на рис. 1.4 (а), и (2) директор наклоняется к азимутальному направлению  $\hat{f}$ , как показано на рис. 1.4 (b). Первый режим называется *splay*, где директор в  $(\delta \rho, \phi, z = 0)$  является

$$\vec{n}(\delta \rho, z | = 0) = \delta n_\rho(\delta \rho)\hat{\rho} + [1 + \delta n_z(\delta \rho)]\hat{z} \quad (1.4)$$

где  $\delta n_\rho \ll 1$  и  $\delta n_z \ll 1$ . Поскольку  $|\vec{n}|^2 = n_\rho^2 + n_\phi^2 + n_z^2 = (\delta n_\rho)^2 + (1 + \delta n_z)^2 = 1$ , то  $\delta n_z = -(\delta n_\rho)^2/2$ , где  $\delta n_z$  - член более высокого порядка и им можно пренебречь. Скорость пространственного изменения равна  $\partial n_\rho / \partial \rho$ , а соответствующая упругая энергия равна

$$f_{splay} = \left(\frac{1}{2}\right) K_{11} \left(\frac{\partial n_\rho}{\partial \rho}\right)^2 \quad (1.5)$$

где  $K_{11}$  - постоянная упругости.

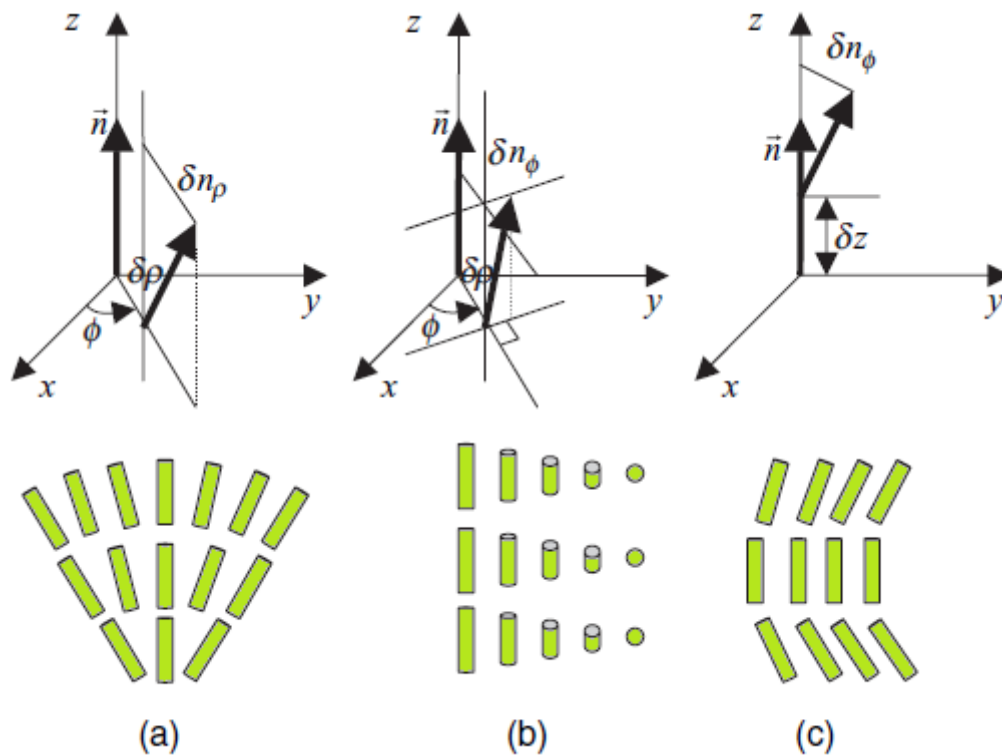


Рисунок 1.4. Три возможных деформации жидкокристаллического директора: (а) splay; (б) поворот; и (с) изгиб

Второй режим называется кручение, где директор в  $(\delta\rho, \phi, z = 0)$  является

$$\vec{n}(\delta\rho, \phi, z = 0) = \delta n_\phi(\delta\rho)\hat{\phi} + [1 + \delta n_z(\delta\rho)]\hat{z} \quad (1.6)$$

где  $\delta n_\phi \ll 1$  и  $\delta n_z = -(\delta n_\phi)^2/2$ , более высокий член порядка, которым можно пренебречь. Скорость пространственного изменения равна  $\partial n_\phi/\partial\rho$ , а соответствующая упругая энергия равна

$$f_{twist} = \left(\frac{1}{2}\right) K_{22} \left(\frac{\partial n_\phi}{\partial\rho}\right)^2 \quad (1.7)$$

где  $K_{22}$  - постоянная упругости скручивания.

При перемещении в направлении  $z$  существует только один возможный вариант изменения, как показано на рисунке 1.4 (с), который называется изгибом.

Режиссер  $(\rho = 0, \phi, \delta z)$  является

$$\vec{n}(\rho = 0, \phi, z) = \delta n_\rho(\delta z)\hat{\rho} + [1 + \delta n_z(\delta z)]\hat{z} \quad (1.8)$$

где  $\delta n_\rho \ll 1$  и  $\delta n_z = -(\delta n_\rho)^2/2$ , более высокий член порядка, которым можно пренебречь.

### 1.1.6 Упругая часть свободной энергии. Теория Озеена-Франка.

Заметим, что при  $\rho = 0$  азимутальный угол недостаточно определен, и мы можем выбрать координату так, чтобы директор наклонялся к радиальному направлению. Соответствующая упругая энергия равна

$$f_{bend} = \left(\frac{1}{2}\right) K_{33} \left(\frac{\partial n_\rho}{\partial z}\right)^2 \quad (1.9)$$

где  $K_{33}$  - постоянная упругого изгиба. Поскольку  $\delta n_z$  - член более высокого порядка,  $\partial n_z/\partial z \approx 0$  и  $\partial n_z/\partial \rho \approx 0$ . Напомним, что

$$\nabla \cdot \vec{n} \Big|_{\rho=0, z=0} = (1/\rho) \partial(\rho n_\rho)/\partial \rho + (1/\rho) \partial n_\phi/\partial \phi + \partial n_z/\partial z = \partial n_\rho/\partial \rho + \delta n_\rho.$$

Поскольку

$\partial n_\rho/\partial \rho$  конечно и  $\delta n_\rho \ll 1$ ,  $\nabla \cdot \vec{n} \Big|_{\rho=0, z=0} = \partial n_\rho/\partial \rho$ . Энергия упругости при растяжении может быть выражена как  $f_{splay} = (1/2) K_{11} (\nabla \cdot \vec{n})^2$ . Поскольку  $\vec{n} = z$ , в начале координат  $\vec{n} \cdot \nabla \cdot \vec{n} \Big|_{\rho=0, z=0} = (\nabla \times \vec{n})_z = \partial n_\phi/\partial \rho$ . Энергия твист-упругости может быть выражена как  $f_{twist} = (1/2) K_{22} (\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n})^2$ . Потому что  $\vec{n} \times \nabla \times \vec{n} \Big|_{\rho=0, z=0} = (\nabla \times \vec{n})_\rho - (\nabla \times \vec{n})_\phi = \partial n_\rho/\partial z$ , энергия упругого изгиба может быть выражена как  $f_{bend} = (1/2) K_{33} (\vec{n} \times \nabla \times \vec{n})^2$ . Соединяя все три слагаемых, получим плотность упругой энергии:

$$f_{ela} = \frac{1}{2} K_{11} (\nabla \cdot \vec{n})^2 + \frac{1}{2} K_{22} (\nabla \times \vec{n})^2 + \frac{1}{2} K_{33} (\vec{n} \times \nabla \times \vec{n})^2 \quad (1.10)$$

Эту упругую энергию часто называют энергией Озеена-Франка, а  $K_{11}$ ,  $K_{22}$  и  $K_{33}$  называются упругими константами Франка из-за его новаторской работы по теории упругих континуумов жидких кристаллов [31]. Значение упругих постоянных можно оценить следующим образом. Когда значительная вариация

директора происходит по длине  $L$ , угол между средними направлениями длинных молекулярных осей двух соседних молекул равен  $(a/L)$ , где  $a$  - размер молекул. Когда средние направления длинной молекулярной оси двух соседних молекул параллельны, энергия межмолекулярного взаимодействия между ними минимальна. Когда среднее направление их длинных молекулярных осей составляет угол  $(a/L)$ , энергия межмолекулярного взаимодействия возрастает до  $(a/L^2)u$ , где  $u$  - энергия межмолекулярного взаимодействия, связанная с ориентацией, составляет около 0.1 эВ. Увеличение энергии взаимодействия представляет собой упругую энергию, т. е.

$$\left(\frac{a}{L^2}\right)u = K_{ii}(\nabla\vec{n})^2 \times \text{молекулярный объем} = K_{ii}\left(\frac{a}{L}\right)^2 a^3$$

Следовательно

$$K_{ii} = \frac{u}{a} \sim 0.1 \times 10^{-19} \frac{J}{1 \text{ nm}} = 10^{-11} N$$

Эксперименты показывают, что обычно константа упругости изгиба  $K_{33}$  является самой большой, а константа упругости скручивания  $K_{22}$  является наименьшей. В качестве примера, при комнатной температуре жидкий кристалл 5СВ имеет эти константы упругости:  $K_{11} = 0.64 \times 10^{-11} N$ ,  $K_{22} = 0.3 \times 10^{-11} N$  и  $K_{33} = 1 \times 10^{-11} N$ .

Константы упругости зависят от температуры. Как показано в теории Майера-Заупе, энергия межмолекулярного взаимодействия  $u$  (усредненное значение потенциала, пропорционально квадрату параметра ориентационного порядка  $S$ ). Поэтому константы упругости пропорциональны  $S^2$ .

Обычно достаточно рассматривать деформации сглаживания, скручивания и изгиба директора жидкого кристалла при определении конфигурации директора, за исключением тех случаев, когда отношение поверхности к объему высокое и еще два слагаемых, называемых членами расходимости (или поверхностью), возможно, придется рассмотреть. Плотность упругой энергии этих членов задается соответственно  $f_{13} = K_{13}\nabla \cdot (\vec{n}\nabla \cdot \vec{n})$  и  $f_{24} = -K_{24}\nabla(\vec{n}\nabla \cdot \vec{n} +$

$\vec{n} \times \nabla \times \vec{n}$ ) [32]. Объемный интеграл этих двух членов можно заменить на поверхностный интеграл по теореме Гаусса.

