

К РАСЧЕТУ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЙ В СЖИМАЕМОМ СМАЗОЧНОМ СЛОЕ ЦИЛИНДРО-ПОРШНЕВОГО СОПРЯЖЕНИЯ

С.Г. Некрасов

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Представлено описание численного решения задачи смазки боковой поверхности поршня двигателя внутреннего сгорания (ДВС), основанное на модели течения сжимаемой смазочной среды, принятой в теории газовой смазки. В работе приняты основные допущения теории гидродинамической смазки, при этом влияние тепловой нагрузки на поршень и учет кавитации и вспенивания смазки проводится путем введения в модель определяющей температуры и параметров газосодержания.

Рассмотрено два способа линеаризации задачи, первый из которых использует итерационную процедуру решения на основе метода Ньютона, а во втором используется идея аппроксимационной линеаризации численной схемы, при этом прямоугольные области определения задачи позволяют получить решение в направлении пространственных координат объекта методом переменных направлений. Получены пространственные распределения давлений в слое при возвратно-поступательном движении поршня и его интегральные характеристики, оценено влияние газосодержания и параметров профиля на характеристики смазочного слоя.

Проведен сравнительный анализ каждого из использованных подходов. Оценка эффективности выполнена путем сравнения величины времени решения задачи до выполнения условий периодичности с одинаковой точностью показывает некоторую эффективность использования итерационной процедуры – время решения задачи на 25...30 % меньше, чем у альтернативного подхода. Также, косвенно, об эффективности итерационного решения также говорит и интервал значений параметра газосодержания, при которых обеспечивается сходимость численной процедуры решения без изменения шагов сетки. Однако простота реализации численной схемы на основе аппроксимационной линеаризации, легкость обеспечения устойчивости численной задачи с учетом постоянно возрастающих возможностей вычислительной техники позволяют рекомендовать этот подход.

Делается вывод о необходимости «калибровки» модели на известном типе двигателя, что обеспечит устранение имеющегося в ней произвола в виде определяющей температуры и газосодержания и сделает возможным расчет будущих модификаций конструкции цилиндро-поршневой группы (ЦПГ) выбранного типа.

Ключевые слова: подшипник, уравнение Рейнольдса, плотность, давление, модель, смазка, метод Ньютона, бегущая волна.

Введение. Основным узлом трения в двигателе внутреннего сгорания является трибосопряжение цилиндр-поршень, которое влияет на механические потери, определяет тепловое состояние двигателя, угар масла, уровень вибраций и шума. Работоспособность трибосопряжения определяется конфигурацией смазочной зоны, зазорами между поршнем и цилиндром, местом положения пальцевое соединения, профилем юбки поршня. Особенностью работы поршня является и то, что он находится под действием тепловых и силовых факторов в результате чего происходит вспенивание и кавитация смазки, тепловые и силовые деформации, приводящие к изменению зазоров, а иногда и к контакту поверхностей. Все это накладывает особые требования к решению задачи смазки и динамики поршня [1, 2].

В работе рассмотрено течение сжимаемой жидкости в зазоре трибосопряжения цилиндр-поршень при возвратно-поступательном движении профилированного поршня. Рассматриваемая задача имеет практическое приложение, касающееся не только гидродинамической смазки юбки поршня двигателя внутреннего сгорания, но и поршневых насосов, грузопоршневых манометров [3, 4] и других устройств подобного рода.

В основе математической модели лежит структура уравнений теории газовой смазки, причем влияние кавитации и вспенивания учитывается путем введения параметра газосодержания в уравнение состояния. Рассматривается макрогеометрия слоя смазки с возможностью усечения как по круговой, так и по осевой координате боковой поверхности поршня.

Автор считает, что работа цилиндрично-поршневого сопряжения (ЦПС) может быть рассмотрена и с точки зрения виброреологических представлений [5]. Основанием для такого рассмотрения служит тот простой факт, что в системе координат, связанной с подвижным поршнем, в процессе движения относительно достаточно длинного цилиндра будут происходить, по сути, периодические изменения зазора, которые отвечают определению вибрации, а значит, и вибрационного сдвливания слоя. Оценка величины этого эффекта требует специальной постановки задачи и в этой работе не проводится.

