

## АЛГОРИТМ НАСТРОЙКИ СИСТЕМЫ НЕЧЁТКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА ТИПА МАМДАНИ

**М.С. Голосовский<sup>1</sup>, А.В. Богомолов<sup>2</sup>, Д.С. Теребов<sup>3</sup>, Е.В. Евтушенко<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> Государственный научно-исследовательский испытательный институт военной медицины Министерства обороны Российской Федерации, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

<sup>2</sup> Государственный научный центр Российской Федерации – Федеральный медицинский биофизический центр им. А.И. Бурназяна, г. Москва, Российская Федерация

<sup>3</sup> Национальный центр управления обороной Российской Федерации, г. Москва, Российская Федерация

<sup>4</sup> Черноморское высшее военно-морское ордена Красной Звезды училище им. П.С. Нахимова, г. Севастополь, Российская Федерация

E-mail: a.v.bogomolov@gmail.com

Предложен алгоритм настройки систем типа Мамдани, использующий для подстройки правил нечёткого логического вывода принцип пропорционально-интегрального регулятора с ограниченной интегральной составляющей. Для уменьшения времени подстройки по сравнению с пропорциональным регулятором и уменьшения величины перерегулирования, по сравнению с пропорционально-интегральным регулятором с теми же значениями коэффициентов интегральной и пропорциональной составляющих, используется ограничение интегральной составляющей. Достоинство разработанного алгоритма заключается в возможности осуществления локальной подстройки без полного набора данных области определения входных переменных и соответствующих им значений отклика системы. В качестве приоритетного направления дальнейших исследований рассматривается адаптация применения алгоритмов для функций принадлежности других (отличных от гауссовых) типов. Эффективность алгоритма подтверждена результатами его сопоставления с алгоритмами подстройки систем нечёткого логического вывода на основе нечётких нейронных сетей и нечёткой кластеризации при решении идентичных задач.

*Ключевые слова:* системы нечёткого логического вывода; адаптивные системы; системы Мамдани; интеллектуальные системы; нечёткая логика; функции принадлежности; пропорционально-интегральный регулятор.

### Введение

Использование систем нечёткого логического вывода приобрело широкое распространение, начиная с 1980-х гг., когда разработанные в 1965 году Л. Заде математические принципы стало возможным применить в алгоритмах, выполняемых с использованием ЭВМ. Математическое подтверждение возможности использования нечётких моделей в задачах моделирования функциональных зависимостей получено после доказательства Б. Коско теоремы [1] о том, что системы нечёткого логического вывода типа Мамдани могут аппроксимировать любую функциональную зависимость с заданной точностью (впоследствии аналогичные теоремы доказаны в отношении систем нечёткого вывода типа Сугено). Для настройки правил нечётких моделей существуют различные алгоритмы, наиболее распространёнными из которых являются алгоритмы, построенные на основе нейронных сетей или алгоритмы нечёткой кластеризации. Но указанные методы более часто применяются для настройки систем типа Сугено [2–5], в связи с большей вычислительной простотой и точностью. Тем не менее остаётся класс систем типа Мамдани [6–9], которые применяются при реализации экспертных систем, в связи с интуитивной понятностью интерпретации правил и большей близостью к логическому мышлению человека, для которых после настройки системы экспертами требуется корректировка правил нечёткого логического вывода на основе статистических данных, получаемых в процессе функционирования системы.

В качестве объекта применения адаптивного алгоритма возьмем классическую систему нечёткого логического вывода типа Мамдани, содержащую  $m$  входных переменных и одну выходную переменную. Каждая входная переменная может содержать от 2 до  $m$  функций принадлеж-

ности к нечёткому множеству. Выходная переменная содержит  $k \geq 2$  функций принадлежности. Общая схема вывода для систем типа Мамдани производится по следующему алгоритму:

1. Этап фаззификации: чёткие значения входных переменных  $x$  приводятся к нечётким значениям посредством вычисления их степени истинности выражения:  $x_u$  есть  $A_u^j$  как вычисления значения соответствующего значения входной функции принадлежности  $\mu_A(x_u)$ , где  $u$  – номер входной переменной,  $j$  – номер правила нечёткого логического вывода.

2. Этап нечёткого вывода: используя полученные на первом этапе значения степеней истинности, вычисляются результирующие значения для каждого  $j$ -го правила из набора в  $m$  правил:

$$R_j : \text{ЕСЛИ } (x_1 \text{ есть } A_1^j), \dots, \text{И } (x_n \text{ есть } A_n^j) \text{ ТО } y \text{ есть } B_k^j, \quad (1)$$

где И – операция пересечения нечётких множеств ( $t$ -норма). В статье в качестве оператора  $t$ -нормы используется оператор умножения (оператор MIN),  $k$  – номер функции принадлежности выходной переменной.

3. Этап дефаззификации: получение чёткого значения. В статье будет рассматриваться модель с выполнением дефаззификации методом вычисления центра тяжести

$$y = \frac{\int_{\min}^{\max} y \mu_r(y) dy}{\int_{\min}^{\max} \mu_r(y) dy}, \quad (2)$$

где  $\mu_r(y)$  – результирующая функция принадлежности, полученная посредством суммирования частных усечённых функций принадлежности  $\mu_{jr}(y)$ , полученных при срабатывании  $j$ -го правила.

