Управление в технических системах

УДК 517.977 DOI: 10.14529/ctcr180403

К ЗАДАЧЕ ОЦЕНИВАНИЯ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В.И. Ширяев, Д.В. Хаданович

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Работа посвящена задаче повышения точности оценивания состояния линейных динамических систем в условиях неполноты информации. Указанная задача связана с особенностью методов гарантированного оценивания, проявляющейся в том, что на коротком интервале наблюдений допустимые множества значений возмущений, действующих на систему, и ошибок измерений в информационно-измерительном канале могут оказаться лишь грубыми оценками сверху. В частности, для единственной короткой реализации измерений вероятность реализации возмущений и ошибок измерений наихудшим образом меньше единицы. Представлен подход к построению адаптивного алгоритма гарантированного оценивания. Подход основан на обработке значений обновляемой последовательности фильтра Калмана, при этом реализация фильтра Калмана осуществляется для предварительной обработки результатов измерений. Обновляемая последовательность фильтра рассматривается как временной ряд, для обработки которого используются методы статистического и гарантированного оценивания. Результаты обработки значений обновляемой последовательности фильтра Калмана используются для построения множественных оценок ошибок измерений, используемых в уравнениях алгоритма гарантированного оценивания. При таком подходе осуществляется информационное доопределение неизвестных помех в информационно-измерительном канале. Основной особенностью задачи, исследуемой в данной статье, является малое число доступных измерений, по результатам которых осуществляется поиск наилучшей оценки вектора состояния. Поэтому реализация измерений рассматривается как короткий временной ряд.

Для уменьшения вычислительных затрат на реализацию алгоритма гарантированного оценивания в реальном времени предложены методы декомпозиции задачи оценивания.

Эффективность предлагаемого подхода демонстрируется на примере модели, описывающей угловое движение космического аппарата. Приведены результаты имитационного моделирования и сравнительный анализ точности полученных оценок вектора состояния.

Ключевые слова: гарантированное оценивание, фильтр Калмана, адаптивный алгоритм, обновляемая последовательность, короткая реализация измерений, множественные оценки ошибок измерений.

Введение

Традиционный подход к построению систем управления динамическими объектами заключается в последовательном решении двух задач – задачи оценивания и задачи синтеза управления, при этом точность решения задачи оценивания существенно зависит от адекватности математической модели динамики объекта и реальных измерительных процессов. В зависимости от предположений о характере возмущений, действующих на объект, и ошибок измерений в информационно-измерительном канале задача оценивания решается либо в стохастической постановке [1, 2], либо в гарантированной [3–8].

В настоящее время широко распространен ставший классическим стохастический подход, при котором известными считаются статистические характеристики случайных факторов – помехи в измерениях, внешние возмущения, начальное состояние в уравнении движения объекта. Если возмущения и ошибки измерений предполагаются взаимно независимыми белыми гауссовскими шумами с известными матрицами ковариаций, то для решения задачи оценивания используют фильтр Калмана (ФК). ФК обеспечивает простой, с точки зрения требуемых вычислительных ресурсов, способ расчета оптимальной оценки вектора состояния. Однако эффективность применения ФК существенно зависит от точности заданных ковариационных матриц возмущений и ошибок измерений. Поэтому в условиях, когда доступно малое число наблюдений, информация об этих матрицах может отсутствовать или быть неточной, и применение ФК в этом случае может быть необоснованным [2].

При гарантированном или минимаксном подходе [6–11] к решению задачи оценивания в условиях неопределенности статистические характеристики, как правило, считаются неизвестными и задаются лишь множественные оценки возможных значений возмущений, ошибок измерений и начального состояния. При этом решение задачи выбирается из условия оптимизации гарантированных множественных оценок, соответствующих наихудшей реализации значений возмущений и ошибок измерений. Также в [12, 13] рассматривается задача минимаксной линейной фильтрации и для стохастической разностной системы.

Несмотря на возрастающий с середины прошлого столетия интерес к задачам оценивания и управления в теоретико-множественной постановке [11, 14–20] к настоящему времени данный подход не получил широкого распространения [21–26]. Наверное, потому, что, в частности, как отмечалось И.А. Богуславским [27], гарантированный подход может приводить к слишком пессимистичным оценкам, с одной стороны, а с другой стороны, реализация алгоритмов гарантированного оценивания в реальном времени требует больших вычислительных ресурсов в связи с выполнением операций над множествами [23]. Следовательно, актуальной становится задача построения алгоритмов гарантированного оценивая вектора состояния динамических систем, обладающих свойством адаптивности для распознавания ситуаций, когда возмущения, действующие на объект, и ошибки измерений в канале наблюдения реализуются не наихудшим образом, т. е. среда, в которой функционирует объект, ведет себя не так агрессивно, как это заложено в априорных данных о допустимых множествах значений неконтролируемых факторов.

Вопрос о синтезе адаптивных фильтров, способных обеспечить достаточно точную оценку вектора состояния в отсутствии точной априорной информации о возмущениях и ошибках измерений, является одним из центральных в современной теории оценивания [26, 28–32]. Повысить точность решения задачи фильтрации можно путем восстановления математической модели и оценки неизвестных параметров, определяющих свойства возмущений и помех в канале наблюдения.

1. Постановка задачи

Пусть объект наблюдения описывается линейной моделью:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + \Gamma_k w_k, \tag{1}$$

$$y_{k+1} = G_{k+1} x_{k+1} + v_{k+1}, \qquad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{2}$$

где $x_k \in R^n$ – вектор состояния, $u_k \in R^m$ – вектор управления, $y_k \in R^l$ – вектор измерений. Матрицы A_k, B_k, Γ_k, G_k соответствующих размерностей известны. Векторы начального состояния $x_0 \in R^n$, возмущений $w_k \in R^p$ и ошибок измерений $v_k \in R^l$ неизвестны. Информация о них ограничивается заданием включений:

$$x_0 \in X_0, \quad w_k \in W, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \quad v_k \in V, \quad k = 1, 2, ..., N. \tag{3}$$

Задача гарантированного оценивания состояния системы (1)–(3) состоит в построении последовательности информационных множеств $x_k \in \overline{X}_k$, $k = 1, 2, ..., N$, по рекуррентным соотношениям:

$$X_{k+1/k} = A_k \overline{X}_k + \Gamma_k W + B_k u_k, \quad \overline{X}_0 = X_0, \qquad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{4}$$

$$X\left[y_{k+1}\right] = \left\{x \in R^n \mid G_{k+1} x = y_{k+1} - v, v \in V\right\}, \tag{5}$$

$$\overline{X}_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X\left[y_{k+1}\right]. \tag{6}$$

Здесь $X_{k+1/k}$ – множество прогнозов вектора состояния системы (область достижимости управляемой динамической системы), $X\left[y_{k+1}\right]$ – множество состояний, совместимых с измерением y_{k+1}.

Операции (4)–(6) выполняются над множествами: линейное преобразование множеств, сумма Минковского, пересечение множеств. Размеры информационных множеств $\overline{X}_k$ во многом определяются размерами априорно заданных множеств (3). Метод гарантированного оценивания обеспечивает верхнюю границу значения показателя качества по всем возмущениям и ошибкам измерений из заданных множеств, а также минимизирует это значение [3]:

$$\delta_k^* = \max_{x \in \bar{X}_k} \left\| x - x_k^* \right\| = \min_{c \in R^n} \max_{x \in \bar{X}_k} \left\| x - c \right\|, \tag{7}$$

x_k^* – чебышевский центр множества $\bar{X}_k$, δ_k^* – чебышевский радиус множества $\bar{X}_k$.

Величина оценки (7) может быть сильно завышена, если допустимые множества возмущений W и ошибок измерений V являются лишь грубыми оценками сверху. В частности, для единственной реализации измерений $y_N(\cdot) = \{y_1, ..., y_N\}$, возмущения и ошибки измерений могут реализоваться лишь из подмножеств $w_k \in \hat{W}_k \subset W$ и $v_k \in \hat{V}_k \subset V$ соответственно. Как видно из рис. 1, размеры информационных множеств $\bar{X}_k$ зависят как от размеров априорно заданных множеств W и V, так и от реализации возмущений и ошибок измерений (рис. 2), в то время как размеры доверительного эллипса ФК, ковариационная матрица которого вычисляется в результате решения уравнения Риккати [1, 30], не зависит от реализации неконтролируемых факторов в системе.