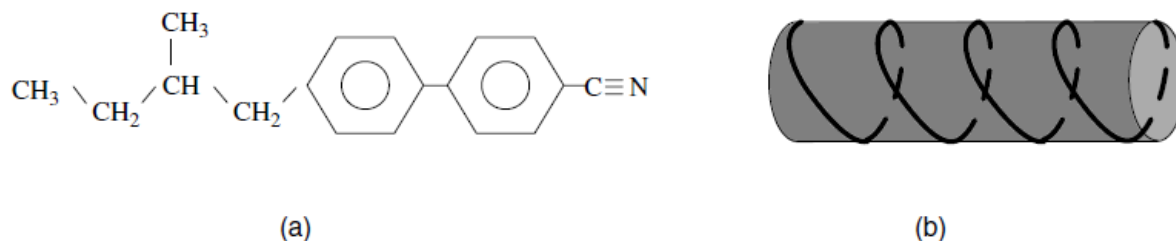


Рисунок 1.5. (а) Химическая структура типичной хиральной молекулы жидкого кристалла; (б) физическая модель молекулы хирального жидкого кристалла

### 1.1.7 Взаимодействие нематических жидких кристаллов с электрическим полем

Жидкие кристаллы представляют собой анизотропные диэлектрические и диамагнитные среды [24,33]. Их удельное сопротивление очень велико ( $\sim 10^{10}$  Ом · см). Дипольные моменты индуцируются в них внешними полями. Они имеют различные диэлектрические проницаемости и магнитную восприимчивость вдоль направлений, параллельных и перпендикулярных директору жидкого кристалла.

#### 1.1.8 Диэлектрическая часть плотности свободной энергии.

Когда к нематическому жидкому кристаллу прикладывается электрическое поле, оно индуцирует поляризацию. Как обсуждалось в первой главе, индуцированная поляризация зависит от ориентации директора жидкого кристалла относительно приложенного поля, поскольку диэлектрическая проницаемость в направлении, параллельном  $\vec{n}$ , отличается от диэлектрической проницаемости в направлении, перпендикулярном  $\vec{n}$ . Когда приложенное поле параллельно  $\vec{n}$ , диэлектрическая проницаемость  $\chi_{\parallel}$ ; когда приложенное поле перпендикулярно  $\vec{n}$ , диэлектрическая проницаемость равна  $\chi_{\perp}$ . Когда приложенное поле не является ни параллельным, ни перпендикулярным к  $\vec{n}$ , приложенное электрическое поле может быть разложено на составляющие,

параллельную  $\vec{n}$ , и другую часть, перпендикулярную  $\vec{n}$ . Наведенная поляризация дается формулой:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_{\parallel} (\vec{E} \cdot \vec{n}) + \varepsilon_0 \chi_{\perp} [\vec{E} - (\vec{E} \cdot \vec{n}) \vec{n}] = \varepsilon_0 [\chi_{\perp} \vec{E} + \Delta\chi (\vec{E} \cdot \vec{n}) \vec{n}] \quad (1.11)$$

Диэлектрические постоянные  $\varepsilon_{\perp}$  и  $\varepsilon_{\parallel}$  связаны с диэлектрическими проницаемостями на  $\varepsilon_{\perp} = 1 + \chi_{\perp}$  и  $\varepsilon_{\parallel} = 1 + \chi_{\parallel}$ . Поэтому  $\Delta\chi = \chi_{\parallel} - \chi_{\perp} = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp} = \Delta\varepsilon$ . Электрическая энергия жидкого кристалла на единицу объема обычно определяется:

$$\begin{aligned} f_{electric} &= -\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 [\chi_{\perp} \vec{E} + \Delta\chi (\vec{E} \cdot \vec{n}) \vec{n}] \cdot \vec{E} \\ &= -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_{\perp} E^2 - \frac{1}{2} \varepsilon_0 \Delta\varepsilon (\vec{E} \cdot \vec{n})^2 \end{aligned} \quad (1.12)$$

Когда приложенное поле мало,  $\Delta\varepsilon$  можно приблизительно рассматривать как константу, не зависящую от поля. Первое слагаемое в правой части уравнения (1.12) не зависит от ориентации директора относительно приложенного поля и, таким образом, можно пренебречь при переориентации жидких кристаллов в электрических полях. Второй член зависит от ориентации директора относительно применимого поля. Когда  $\vec{n}$  перпендикулярно  $\vec{E}$ ,  $(\vec{E} \cdot \vec{n})^2 = 0$ . Когда  $\vec{n}$  является параллельным или антипараллельным  $\vec{E}$ ,  $(\vec{E} \cdot \vec{n})^2 = E^2$ . Если жидкий кристалл имеет положительную диэлектрическую анизотропию ( $\Delta\varepsilon > 0$ ), электрическая энергия минимизируется, когда директор жидкокристаллического анализа является параллельным или антипараллельно применяемому полю; поэтому жидкий кристалл стремится выровнять параллельное (или антипараллельное) к приложенному полю. Напротив, если диэлектрическая анизотропия отрицательна ( $\Delta\varepsilon < 0$ ), то электрическая энергия низка, когда директор жидкого кристалла перпендикулярен приложенному полю; поэтому жидкий кристалл стремится выровнять перпендикулярно к приложенному полю. Диэлектрические отклики жидких кристаллов на электрические поля постоянного и переменного тока одинаковы (за исключением того, что диэлектрические постоянные могут быть частотно-зависимыми). Для

большинства нематических жидких кристаллов диэлектрическая анизотропия находится в области от -5 до +30.

## 1.2 Гидродинамика нематических жидких кристаллов

Предыдущий раздел посвящён случаю, когда ось директора фиксируется во время потока жидкости. В большинстве ситуаций переориентация оси директора часто сопровождает потоки жидкости и наоборот. Принимая во внимание момент инерции  $I$  и крутящий момент и  $\vec{\Gamma} = \hat{n} \times f$ , где  $\vec{f}$  - молекулярное неизменное во времени упругое поле,  $\vec{\Gamma}_{ext}$  - момент, связанный с внешним полем, а  $\vec{\Gamma}_{vis}$  - крутящий момент, связанный с вязкими силами, уравнение движения, описывающее угловое ускорение  $d\Omega / dt$ , поскольку ось директора может быть записана как

$$I \frac{d\Omega}{dt} = (n \times \vec{f} + \vec{\Gamma}_{ext}) - \vec{\Gamma}_{vis} \quad (1.13)$$

Вязкий крутящий момент  $\vec{\Gamma}_{vis}$  состоит из двух компонентов: один, возникающий из-за чистого вращательного эффекта (т. е. не связанного с потоком жидкости), заданного  $\gamma_1 \hat{n} \times \vec{N}$ , и другого, возникающего из-за связи с движением жидкости, заданного равенством  $\gamma_2 \hat{n} \times \hat{A}\hat{n}$ . Поэтому имеем

$$\vec{\Gamma}_{vis} = n \times [\gamma_1 \vec{N} + \gamma_2 \hat{A}n]. \quad (1.14)$$

Здесь  $\vec{N}$  - скорость изменения директора относительно неподвижной фоновой жидкости, заданная формулой

$$\vec{N} = \frac{dn}{dt} - \omega \times n, \quad (1.15)$$

где  $\omega$  - угловая скорость жидкости. В уравнении (1.14)  $\hat{A}$  - тензор градиента скорости. Коэффициенты вязкости  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  связаны с коэффициентом Лесли  $\alpha$  соотношением [34]

$$\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2 \quad (1.16a)$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 + \alpha_3 = \alpha_6 - \alpha_5 \quad (1.16b)$$

Рассмотрим конфигурацию потока. Без магнитного поля и окружающей обстановки равной  $\phi = 0$  имеем

$$\vec{v} = [0, 0, v(x)], \quad (1.17a)$$

$$n = [\sin\theta, 0, \cos\theta] \quad (1.17b)$$

$$A_{xy} = \frac{1}{2} \frac{dv}{dx}, \quad (1.17c)$$

$$N_z = \omega_y n_x = -A_{xz} n_x \quad (1.17d)$$

$$N_x = -\omega_y n_z = A_{xz} n_z \quad (1.17e)$$

Из уравнения (1.14) вязкий крутящий момент вдоль направления  $y$  определяется формулой

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_{vis} &= -\gamma_1 \times (n_z N_x - n_x N_z) - \gamma_2 (n_z n_\mu A_{\mu x} - n_x n_\mu A_{\mu z}) \quad (1.18) \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} [\gamma_1 + \gamma_2 (\cos^2\theta - \sin^2\theta)] \\ &= -\frac{\partial v}{\partial x} [\alpha_3 \cos^2\theta - \alpha_2 \sin^2\theta]. \end{aligned}$$

В установившемся режиме, при котором крутящий момент равен нулю, ориентация оси стабильного директора индуцируется потоком с углом  $\theta_{flow}$ , определяемым

$$\cos 2\theta_{flow} = -\frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \quad (1.19)$$

Для более сложных геометрий потока ориентация оси направления будет принимать соответственно сложные профили

1.2.1 Электрокинетическое движение диэлектрических микрочастиц в жидком электролите.

Результаты исследований движения микрочастиц, находящихся в жидкостях, таких как ЖК, часто обсуждается на протяжении нескольких последних десятилетий. Это связано с широким применением методик



управления движения коллоидных растворов в развивающихся технологиях как «медицинские чипы» и электрофоретические дисплеи.

Изучение движения частицы под действием внешних сил и вязкоупругого отклика окружающей среды представляет дополнительные возможности для анализа поведения и изучения структурированной жидкости в нанометровом диапазоне. Микрориологические методы используются для изучения разнообразных систем как изотропные жидкости, клетки крови, белки, желатин, ДНК, клеточных мембран, клеточные процессы, а также поведение коллоидов около точек фазового перехода, взаимодействие между парами коллоидных сфер и др. В целом, микрореология может быть разделена на два типа. Первым типом является пассивной микрореологией. Он основан на исследовании хаотического движения частицы вследствие тепловых флуктуаций. А активная микрореология – второй тип, основана на изучении смещения объекта при приложении постоянной внешней силы, например, используя электрические, магнитные поля или оптические пинцеты. В диссертационной работе мы будем применять активный тип микрореологических исследований для анализа механизмов взаимодействия внешнего электрического поля с диэлектрическими микрообъектами.