### Синтез алгоритма настройки системы нечёткого логического вывода

Для применения принципов регулятора, работающего по пропорционально-интегральному принципу (ПИ-регулятор) [10], для каждого правила введём понятие накапливаемой (интегральной) ошибки, рассчитываемой по формуле (3), и пропорциональной ошибки:

$$I_{ij} = \sum_{i=1}^N w_j (y_i - s_i), \quad (3)$$

$$P_{ij} = w_j (y_i - s_i), \quad (4)$$

где  $j$  – номер сработавшего правила;  $i$  – номер шага, на котором было получено прогнозируемое значение на выходе системы нечёткого логического вывода  $y$ ;  $S_i$  – реальное значение прогнозируемой величины;  $w_j$  – вес вклада результирующей функции принадлежности  $j$ -го правила при формировании  $i$ -й оценки, вычисляется по формуле:

$$w_j = T(\mu_{A1j}(x_1), \mu_{A2j}(x_2), \dots, \mu_{Anj}(x_n)), \quad (5)$$

где  $T$  – операция вычисления  $t$ -нормы. В качестве  $t$ -нормы нами использована операция MIN, но можно использовать другие варианты  $t$ -норм, такие как оператор произведения или оператор усиленного произведения [11]. В представленной интерпретации  $w_i$  соответствует уровню активации  $j$ -го правила при получении результирующей функции принадлежности. Для каждого правила выделим чёткое значение заключения  $y_j$ , получаемое по тому же правилу, что и общее результирующее значение (6), только в функция принадлежности  $\mu_{jr}(y)$  является результирующей функцией от срабатывания  $j$ -го правила:

$$y_j = \frac{\int_{\min}^{\max} y \mu_{jr}(y) dy}{\int_{\min}^{\max} \mu_{jr}(y) dy}. \quad (6)$$

В качестве формы функции принадлежности для описания входных и выходной переменных выбрана симметричная гауссова функция принадлежности:

$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-b)^2}{2a^2}}, \quad (7)$$

где  $a$  – параметр, определяющий ширину функции принадлежности;  $b$  – параметр, определяющий положение ядра функции принадлежности. Поскольку в выбранной системе каждому правилу соответствует только одна функция принадлежности выходной переменной, которая является симметричной относительно центра  $b$ , то результат дефаззификации для правила (6) будет совпадать с ядром функции принадлежности  $b$ .

Алгоритм подстройки основан на вычислении ошибки по принципу работы ПИ-регулятора с ограниченной интегральной составляющей и последующим изменением на её основе параметров консеквента для правил логического вывода [11–13].

Для корректной работы алгоритма необходимо соблюдение следующих ограничений:

1. Для задания выходной переменной используются симметричные гауссовы функции принадлежности, описываемые уравнениями (7).
2. Число функций принадлежности выходных переменных равно числу правил логического вывода и равно произведению числа функций принадлежности разных входных переменных.
3. Центры (ядра) входных функций принадлежности должны быть равномерно расположены на всей области определения. При этом расстояние между центрами функций принадлежности  $\Delta x$  вычисляется по формуле

$$\Delta x = (x_{\max} - x_{\min}) / (N - 1), \quad (8)$$

где  $x_{\max}$  – верхняя граница области определения входной переменной,  $x_{\min}$  – нижняя граница области определения выходной переменной. В предельном случае для числа функций принадлежности, равным двум, центры функций принадлежности будут совпадать с границами области определения,  $N$  – число функций принадлежности.

4. Значение истинности в точке пересечения двух соседних функций принадлежности  $x_k$  равно 0,5:  $\mu(x_k) = 0,5$ . При задании функции принадлежности гауссова типа (6) оценка параметра  $a$ , определяющего ширину функции принадлежности, будет рассчитываться по формуле

$$a = (b - 0,5\Delta x) / \sqrt{2|\ln 0,5|}. \quad (9)$$

Алгоритм основан на изменении ядер функций принадлежности при возникновении ошибки вычислений и состоит из следующих шагов:

1. Берётся набор значений входных переменных  $[x_1, x_n]$  и соответствующее им расчётное  $y_i$  и фактическое  $s_i$  значения выходной переменной ( $i$  – номер шага, на котором было получено прогнозируемое значение на выходе системы нечёткого логического вывода для заданного фиксированного значения входных переменных).
2. Для каждого  $j$ -го правила  $j = [1, M]$ , где  $M$  – число правил в системе, выполняются шаги 3–6.
3. На основе данных, полученных в результате предыдущих измерений, вычисляется значение ошибки для интегральной составляющей по формуле (3).
4. Для уменьшения значения перерегулирования вводится ограничение интегральной составляющей с помощью указания максимального значения  $I_s$ , выше которого значение интегральной составляющей быть не может:

$$\begin{cases} I_{ij} = I_s, & \text{если } I_{ij} \geq I_s, \\ I_{ij}, & \text{если } I_{ij} < I_s. \end{cases} \quad (10)$$

5. Вычисляется значение пропорциональной составляющей по формуле (4).

6. Вычисляется общее значение ошибки  $E_{ij}$  как сумма пропорциональной и интегральной составляющих

$$E_{ij} = K_I I_{ij} + K_P P_{ij}, \quad (11)$$

где  $K_I$  и  $K_P$  – коэффициенты для интегральной и пропорциональной составляющих, используемые для изменения скорости реагирования на ошибку выхода.