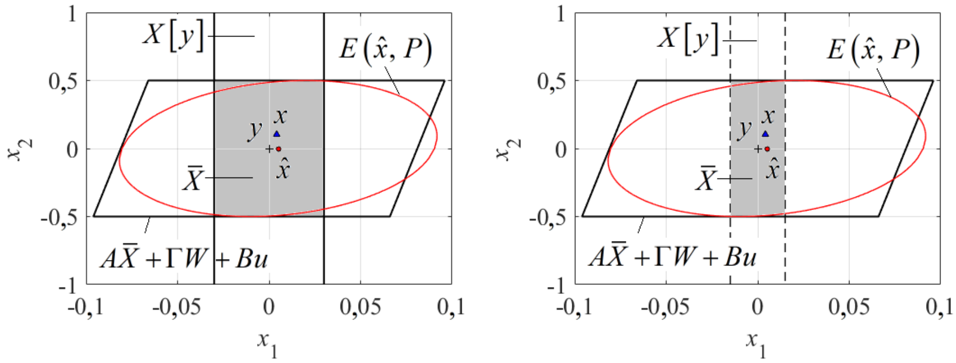

Рис. 1. Зависимость размеров информационного множества $\bar{X}$ от реализации ошибок измерений v_k

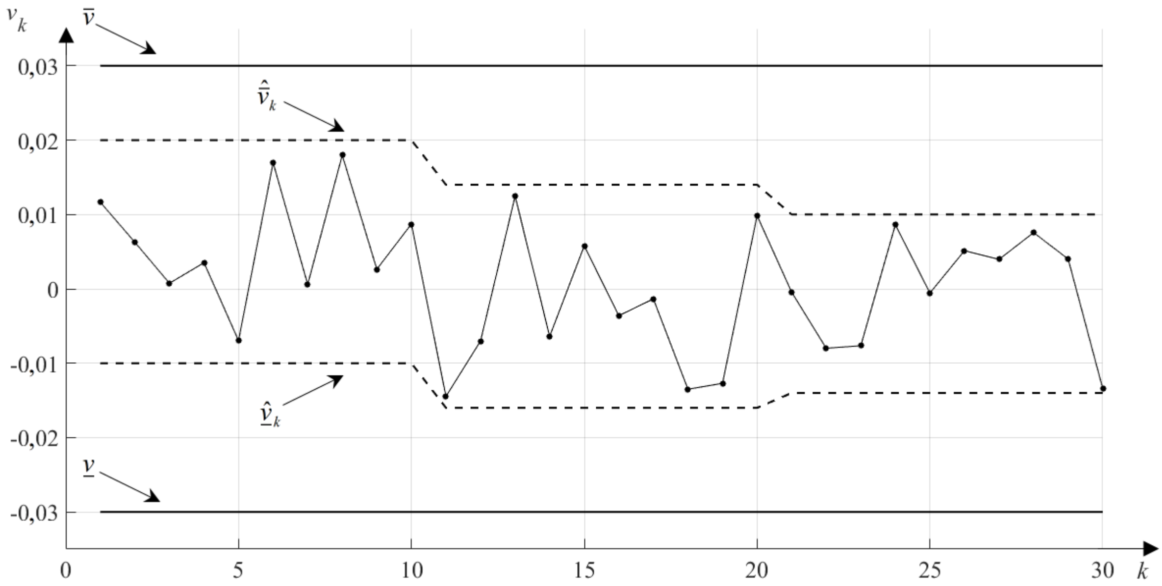

Рис. 2. Реализация ошибок измерений $v_k \in \hat{V}_k = \left[\hat{\underline{v}}_k ; \hat{\bar{v}}_k\right]$

В связи с этим возникает задача построения оценок неизвестных возмущений w_k и ошибок измерений v_k [34, 35]. Уточнение множественных оценок для w_k и v_k с использованием их неявной модели позволит существенно повысить решение задачи гарантированного оценивания.

Цель данной работы – разработка подхода к построению адаптивного алгоритма гарантированного оценивания. Идея адаптации заключается в уточнении множественных оценок $v_k \in \hat{V}_k \subset V$. Основной особенностью задачи, исследуемой в работе, является малое число доступных измерений, по результатам которых осуществляется поиск наилучшей оценки вектора состояния.

2. Алгоритмы гарантированного оценивания вектора состояния

Решение задачи оценивания в теоретико-множественной постановке рассматривается в большом числе работ [36–39], начиная с работ F.C. Schweppe [11]. Методы оценивания, предлагаемые в этих работах, заключаются в построении компактного множества, гарантированно включающего состояние динамической системы, или его оптимальной в определенном смысле аппроксимации с использованием множеств некоторого класса, описываемых с помощью фиксированного числа параметров.

Как отмечалось, основная трудность реализации гарантированного алгоритма оценивания на ЭВМ заключается в выполнении операций над множествами в реальном времени, в частности, операции суммы Минковского [5, 6, 23].

В случае, когда возмущения w_k могут быть заданы в виде разложения по системе функций ϕ_{ik}, $i = \overline{1, m}$, (см., например, [40, 41])

$$w_k = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \phi_{ik},$$

где α_i – неизвестные параметры, методы гарантированного оценивания применяются к задаче одновременного оценивания вектора состояния x_k и неизвестных возмущений w_k [34, 35, 42].

Традиционный подход к решению задачи совместного оценивания вектора состояния и внешних возмущений по зашумленным измерениям выхода заключается в расширении вектора состояния путем включения в него неизвестных параметров. При таком подходе операции суммы множеств $A_k \bar{X}_k$ и $\Gamma_k W$ в (4) в алгоритме гарантированного оценивания не возникает.

Модель системы (1), (2) с расширенным вектором состояния примет вид:

$$z_{k+1} = \mathrm{A}_k z_k + \mathrm{B}_k u_k, \tag{8}$$

$$y_{k+1} = \mathrm{G}_{k+1} z_{k+1} + v_{k+1}, \qquad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{9}$$

где $z_k \in R^{n+m}$, $z_k = \begin{bmatrix} x_k & w_k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, $\mathrm{A}_k = \begin{bmatrix} A_k & \Gamma_k \\ 0 & I_m \end{bmatrix}$, $\mathrm{B}_k = \begin{bmatrix} B_k \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathrm{G}_k = \begin{bmatrix} G_k & 0 \end{bmatrix}$; A_k, B_k и G_k – блочные матрицы, I_m – единичная матрица размера $m \times m$.

Уравнения гарантированного алгоритма для системы (8), (9) примут вид:

$$X_{k+1/k} = \mathrm{A}_k \bar{X}_k + \mathrm{B}_k u_k, \qquad \bar{X}_0 = X_0, \qquad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{10}$$

$$X\left[y_{k+1}\right] = \left\{x \in R^n \mid \mathrm{G}_{k+1} x = y_{k+1} - v, v \in V\right\}, \tag{11}$$

$$\bar{X}_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X\left[y_{k+1}\right]. \tag{12}$$

Однако при таком подходе происходит увеличение размерности задачи оценивания и, следовательно, объема требуемых вычислений и памяти ЭВМ. Вместе с тем вектор состояния динамической системы может содержать компоненты, являющиеся ненаблюдаемыми по результатам измерений. Упростить вычислительную процедуру оценивания возможно за счет:

1) сведения исходной задачи, имеющей большую размерность, к задачам меньшей размерности, т. е. за счет декомпозиции задачи оценивания расширенного вектора состояния;

2) за счет разделения полного вектора состояния на наблюдаемый и ненаблюдаемый векторы [42].

Упрощение вычислительной процедуры оценивания также возможно за счет выделения границ подынтервалов времени, внутри которых можно пренебречь изменениями вектора состояния x_k, тогда будем принимать:

$$x_{k+1} = x_k, \qquad y_{k+1} = G_{k+1} x_{k+1} + v_{k+1}, \qquad k \in \left[l\,; L\right], \tag{13}$$

т. е. будем считать, что ошибки измерений v_k являются более высокочастотными по сравнению с изменениями вектора x_k состояния системы, или в линейной динамической системе возможны только медленные движения по сравнению с быстрыми изменениями ошибок измерений.

Поэтому, наряду с задачей множественного оценивания неизвестных ошибок измерений в алгоритме гарантированного оценивания, ставится задача уменьшения требований, предъявляемых к вычислительным ресурсам при реализации гарантированных алгоритмов в темпе поступления новых данных наблюдений. Решение последней задачи может осуществляться путем приведения исходной системы (1), (2) к виду (8), (9) или (13).

3. Обновляемая последовательность фильтра Калмана

Классическим подходом к построению адаптивных алгоритмов калмановской фильтрации является использование корреляционных свойств обновляемой последовательности [29–31]. Обновляемая последовательность ФК представляет собой последовательность невязок экстраполированных измерений и оценок

$$\gamma_{k+1} = y_{k+1} - G\hat{x}_{k+1/k}, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{14}$$

где $\hat{x}_{k+1/k}$ – прогноз оценки вектора состояния x_{k+1} с шага k на шаг $k+1$. Для упрощения записи опустим индекс k у матриц в (1) и (2), считая объект стационарным.