Под электрокинетическим движением объекта будем понимать миграцию заряженной частицы или клетки в жидком растворе или суспензии под воздействием приложенного электрического поля. В общем случае электрокинетические явления возникают, когда заряд разделяется на поверхности на границе раздела между двумя средами. Ионизация, абсорбция и разложение являются основными механизмами, ответственными за приобретения поверхностью частицы заряда [35]. Поверхностный заряд объекта влияет на распределение окружающих ионов в растворе. Противоположные ионы (противоионы) притягиваются к поверхности, а ионы, имеющие тот же знак, что и поверхность, отталкиваются. Из-за теплового движения электростатическое взаимодействие и процесс смешивания вместе приводят к образованию двойного

Изм.	Лист	№ докум.		Дата	ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	25

электрического слоя (ДЭС): тонкого поверхностного слоя и диффузионного слоя (рис. 1.6).

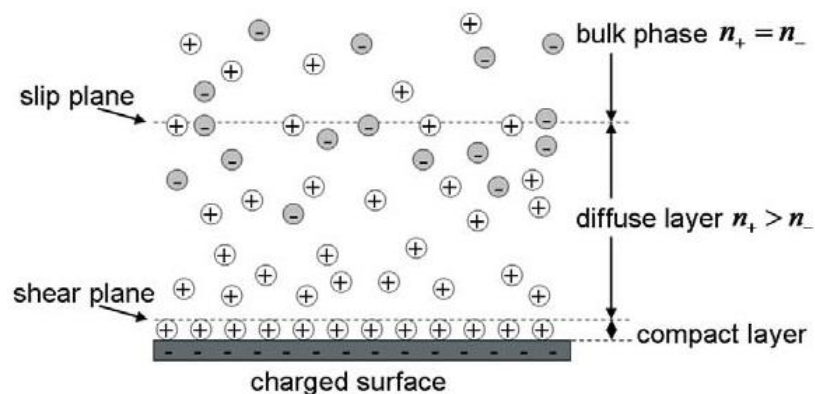


Рисунок 1.6 Структура двойного электрического слоя (ДЭС)[62]

Считается, что область двойного слоя представляет собой пространство, близкое к заряженной поверхности, где количество противоионов значительно выше, чем количество ионов, необходимое для нейтрализации поверхностного заряда. Под действием внешнего электрического поля взаимодействие между зарядами в ДЭС и электрическим полем будет приводить в движение жидкую или твердую фазу. Для частиц, которые свободно диспергируются в жидкости, кулоновская сила, действующая на поверхностный заряд, заставит частицы мигрировать, так называемому электрофорезу. Вместе с несколькими другими явлениями как диффузофорез, капиллярный осмос, электроосмосис, образуют основной тип электрокинетических явлений.[36,37]. Электрокинетическое движение микрочастиц или клеток в большинстве устройств типа «лаборатория на чипе» возникают в ограниченном пространстве микроканала под действием приложенного электрического поля.

### 1.2.2 Электрофорез

На рис. 1.7 показана частица с положительно заряженной поверхностью, взвешенная в жидкости, и расположенная между двумя электродами. Под действием приложенного электрического поля заряженная частица перемещается

на противоположный электрод. Это движение осуществляется посредством кулоновского взаимодействия зарядов ДЭС и электрического поля.

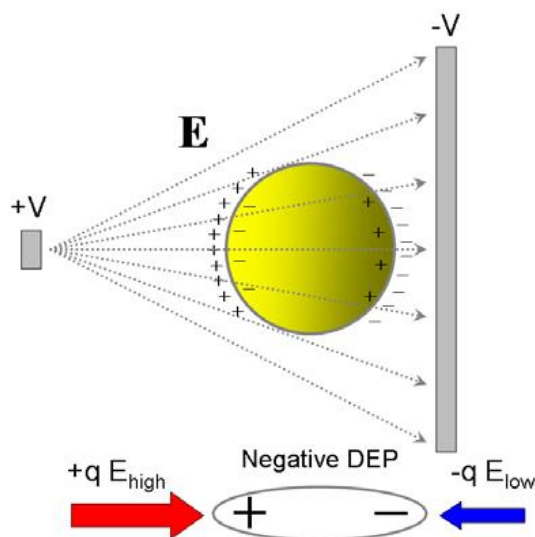


Рисунок 1.7 Частица находящаяся в электрическом поле [38].

Под действием поля напряженности  $E$  электрофоретическая сила, действующая на частицы с зарядом  $q$ , определяется следующим выражением:  $F_{EPH} = qE$ . Электрофоретическая скорость частиц, движущихся в среде, пропорциональна напряженности электрического поля. Коэффициент пропорциональности называется электрофоретической подвижностью  $\mu$ . Электрофоретическая подвижность пропорциональна величине поверхностного заряда и зависит от обратного значения размера частицы [39]:

$$\mu_{EPH} = \frac{v}{E} = \frac{q}{f}, \quad (1.20)$$

где  $v$  - электрофоретическая скорость,  $E$  - напряженность электрического поля,  $f = 6\pi\eta r$  - параметр Стокса для сферической частицы,  $\eta$  - вязкость окружающей среды,  $r$  - радиус объекта. Для случая толстого диффузионного слоя, частица может рассматриваться как заряженная точка в постоянном электрическом поле, тогда электрофоретическая скорость вырежется через уравнение Хюккеля [39]:

$$v = -\frac{2}{3} \frac{\varepsilon_m \xi \rho}{\mu} E, \quad (1.21)$$

Где  $\varepsilon_m$ - диэлектрическая проницаемость среды,  $\xi_\rho$ - зета потенциал частицы, который является единицей измерения поверхностного заряда микрочастицы. Для случая тонкого диффузионного слоя, который как правило образуется вокруг больших частиц микронного размера, электрофоретическая скорость определяется уравнением Гельмгольца- Смолуховского [39]

$$v = -\frac{\varepsilon_m \xi_\rho}{\mu} E. \quad (1.22)$$

Большинство исследований, основанных на явлении электрофореза, сфокусированы на разделении и характеристике микробов, таких как вирусы, бактерии и био-молекул (ДНК, протеины). Одна из причин применения электрофореза находится в возможности создания узкой пробки из исследуемых молекул, по средствам которой их более просто обнаружить и разделить. Капиллярный электрофорез является одним из основных методов по разделению веществ по их заряду и силе трения. Капиллярный электрофорез является очень важным методом при анализе одиночных клеток для химической цитометрии и анализа внутриклеточных компонент раскрываемые электроферодрамами [40-42] Ичики в 2002 г. продемонстрировала чип, работающий на микрокапиллярном электрофорезе для иммунного анализа кровяных клеток. Изменения в скорости миграции клеток возникает из-за вариации заряда на поверхности после присоединения антител; позволял быстро обнаруживать защитную реакцию и определять тип клетки. Обычный электрофорез используется как один из методов разделения частиц.

### 1.2.3 Диэлектрофорез

Диэлектрофорез обусловлен взаимодействием диэлектрических частиц, диспергированных в диэлектрике под влиянием неравномерного электрического поля [43-45]. Диэлектрические частицы и окружающая среда поляризуются под действием внешнего электрического поля. Из-за поляризации заряды разделяются внутри частицы и на границе раздела частиц с жидкостью и вызывают

индуцированные дипольные моменты. Эффективный дипольный момент сферической частицы определяется выражением [44,45]:

$$p_{eff} = 4\pi\epsilon_m r^3 K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega) E, \quad (1.23)$$

где  $K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega)$  – фактор Клаузиуса-Миссоги, который зависит от диэлектрических характеристик среды и частицы, а также частоты приложенного электрического поля.

$$K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega) = \frac{\epsilon_p^* - \epsilon_m^*}{\epsilon_p^* + 2\epsilon_m^*} \quad (1.24)$$

Где  $\epsilon_{p,m}^*$  – комплексная диэлектрическая проницаемость частицы и окружающей среды.

Для однородных сред и частиц диэлектрическая проницаемость определяется по формуле:

$$\epsilon_{p,m}^* = \epsilon_{p,m} + \frac{\sigma_{p,m}}{i\omega}. \quad (1.25)$$

В отличие от электрофоретической силы, которая представляет собой Кулоновскую силу, действующую на поверхностный заряд частицы, диэлектрофоретическая сила может быть представлена как набор несбалансированных Кулоновских сил, действующих на индуцированный диполь. В таком случае диэлектрофоретическую силу можно записать как [44,45]:

$$F_{DEP} = p_{eff} \nabla E = 2\pi\epsilon_m r^3 K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega) \nabla |E|^2. \quad (1.26)$$

Как видно из уравнения (1.26), диэлектрофоретическая сила определяется диэлектрическими свойствами частицы, ее формой и размером, а также частотой, амплитудой и неоднородностью электрического поля. Однако наличие этой силы не требует наличия поверхностных зарядов в объекте. Таким образом, все частицы, помещенные в пространственно неоднородное электрическое поле, испытывают диэлектрофоретический эффект. При движении частицы через область неоднородности электрического поля внутри микроканала:

электрокинетическое движение частицы представляет комбинацию двух эффектов электрофореза и диэлектрофореза. Результирующая сила, действующая на частицу, постоянна и определяется выражением  $F_{St} + F_{EPH} + F_{DEP} = 0$ . Подставляя выражения (1.23) и (1.26) в уравнение, значение электрокинетической скорости будет определяться как:

$$v = -\frac{\epsilon_m(\zeta_w - \zeta_p)}{\mu} E + \frac{\epsilon_m r^2 K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega)}{3\mu} \nabla |E|^2. \quad (1.27)$$

Разделение клеток и частиц является одним из важнейших применений диэлектрофореза. Диэлектрофоретическая сила способна вызывать не только трансляционное движение объекта, но и его вращение. Высоко неоднородное электрическое поле, необходимое для перемещения микрочастицы, может быть создано и при низком значении напряжения. Неоднородность электрического поля задается несколькими методами, такими как статическое пространственное изменение (при приложении постоянного электрического поля), время переменное динамическое изменение (при приложении переменного электрического поля) или пространственно-временное изменение (электровращение, бегущая волна). В этом разделе будут описаны некоторые методы, основанные на диэлектрофоретических манипуляциях клетками и микрообъектами.