7. Производится корректировка параметра  $b$  функции принадлежности заключения  $j$ -го правила по формуле

$$b_j = b_j + E_{ij} \quad (12)$$

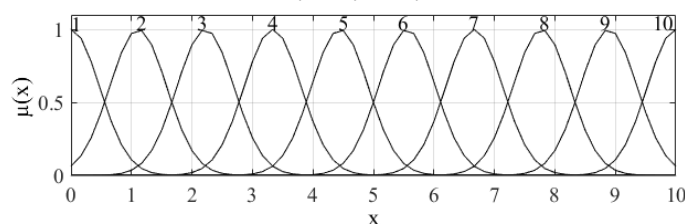


Рис. 1. Графическая интерпретация терм-множества входной переменной

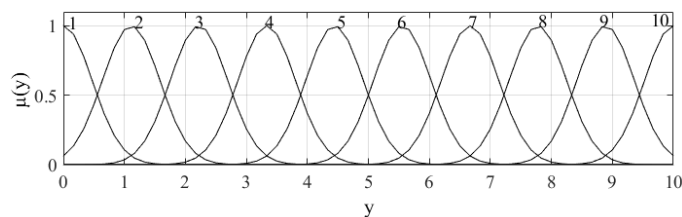


Рис. 2. Графическая интерпретация термножества выходной переменной

Рассмотрим работу алгоритма при различных значениях коэффициентов  $K_I$  и  $K_P$  для того, чтобы показать их влияние на скорость и точность подстройки параметров модели. Для этого возьмем систему нечёткого логического вывода, содержащую одну входную переменную, термножество которой содержит 10 функций принадлежности и одну выходную переменную, термножество которой также содержит 10 функций принадлежности (для соблюдения второго ограничения).

Графическое представление термножества входной переменной представлено на рис. 1, выходной переменной – на рис. 2. Система будет содержать 10 правил нечёткого логического вывода, посредством которых функция принадлежности входной переменной с номером 1 связана с функцией входной переменной номер 1, функция принадлежности с номером 2 связана с функцией принадлежности выходной переменной с номером 2 и т. д.

Влияние коэффициентов  $K_I$  и  $K_P$  будет показано следующим образом: зафиксировано значение входной переменной, равное 3,018. При заданных выше первоначальных настройках системы соответствующее выходное значение будет равно  $s = 2,7725$ . На первых 5 шагах задано значение  $s = 2,7725$ , начиная с 20 шага задано значение  $s = 6,0829$  (произведено ступенчатое изменение ожидаемой величины). Графики изменения выходного значения  $y$  от шага применения алгоритма при различных коэффициентах  $K_I$  и  $K_P$  представлены на рис. 3.

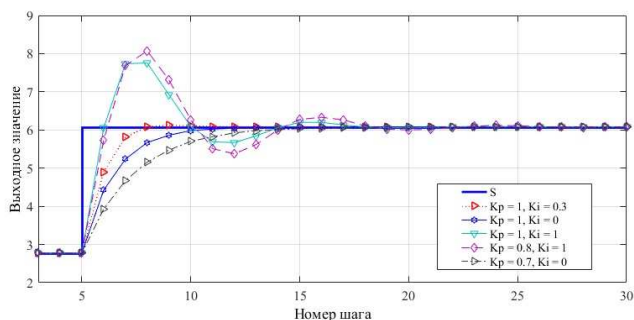


Рис. 3. Зависимость выходного значения системы от шага выполнения алгоритма подстройки при различных коэффициентах  $K_I$  и  $K_P$

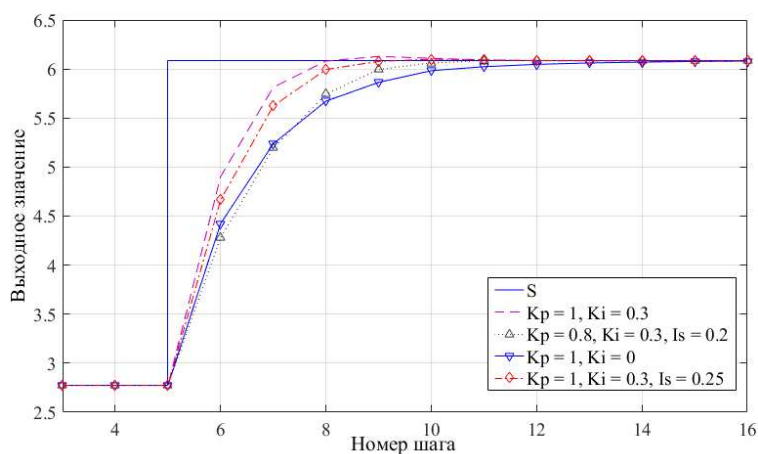


Рис. 4. Зависимость выходного значения от шага выполнения алгоритма подстройки при различных значениях коэффициентов  $K_I$ ,  $K_P$ ,  $I_s$

При значениях коэффициента интегральной составляющей больше 0,5 амплитуда перерегулирования становится большой – может превысить 0,7 от значения изменения отслеживаемой выходной величины, но при этом интегральная составляющая позволяет быстрее реагировать на возмущающее воздействие (в этом случае сохраняется скорость подстройки, но уменьшается амплитуда перерегулирования) [14, 15]. Графики изменения выходного значения от шага применения алгоритма для различных значений коэффициентов  $K_i$ ,  $K_p$ ,  $I_s$  представлены на рис. 4.

За счёт изменения параметров выходной переменной алгоритм производит интерполяционную подстройку поверхности нечёткого вывода. При этом подстройка производится за счёт сдвига «опорных точек», формируемых центрами функций принадлежности выходных переменных. Рассмотрим изменение поверхности вывода и расположения функций принадлежности входных переменных для следующих значений входной переменной: в которой функция принадлежности принимает значение  $\mu(x) = 0,5$  и происходит пересечение двух функций принадлежности, для этого возьмем  $x = 2,77$ , в которой значение функции принадлежности равно  $\mu(x) = 0,5$ , возьмём  $x = 3,33$ , в которой только одна функция принадлежности с номером 4 активирует правило, для неё  $\mu(x) = 1$ , и промежуточное значение  $x = 3$ . Выбранные значения  $x$  и их взаимосвязь с функциями принадлежности входной переменной представлены на рис. 5.