Математическая модель. Работа ЦПС происходит в очень тяжелых условиях, сопровождающаяся вспениванием и кавитацией смазки, которая трудно поддается адекватному описанию и формализации, поэтому здесь используется достаточно универсальный подход, связанный с описанием состояния среды зависимостями следующего вида: плотность среды: $\rho = \rho_1 + \alpha_1(\rho_0 - \rho_1)$, где ρ_0 и ρ_1 – плотности газа и жидкости; вязкость среды $\mu = \mu_1 + \alpha_1(\mu_0 - \mu_1)$, где μ_0 и μ_1 – динамическая вязкость газа и жидкости; зависимость между плотностью и давлением $\rho = kP^{\alpha_3}$, где P – давление в слое, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – параметры газосодержания, близкие друг другу и определяемые в каждом конкретном случае по данным эксперимента. При таком подходе газ равномерно распределяется по объему слоя. Представленные зависимости непрерывно описывают состояние среды от несжимаемой жидкости ($\alpha = 0$) до чистого газа ($\alpha = 1$) [6–8].

Предполагаем, как и обычно для теории гидродинамической смазки, что среда ньютоновская, а ее течение в зазоре является ламинарным и изотермическим ввиду малой толщины слоя, при этом влияние нагрева и вспенивание учитываем через задание определяющей температуры и необходимого значения параметра газосодержания α [7]. В этих условиях и в обозначениях работы [8] безразмерное уравнение для распределения давлений имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \Psi^{1+\alpha}}{\partial \xi} - H^{1-\alpha} \Psi^{1+\alpha} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \Lambda_v H^{1-\alpha} \Psi^\alpha V \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(\frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \Psi^{1+\alpha}}{\partial \theta} - H^{1-\alpha} \Psi^{1+\alpha} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) \right] =$$

$$= \Lambda_\omega \frac{\partial (\Psi^\alpha H^{1-\alpha})}{\partial \tau}, \quad (1)$$

где $\Lambda_\omega = 12\mu\nu B^2 / (P_0 h_0^2)$, $\Lambda_v = 6\mu U_0 B / (P_0 h_0^2)$, $\Psi^\alpha = P^\alpha H$ – искомая функция давлений и зазора [8]. В качестве краевых условий используем условия периодичности для давлений

$$\Psi^\alpha(\xi, \theta) = \Psi^\alpha(\xi, \theta + 2\pi) \quad (2)$$

и условия равенства давлений в верхней и нижней части неподвижного цилиндра окружающему (давлению в картере ДВС)

$$\Psi^\alpha(0, \theta) = H(0, \theta). \quad (3)$$

Выбор начального условия в данном случае не критичен и будет определяться из условия минимума времени численного решения задачи, например

$$\Psi^\alpha(\xi, \theta, \tau = 0) = 1. \quad (4)$$

Справедливо условие периодичности для функции зазора и давлений по времени, т. е.

$$\Psi^\alpha(\xi, \theta, \tau) = \Psi^\alpha(\xi, \theta, \tau + 1), \quad (5)$$

причем, период колебаний определяется временем полуцикла возвратно-поступательного движения профилированных цилиндров. Безразмерная функция зазора определяется, в общем случае, по следующему закону

$$H = \frac{h}{h_0} = 1 + z_0 \cos \theta + \Phi(\xi, \theta), \quad (6)$$

где $\Phi(\xi, \theta)$ – функция, определяющая профиль цилиндров. Введены следующие обозначения: $\xi = x/B$ – безразмерная осевая координата; $l = L/B$ – безразмерная длина слоя; h_0 – номи-

Расчет и конструирование

нальный зазор при соосном положении цилиндра и поршня, $\tau = \nu t$, где ν – линейная частота возвратно-поступательного движения поршня.