Из уравнения (1.27) следует, что сила и направление диэлектрофоретическая сила зависит от диэлектрических свойств среды и частиц, их размера, величины приложенного напряжения и частоты сигнала. Самый простой способ изменить значение диэлектрофоретической силы – это изменить частоту электрического поля. Чтобы сформировать пространственно неоднородное электрическое поле в микроканале, обычно используют и помещают в сеть микроканалов ряд металлических электродов. Согласно цели, АС-диэлектрофорез широко используется для разделения, фокусировки, позиционирования частиц и клеток. В соответствии с подвижностью частицы АС-диэлектрофорез может быть классифицирован двумя типами: 1) АС-диэлектрофорез при котором выделенная

частица после разделения постоянно движется (разделение в свободном потоке) и 2) и АС-диэлектрофорез, при котором выделенная частица статически накапливается в определенном месте. Впервые исследование второго типа АС-диэлектрофореза было проведено в начале 60х годов проф. Полем [43], Масоном и Твонсли в 1971 г. Однако результаты, достигнутые в этом направлении, были скромными до начала 1990-х годов. В 1992 г. Gascoyne and Pethig et al разработали усложненную микротехнологию, предназначенную для разделения частиц с помощью диэлектрофореза на основе набора заостренных микроэлектродов. Прикладывая определенную частоту, на объект действовала положительная или отрицательная ДЭФ сила. На частицы, влияет положительная ДЭФ сила, скапливаясь в глубокой потенциальной яме на границе электрода. Хотя частицы, подвергаются воздействию отрицательной ДЭФ силы, удерживаются в неглубокой потенциальной яме в свободной области между соседними электродами. При протекании потока жидкости между электродами, частицы, располагающиеся между электродами сравнительно легко покидали свои позиции, в то время как переместить объекты, находящиеся возле электродов, было сравнительно сложно. Этот метод обеспечивал очень высокую эффективность разделения частиц [46-49].

Другой тип эффекта ДЭФ возникает из-за взаимодействия между поляризованными частицами и движущимися электрическими полями, генерируемыми рядом электродов, на которых потенциалы поля, приложенные к соседним электродам, различаются фазовым сдвигом  $90^\circ$ . В нормальном растворе индуцированный диполь должен двигаться в направлении пиков бегущей волны. В этом случае, поле бегущей волны движется значительно быстрее, вследствие этого время релаксации диполя становится большим. Вследствие этого формирование индуцированного диполя будет происходить позднее электрического поля. Разделение между диполем и пиками поля послужит причиной возникновения силы, действующей на частицу и вызывающей ее трансляционное движение вдоль электродов.

Как показано, действующая ДЭФ сила, на сферической микрочастице радиусом  $r$ , в поле бегущей волны  $E$ , определяется как:

$$F_{twDEP} = -\frac{4\pi\epsilon_m r^3}{\lambda} \text{Im} [K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega)] E^2, \quad (1.28)$$

где  $\lambda$  - длина бегущей волны,  $\text{Im} [K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega)]$  - мнимая часть фактора Клаузиуса-Массоти. Из баланса ДЭФ силы и силы Стокса можно вычислить трансляционную скорость движения объекта [46]:

$$v_{twDEP} = -\frac{2\pi\epsilon_m r^3}{3\lambda\mu} \text{Im} [K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega)] E^2. \quad (1.29)$$

ДЭФ применяется во множествах приложениях связанных с манипулированием биологическими микрочастицами. Начиная с 1980 г. ДЭФ бегущей волны изучались экспериментально и теоретически в нескольких группах [46-51].

Электровращение – эффект аналогичный ДЭФ бегущей волны, он также как и ДЭФ возникает вследствие задержки формирования индуцированного диполя по отношению к бегущей волне электрического поля. Однако, для случая электровращения, как правило, четыре электрода располагаются по окружности. Сдвиг фаз между соседними электродами составляет 90. Таким образом, электрическое поле является бегущим по окружности вместо трансляционного движения в случае ДЭФ бегущей волны. Когда поляризованная частица находится в центре между электродами, индуцированный диполь будет запаздывать за вращением электрического поля. В результате этого возникает ненулевой угол между электрическим полем и диполем (рис) и индуцированный момент вращения. В общем случае средне значение вращательного момента  $\Gamma$ , индуцированного в сферической частице радиуса  $r$ , находящейся во вращательном электрическом поле  $E$ , записывается в виде [52]:

$$\Gamma = -4\pi\epsilon_m r^3 \text{Im} [K_{CM}(\epsilon, \sigma, \omega)] E^2 \quad (1.30)$$

Учитывая силу трения окружающей среды, скорость вращения объекта имеет вид:



$$\Omega = -\frac{\varepsilon_m r^3}{2\mu} \operatorname{Im} [K_{CM}(\varepsilon, \sigma, \omega)] E^2. \quad (1.31)$$

Из уравнений (1.28) - (1.29) видно, что сила, действующая на микрочастицу со стороны бегущей волны ДЭФ силы, а также вращательный момент пропорциональны квадрату электрического поля, а не градиенту квадрата электрическому полю, как показывает уравнение (1.24). Более того, данные параметры пропорциональны мнимой части фактора Клаузиуса-Массоти, а не действительной.

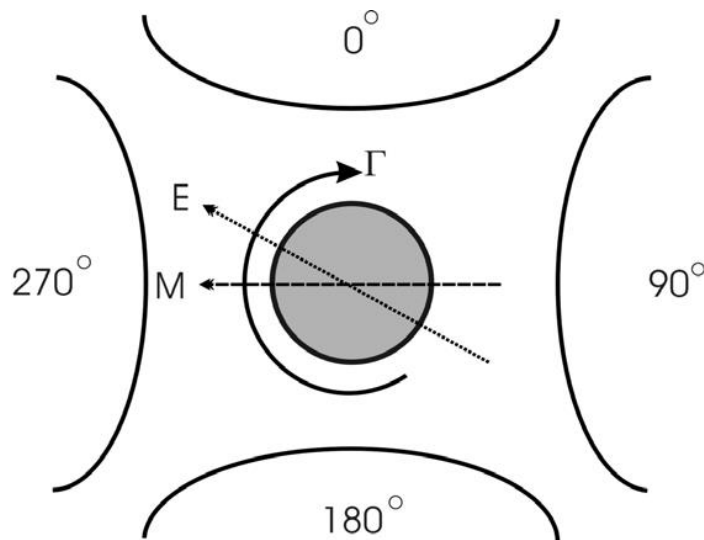


Рисунок 1.8. совмещение эффектов ДЭФ, которые приводят к явлению электровращения частицы [38]

Приведенный анализ предполагает, что частица может подвергаться влиянию как обычного ДЭФ, так и электровращению или ДЭФ бегущей волны одновременно. С тех пор, как впервые наблюдалось явление электровращения, оно стало активно применяться для внутреннего анализа структуры одиночной клетки. [51-55].

#### 1.2.4 Нелинейные электрокинетические явления

Под действием внешнего электрического поля, на частицу, покрытую ДЭС из ионов, действует сила, приводящая в движение ионы и окружающую жидкость. Скорость движения в виде электрофоретического или электроосмотического течения пропорциональна электрическому полю, которая для тонкого ДЭС

определяется уравнением Гельмгольца-Смалуховского (1.22). Как представлено ранее, линейный электрокинетический эффект достаточно давно известен. Однако на границе раздела между электролитом и плоскостью поляризации существует еще одно электрическое явление. Это явление было обнаружено только несколько десятилетий назад и не может быть объяснено классической линейной электрической теорией. Это явление было названо электрокинетика индуцированного заряда (ЭИЗ) и характеризуется нелинейной зависимостью электрокинетического движения от амплитуды приложенного напряжения. Первая попытка создания общей теории для описания данного эффекта принадлежит группе русских ученых. Пионерскими работами в этой области пренебрегали до 2000 г., когда Скуаер и Базант приступили к разработке теоретической модели для общего описания индуцированного заряда. В их работе было сделано предположение, что поляризованный цилиндр (например, инертная металлическая проволока) радиусом  $r$  в растворе электролита и подвержен влиянию слабого пространственно однородного электрического поля  $E$ . В начальный момент при взаимодействии поля с проводящим цилиндром, силовые линии электрического поля пересекают поверхность объекта перпендикулярно (рис.1.9) [56,57].

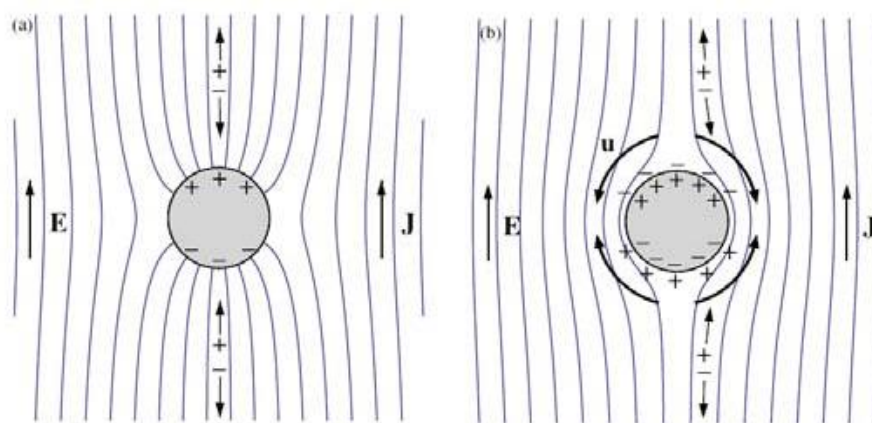


Рисунок 1.9 Расположение силовых линий в стандартной модели и силовых линий в обновленной модели [38]

Электрический ток  $J = \sigma E$  переносит положительно заряженные ионы в водном растворе на одну сторону проводника и отрицательно заряженные ионы на

противоположную сторону, образуя положительный заряд на поверхности равной величины. При разработке модели авторы игнорировали поверхностную проводимость или реакцию Фарадея, которые переносят нормальный ток на поверхности. Ионный заряд накапливается в жидкости вблизи поверхности проводника с образованием ДЭС. Этот биполярный заряд может расти до достижения равновесия, и ни одна линия электропередачи не проникает в ДЭС (рис.1.10). В этот момент все силовые линии электрического поля будут отталкиваться от проводника и проходить параллельно его поверхности.