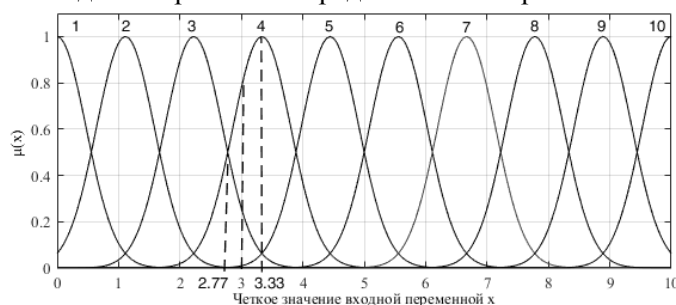


Рис. 5. Выбранные значения  $x$  и их взаимосвязь с функциями принадлежности входной переменной

Исходный график поверхности нечёткого логического вывода и его изменения в результате подстройки представлены на рис. 6, изменение расположений функций принадлежности выходной переменной представлены на рис. 7–9.

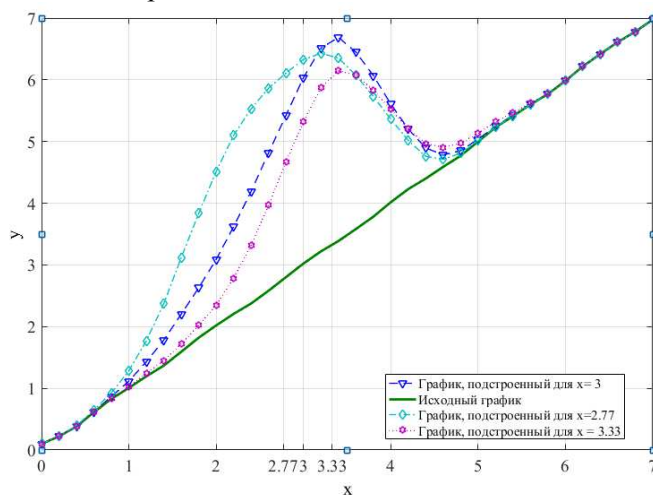


Рис. 6. Изменение поверхности вывода для разных значений входной переменной

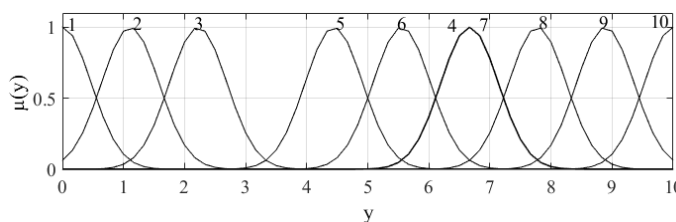


Рис. 7. Расположение функций принадлежности после подстройки параметров для входного значения 3,33

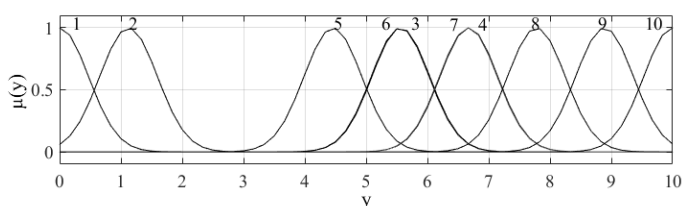


Рис. 8. Расположение функций принадлежности после подстройки параметров для входного значения 2,77

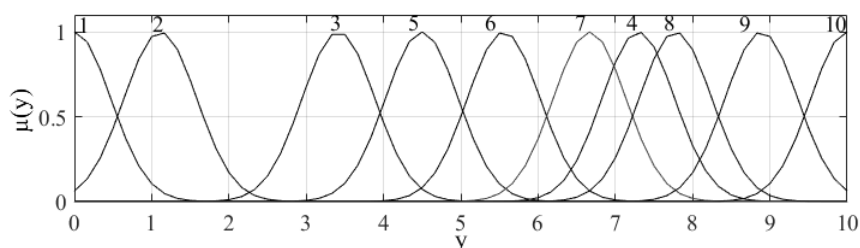


Рис. 9. Расположение функций принадлежности после подстройки параметров для входного значения 3

Получаемая нечёткая поверхность вывода для системы вывода по типу Мамдани и гауссовых функций принадлежности является гладкой функцией, интерполирующей значения между центрами функций принадлежности выходных переменных. В связи с этим при значении  $x = 2,77$  алгоритмом было выполнено перемещение выходных функций принадлежности с номерами 3 и 4 (рис. 8). При этом результирующая поверхность вывода имеет более пологий вид, чем поверхность вывода, изменённая для  $x = 3$ , когда четвертая выходная функция принадлежности имела более существенный вклад в результирующее значение и была перемещена дальше, чем функция с номером 3 (рис. 9). При расчёте степень истинности четвертой выходной функции принадлежности равна 0,8, степень истинности третьей выходной функции принадлежности равна 0,2. При подстройке при значении  $x = 3,33$  перемещалась только одна функция принадлежности под номером 4 (рис. 3), при этом полученная функциональная зависимость подстройки для значения 3,33 имеет наименьшее значение максимума на участке  $[1, 5]$  области определения входной переменной.