Алгоритм численного решения задачи. Как упоминалось выше, работа рассматриваемого трибосопряжения происходит в тяжелых условиях, сопровождаемая иногда соударениями ограничивающих слой цилиндров, поэтому метод линеаризации по малому параметру, в качестве которого обычно используется малый эксцентриситет [4, 9, 10], в данном случае нежелателен и предпочтение надо отдать методам решения многомерных задач. Рассмотрим два наиболее приемлемых в данном случае приема линеаризации определяющего уравнения (1).

В первом случае воспользуемся линеаризацией по методу Ньютона, а во втором используем возможности схемной линеаризации задачи, перенося нелинейную часть уравнения на предыдущий временной слой или период колебаний.

В первом варианте линеаризации имеем, в общем случае, следующее итерационное уравнение [11]:

$$L'_{\psi_0}(\psi_{n+1}) = L'_{\psi_0}(\psi_n) - L(\psi_n), \quad (7)$$

где L' – производная Фреше от пространственно-временного дифференциального оператора, определяемого уравнением (1), ψ_0 – начальное приближение для искомой функции давлений Ψ^α , ψ_n и ψ_{n+1} соответственно n и $n + 1$ итерационное приближение.

По определению [11] имеем:

$$L(\psi) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{L(\psi_0 + \lambda\psi) - L(\psi_0)}{\lambda}, \quad (8)$$

$$\text{где } L(\psi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \psi^{1+\alpha}}{\partial \xi} - H^{1-\alpha} \psi^{1+\alpha} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \Lambda_\nu \psi^\alpha H^{1-\alpha} V \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \psi^{1+\alpha}}{\partial \theta} - H^{1-\alpha} \psi^{1+\alpha} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) - \Lambda_\omega \frac{\partial}{\partial \tau} (\psi^\alpha H^{1-\alpha}). \quad (9)$$

Обозначим $\tilde{\psi} = \Psi^\alpha$ и подставим выражение (9) в формулу (8), тогда развернутое итерационное уравнение примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(H^{2-\alpha} \frac{\partial \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_{n+1}}{\partial \xi} - (1+\alpha) H^{1-\alpha} \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_{n+1} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \Lambda_\nu \tilde{\psi}_{n+1} H^{1-\alpha} V \alpha \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(H^{2-\alpha} \frac{\partial \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_{n+1}}{\partial \theta} - (1+\alpha) H^{1-\alpha} \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_{n+1} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) \right] - \Lambda_\omega \frac{\partial}{\partial \tau} (\tilde{\psi}_{n+1} H^{1-\alpha}) = \\ & = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(H^{2-\alpha} \frac{\partial \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_n}{\partial \xi} - (1+\alpha) H^{1-\alpha} \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_n \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(H^{2-\alpha} \frac{\partial \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_n}{\partial \theta} - (1+\alpha) H^{1-\alpha} \tilde{\psi}_0^\alpha \tilde{\psi}_n \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) \right] - L(\tilde{\psi}_n). \end{aligned} \quad (10)$$

Второй вариант линеаризации основан на представлении ψ^α приближенным выражением

$$\psi^\alpha = \frac{1}{\psi^*} \Psi^{1+\alpha}, \quad (11)$$

где ψ^* – известное решение для функции давлений на предыдущем моменте времени или предыдущем периоде решения задачи. Естественно, что при такой аппроксимационной линеаризации задачи ухудшается устойчивость численной схемы и вопрос о сходимости решения требует специального исследования.

Обозначим искомую функцию $\bar{\psi} = \Psi^{1+\alpha}$, получим следующее линеаризованное уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} - H^{1-\alpha} \bar{\psi} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \Lambda_\nu \frac{\bar{\psi}}{\psi^{*1+\alpha}} H^{1-\alpha} V \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} - H^{1-\alpha} \bar{\psi} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) = \\ & \Lambda_\omega \frac{\partial (\frac{\bar{\psi}}{\psi^{*1+\alpha}} H^{1-\alpha})}{\partial \tau}. \end{aligned} \quad (12)$$