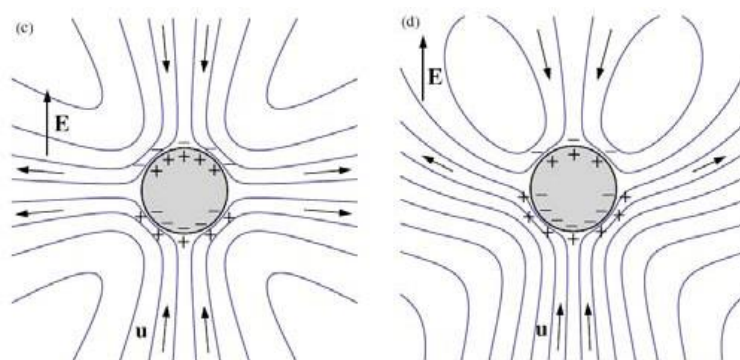


Рисунок 1.10 проводящий цилиндр в квадруполье в электролите [38]

Однако, индуцированный зета-потенциал на поверхности проводника очевидно не однороден. Под действием тангенциальной составляющей электрического поля вокруг проводника формируется соответствующий поток квадруполье, электролит приходящий в движение от полюсов к экватору проводника (рис.1.10). При смене направления приложенного поля изменяется и полярность зета-потенциала на всей поверхности. Скорость потока при индуцированном заряде определяется формулой:

$$v = -\frac{\epsilon_m r E^2}{\mu} v \quad (1.32)$$

Для пространственно неоднородного электрического поля скорость равна:

$$v = -\frac{\epsilon_m r^2}{\mu} |\nabla E^2|. \quad (1.33)$$

Модели Базанта и Скуаера подходят для систем с малым -потенциалом и напряженностью электрического поля. Игнорирование этих условий может привести к значительным усложнениям физики описываемого процесса.

По мере увеличения напряженности электрического поля, процессы, ответственные за нелинейность начинают играть важную роль, в определении скорости перемещения объекта. Теория нелинейного электрофореза была первоначально разработана Духиным и Симоновой в 1976 году. В этой работе авторы определили компоненты нелинейной электрофоретической силы. Вывод основывался на стандартной кинетической модели ДЭС и поток ионов рассчитывался только через диффузионный слой ДЭС [58].

В 2003 г. предложена теория, позволяющая вычислить значение электрофоретической подвижности и скорости объекта под действием сильного электрического поля, не прибегая к стандартной модели [59]. Расчеты проводились на основе вычисления поверхностной проводимости  $K^\sigma$  или числа Духина  $\Delta u$ . Задача нахождения нелинейной электрофоретической подвижности решена путем метода последовательного приближения при разложении скорости движения в ряд по степеням  $E$ . На первом этапе рассчитывалось воздействие внешнего электрического поля на поля, относящиеся к линейному отклику системы при равномерном распределении ионов. Этот метод приводит к хорошо известной поляризации ДЭС. В этом случае отклонения распределения электрического потенциала и концентрации электролита, вызванные индуцированным полем, пропорциональны первой степени внешнего поля. На втором этапе определяется взаимодействие между этими двумя отклонениями, из которого следует возникновение распределения потенциала и концентрации ионов пропорционального второй степени напряженности внешнего поля. В итоге взаимодействия зарядов частицы и окружающего ее электролита с полем возникает сила. Значение этой силы пропорционально третьей степени электрического поля. Из баланса силы Стокса и силы, генерируемой нелинейным электрофорезом, видно, что скорость объекта пропорциональна нечетной степени

приложенного электрического поля.  $v = \mu^{(1)}E + \mu^{(3)}E$  Позднее полученные теоретические результаты были подтверждены экспериментами [59].

### 1.2.5 Электрокинетические явления в жидких кристаллах

Жидкие кристаллы широко известны в связи с их широкими коммерческими приложениями в дисплейных технологиях. Уникальные свойства ЖК (текучесть и высокая чувствительность к внешним электрическим и магнитным полям) [21] тоже являются перспективным направлением в таких приложениях, как microfluidic and lab-on-chip устройствах. Применение жидких кристаллов в развивающихся технологиях основано на специфических эффектах (как, например, обратный поток), возникающих в данном материале, и могут быть использованы для манипуляции и микро- и нанообъектами. Несмотря на длительную историю исследований в области электрокинетики, электрокинетические явления в анизотропных коллоидах (например, жидкие кристаллы, ДНК, ориентированные растворы наночастиц) полностью не изучены, а также полностью не выяснены механизмы взаимодействия электрического поля с коллоидными частицами. Это объясняется тем, что исследования электрокинетических явлений в анизотропных жидкостях находятся на начальном этапе. В сравнении с изотропными жидкостями, анизотропные материалы обладают несколькими отличительными особенностями, как анизотропия физических свойств (вязкость, проводимость, диэлектрическая проницаемость и др.) а также существование анизотропных гидродинамических взаимодействий между коллоидами. Наиболее привлекательной особенностью данного типа коллоидных материалов является его чувствительность к внешним полям (электрическому, магнитному) что делает возможным применение их в качестве интеллектуальных и управляемых материалов в различных устройствах.

Недавно было показано, что жидкие кристаллы могут быть успешно применены для манипуляции и разделения микро и нано-объектов под действием внешних полей. Эти исследования в большей степени были сосредоточены на

Изм.	Лист	№ докум.		Дата	ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	37

изучении движения микрочастиц в направлении параллельном электрическому полю. В настоящий момент выявлено несколько механизмов, влияющих на данное движение микро- и нанообъектов в жидком кристалле, как диэлектрофорез, электрофорез, сила упругого захвата, взаимодействие упругих диполей. Другая аналогична  $F_{DEP}$ , но возникает из градиента поля директора ЖК  $\nabla \vec{n} \neq 0$ , который может существовать из-за z-компонент электрического поля. Эта диэлектрофоретическая сила ( $F_D$ ) может существовать даже в пространственно однородном поле  $F_D = -\frac{\partial W_D}{\partial x}$ ,  $W_D = -g\pi\epsilon_0 V^2 \int_0^r \left[ \left( L\epsilon_{eff}^{-1} + \int_{-\sqrt{r^2-R^2}}^{+\sqrt{r^2-R^2}} \left( \epsilon_{MP}^{-1} - \epsilon_{LC}^{-1}(x_p + x) \right) dx \right) - \epsilon_{eff}/L \right] R dR$ ,  $\epsilon_{LC}(x) = \epsilon_{\perp} \sin^2 \theta(x) + \epsilon_{\parallel} \cos^2 \theta(x)$ , ( $x_p$ -координата центра масс микрочастиц) [60].

Третья - упругая сила захвата  $F_{ETF} = \frac{Kr^3}{\xi^3}$ ,  $\xi = \frac{L}{V_{app}} \sqrt{\frac{K}{\epsilon_0 \Delta \epsilon}} \approx 10 \div 15 \mu m$  - длина когерентности), действующая за счет упругого деформации структуры НЖК [38,61,62].

## 2.МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖК

### 2.1 Расчет электрического поля

Электрическое поле  $\vec{E}$  связано с электрическим потенциалом  $\phi$  на  $\vec{E} = -\nabla\phi$ . Жидкие кристаллы представляют собой диэлектрические среды, и внутри них обычно нет свободных зарядов. Из уравнений Максвелла имеем

$$\nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot (\vec{\epsilon} \cdot \vec{E}) = -\nabla \cdot (\vec{\epsilon} \cdot \nabla\phi) = 0 \quad (2.1)$$

Сначала рассмотрим простой случай, когда среда изотропна и однородна. Уравнение (2.1) становится

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (2.2)$$

который известен как уравнение Лапласа. Для решения уравнения Лапласа было разработано несколько подходов. Простым и основным методом является конечно-разностный метод (КРМ) [63].

В КРМ регулярная сетка используется в области, в которой должно быть найдено решение. В качестве примера рассматриваемой областью является прямоугольник с длинами  $L_x$  и  $L_y$  в направлениях  $x$  и  $y$ . Мы накладываем сетку на прямоугольник. Единичная ячейка сетки представляет собой квадрат с длиной  $\Delta$ . В каждой точке решетки сетки потенциал  $\phi(i, j)$ , а уравнение Лапласа аппроксимируется формулой

$$\frac{\phi(i+1, j) + \phi(i-1, j) - 2\phi(i, j)}{\Delta^2} + \frac{\phi(i, j+1) + \phi(i, j-1) - 2\phi(i, j)}{\Delta^2} = 0 \quad (2.3)$$

Где  $i = 0, 1, 2, \dots, N_x (N_x = L_x/\Delta)$  и  $j = 0, 1, 2, \dots, N_y (N_y = L_y/\Delta)$ . Преобразование уравнения (2.3) имеем

$$\phi(i, j) = \frac{1}{4} [\phi(i+1, j) + \phi(i-1, j) + \phi(i, j+1) + \phi(i, j-1)] \quad (2.4)$$

Обычно задан потенциал на границе. Предположим начальное условие  $\varphi_0(i, j)$ , что согласуется с граничным условием. Потенциал в любой точке сетки можно вычислить из предполагаемых потенциалов в ближайших соседних точках соседства, используя приведенное выше уравнение. При расчете самые последние доступные значения потенциала всегда используются в правой части уравнения. Решение уравнения Лапласа можно вычислить итеративно. Этот процесс имеет недостаток, что он довольно медленно сходится к решению уравнения Лапласа. Скорость конвергенции можно улучшить с помощью метода «овер-релаксации»:

$$\begin{aligned} \varphi^{\tau+1}(i, j) = & (1 - \alpha)\varphi^{\tau}(i, j) & (2.5) \\ & + \frac{\alpha}{4} [\varphi^{\tau}(i + 1, j) + \varphi^{\tau}(i - 1, j) + \varphi^{\tau}(i, j) + 1 \\ & + \varphi^{\tau}(i, j - 1)] \end{aligned}$$

Где  $\tau$  - порядок итерации,  $\alpha$  - константа релаксации, которая должна быть положительной константой, меньшей 1.5, чтобы получить устойчивое решение. Уравнение (2.5) можно переписать как

$$\begin{aligned} \varphi^{\tau+1}(i, j) = & \varphi^{\tau}(i, j) \\ & + \frac{\alpha}{4} [\varphi^{\tau}(i + 1, j) + \varphi^{\tau}(i - 1, j) - 2\varphi^{\tau}(i, j) + \varphi^{\tau}(i, j - 1) - 2\varphi^{\tau}(i, j)] \end{aligned}$$

то есть,

$$\varphi^{\tau+1}(i, j) = \varphi^{\tau}(i, j) + \frac{\alpha\Delta^2}{4} \left[ \frac{\partial^2 \varphi^{\tau}}{\partial x^2}(i, j) + \frac{\partial^2 \varphi^{\tau}}{\partial y^2}(i, j) \right] \quad (2.6)$$