### Сравнение эффективности алгоритмов подстройки системы нечёткого логического вывода

В качестве критерия для сравнения предложенных алгоритмов будем использовать среднюю величину ошибки, вычисляемую по формуле

$$\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_i^N |y_i - y_i^*|, \quad (13)$$

где  $N$  – число точек, в которых проводилась проверка;  $y_i$  – значение, спрогнозированное системой;  $y_i^*$  – моделируемое значение функции.

Для выполнения сравнения будем использовать нечёткую нейронную сеть ANFIS (*adaptive-network-based fuzzy inference system*) для подстройки системы нечёткого логического вывода Такаги–Сугено–Канга (TSK) первого порядка с результирующими функциями принадлежности

$$f(x) = b,$$

где  $b$  – константа, значение которой совпадает с ядром выходной функции принадлежности системы Мамдани (на графиках и далее будем обозначать ANFIS) и генерацию нечёткой системы типа Мамдани на основе статистических данных с использованием нечёткого алгоритма С-средних (на графиках и далее будем обозначать FCM – *fuzzy C-means*). Область определения моделей примем  $D = [0, 10]$ , область значений  $E = [0, 10]$ . Первоначально нечёткие модели настроены на вывод зависимости  $y = 5$  для любого значения  $x$ .

Сравнение проведено на двух типах проверок:

1. Подстройка системы по одной моделируемой зависимости.
2. Подстройка системы по трём, последовательно изменяемым зависимостям.

Первая проверка производится на моделируемой нелинейной зависимости, имеющей один максимум:

$$y = 3 + 4e^{-(x-5)^2/2,5}. \quad (14)$$

Моделируемая зависимость служит математическим ожиданием для генерации пяти случайных последовательностей (этапов), значения которых распределены по нормальному закону распределения с дисперсией, равной 0,5. Исходная зависимость и сгенерированные случайные последовательности для пяти этапов представлены на рис. 10.

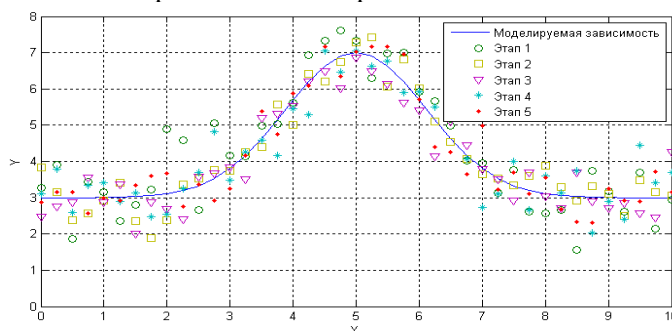


Рис. 10. График исходной зависимости и сгенерированные случайные последовательности

При сравнении алгоритмов нейронная сеть ANFIS будет использовать 10 эпох обучения. Средние значения полученных ошибок представлены в табл. 1. Итоговые графики зависимостей, полученные в результате обработки зашумлённых данных с использованием проверяемых алгоритмов, приведены на рис. 11.

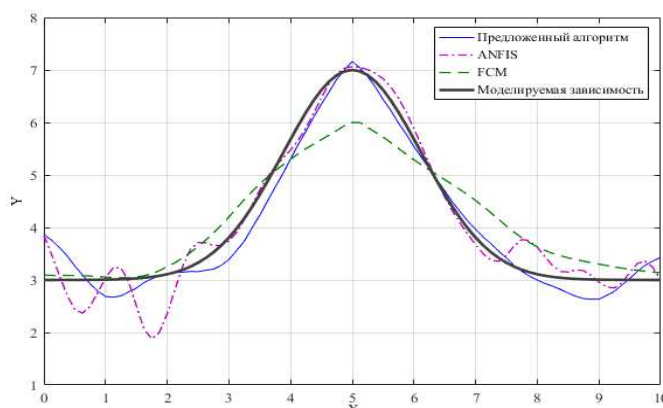


Рис. 11. Зависимости, полученные в результате обработки зашумлённых данных с использованием проверяемых алгоритмов

Таблица 1

Средние значения ошибок на обучающих и контрольных выборках для подстройки с использованием сравниваемых алгоритмов

Алгоритм	Тип выборки	Номер этапа				
		1	2	3	4	5
Предложенный	Обучающая	1,118256	0,574143	0,44774	0,354911	0,233608
	Контрольная	1,135829	0,573822	0,447369	0,351716	0,216397
ANFIS	Обучающая	0,370094	0,270445	0,340054	0,29814	0,24303
	Контрольная	0,367198	0,277986	0,342855	0,287561	0,240048
FCM	Обучающая	0,42473	0,43392	0,440363	0,438923	0,390062
	Контрольная	0,432041	0,43917	0,4501	0,450138	0,398141

Вторая проверка выполнена на серии из трёх последовательностей, являющихся нелинейными и имеющих несколько максимумов и минимумов: формулы (15)–(17). Таким образом, проверена возможность аппроксимации динамической зависимости. Проверка адаптационных свойств

## Математика

проведена для трёх итераций по четыре этапа в каждой. Исходные настройки систем и правила генерации случайных последовательностей для алгоритмов идентичны исходным настройкам и правилам генерации случайных последовательностей из предыдущей проверки:

$$y = 3 + 1/(0,3 + 0,2e^{5-x}), \quad (15)$$

$$y = e^{-0,1(x-5)} \sin(2x-8) + 4, \quad (16)$$

$$y = 5 + \sin(x) + 0,5(0,7 \ln(x + 0,09))^2. \quad (17)$$

Графики трёх исходных зависимостей и точек, случайно сгенерированных с использованием этих зависимостей в качестве среднего значения для проверки адаптации алгоритмов, представлены на рис. 12. Результаты аппроксимации этих зависимостей с использованием проверяемых алгоритмов представлены в виде графиков на рис. 13 и в виде числовых значений в табл. 2.