Для получения характеристики фактического качества оценивания можно использовать последовательность апостериорных невязок

$$\mu_{k+1} = y_{k+1} - G\hat{x}_{k+1} = Ge_{k+1} + v_{k+1}, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{15}$$

где

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1}\left(y_{k+1} - G\hat{x}_{k+1/k}\right), \quad \hat{x}_{k+1/k} = A\hat{x}_k, \tag{16}$$

– оценка вектора текущего состояния x_{k+1}, K_{k+1} – коэффициент усиления фильтра,

$$e_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{17}$$

– ошибка оценивания ФК.

Известно [33], что с требуемой вероятностью вектор состояния x_{k+1} принадлежит доверительному множеству (эллипсоиду)

$$E_{k+1} = \left\{x \in R^n \mid e_{k+1}^{\mathrm{T}} P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \le l^2\right\}, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{18}$$

где P_{k+1} – ковариационная матрица ошибок оценивания, l – фиксированное натуральное число [33].

Не теряя общности постановки задачи, предположим, что матрица измерений G в (2) такова, что для вектора измерений y_k имеем

$$y_k^i = x_k^i + v_k^i, \quad i = \overline{1, l}, \quad l < n, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{19}$$

где x_k^i – i-я компонента вектора состояния x_k.

В соответствии с (14) уравнение невязки ФК (10) можно записать в виде

$$\mu_k^i = e_k^i + v_k^i, \quad i = \overline{1, l}, \quad l < n, \quad k = 0, 1, ..., N-1, \tag{20}$$

где e_k^i – i-я компонента вектора ошибок оценивания e_k. Далее для простоты изложения индекс i опустим.

Пусть μ_k – наблюдаемый временной ряд (20), представляющий собой «аддитивную смесь» ненаблюдаемого сигнала v_k и помехи e_k со среднеквадратическим отклонением $\sigma_k = \sqrt{p_{ii\,k}}$, $p_{ii\,k}$ – диагональный элемент ковариационной матрицы P_k. Задача оценивания состоит в построении оценки $\hat{v}_k$ неизвестного сигнала v_k по конечной совокупности наблюдений $\{\mu_k, k = 1, 2, ..., N\}$.

Возможны два подхода к решению указанной выше задачи:

1. Статистический подход [31, 33, 40], при котором осуществляется вычисление оценок статистических характеристик случайного процесса μ_k для получения множественных оценок

ошибок измерений $v_k \in \hat{V}_k$. При этом построение оценки $\hat{V}_k$ осуществляется без восстановления математической модели ошибок измерений.

2. Детерминистский подход к обработке временного ряда $\{\mu_k, k = 1, 2, ..., N\}$ с целью восстановления математической модели неизвестного сигнала v_k. Подход основан на принципах нелинейной динамики и детерминированного хаоса (см., например, [43]). Математическая модель ряда может быть построена в виде разложения по системе функций, заданных хаотическими отображениями [44, 45] или другими известными функциями [46].

Первый подход является более простым в вычислительном отношении и оказывается удобным для решения задачи в темпе поступления новых наблюдений. Именно он будет изложен далее.

4. Уточнение множественных оценок ошибок измерений

В том случае, когда μ_k является белым шумом с нулевым средним значением, фильтр Калмана фактически работает в оптимальном режиме и выполняется соблюдение условий $w_k \sim N(0, Q)$, $v_k \sim N(0, R)$ [29–31]. Для единственной короткой реализации случайного процесса μ_k его фактические статистические характеристики будут отличаться от теоретических, рассчитываемых по уравнениям фильтра Калмана [1, 33]. Поэтому для определения статистических характеристик обновляемой последовательности будем использовать оценки среднего значения и дисперсии случайной величины μ_k по N наблюдениям:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\mu_k, \qquad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left(\mu_k - \bar{\mu}\right)^2. \tag{21}$$

Тогда доверительный интервал для случайной величины μ_k будет определяться выражением

$$\left[\bar{\mu} - l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,;\bar{\mu} + l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,\right], \tag{22}$$

где l будем рассматривать как меру доверия.

В качестве множественной оценки ошибок измерений $\hat{V}_k = \left[\hat{\underline{v}}_k\,;\hat{\bar{v}}_k\,\right]$ в алгоритме гарантированного оценивания примем

$$\hat{V}_k = \left[\hat{\underline{v}}_k\,;\hat{\bar{v}}_k\,\right] = \left[\bar{\mu} - l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,;\bar{\mu} + l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,\right], \quad k = 1, 2, ..., N. \tag{23}$$

Пусть для оценки $\bar{\mu}$ и $\hat{\sigma}^2$ использовался интервал наблюдений $\mu_N(\cdot) = \{\mu_1, ..., \mu_N\}$. Если поступило еще одно наблюдение μ_{N+1}, то можно расширить интервал на это наблюдение или сохранить его ширину N, откинув μ_1. Новыми оценками являются:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N+\delta}\sum_{k=1}^{N+1}\mu_k, \qquad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N+\delta-1}\sum_{k=1}^{N+1}\left(\mu_k - \bar{\mu}\right)^2, \tag{24}$$

где $\delta = 1$, если интервал расширен на 1, и $\delta = 0$, если он остался равным N.

Контроль выполнения условия $v_k \in \hat{V}_k$ в каждый момент времени k осуществляется путем выбора l в (23). Так как $\mu_k \in R^1$, то вероятность попадания случайной величины μ_k, распределенной по нормальному закону [33], в интервал (22) равна 0,683 при $l = 1$, 0,955 при $l = 2$ и 0,997 при $l = 3$. Поскольку рассматривается единственная короткая реализация процесса, то вероятность выхода случайного процесса на границу доверительного интервала будет меньше 1. Поэтому примем $l = 1$. Однако, если окажется, что $\mu_k \notin \left[\bar{\mu} - \sqrt{\hat{\sigma}^2}\,;\bar{\mu} + \sqrt{\hat{\sigma}^2}\,\right]$, выбираем $l \in (1, 3]$. Конкретное значение l можно установить путем исследования алгоритма оценивания на этапе проектирования.

Таким образом, процедуру уточнения множественных оценок ошибок измерений в алгоритме гарантированного оценивания можно представить в виде:

Шаг 1. Реализация ФК для предварительной обработки результатов измерений $\{y_k, k=1,2,...,N\}$. Вычисление оценок среднего значения $\overline{\mu}$ и дисперсии $\hat{\sigma}^2$ обновляемой последовательности ФК (21), (24).

Шаг 2. Начиная с шага $k=N+1$,построение множественных оценок $\hat{V}_k$ ошибок измерений v_k алгоритме гарантированного оценивания в виде:

если $\mu_{N+1} \notin \left[\overline{\mu}-\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,;\overline{\mu}+\sqrt{\hat{\sigma}^2}\right]$, то $\hat{V}_k=\left[\underline{\hat{v}}_k\,;\hat{\overline{v}}_k\right]=\left[\overline{\mu}-l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,;\overline{\mu}+l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\right]$, $k=N+1,...,\ l=2$;

если $\mu_{N+1} \notin \left[\overline{\mu}-2\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,;\overline{\mu}+2\sqrt{\hat{\sigma}^2}\right]$, то $\hat{V}_k=\left[\underline{\hat{v}}_k\,;\hat{\overline{v}}_k\right]=\left[\overline{\mu}-l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\,;\overline{\mu}+l\sqrt{\hat{\sigma}^2}\right]$, $k=N+1,...,\ l=3$.

Такой подход к оцениванию ошибок измерений предполагает совместное использование ФК и гарантированного алгоритма (рис. 3).