Как  $\varphi^{(i,j)}(i, j)$  приближается к фактическому решению уравнения Лапласа, изменение  $\Delta\varphi^{\tau}(i, j) = \varphi^{\tau+1}(i, j) - \varphi^{\tau}(i, j)$  становится все меньше и меньше. Когда  $\varphi^{\tau}(i, j)$  больше не изменяется, т. е.

$$\frac{\partial^2 \varphi^{\tau}}{\partial x^2}(i, j) + \frac{\partial^2 \varphi^{\tau}}{\partial y^2}(i, j) = 0$$

выполняется уравнение Лапласа. В численном расчете итерация останавливается, когда максимум  $|\Delta\varphi_m|$  абсолютных значений  $\Delta\varphi^{\tau}(i, j)$  в точках решетки на сетке меньше заданного значения. Для трехмерной неоднородной анизотропной среды потенциал можно вычислить численно



$$\begin{aligned}
\varphi^{\tau+1}(i, j) &= \varphi^{\tau}(i, j, k) + \frac{\alpha \Delta^2}{4} \nabla \cdot (\vec{\varepsilon} \cdot \nabla \varphi)^{\tau}(i, j, k) \\
&= \varphi^{\tau}(i, j, k) \\
&+ \frac{\alpha \Delta^2}{4} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon_{11} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon_{12} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon_{13} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \right]^{\tau}(i, j, k) \\
&+ \frac{\alpha \Delta^2}{4} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon_{21} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon_{22} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon_{23} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \right]^{\tau}(i, j, k) \\
&+ \frac{\alpha \Delta^2}{4} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_{31} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_{32} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_{33} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \right]^{\tau}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

## 2.2 Расчет поля директора

В некоторых случаях проще описать жидкокристаллический директор  $\vec{n}$  в терминах полярного угла  $\theta$  и азимутального угла  $\phi$ . Углы могут меняться в одном, двух или трех измерениях. Сначала рассмотрим простой случай: переход Фредерикса в геометрию смещения. Директор жидкого кристалла представлен углом наклона  $\vec{n} = \cos \theta(z) \hat{x} + \sin \theta(z) \hat{z}$ , где ось  $z$  находится в нормальном направлении ячейки. Электрическое поле применяется в нормальном направлении ячейки. уравнение плотности свободной энергии

$$f = \frac{1}{2} (K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta) \theta' + \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0(\varepsilon_{\perp} + \Delta\varepsilon \sin^2 \theta)} \tag{2,8}$$

Где  $\sigma$  - плотность свободного поверхностного заряда,  $\theta' = \partial\theta/\partial z$ . Заметим, что здесь  $\theta$  - угол между директором жидкого кристалла и осью  $x$ . В равновесном состоянии полная свободная энергия  $F = \int_0^h f dz$  сведена к минимуму, а конфигурация директора  $\theta_{eq}(z)$ , которая удовлетворяет уравнению Эйлера-Лагранжа:

$$\begin{aligned}
-\frac{\delta f}{\delta Q} \Big|_{eq} &= \left[ \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial f}{\partial \theta'} \right) \right] \Big|_{eq} \\
&= (K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta) \theta_{eq}'' \\
&+ (K_{33} - K_{11}) \sin \theta_{eq} \cos \theta_{eq} \theta_{eq}'^2 + \frac{\sigma^2 \Delta \sin \theta_{eq} \cos \theta_{eq}}{\varepsilon_0(\varepsilon_{\perp} + \Delta\varepsilon \sin^2 \theta)^2} \\
&\equiv u(\theta_{eq}) \theta_{eq}'' + w(\theta_{eq}, \theta_{eq}') = 0
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Если изначально система не находится в состоянии равновесия,  $\theta(z) = \theta_{in}(z)$ . Он будет расслабляться в состоянии равновесия. Динамическое уравнение, определяющее релаксацию системы, задается уравнением:

$$\gamma_r \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{df}{d\theta} = -\frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial f}{\partial \theta'} \right) = u(\theta)\theta'' + w(\theta, \theta') \quad (2.10)$$

Используя это уравнение, угол в момент времени  $t = \Delta t$  можно рассчитать по углу в момент времени  $t$

$$\theta^{t+\Delta t} = \theta^t + \frac{\Delta t}{\gamma_r} [u(\theta^t)\theta''^t + w(\theta^t, \theta'^t)] \quad (2.11)$$

Когда система достигает состояния равновесия, конфигурация директора больше не изменяется и  $\partial \theta / \partial t = -\delta f / \delta \theta = 0$ . Уравнение (2.10) может не описывать фактический динамический процесс, потому что гидродинамический эффект не рассматривается, но окончательная полученная конфигурация директора является фактическим одним из состояний равновесия.

В численном расчете жидкокристаллическая ячейка дискретизируется в 1-мерную сетку с  $N$  узлами решетки. Длина блока решетки равна  $\Delta z = h/N$ . На шаге  $\tau$  угол наклона в узле решетки  $i$  равен  $\theta(i) (i = 1, 2, 3, \dots, N)$ . Производные рассчитываются по формуле

$$\theta'^\tau(i) = \frac{\theta^\tau(i+1) - \theta^\tau(i-1)}{2\Delta z} \quad (2.12)$$

$$\theta''^\tau(i) = \frac{\theta^\tau(i+1) + \theta^\tau(i-1) - 2\theta^\tau(i)}{(\Delta z)^2} \quad (2.13)$$

Угол на шаге  $\tau + 1$  можно вычислить

$$\theta^{\tau+1}(i) = \theta^{\tau}(i) + \Delta\theta^{\tau}(i) \quad (2.14)$$

$$\Delta\theta^{\tau}(i) = \alpha(\Delta z)^2 \{u[\theta^{\tau}(i)]\theta''^{\tau}(i) + w[\theta^{\tau}(i), \theta'^{\tau}(i)]\} \quad (2.15)$$

Где  $\alpha$  - постоянная релаксации, которая должна быть достаточно малой, чтобы избежать некорректных решений. В численном расчете, если изменение  $\Delta\theta^{\tau}(i)$  на всех узлах решетки сначала рассчитывается с использованием углов на шаге  $\tau$ , а затем обновляются углы на всех узлах решетки,  $\alpha$  должно быть меньше  $0.5/u[\theta^{\tau}(i)]$ , чтобы избежать неустойчивые решения. Если вычисляется изменение  $\Delta\theta^{\tau}(i)$  на каждом узле решетки, а затем угол при том, что узел решетки немедленно обновляется, известный как метод релаксации,  $\alpha$  может использоваться более  $1/u[\theta^{\tau}(i)]$ . В численном расчете полное изменение угла

$$T\theta = \sum_{i=0}^N |\Delta\theta^{\tau}(i)|$$

на каждом этапе необходимо контролировать.  $T\theta$  уменьшается по мере того, как релаксация протекает и становится равной нулю при достижении равновесной конфигурации. В действительности, при численном расчете  $T\theta$  уменьшается, но никогда не станет точно равным нулю. Когда  $T\theta$  становится достаточно малым, расчет может быть остановлен.

Если закрепление жидкого кристалла на границах бесконечно сильно, угол на границе фиксирован. Если углы преднаклона на границах  $z=0$  и  $z=h$  являются  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , соответственно, и граничные условия  $\theta(0) = \theta_1$  и  $\theta(N) = \theta_2$ . Если якорная энергия слабая с помощью якорной энергии  $W$ , граничными условия являются  $\theta'(0) = (W/K_{11})\theta(0)$  и  $\theta'(N) = -(W/K_{11})\theta(N)$ , которые дают  $\theta(0) = \theta(1)/(1 + \Delta z W/K_{11})$  и  $\theta(N) = \theta(N-1)/(1 - \Delta z W/K_{11})$ .

Представление угла является допустимым методом, когда изменение угла внутри ячейки меньше  $90^\circ$ . В противном случае его необходимо тщательно обрабатывать в случае, когда режимы жидкого кристалла на двух соседних узлах решетки являются антипараллельными. Численный расчет может привести к большой упругой энергии, а фактическая энергия упругости равна нулю, так как  $\vec{n}$  и  $-\vec{n}$  эквивалентны.

Если для описания ориентации директора жидкого кристалла необходимы два угла, скажем  $\theta(z)$  и  $\phi(z)$ , полная свободная энергия дается формулой

$$F = \int_0^h f[\theta, \phi, \theta', \phi', z] dz \quad (2.16)$$

В методе численной релаксации углы на узлах решеток могут быть вычислены по формуле

$$\theta^{\tau+1}(i) = \theta^\tau(i) + \alpha(\Delta z)^2 \left[ -\frac{\delta f^\tau}{\delta \theta}(i) \right] \quad (2.17)$$

$$\phi^{\tau+1}(i) = \phi^\tau(i) + \alpha(\Delta z)^2 \left[ -\frac{\delta f^\tau}{\delta \phi}(i) \right] \quad (2.18)$$

Где  $\alpha$  и  $\beta$  - константы релаксации.

Изменение полярного угла в зависимости от приложенного напряжения зависит от полного угла поворота  $\Phi$ . Порог увеличивается с увеличением  $\Phi$  по двум причинам. Во-первых, в активированных по полю состояниях возникает упругая энергия скручивания, которая возрастает с  $\Phi$ . Во-вторых, упругая энергия изгиба возрастает с ростом  $\Phi$ , когда полярный угол мал. Напряжение насыщения не сильно возрастает с ростом  $\Phi$ , поскольку в насыщенном состоянии нет деформации изгиба. Поэтому область перехода (область между пороговым напряжением и напряжением насыщения) уменьшается с увеличением  $\Phi$ . Когда  $\Phi$  увеличивается выше  $270^\circ$ , полярный угол имеет два разных значения для

заданного напряжения, т. е. Существует гистерезис в переходе Фредерикса. Скрученные нематические ячейки с углами скручивания, превышающими  $90^\circ$ , известны как суперскрученные нематические (ССН) ячейки. Из-за их резкого перехода они используются для создания мультиплексированных дисплеев на пассивных матрицах.