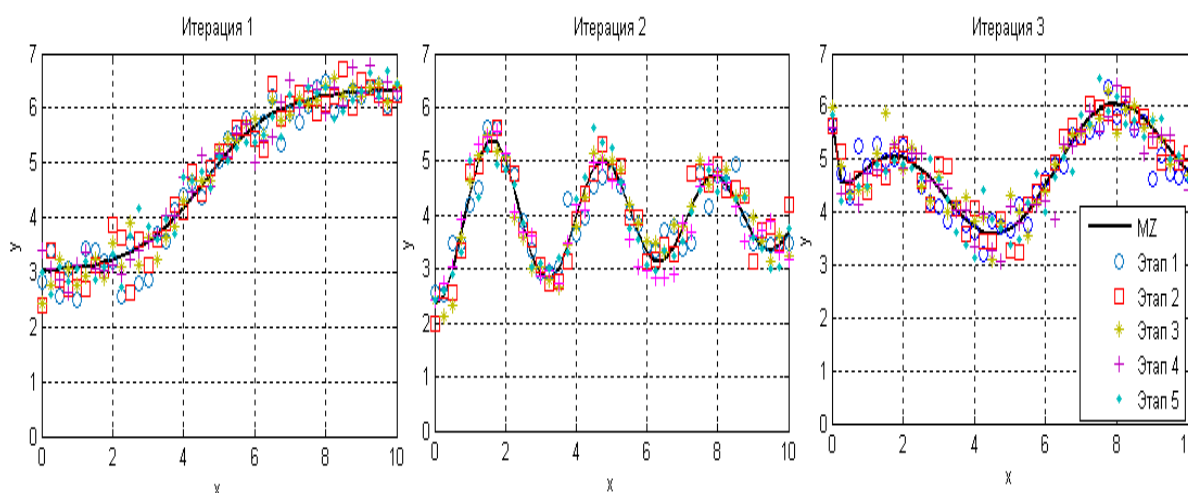


Рис. 12. Распределение исходной величины  $x$  и моделирования случайных результатов измерений по итерациям 1–3, содержащим по 5 этапов в каждой

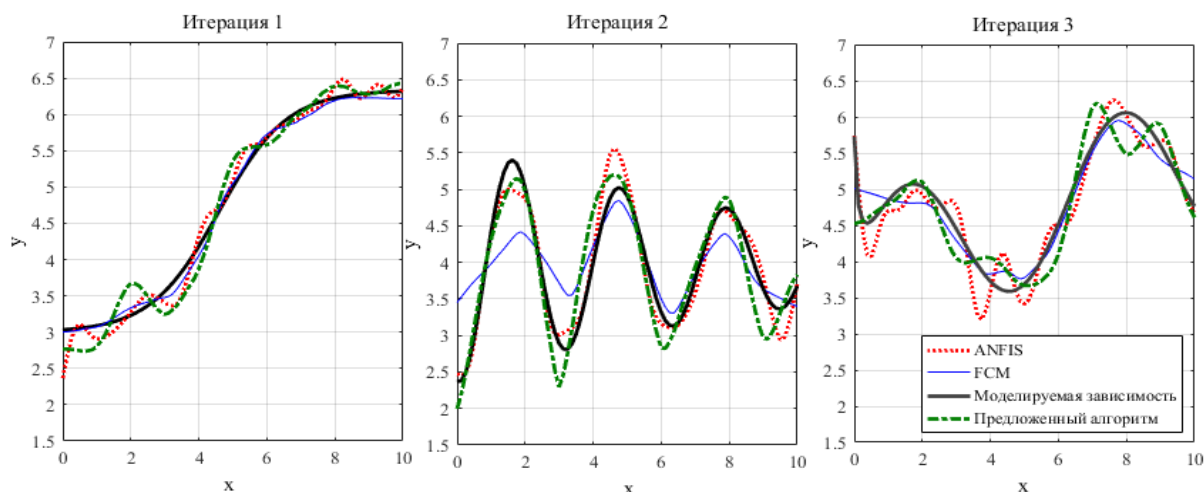


Рис. 13. Графики зависимостей, полученных в результате обработки зашумлённых данных с использованием проверяемых алгоритмов

Проведённые сравнения показывают, что предложенный алгоритм выполняет подстройку зависимости на уровне алгоритмов ANFIS и FCM. Средняя ошибка на обучающей выборке на пятом этапе за три итерации составила 0,201446 для предложенного алгоритма, 0,161623 для алгоритма ANFIS и 0,206263 для алгоритма FCM. На контрольной выборке средняя ошибка на пятом этапе за три итерации составила 0,193556 для предложенного алгоритма, 0,164013 – для алгоритма ANFIS и 0,19779 – для алгоритма FCM.