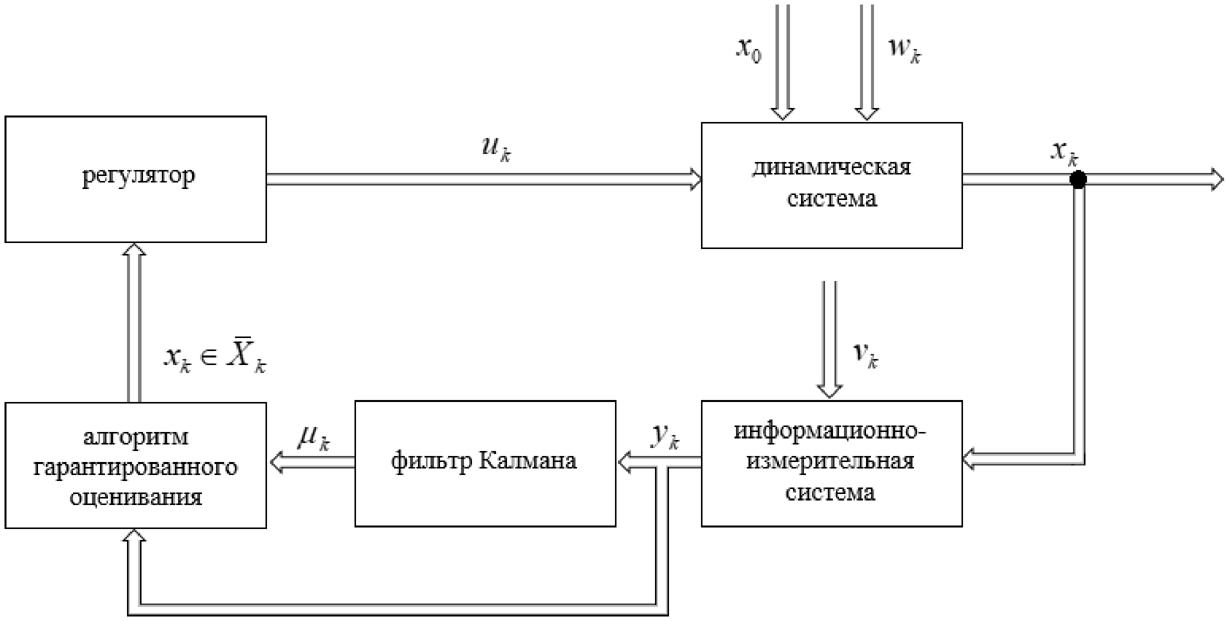

Рис. 3. Структурная схема адаптивного алгоритма гарантированного оценивания

Модельный пример

Модель углового движения КА имеет вид [47]

$$J\frac{d^2x}{dt^2}=u. \tag{25}$$

Уравнение (25) представим в виде линейной непрерывной системы в векторно-матричной форме Коши:

$$\begin{aligned}&\dot{x}=Ax+Bu+\Gamma w,\\&y=Gx+v,\end{aligned} \tag{26}$$

$$A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},\quad \Gamma=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},\quad G=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Системе (26) соответствует дискретная линейная динамическая система вида (шаг дискретизации $T=0,01$):

$$\begin{aligned}&x_{k+1}=Ax_k+Bu_k+\Gamma w_k,\\&y_{k+1}=Gx_{k+1}+v_{k+1},\quad k=0,1,...,N-1,\end{aligned} \tag{27}$$

$$A=\begin{pmatrix}1&0,01\\0&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}5\cdot10^{-5}\\0,01\end{pmatrix},\quad \Gamma=\begin{pmatrix}5\cdot10^{-5}\\0,01\end{pmatrix},\quad G=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Исходные данные для алгоритма гарантированного оценивания:

$$X_0 = \left\{ x \in R^2 \mid -3{,}5 \cdot 10^{-6} \le x(1) \le 3{,}5 \cdot 10^{-6}, \quad -2 \cdot 10^{-4} \le x(2) \le 2 \cdot 10^{-4} \right\},$$

$$W = \left\{ w \in R^1 \mid -8 \cdot 10^{-4} \le w \le 8 \cdot 10^{-4} \right\},$$

$$V = \left\{ v \in R^2 \mid -3{,}64 \cdot 10^{-6} \le v(1) \le 3{,}64 \cdot 10^{-6}, \quad -1{,}5 \cdot 10^{-4} \le v(2) \le 1{,}5 \cdot 10^{-4} \right\}.$$

Пусть $N = 20$, возмущение w_k – const, $w_k = 2 \cdot 10^{-4}$, $u_k = \dfrac{1{,}6}{100}$, $k = \overline{1, N}$.

Поскольку возмущения w_k постоянны на всем интервале наблюдений, то модель (27) приведем к виду (8), (9):

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \tilde{A} x_k + \tilde{B} u_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \\ y_{k+1} &= \tilde{G} x_{k+1} + v_{k+1}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \end{aligned} \tag{28}$$

$$x_k = \begin{pmatrix} x_{1k} & x_{2k} & w_k \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \tilde{A} = \begin{pmatrix} A & \Gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{G} = \begin{pmatrix} G & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрицы $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ и $\tilde{G}$ – блочные.

Так как матрица $\tilde{A}$ в модели (28) такая, что первая координата вектора состояния x_k не влияет на вторую и третью координаты, можем рассматривать задачу гарантированного оценивания для системы второго порядка $x_k \triangleq \begin{pmatrix} x_{2k} \\ x_{3k} = w_k \end{pmatrix}$.

Для моделирования процесса зададим $x_0 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$, ошибки измерений v_k в виде белого шума с нулевым средним (генератор случайных чисел *randn* в *MATLAB*) (рис. 4).

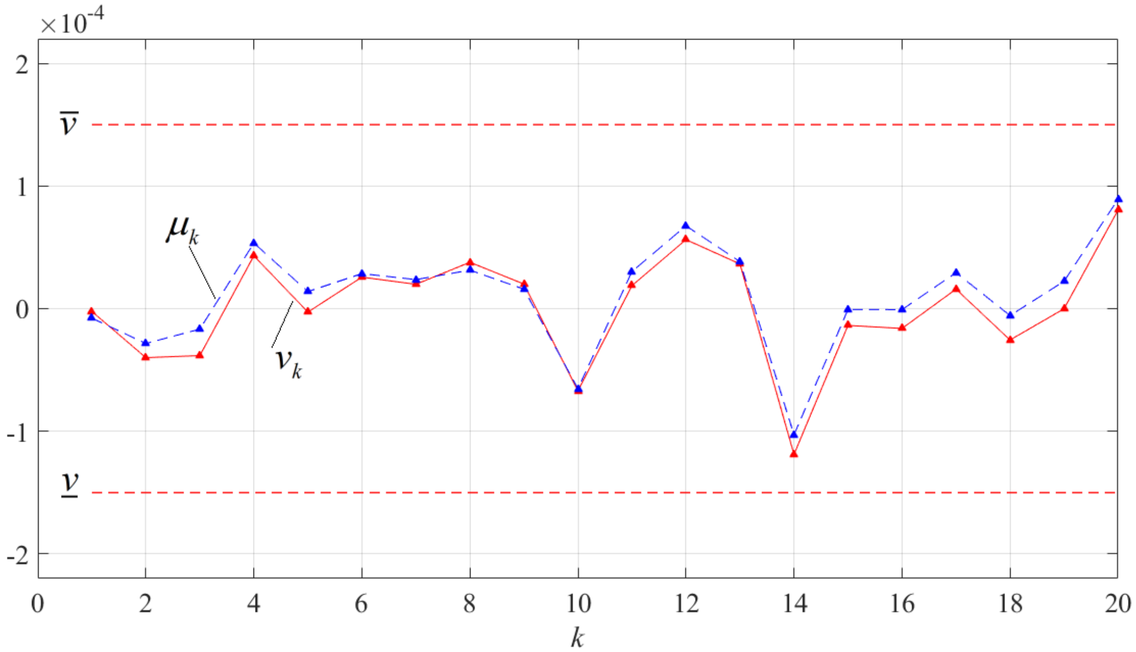

Рис. 4. Реализации ошибок измерений v_k и невязки ФК μ_k

Вычисляя оценки статистических характеристик процесса μ_k по результатам наблюдений $N = 10$, определяем множественные границы ошибок измерений $v_k \in \hat{V}_k$, начиная с момента времени $k = 11$ (рис. 5).