Если угол  $\theta$  директора жидкого кристалла изменяется в трех измерениях, т. е.  $\theta = \theta(x, y, z)$ , полная свободная энергия дается выражением

$$F = \iiint f(\theta, \phi, \theta', \phi', z) dx dy dz \quad (2.19)$$

При численном расчете используется трехмерная сетка с размером элементарной ячейки  $(\Delta x)^3$ . Угол в узлах решетки  $(i, j, k)$  вычисляется по формуле

$$\theta^{\tau+1}(i, j, k) = \theta^\tau(i, j, k) + \alpha(\Delta z)^2 \left[ -\frac{\delta f^\tau}{\delta \theta}(i, j, k) \right] \quad (2.20)$$

Производные на этапе  $\tau$  вычисляются по формуле:

$$\theta'^\tau_x(i, j, k) = \frac{\theta^\tau(i+1, j, k) - \theta^\tau(i-1, j, k)}{2\Delta x} \quad (2.21)$$

$$\theta''^\tau_x(i) = \frac{\theta^\tau(i+1, j, k) + \theta^\tau(i-1, j, k) - 2\theta^\tau(i, j, k)}{(\Delta x)^2} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} & \theta''^\tau_{xy}(i) \\ &= \frac{\theta^\tau(i+1, j+1, k) + \theta^\tau(i-1, j-1, k) - \theta^\tau(i+1, j-1, k)}{4\Delta x \Delta y} \end{aligned} \quad (2.23)$$

и так далее.

### 2.3.1 Переориентация с использованием потока

Ориентация в поле оси директора, сопровождаемая потоком жидкости, довольно сложна, так как она включает в себя гораздо больше физических параметров.

На гомеотропно выровненную нематическую жидкокристаллическую пленку воздействует электронное или магнитное поле в направлении  $x$ .

Пусть  $\phi$  обозначает угол переориентации оси директора от исходного направления смещения  $z$ . Предположим, что жесткие граничные условия на обеих стенках ячейки при  $z = 0$  и при  $z = d$ . Поток находится в направлении  $x$  с зависимостью  $z$ .

Ниже приведены соответствующие параметры:

$$\text{ось директора: } n = (\sin\phi, 0, \cos\phi), \quad (2.24a)$$

$$\text{поле скоростей: } \vec{v} = [v(z), 0, 0], \quad (2.24b)$$

$$\begin{aligned} \text{свободные энергии: } F = \frac{1}{2}K_1(\nabla \cdot n)^2 + \frac{1}{2}K_3[n \times (\nabla \times n)]^2 = \\ \frac{1}{2}K_1 \sin^2\phi \left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2 + \frac{1}{2}K_3 \cos^2\phi \left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2, \end{aligned} \quad (2.24c)$$

$$\begin{aligned} \text{Упругие моменты} = [K_1 \sin^2\phi + K_3 \cos^2\phi] \frac{d^2\phi}{dz^2} + \\ [([K_1 - K_3] \sin\phi \cos\phi) \left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2] \end{aligned} \quad (2.24d)$$

$$\text{индуцированные полем моменты} = \varepsilon_0 \Delta \varepsilon E^2 \sin\phi \cos\phi \quad (2.24e)$$

$$\text{вращательные вязкие крутящие моменты} = \gamma_1 \frac{dv}{dt}, \quad (2.24f)$$

$$\begin{aligned} \text{поточно-ориентационные вязкие моменты} = \frac{dv}{dz} [\alpha_2 \sin^2\phi - \\ \alpha_3 \cos^2\phi] \end{aligned} \quad (2.24g)$$

Используя уравнение (1.13), уравнение движения с учетом этих крутящих моментов, а также момент инерции  $I$  вовлеченных молекул определяется формулой

$$I \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \gamma_1 \frac{d\phi}{dt} = \quad (2.25)$$

$$[K_1 \sin^2 \phi + K_3 \cos^2 \phi] \frac{d^2 \phi}{dZ^2} +$$

$$\left[ (K_1 - K_3) \sin \phi \cos \phi \left( \frac{d\phi}{dZ} \right)^2 + [\alpha_2 \sin^2 \phi - \alpha_3 \cos^2 \phi] \phi \right] \frac{dv}{dZ} + \varepsilon_0 \Delta \varepsilon E^2 \sin \phi \cos \phi.$$

Это уравнение может быть решено для различных условий эксперимента. Оптически индуцированная переориентация оси директора и эффекты потока изучались в две группы с использованием пикосекундных лазерных импульсов. Решение предыдущего уравнения также представлено в работе Эйхера и Макдональда [64].

### 2.3 Расчет вклада диэлектрофореза

Для расчета вклада классического диэлектрофореза используется формула:

$$F_{DEP} = p_{eff} \nabla E = 2\pi \varepsilon_m r^3 K_{CM}(\varepsilon, \sigma, \omega) \nabla |E|^2. \quad (2.26)$$

Для электрического поля граничные условия будут:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (2.27a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi|_{y=0} = -\frac{V}{2} \\ \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \\ \varphi|_{y=0} = \frac{V}{2} \end{array} \right. \quad (2.27b)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (2.27c)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y=\infty} = 0 \quad (2.27d)$$

Потенциал будет в зависимости от координат:

$$\varphi(x, y) = \frac{V}{2K(\sin \frac{\pi w_{sp}}{2L})} \quad (2.28)$$

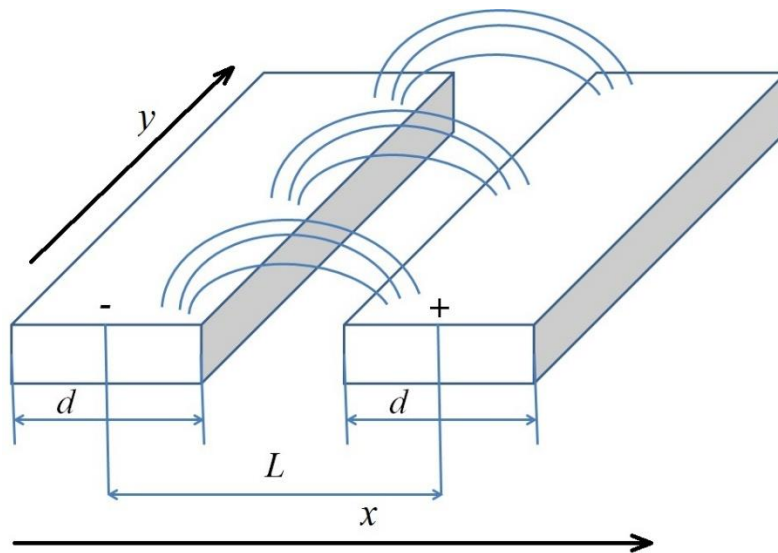


Рисунок 2.1 Граничные условия электрического поля для расчета

$$v = -\frac{\varepsilon_m(\varsigma_w - \varsigma_p)}{\mu} E + \frac{\varepsilon_m r^2 K_{CM}(\varepsilon, \sigma, \omega)}{3\mu} \nabla |E|^2. \quad (2.27)$$

$$F_{twDEP} = -\frac{4\pi\varepsilon_m r^3}{\lambda} \text{Im} [K_{CM}(\varepsilon, \sigma, \omega)] E^2, \quad (2.28)$$



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были изучены электрофизические свойства НЖК и его строение.

Было выполнено :

1. Модель расчета пространственного распределения электрического поле в нематической жидкокристаллической ячейки с компланарными электродами
2. Предложена динамическая модель расчета пространственного распределения поля директора в нематической жидкокристаллической ячейки с компланарными электродами
3. Предложили динамическую модель распределения пространственного поля директора с учетом вклада гидродинамического потока нематического жидкого кристалла.

					ЮУрГУ – 11.03.04.2018. 028 ПЗ ВКР	49
Изм.	Лист	№ докум.		Дата		

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. M. Kleman, O.D. Lavrentovich, *Soft Matter Physics : An Introduction*, Springer Verlag New York, Inc., 2004
2. M.M. Maye, En route to patchy superlattices, *Nat. Nanotechnol.* 8 (2013) 5–6.  
doi:10.1038/nnano.2012.244.
3. P.Y. Chiou, A.T. Ohta, M.C. Wu, Massively parallel manipulation of single cells and microparticles using optical images, *Nature.* 436 (2005) 370–372.  
doi:10.1038/nature03831.
4. J. Sharma, R. Chhabra, A. Cheng, J. Brownell, Y. Liu, H. Yan, Control of Self-Assembly of DNA Tubules Through Integration of Gold Nanoparticles, *Science.* 323 (2009) 112–116.  
doi:10.1126/science.1165831.
5. X. Ding, S.-C.S. Lin, B. Kiraly, H. Yue, S. Li, I.-K. Chiang, J. Shi, S.J. Benkovic, T.J. Huang, On-chip manipulation of single microparticles, cells, and organisms using surface acoustic waves, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 109 (2012) 11105–11109.  
doi:10.1073/pnas.1209288109.
6. D. Lee, *Electrokinetics in microfluidics*, Elsevier Ltd., 2004.
7. J.H. Masliyah, S. Bhattacharjee, *Electrokinetic and Colloid Transport Phenomena*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, NJ, USA, 2006.
8. N.A. Mishchuk, N.O. Barinova, Theoretical and experimental study of nonlinear electrophoresis, *Colloid J.* 73 (2011) 88–96.  
doi:10.1134/S1061933X11010133.
9. O.D. Lavrentovich, Liquid crystal-enabled electrophoresis and electro-osmosis, in *Liquid Crystals with Nano and Microparticles*, Eds: J.Lagerwall and G.Scalia, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2017. pp. 415–457.  
doi:10.1142/9789814619264\_0012.
10. O.D. Lavrentovich, Transport of particles in liquid crystals, *Soft Matter.* 10 (2014) 1264–1283.  
doi:10.1039/C3SM51628H

11. S. Paladugu, C. Conklin, J. Viñals, O.D. Lavrentovich, Nonlinear Electrophoresis of Colloids Controlled by Anisotropic Conductivity and Permittivity of Liquid-Crystalline Electrolyte, *Phys. Rev. Appl.* 7 (2017) 034033. doi:10.1103/PhysRevApplied.7.034033.
12. I. Dierking, G. Biddulph, K. Matthews, Electromigration of microspheres in nematic liquid crystals, *Phys. Rev. E.* 73 (2006) 011702. doi:10.1103/PhysRevE.73.011702.
13. I.-S. Baik, J.-H. Choi, B.-S. Jung, S.-Y. Jeon, E.-K. Song, S.-H. Lee, Motion of Charged Micro-particle Immersed in Liquid Crystal Controlled by In-plane Field for Electro Paper Display, *Trans. Electr. Electron. Mater.* 7 (2006) 30–35. doi:10.4313/TEEM.2006.7.1.030.
14. I. Dierking, P. Cass, K. Syres, R. Cresswell, S. Morton, Electromigration of microspheres in ferroelectric smectic liquid crystals, *Phys. Rev. E.* 76 (2007) 021707. doi:10.1103/PhysRevE.76.021707.
15. O.D. Lavrentovich, I. Lazo, O.P. Pishnyak, Nonlinear electrophoresis of dielectric and metal spheres in a nematic liquid crystal, *Nature.* 467 (2010) 947–950. doi:10.1038/nature09427.
16. I. Lazo, O.D. Lavrentovich, Liquid-crystal-enabled electrophoresis of spheres in a nematic medium with negative dielectric anisotropy, *Philos. Trans. R. Soc. A.* 371 (2013) 20120255. doi:10.1098/rsta.2012.0255.
17. A. V. Ryzhkova, F. V. Podgornov, A. Gaebler, R. Jakoby, W. Haase, Measurements of the electrokinetic forces on dielectric microparticles in nematic liquid crystals using optical trapping, *J. Appl. Phys.* 113 (2013) 244902. doi:10.1063/1.4809976.
18. A. V. Ryzhkova, F. V. Podgornov, W. Haase, Nonlinear electrophoretic motion of dielectric microparticles in nematic liquid crystals, *Appl. Phys. Lett.* 96

(2010) 151901.

doi:10.1063/1.3386570.