Средние значения ошибок на обучающих (ОВ) и контрольных (КВ) выборках по трём итерациям для предложенного алгоритма подстройки с использованием нечёткой сети ANFIS, генерации системы с использованием алгоритма FCM

Номер итерации	Номер этапа	Предложенный алгоритм		Алгоритм ANFIS		Алгоритм FCM	
		ОВ	КВ	ОВ	КВ	ОВ	КВ
1	1	0,46926	0,47266	0,17618	0,17454	0,12255	0,12249
	2	0,19537	0,19857	0,15471	0,14542	0,05548	0,05549
	3	0,20666	0,20123	0,17847	0,17895	0,10935	0,11191
	4	0,12472	0,12134	0,16901	0,17085	0,0789	0,07762
	5	0,12951	0,12919	0,12179	0,11241	0,06711	0,06843
2	1	0,66071	0,66577	0,19378	0,19846	0,45681	0,45056
	2	0,41051	0,40337	0,13703	0,13326	0,34301	0,34559
	3	0,24624	0,23246	0,17043	0,16858	0,37221	0,37075
	4	0,23783	0,22348	0,20851	0,20771	0,37072	0,3561
	5	0,24675	0,24498	0,16294	0,16389	0,3795	0,37116
3	1	0,59862	0,59041	0,17529	0,18355	0,20335	0,18813
	2	0,35333	0,35615	0,18398	0,18221	0,20071	0,18264
	3	0,23531	0,20726	0,18021	0,1796	0,18457	0,17185
	4	0,23134	0,20509	0,18918	0,18109	0,18346	0,15748
	5	0,22808	0,2065	0,20014	0,21574	0,17218	0,15378

### Заключение

Проведённое исследование показывает, что достоинство разработанного алгоритма настройки системы нечёткого логического вывода типа Мамдани заключается в возможности осуществления локальной подстройки: для одного фиксированного набора входных переменных можно настроить выходное значение (отклик) системы. Для аналогичной подстройки алгоритмам ANFIS и FCM требуется передавать полный набор данных области определения входных переменных и соответствующие им значения отклика системы. В качестве приоритетного направления дальнейших исследований рассматривается адаптация применения алгоритмов для функций принадлежности других (отличных от гауссовых) типов.

### Литература

1. Kosko, B. Fuzzy systems as universal approximators / B. Kosko // IEEE Transactions on computers. – 1994. – Vol. 43. – Issue 11. – P. 1329–1333.
2. Jang, J.S.R. ANFIS: Adaptive network based fuzzy inference systems / J.S.R. Jang // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1993. – Vol. 23. – Issue 3. – P. 665–685.
3. Fuzzy adaptive control system of a non-stationary plant with closed-loop passive identifier / F. Manentia, F. Rossia, A. Goryunov *et al.* // Resource-Efficient Technologies. – 2015. – Vol. 1. – Issue 1. – P. 10–18.
4. Паклин, Н.Б. Адаптивные модели нечеткого вывода для идентификации нелинейных зависимостей в сложных системах: автореферат дис. ... канд. техн. наук / Н.Б. Паклин. – Ижевск, 2004. – 19 с.
5. Пегат, А. Нечёткое моделирование и управление / А. Пегат // БИНОМ: Лаборатория знаний, 2013. – 798 с.
6. Борисов, В.В. Нечёткие модели и сети / В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С. Федулов. – М.: Горячая линия–Телеком, 2007. – 284 с.
7. Driankov, O. An introduction to fuzzy control / O. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993. – 316 p.

8. Garibaldi, J.M. Application of simulated annealing fuzzy model tuning to umbilical cord acid-base interpretation / J.M. Garibaldi, E.C. Ifeachor // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. – 1999. – Vol. 7. – Issue 1. – P. 72–84.
9. Mamdani, E.H. An Experiment in Linguistic Synthesis with Fuzzy Logic Controller / E.H. Mamdani, S. Assilian // *International Journal Man-Machine Studies*. – 1975. – Vol. 7. – Issue 1. – P. 1–13.
10. Кудинов, Ю.И. Методы синтеза и настройки нечетких ПИД регуляторов Мамдани / Ю.И. Кудинов, А.Ю. Келина // *Информационные технологии*. – 2012. – № 6 (приложение). – 32 с.
11. Интеллектуальные системы управления и нечеткие регуляторы. Часть II. обучаемые нечеткие регуляторы, нечеткие ПИД-регуляторы / С.Н. Васильев, Ю.И. Кудинов, Ф.Ф. Пашенко и др. // *Датчики и системы*. – 2017. – № 2 (211). – С. 3–12.
12. Хомоненко, А.Д. Автоматическая рубрикация документов с помощью латентносемантического анализа и алгоритма нечёткого вывода Мамдани / А.Д. Хомоненко, С.В. Логашев, С.А. Краснов // *Труды СПИИРАН*. – 2016. – Вып. 44. – С. 5–19.
13. Cao, S.G. Mamdani-type fuzzy controllers are universal fuzzy controllers / S.G. Cao, N.W. Rees, G. Feng // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2001. – Vol. 123. – Issue 3. – P. 359–367.
14. Hennebach, E. Algebraic operations on a class of Mamdani-controllers // E. Hennebach, W. Dilger // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1999. – Vol. 101. – Issue 2. – P. 253–259.
15. Солдатова, О.П. Решение задачи классификации с использованием нейронных нечётких продукционных сетей на основе модели вывода Мамдани–Заде / О.П. Солдатова, И.А. Лёзин // *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки*. – 2014. – № 2 (35). – С. 136–148.