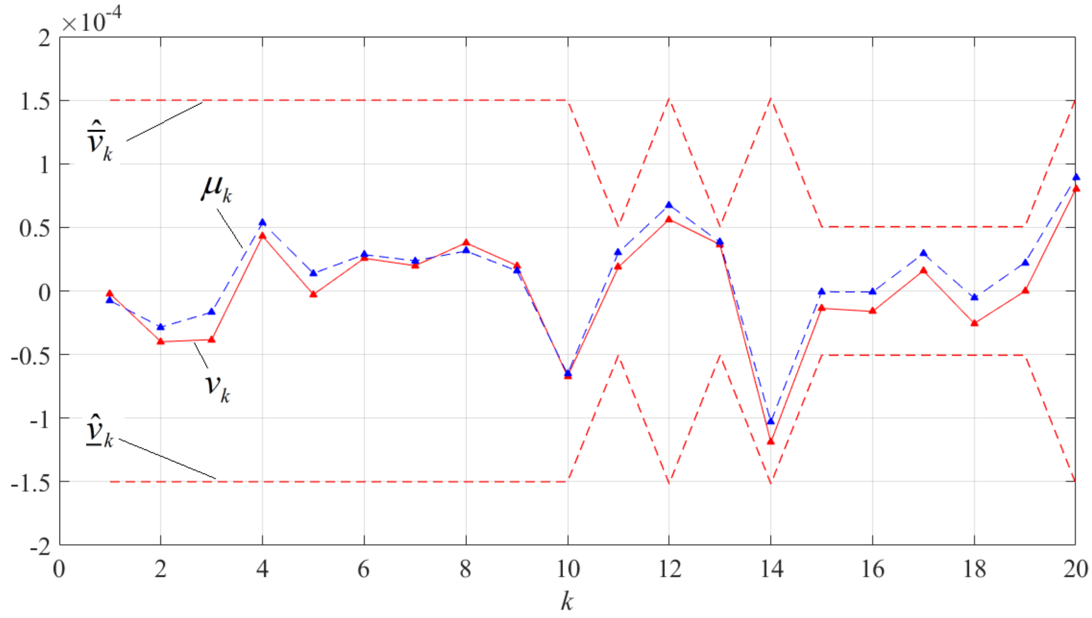

Рис. 5. Множественные оценки $v_k \in \hat{V}_k$ ошибок измерений, вычисленные по результатам статистической обработки сигнала μ_k

Далее представлены результаты оценивания вектора состояния $x_k \triangleq \begin{pmatrix} x_{2k} \\ x_{3k} = w_k \end{pmatrix}$ для $k = \overline{11, 14}$. Множественные оценки вектора состояния $\bar{X}_k$ получены по реализации алгоритма гарантированного оценивания, в уравнениях которого информация об ошибках измерений v_k задана в виде множества V. Множественные оценки вектора состояния $\hat{\bar{X}}_k$ получены по реализации адаптивного алгоритма гарантированного оценивания с уточнением множественных оценок ошибок измерений $v_k \in \hat{V}_k$ (рис. 6).

Для второй координаты x_{2k} вектора состояния $x_k \in R^3$ можно выписать отдельно модели движения и измерений:

$$x_{k+1} = x_k + \tau w_k + \tau u_k, \quad y_{k+1} = x_{k+1} + v_{k+1}, \quad k = 0, 1, ..., N-1.$$

Теперь рассмотрим разность невязок на двух смежных шагах

$$\mu_k^{(2)} = \mu_k - \mu_{k-1}, \quad k = 2, 3, ..., N.$$

Можно показать, что

$$\mu_k^{(2)} = v_k - v_{k-1} + \tau w_{k-1} + \tau u_{k-1} - \hat{x}_k^{(2)}, \quad \hat{x}_k^{(2)} = \hat{x}_k - \hat{x}_{k-1}.$$

Тогда для ошибки измерений v_k можно выписать выражение

$$v_k = v_{k-1} - \tau w_{k-1} - \Delta_k, \quad k = 2, 3, ..., N,$$

где

$$\Delta_k = \tau u_{k-1} - \hat{x}_k^{(2)} - \mu_k^{(2)}, \quad k = 2, 3, ..., N.$$

Далее можно выписать модель динамики ошибок измерений v_k в виде

$$\left.\begin{aligned} & v_k = v_{k-1} - \tau w_{k-1} - \Delta_k, \\ & \mu_k = v_k + e_k, \\ & k = 2, 3, ..., N. \end{aligned}\right\}$$

Относительно возмущений w_k и ошибок e_k известно, что

$$w_k \in W, \quad e_k \in E = [\underline{e}_k; \ \bar{e}_k] = [-3\sqrt{p}; \ 3\sqrt{p}].$$

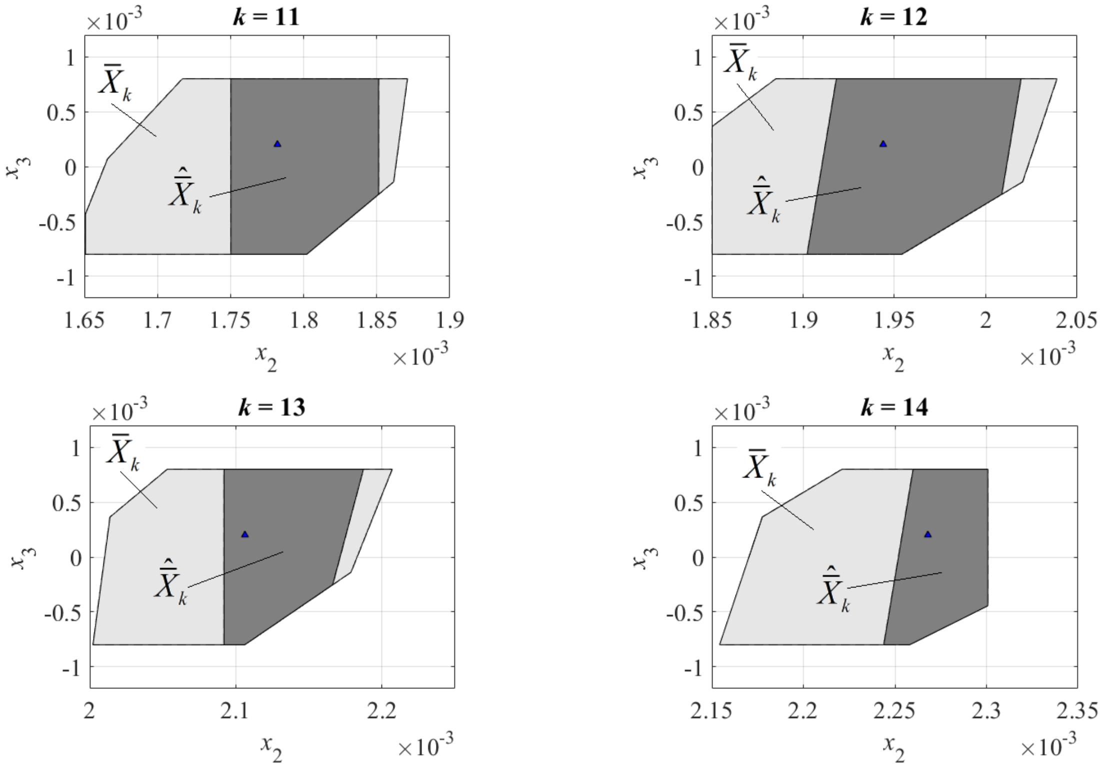

Рис. 6. Информационные множества $\bar{X}_k$ и $\hat{\bar{X}}_k$

Тогда для получения множественной оценки v_k можно использовать рекуррентные уравнения минимаксного фильтра (рис. 7):

$$\hat{V}_k = V_{k/k-1} \cap V[\mu_k], \quad k = 2, 3, ..., N,$$

$$V_{k/k-1} = \hat{V}_k - \tau W - \Delta_k, \quad \hat{V}_1 = V \ (V \text{ – априорное множество ошибок измерений}),$$

$$V[\mu_k] = \left\{ v \in R^1 \mid v = \mu_k - e, e \in E_k \right\} = [\mu_k - \underline{e}_k; \ \ \mu_k + \overline{e}_k].$$

Для вычисления множества $V_{k/k-1}$ используется интервальное вычитание.

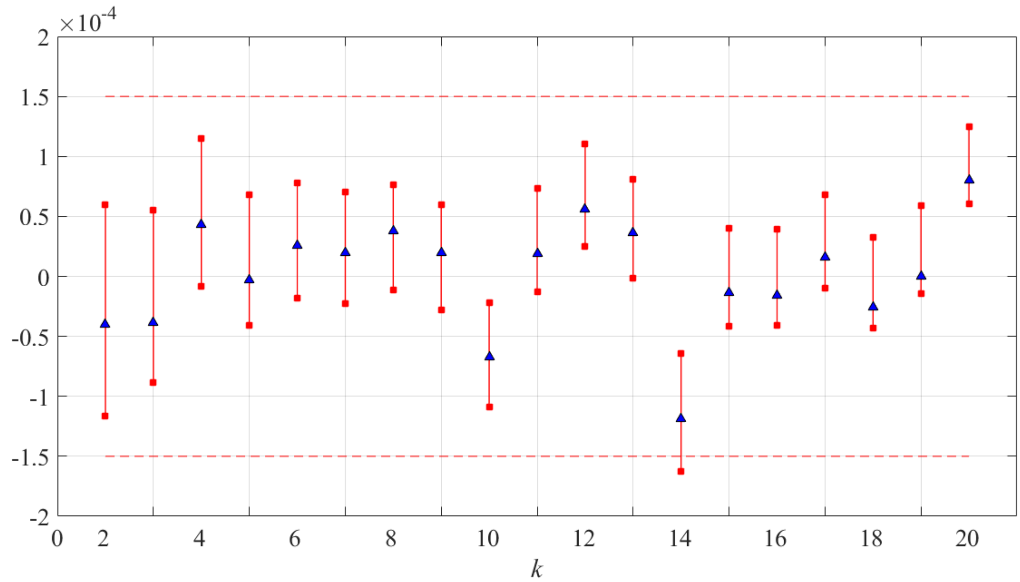

Рис. 7. Пунктиром обозначены границы априорного множества V, треугольником обозначены ошибки измерений v_k

Далее представлены результаты оценивания вектора состояния $x_k \triangleq \begin{pmatrix} x_{2k} \\ x_{3k} = w_k \end{pmatrix}$ для $k = \overline{11,14}$ (рис. 8).