19. W. Haase, N.D. Kundikova, F.V. Podgornov, A.V. Ryzhkova, Nonlinear motion of dielectric microparticles in nematic liquid crystal under strong electric field, Bull. Lebedev Phys. Inst. 36 (2009) 43-46.  
doi:10.3103/S1068335609120100.
20. A.V. Ryzhkova, F.V. Podgornov, W. Haase, Control of two-dimensional motion of microparticles in nematic liquid crystal, Bull. Lebedev Phys. Inst. 36 (2009) 47-49.  
doi:10.3103/S1068335609120112.
21. Podgornov F. V.  
hresholdless electrooptical mode in Ferroelectric Liquid Crystals : дис. – Technische Universität, 2004.
22. Blinov L. M., Chigrinov V. G. Electrooptical Effects Due to the Uniform Distortion of Nematic Liquid Crystals // Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials. – Springer New York, 1994. – С. 133-234.
23. Sonin A. S., Belyakov W. A. Optics of cholesteric liquid crystals. – 1982.
24. 山下護. PG de Gennes and J. Prost, The Physics of Liquid Crystals, Clarendon Press, 1993, Oxford and Tokyo, xvi+ 598p., 24× 15.5 cm // 日本物理學會誌. – 1995. – Т. 50. – №. 9. – С. 745.
25. Yu L. J., Saupe A. Observation of a biaxial nematic phase in potassium laurate-1-decanol-water mixtures // Physical Review Letters. – 1980. – Т. 45. – №. 12. – С. 1000.
26. Madsen L. A. et al. Thermotropic biaxial nematic liquid crystals // Physical review letters. – 2004. – Т. 92. – №. 14. – С. 145505.
27. Acharya B. R., Primak A., Kumar S. Biaxial nematic phase in bent-core thermotropic mesogens // Physical review letters. – 2004. – Т. 92. – №. 14. – С. 145506.

28. Palffy-Muhoray P., Lee M. A., Petschek R. G. Ferroelectric nematic liquid crystals: realizability and molecular constraints //Physical review letters. – 1988. – Т. 60. – №. 22. – С. 2303.
29. Landau L. D., Lifshitz E. M. Statistical Physics, Part 1: Volume 5 (Course of Theoretical Physics, Volume 5). – 1980.
30. De Gennes P. G. PG de Gennes, Mol. Cryst. Liq. Cryst. 12, 193 (1971) //Mol. Cryst. Liq. Cryst. – 1971. – Т. 12. – С. 193.
31. Frank F. C. I. Liquid crystals. On the theory of liquid crystals //Discussions of the Faraday Society. – 1958. – Т. 25. – С. 19-28.
32. Kleman M., Laverntovich O. D. Soft matter physics: an introduction. – Springer Science & Business Media, 2007.
33. De Jeu W. H., Jeu W. H. Physical properties of liquid crystalline materials. – CRC Press, 1980. – Т. 1.
34. Prost J. The physics of liquid crystals. – Oxford university press, 1995. – Т. 83.
35. Qiao R. Effects of molecular level surface roughness on electroosmotic flow //Microfluidics and Nanofluidics. – 2007. – Т. 3. – №. 1. – С. 33-38.
36. Hunter R. J. Zeta potential in colloid science: principles and applications. – Academic press, 2013. – Т. 2.
37. Stuart J. N., Sweedler J. V. Single-cell analysis by capillary electrophoresis //Analytical and bioanalytical chemistry. – 2003. – Т. 375. – №. 1. – С. 28-29.
38. Рыжкова А. В. Динамика электромиграции диэлектрических микрочастиц в нематических жидких кристаллах: диссертация канд. физ.-мат. наук: 01.04. 07 : дис. – Челябинск, 2011.
39. Bazant M. Z., Squires T. M. Induced-charge electrokinetic phenomena: theory and microfluidic applications //Physical Review Letters. – 2004. – Т. 92. – №. 6. – С. 066101.

40. Desai M. J., Armstrong D. W. Separation, identification, and characterization of microorganisms by capillary electrophoresis //Microbiology and molecular biology reviews. – 2003. – Т. 67. – №. 1. – С. 38-51.
41. Kremser L., Blaas D., Kenndler E. Capillary electrophoresis of biological particles: viruses, bacteria, and eukaryotic cells //Electrophoresis. – 2004. – Т. 25. – №. 14. – С. 2282-2291.
42. Rodriguez M. A., Armstrong D. W. Separation and analysis of colloidal/nano-particles including microorganisms by capillary electrophoresis: a fundamental review //Journal of Chromatography B. – 2004. – Т. 800. – №. 1-2. – С. 7-25.
43. Pohl H. A. Dielectrophoresis-The behavior of neutral matter in nonuniform electric fields //Cambridge Monographs on Physics. – 1978. – С. Chapter1-3.
44. Jones T. B., Washizu M. Multipolar dielectrophoretic and electrorotation theory //Journal of electrostatics. – 1996. – Т. 37. – №. 1-2. – С. 121-134.
45. Green N. G., Ramos A., Morgan H. Numerical solution of the dielectrophoretic and travelling wave forces for interdigitated electrode arrays using the finite element method //Journal of Electrostatics. – 2002. – Т. 56. – №. 2. – С. 235-254.
46. Pethig R. et al. Positive and negative dielectrophoretic collection of colloidal particles using interdigitated castellated microelectrodes //Journal of Physics D: Applied Physics. – 1992. – Т. 25. – №. 5. – С. 881.
47. Wang X. B. et al. A unified theory of dielectrophoresis and travelling wave dielectrophoresis //Journal of Physics D: Applied Physics. – 1994. – Т. 27. – №. 7. – С. 1571.
48. Morgan H. et al. The dielectrophoretic and travelling wave forces generated by interdigitated electrode arrays: analytical solution using Fourier series //Journal of Physics D: Applied Physics. – 2001. – Т. 34. – №. 10. – С. 1553.

49. Higginbotham S. N., Sweatman D. R. A combined travelling wave dielectrophoresis and impedance sensing device for sensing biological cell suspensions //Journal of Physics D: Applied Physics. – 2008. – Т. 41. – №. 17. – С. 175503.
50. Aubry N., Singh P. Control of electrostatic particle-particle interactions in dielectrophoresis //EPL (Europhysics Letters). – 2006. – Т. 74. – №. 4. – С. 623.
51. Shklyaev S., Straube A. V. Linear oscillations of a compressible hemispherical bubble on a solid substrate //Physics of Fluids. – 2008. – Т. 20. – №. 5. – С. 052102.
52. Gimsa J., Wachner D. A unified resistor-capacitor model for impedance, dielectrophoresis, electrorotation, and induced transmembrane potential //Biophysical journal. – 1998. – Т. 75. – №. 2. – С. 1107-1116.
53. Foster K. R., Sauer F. A., Schwan H. P. Electrorotation and levitation of cells and colloidal particles //Biophysical journal. – 1992. – Т. 63. – №. 1. – С. 180-190.
54. Kakutani T., Shibatani S., Sugai M. Electrorotation of non-spherical cells: theory for ellipsoidal cells with an arbitrary number of shells //Bioelectrochemistry and bioenergetics. – 1993. – Т. 31. – №. 2. – С. 131-145.
55. Bazant M. Z., Squires T. M. Induced-charge electrokinetic phenomena: theory and microfluidic applications //Physical Review Letters. – 2004. – Т. 92. – №. 6. – С. 066101.
56. Squires T. M., Bazant M. Z. Breaking symmetries in induced-charge electro-osmosis and electrophoresis //Journal of Fluid Mechanics. – 2006. – Т. 560. – С. 65-101.
57. Afanasev G. N., Shilov V. M., Trajdos M. The energy dissipation in heavy ion reactions within the potential model. – 1978. – №. JINR-E4-11416.
58. Shilov V. et al. Field-induced disturbance of the double layer electro-neutrality and non-linear electrophoresis //Advances in colloid and interface science. – 2003. – Т. 104. – №. 1-3. – С. 159-173.

59. Ryzhkova A. V., Podgornov F. V., Haase W. Nonlinear electrophoretic motion of dielectric microparticles in nematic liquid crystals //Applied Physics Letters. – 2010. – Т. 96. – №. 15. – С. 151901.
60. Pishnyak O. P., Shiyanovskii S. V., Lavrentovich O. D. Inelastic collisions and anisotropic aggregation of particles in a nematic collider driven by backflow //Physical review letters. – 2011. – Т. 106. – №. 4. – С. 047801.
61. Pishnyak O. P. et al. Electrically induced dynamics of colloidal particles dispersed in nematic liquid crystal //Ukr. J. Phys. – 2009. – Т. 54. – С. 101-108.
62. Fedor V. Podgornov , Natalia Pertaya-Braun, Thomas Hahn, Wolfgang Haase and Steffen Hardt. Impact of Eriksen and Peclet numbers on motion dynamics of dielectric microparticles in nematic liquid crystals//???
63. Anderson J. E., Bos P. J., Watson P. E. LC3D: Liquid Crystal Display 3-D Director Simulator: Software and Technology Guide. – Artech House, 2001.
64. Eichler H. J., Macdonald R. Flow-alignment and inertial effects in picosecond laser-induced reorientation phenomena of nematic liquid crystals //Physical review letters. – 1991. – Т. 67. – №. 19. – С. 2666.