*Поступила в редакцию 23 мая 2018 г.*

---

*Bulletin of the South Ural State University  
Series "Mathematics. Mechanics. Physics"  
2018, vol. 10, no. 3, pp. 19–29*

---

DOI: 10.14529/mmph180303

### ALGORITHM TO ADJUST FUZZY INFERENCE SYSTEM OF MAMDANI TYPE

**M.S. Golosovskiy<sup>1</sup>, A.V. Bogomolov<sup>2</sup>, D.S. Terebov<sup>3</sup>, E.V. Evtushenko<sup>4</sup>**

<sup>1</sup> *The State Scientific Research Testing Institute of Military Medicine of the Ministry of Defense of the Russian Federation, Saint-Petersburg, Russian Federation*

<sup>2</sup> *State Scientific Center of the Russian Federation – A.I. Burnazyan Federal Medical Biophysical Center, the Russian Federal Medical-Biological Agency, Moscow, Russian Federation*

<sup>3</sup> *National Center for Defense Management of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation*

<sup>4</sup> *The Black Sea Higher Naval Orders of the Red Star School named after P.S. Nakhimov, Sevastopol, Russian Federation*

*E-mail: a.v.bogomolov@gmail.com*

An algorithm to adjust the Mamdani-type systems is given; it uses the principle of a proportional-integral controller with a limited integral component to adjust fuzzy inference rules. To reduce the adjustment time in comparison with proportional controller and to reduce the overshoot amount in comparison with the proportional-integral controller with the same values of the coefficients of the integral and proportional components, the integral component limitation is used. The advantage of the developed algorithm is in the possibility of performing a local adjustment without a complete set of data for the domain of definition of input variables and the corresponding response values of the system. As a priority area for further research adaptation of the application of the algorithms to the membership functions of other types (non-Gaussian) is considered. The efficiency of the algorithm is confirmed by the results of its comparison with algorithms of fuzzy inference system adjustment based on fuzzy neural networks and fuzzy clustering in solving identical problems.

*Keywords: fuzzy inference systems; adaptive systems; Mamdani-type systems; intelligent systems; fuzzy logic; functions of membership; proportional-integral controller.*

### References

1. Kosko B. Fuzzy systems as universal approximators. *IEEE Transactions on computers*, 1994, Vol. 43, Issue 11, pp. 1329–1333. DOI: 10.1109/12.324566
2. Jang J.S.R. ANFIS: Adaptive network based fuzzy inference systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, Vol. 23, Issue 3, pp. 665–685. DOI: 10.1109/21.256541
3. Manentia F., Rossia F., Goryunov A., Dyadik A., Kozin K., Nadezhdin I., Mikhalevich S. Fuzzy adaptive control system of a non-stationary plant with closed-loop passive identifier. *Resource-Efficient Technologies*, 2015, Vol. 1, Issue 1, pp. 10–18. DOI: 10.1016/j.refit.2015.07.001
4. Paklin N.B. *Adaptivnye modeli nechetkogo vyvoda dlya identifikatsii nelineynykh zavisimostey v slozhnykh sistemakh: avtoreferat dis. ... kand. tekhn. nauk* (Adaptive models of fuzzy inference for identification of nonlinear dependencies in complex systems: the abstract of thesis Cand. Sc. (Engineering)). Izhevsk, 2004, 19 p. (in Russ.).
5. Pegat A. *Nechyetskoe modelirovanie i upravlenie* (Fuzzy modeling and control). BINOM, Laboratoriya znaniy Publ., 2013, 798 p. (in Russ.).
6. Borisov V.V., Kruglov V.V., Fedulov A.S. *Nechyetskie modeli i seti* (Fuzzy models and networks). Moscow, Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2007, 284 p. (in Russ.).
7. Driankov O., Hellendoorn H., Reinfrank M. *An introduction to fuzzy control*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993, 316 p. DOI: 10.1007/978-3-662-11131-4
8. Garibaldi J.M., Ifeachor E.C. Application of simulated annealing fuzzy model tuning to umbilical cord acid-base interpretation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1999, Vol. 7, Issue 1, pp. 72–84. DOI: 10.1109/91.746314
9. Mamdani E.H., Assilian S. An Experiment in Linguistic Synthesis with Fuzzy Logic Controller. *International Journal Man-Machine Studies*, 1975, Vol. 7, Issue 1, pp. 1–13. DOI: 10.1016/S0020-7373(75)80002-2
10. Kudinov Yu.I., Kelina A.Yu. Methods of Synthesis and Tuning of Fuzzy PID Mamdani Regulators. *Informatsionnye tekhnologii*, 2012, no. 6 (supplement), 32 p. (in Russ.).
11. Vassilyev S.N., Kudinov Y.I., Pashchenko F.F., Durgaryan I.S., Kelina A.Yu., Kudinov I.Yu., Pashchenko A.F. Intelligent Control Systems and Fuzzy Controllers. Part 2. Trained Fuzzy Controllers, Fuzzy PID Controllers. *Datchiki & Systemi* (Sensors & Systems), 2017, no. 2 (211), pp. 3–12. (in Russ.).
12. Khomonenko A.D., Logashev S.V., Krasnov S.A., Automatic Categorization of Documents Using Latent Semantic Analysis and Fuzzy Inference Algorithm of Mamdani. *Tr. SPIIRAN*, 2016, Issue 44, pp. 5–19. (in Russ.). DOI: 10.15622/sp.44.1
13. Cao S.G., Rees N.W., Feng G. Mamdani-type fuzzy controllers are universal fuzzy controllers. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, Vol. 123, Issue 3, pp. 359–367. DOI: 10.1016/S0165-0114(01)00015-X
14. Hennebach E., Dilger W. Algebraic operations on a class of Mamdani-controllers. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, Vol. 101, Issue 2, pp. 253–259. DOI: 10.1016/S0165-0114(98)00168-7
15. Soldatova O.P., Lyozin I.A. Research of Classification Tasks Solving Using Neural Fuzzy Production Based Network Models of Mamdani–Zadeh, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2014, Issue 2(35), pp. 136–148. DOI: 10.14498/vsgtu1266

Received May 23, 2018