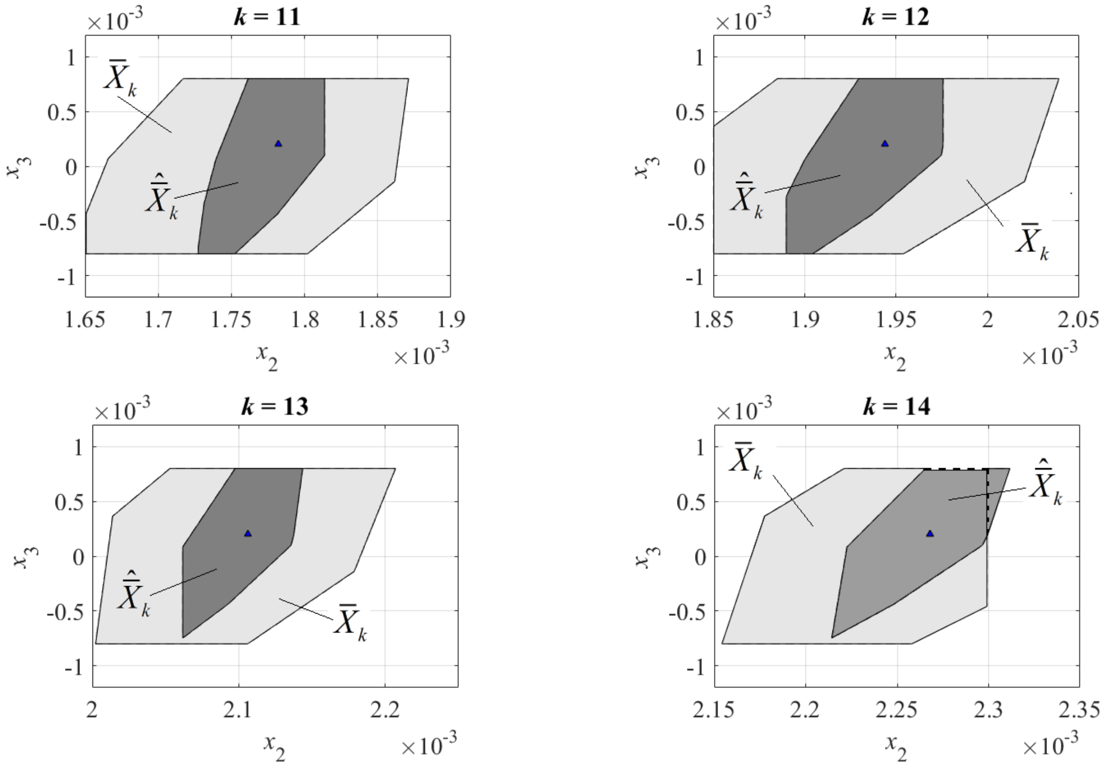

Рис. 8. Информационные множества $\bar{X}_k$ и $\hat{\bar{X}}_k$

Как видно из рис. 6, 8 за счет уточнения множественных оценок ошибок измерений $v_k \in \hat{V}_k$ удается повысить точность решения задачи гарантированного оценивания вектора состояния.

Заключение

Для повышения точности решения задачи гарантированного оценивания предложен подход к построению адаптивного фильтра. Предполагается двухуровневая схема фильтрации. На первом уровне реализуется фильтр Калмана, который обрабатывает часть измерений, по результатам их обработки осуществляется оценивание неизвестных ошибок измерений. Полученные оценки используются на втором уровне, где реализуется гарантированный алгоритм. При таком подходе осуществляется информационное доопределение неизвестных помех в условиях малого числа доступных измерений.

Литература

1. Kalman, R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems / R.E. Kalman // Journal of Basic Engineering. – 1960. – no. 82 (1). – P. 35–45.

2. Kalman, R.E. Identification of noisy systems / R.E. Kalman // Russian Math. Surveys. – 1985. – Vol. 40:4. – P. 25–42.

3. Кац, И.Я. Минимаксная многошаговая фильтрация в статистически неопределенных ситуациях / И.Я. Кац, А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 11. – С. 79–87.

4. Кунцевич, В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В.М. Кунцевич. – К.: Наукова думка, 2006. – 264 с.

5. Ширяев, В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации / В.И. Ширяев // Изв. РАН. Техническая кибернетика. – 1994. – № 3. – С. 229–237.

6. Ширяев, В.И. Алгоритмы управления динамическими системами в условиях неопределенности / В.И. Ширяев // Мехатроника. – 2001. – № 8. – С. 2–5.

7. Куржанский, А.Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок / А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 4. – С. 3–26.

8. Черноусько, Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько. – М.: Наука, 1988. – 320 с.

9. Chernousko, F.L. Minimax control for class of linear systems subject to disturbances / F.L. Chernousko // Journal of Optimization Theory and Application. – 2005. – Vol. 127, no 3. – P. 535–548.

10. Шориков, А.Ф. Минимаксные фильтры для оценивания состояния нелинейных дискретных систем / А.Ф. Шориков // Автоматика и телемеханика. – 1991. – № 4. – С. 112–122.

11. Schweppe, F.C. Recursive state estimation: unknown but bounded errors and system input / F.C. Schweppe // IEEE Trans. Automat. Control. – 1968. – Vol. 13, no 1. – P. 22–28.

12. Kogan, M.M. LMI-based minimax estimation and filtering under unknown covariances / M.M. Kogan // International Journal of Control. – 2014. – Vol. 87 (6). – P. 1216–1226.

13. Siemenikhin, K.V. Minimax linear filtering of random sequences with uncertain covariance function / K.V. Siemenikhin // Automation and. Remote Control. – 2016. – Vol. 77 (2). – P. 226–241.

14. Александров, В.М. Минимаксный подход к решению задачи обработки информации / В.М. Александров // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1966. – № 5. – С. 124–136.

15. Бахшиян, Б.Ц. Определение и коррекция движения. Гарантирующий подход / Б.Ц. Бахшиян, Р.Р. Назиров, П.Е. Эльясберг. – М.: Наука, 1980. – 360 с.

16. Иргер, Д.С. Об оптимальной фильтрации по минимаксному критерию / Д.С. Иргер // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1966. – № 5. – С. 137–144.

17. Кейн, В.М. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию / В.М. Кейн. – М.: Наука, 1985. – 248 с.

18. Красовский, Н.Н. Современные проблемы оптимизации и устойчивости неопределенных стохастических систем / Н.Н. Красовский, А.Б. Куржанский, А.И. Кибзун // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 10. – С. 3–4.

19. Матасов, А.И. Метод гарантирующего оценивания / А.И. Матасов. – Изд-во МГУ, 2009. – 100 с.

20. Дмитриевский, А.А. Прикладные задачи теории оптимального управления движением беспилотных летательных аппаратов / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 1978.

21. Куржанский, А.Б. Управление эллипсоидальными траекториями / А.Б. Куржанский, А.И. Месяц // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2014. – Т. 54, № 3. – С. 404–414.

22. Куркин, О. Минимаксная обработка информации / О. Куркин, С. Шаталов, Ю. Коробочкин. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 216 с.

23. Шалыгин, А.С. Методы моделирования ситуационного управления движением беспилотных летательных аппаратов / А.С. Шалыгин, Л.Н. Лысенко, О.А. Толпегин; под ред. А.В. Ноздрачева и Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2012. – 584 с.

24. Алешин, Б.С. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Б.С. Алешин, А.А. Афонин, К.К. Веремеенко. – М.: Физматлит, 2006. – 424 с.

25. Высокоточные системы самонаведения: расчет и проектирование. Вычислительный эксперимент / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов, Л.В. Колесников и др. – М.: Физматлит, 2011. – 512 с.

26. Фомин, В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация / В.Н. Фомин. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

27. Богуславский, И.А. Прикладные задачи фильтрации и управления / И.А. Богуславский. – М.: Наука, 1983. – 401 с.

28. Barabanov, A.E. Linear filtering with adaptive adjustment of covariance matrices of disturbances in the object and measurement noise / A.E. Barabanov // Automation and. Remote Control. – 2016. – Vol. 77 (1). – P. 21–36.

29. Mehra, R.K. Approaches to adaptive filtering / R.K. Mehra // IEEE Trans. Automat. Control. – 1972. – Vol. AC–17. – P. 693–698.

30. Jazwinski, A.H. Adaptive filtering / A.H. Jazwinski // Automatica. – 1969. – Vol. 5 (4). – P. 475–485.

31. Кузовков, Н.Т. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация / Н.Т. Кузовков, О.С. Салычев. – М.: Машиностроение, 1982. – 261 с.

32. Кощеев, А.С. Адаптивное оценивание эволюции многошаговых систем в условиях неопределенности / А.С. Кощеев, А.Б. Куржанский // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1983. – № 2. – С. 72–93.

33. Брайсон, А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Хо Ю-ши. – М.: Мир, 1972. – 544 с.

34. Ильин, Е.Д. О гарантированном оценивании возмущений в линейных динамических системах / Е.Д. Ильин, В.И. Ширяев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 9. – С. 12–16.

35. Осипов, Ю.С. Некоторые алгоритмы динамического восстановления входов / Ю.С. Осипов, А.В. Кряжимский, В.И. Максимов // Труды ИММ УрО РАН. – 2011. – Т. 17, № 1. – С. 129–161.

36. Красовский, Н.Н. Об управлении при неполной информации / Н.Н. Красовский // Прикладная математика и механика. – 1976. – Т. 40, вып. 2. – С. 197–206.

37. Filimonov, N.B. Polyhedral methodology of optimization of control processes / N.B. Filimonov // Problems of cybernetics and informatics. – 2012. – Vol. 4. – P. 1–7.

38. Kostousova, E.K. On the boundedness of external polyhedral estimates for reachable sets of linear differential systems / E.K. Kostousova // Computational Mathematics and Mathematical Physic. – 2008. – Vol. 48 (6). – P. 918–932.

39. Zonotopic guaranteed state estimation for uncertain systems / V.T.H. Le, C. Stoica, T. Alamo et al. // Automatica. – 2013. – Vol. 49 (1). – P. 3418–3424.

40. Пугачев, В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В.С. Пугачев. – М.: Физматлит, 1960. – 883 с.

41. Майборода, Л.А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов / Л.А. Майборода, Е.П. Школьный. – М.: Гидрометеоиздат, 1973. – 307 с.

42. Разоренов, Г.Н. Декомпозируемость линейных динамических систем / Г.Н. Разоренов // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 1. – С. 12–16.

43. Aguirre, L.A. Modeling nonlinear dynamics and chaos: a review / L.A. Aguirre, C. Letellier // Mathematical Problems in Engineering. – 2009. – Vol. 2009. – 35 p.

44. Шелудько, А.С. Алгоритм минимаксной фильтрации для одномерного хаотического процесса / А.С. Шелудько, В.И. Ширяев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 5. – С. 8–12.

45. Кожихова, Н.А. Прогнозирование временного ряда с учетом хаотической компоненты / Н.А. Кожихова, В.И. Ширяев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2010. – № 22 (198). – С. 22–25.

46. Širyaev, A.N. Minimax weights in a trend detection problem for a stochastic process / A.N. Širyaev, I.L. Legostaeva // Theory of Probability and its Applications. – 1971. – Vol. 16 (2). – P. 344–349.

47. Разыграев, А.П. Основы управления полетом космических аппаратов / А.П. Разыграев. – М.: Машиностроение, 1990. – 480 с.

Ширяев Владимир Иванович, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой систем автоматического управления, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; shiriaevvi@susu.ru.

Ханданович Дина Валентиновна, аспирант кафедры систем автоматического управления, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; dvkhadanovich@susu.ru.

Поступила в редакцию 30 августа 2018 г.

DOI: 10.14529/ctcr180403

TO THE PROBLEM OF MEASUREMENT ERRORS ESTIMATION IN CONTROL SYSTEMS WITH INCOMPLETE INFORMATION

V.I. Shiryayev, *shiriaevvi@susu.ru*,
D.V. Khadanovich, *dvkhadanovich@susu.ru*
South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The article deals with the problem of increasing the accuracy of the state estimation of linear dynamical systems under conditions of incomplete information. This problem is linked to the feature of guaranteed estimation methods, which is that the allowable sets of values of disturbances acting on the system and measurement errors in the information-measuring channel can be only rough upper bound on a short observation interval. In particular, for a single short measurement implementation, the probability of the realization of disturbances and measurement errors is worst-case less than one. The approach to adaptive algorithm development of guaranteed estimation is proposed. The approach is based on processing the innovation sequence values of the Kalman filter. The Kalman filter implementation is performed for measurement data preprocessing. The innovation sequence is considered as a time series for processing of which statistical and guaranteed estimation methods are used. The results of processing the innovation sequence values are used to construct bounded estimates of the measurement errors used in the equations of the guaranteed estimation algorithm. With this approach an informational definition of unknown measurements errors is carried out. The main feature of the problem studied in this article is a small number of available measurements the results of which are used to find the best estimate of the state vector. Therefore, the implementation of measurements is considered as a short time-series.

To reduce the computational cost of implementing the guaranteed real time estimation algorithm, methods for decomposition of the estimation problem are proposed.

The effectiveness of the proposed approach is demonstrated by the example of a model describing the spacecraft attitude motion. The results of simulation and a comparative analysis of the accuracy of the obtained estimates of the state vector are presented. The results of simulation and a comparative analysis of the accuracy of the obtained state estimates are given.

Keywords: guaranteed estimation, the Kalman filter, adaptive algorithm, innovation sequence, short observation interval, estimates of measurement errors.

References

1. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, 1960, no. 82 (1), pp. 35–45. DOI: 10.1115/1.3662552

2. Kalman R.E. Identification of Noisy System. *Russian Math. Surveys*, 1985, vol. 40:4, pp. 25–42. DOI: 10.1070/rm1985v040n04abeh003609

3. Kats I.Ya., Kurzhanskiy A.B. [Minimax Multi-Step Filtering in Statistically Indeterminate Situations]. *Automation and Remote Control*, 1978, no. 11, pp. 79–87. (in Russ.)

4. Kuntsevich V.M. *Upravlenie v usloviyakh neopredelennosti: garantirovannye rezul'taty v zadachakh upravleniya i identifikatsii* [Control under Uncertainty: Guaranteed Results in Control and Identification Problems]. Kiev, Naukova dumka Publ., 2006. 264 p.

5. Shiryaev V.I. [Control Synthesis of Linear Systems with Incomplete Information]. *News of the Russian Academy of Sciences. Technical Cybernetics*, 1994, no. 3, pp. 229–237. (in Russ.)

6. Shiryaev V.I. [Control Algorithms of Dynamical Systems under Uncertainty]. *Mechatronics*, 2001, no. 8, pp. 2–5. (in Russ.)

7. Kurzhanskiy A.B. [Identification Problem – the Theory of Guaranteed Estimates]. *Automation and Remote Control*, 1991, no. 4, pp. 3–26. (in Russ.)

8. Chernous'ko F.L. *Otsenivanie fazovogo sostoyaniya dinamicheskikh system. Metod ellipsoidov* [Phase State Estimation of Dynamical Systems. Ellipsoid Method]. Moscow, Nauka Publ., 1998. 320 p.

9. Chernousko F.L. Minimax Control for Class of Linear Systems Subject to Disturbances. *Journal of Optimization Theory and Application*, 2005, vol. 127, no. 3, pp. 535–548. DOI: 10.1007/s10957-005-7501-1

10. Shorikov A.F. [Minimax Filters for State Estimation of Nonlinear Discrete Systems]. *Automation and Remote Control*, 1991, no. 4, pp. 112–122. (in Russ.)

11. Schweppe F.C. Recursive State Estimation: Unknown but Bounded Errors and System Input. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1968, vol. 13, no. 1, pp. 22–28. DOI: 10.1109/TAC.1968.1098790

12. Kogan M.M. LMI-Based Minimax Estimation and Filtering under Unknown Covariances. *International Journal of Control*, 2014, vol. 87 (6), pp. 1216–1226. DOI: 10.1080/00207179.2013.873543

13. Siemenikhin K.V. Minimax Linear Filtering of Random Sequences with Uncertain Covariance Function. *Automation and Remote Control*, 2016, vol. 77 (2), pp. 226–241. DOI: 10.1134/S0005117916020028

14. Aleksandrov A.A. [Minimax Approach to Solving the Problem of Information Processing]. *News of the USSR Academy of Sciences. Technical Cybernetics*, 1996, no. 5, pp. 124–136. (in Russ.)

15. Bakhshiyan B.Ts., Nazirov R.R., El'yasberg P.E. *Opredelenie i korektsiya dvizheniya. Garantiruyushchiy podkhod* [Motion Detection and Correction. Guaranted Approach]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 360 p.

16. Irger D.S. [On Optimal Filtering by Minimax Criterion]. *News of the USSR Academy of Sciences. Technical Cybernetics*, 1966, no. 5, pp. 137–144. (in Russ.)

17. Keyn V.M. *Optimizatsiya system upravleniys po minimaksnomu kriteriyu* [Optimization of Control Systems by Minimax Criterion]. Moscow, Nauka Publ., 1985. 248 p.

18. Krasovskiy N.N., Kurzhanskiy A.B., Kibzun A.I. Modern [Problems of Optimization and Stability of Uncertain Stochastic Systems]. *[Automation and Remote Control*, 2007, no. 10, pp. 3–4. (in Russ.) DOI: 10.1134/s0005117907100013

19. Matasov A.I. *Metod garantiruyushchego otsenivaniya* [Method of Guaranteed Estimation]. Moscow, MGU Publ., 2009. 100 p.

20. Dmitrievskiy A.A., Lysenko L.N. *Prikladnye zadachi teorii optimal'nogo upravleniya dvizheniem bespilotnykh letatel'nykh apparatov* [Applied Problems of the Theory of Optimal Motion Control of Unmanned Aerial Vehicle]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 328 p.

21. Kurzhanskiy A.B., Mesyats A.I. [Control of Ellipsoidal Trajectories]. *Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2014, vol. 54, no. 3, pp. 404–414. (in Russ.) DOI: 10.1134/s0965542514030117

22. Kurkin O., Shatalov S., Korobochkin Yu. *Minimaksnaya obrabotka informatsii* [Minimax Information Processing].Moscow, Energoatomizdat Publ., 1990. 216 p.

23. Shalygin A.S., Lysenko L.N., Tolpegin O.A. *Metody modelirovaniya situatsionnogo upravleniya dvizheniem bespilotnykh letatel'nykh apparatov.* [Methods of Modeling the Situational Motion Control of Unmanned Aerial Vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2012. 584 p.

24. Aleshin B.S., Afonin A.A., Veremeenko K.K. *Orientatsiya i navigatsiya podvizhnykh ob"ektov: sovremennye informatsionnye tekhnologii* [Orientation and Navigation of Mobile Objects: Modern Information Technologies]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 424 p.

25. Pupkov K.A., Egupov N.D., Kolesnikov L.V., Mel'nikov D.V., Trofimov A.I. *Vysokotochnye sistemy samonavedeniya: raschet i proektirovanie. Vychislitel'nyy eksperiment* [High-accuracy Homing Guidance Systems: Calculation and Design. Numerical Experiment]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 512 p.

26. Fomin V.N. *Rekurrentnoe otsenivanie i adaptivnaya fil'tratsiya* [Recurrent Estimation and Adaptive Filtering]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 288 p.

27. Boguslavskiy I.A. *Prikladnye zadachi fil'tratsii i upravleniya* [Applied Filtering and Control Problems]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 401 p.

28. Barabanov A.E. Linear Filtering with Adaptive Adjustment of Covariance Matrices of Disturbances in the Object and Measurement Noise. *Automation and Remote Control*, 2016, vol. 77 (1), pp. 21–36. DOI: 10.1134/S0005117916010021

29. Mehra R.K. Approaches to adaptive filtering. *IEEE Trans. Automat. Control*, 1972, vol. AC–17, pp. 693–698. DOI: 10.1109/TAC.1972.1100100

30. Jazwinski A.H. Adaptive filtering. Automatica, 1969, vol. 5 (4), pp. 475–485. DOI: 10.1016/0005-1098(69)90109-5

31. Kuzovkov N.T., Salychev O.S. *Inertsial'naya navigatsiya i optimal'naya fil'tratsiya* [Inertial Navigation and Optimal Filtering]. Moscow, Mashinostroenie, 1982. 261 p.

32. Koshcheev A.S., Kurzhanskiy A.B. [Adaptive Estimation of the Evolution of Multi-Step Systems under Uncertainty]. *News of the USSR Academy of Sciences. Technical Cybernetics*, 1983, no. 2, pp. 72–93. (in Russ.)

33. Brayson A., Kho Yu-shi *Prikladnaya teoriya optimal'nogo upravleniya* [Applied Theory of Optimal Control]. Moscow, Mir Publ., 1972, 544 p.

34. Il'in E.D., Shiryarv V.I. [On the Guaranteed Estimation of Disturbances in Linear Dynamical Systems]. *Mechatronics*, 2014, no. 9, pp. 12–16. (in Russ.)

35. Osipov Yu. S., Kryazhimskiy A.V., Maksimov V.I. Some Algorithms for Dynamical Input Reconstruction [Nekotorye algoritmy dinamicheskogo vosstanovleniya vkhodov]. *Trudy IMM UrO RAN [Proceedings of IMM]*, 2011, vol. 17, no. 1, pp. 129–161. (in Russ.)

36. Krasovskiy N.N. [On the Control with Incomplete Information]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1976, vol. 40 (2), pp. 197–206. (in Russ.) DOI: 10.1016/0021-8928(76)90051-4

37. Filimonov N.B. Polyhedral Methodology of Optimization of Control Processes. *Problems of Cybernetics and Informatics*, 2012, vol. 4, pp.1–7. DOI: 10.1109/ICPCI.2012.6486423

38. Kostousova E.K. On the Boundedness of External Polyhedral Estimates for Reachable Sets of Linear Differential Systems. *Computational Mathematics and Mathematical Physic*, 2008, vol. 48 (6), pp. 918–932. DOI: 10.1134/S0965542508060043

39. Le V.T.H., Stoica C., Alamo T., Camacho E.F., Dumur D. Zonotopic Guaranteed State Estimation for Uncertain Systems. *Automatica*, 2013, vol. 49 (1), pp. 3418–3424. DOI: 10.1016/j.automatica.2013.08.014

40. Pugachev V.S. *Teoriya sluchaynykh funktsiy i eye primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [The Theory of Random Functions and its Application to Problems of Automatic Control]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1960. 883 p.

41. Mayboroda L.A., Shkol'nyy E.P. *Atmosphera i upravlenie dvizheniem letatel'nykh apparatov* [Atmosphere and Motion Control of Aircraft]. Moscow, Gidrometeoizdat Publ., 1973. 307 p.

42. Razorenov G.N. [Decomposability of Linear Dynamical Systems]. *Automation and Remote Control*, 1978, no. 1, pp. 12–16. (in Russ.)

43. Aguirre L.A., Letellier C. Modeling Nonlinear Dynamics and Chaos: a Review. *Mathematical Problems in Engineering*, 2009, vol. 2009. 35 p. DOI: 10.1155/2009/238960

44. Shelud'ko A.S., Shiryaev V.I. [The Minimax Filtering Algorithm for a One-dimensional Chaotic Process]. *Mechatronics*, 2014, no. 5, pp. 8–12. (in Russ.)

45. Kozhikhova N.A., Shiryaev V.I. [Time Series Forecasting Using Chaotic Component]. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2010, no. 22 (198), pp. 22–25. (in Russ.)

46. Širyaev A.N., Legostaeva I.L. Minimax Weights in a Trend Detection Problem for a Stochastic Process. *Theory of Probability and Its Applications*, 1971, vol. 16 (2), pp. 344–349. DOI: 10.1137/1116031

47. Razygraev A.P. *Osnovy upravleniya poletom kosmicheskikh apparatov* [The Basics of Spacecraft Flight Control]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990. 480 p.

Received 30 August 2018

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Ширяев, В.И. К задаче оценивания ошибок измерений в системах управления при неполной информации / В.И. Ширяев, Д.В. Хаданович // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2018. – Т. 18, № 4. – С. 25–40. DOI: 10.14529/ctcr180403

FOR CITATION

Shiryayev V.I., Khadanovich D.V. To the Problem of Measurement Errors Estimation in Control Systems with Incomplete Information. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 25–40. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr180403