Воспользовавшись дивергентной формой уравнений (10) и (12) запишем их в соответствии с теоремой Остроградского – Гаусса в интегральной форме

$$\iint_D [Q_\xi d\theta d\tau + Q_\theta d\xi d\tau + \Lambda_\tau d\theta d\xi] = \iiint_\Omega F dv, \quad (13)$$

$$\Lambda_\tau = \begin{cases} \Lambda_\omega \bar{\psi} H^{1-\alpha}, \\ \Lambda_\omega \frac{\bar{\psi}}{\psi^{*1+\alpha}} H^{1-\alpha}, \end{cases} \quad (14)$$

где Q_ξ и Q_θ определяют выражения для расходов по координатам ξ и θ соответственно, причем поверхность D ограничивает объем Ω , в котором распространяется поток вектора F , порожденного уравнениями (10) и (12). Например, для уравнения (12) имеем:

$$Q_\xi = \left(\frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} - H^{1-\alpha} \bar{\psi} \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \Lambda_\nu \frac{\bar{\psi}}{\psi^{*1+\alpha}} H^{1-\alpha} V, \quad (15)$$

$$Q_\theta = \frac{H^{2-\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} - H^{1-\alpha} \bar{\psi} \frac{\partial H}{\partial \theta}. \quad (16)$$

Введем в рассмотрение область определения задачи. На рис. 1 представлена развернутая на плоскости типовая поверхность юбки поршня, на которой заштрихованная область и определяет ее смазочную боковую поверхность. Предусмотрена возможность усечения боковой поверхности поршня. Известно, например, что американские и японские двигатели имеют усечение обычно выше верхнего компрессионного кольца, необходимость которого диктуется требованиями уменьшения угара масла, а для европейского двигателестроения характерна полная боковая поверхность, что связано с экономией топлива и уменьшением температуры критического компрессионного кольца. Эти особенности легко учитываются в рассматриваемом подходе.

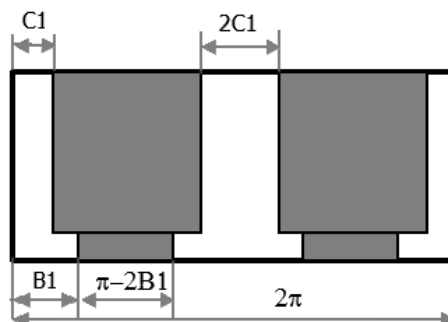


Рис. 1. Развертка боковой поверхности поршня

В области определения задачи будем использовать следующее сеточное разбиение

$$\omega = \left\{ (\xi_i, \theta_m, \tau_j), \left(\xi_{i \pm \frac{1}{2}}, \theta_{m \pm \frac{1}{2}}, \tau_j \right); \xi_{i \pm 1} = \xi_i \pm \Delta \xi_i; \theta_{m \pm 1} = \theta_m \pm \Delta \theta_m; \xi_{i \pm \frac{1}{2}} = \xi_i \pm 0,5 \Delta \xi_i; \theta_{m \pm \frac{1}{2}} = \theta_m \pm 0,5 \Delta \theta_m; i = 1, 2, 3 \dots, N; m = 1, 2, 3 \dots, M; \tau_{j \pm 1} = \tau_j \pm \Delta \tau; j = 1, 2, 3 \dots \right\} \quad (17)$$

Будем относить Q_ξ и Q_θ к полуцелым узлам сетки, а функции давлений и зазора к целым узлам. В соответствии с идеей балансных методов [12–14] применим уравнение (17) к элементарной ячейке сеточной области:

$$\left\{ \sigma_1 \left[Q_{\xi_{i+\frac{1}{2}}}^{j+1} - Q_{\xi_{i-\frac{1}{2}}}^{j+1} \right] + (1 - \sigma_1) \left[Q_{\xi_{i+\frac{1}{2}}}^j - Q_{\xi_{i-\frac{1}{2}}}^j \right] \right\} \Delta \theta_m \Delta \tau_j + \left\{ \sigma_2 \left[Q_{\theta_{m+\frac{1}{2}}}^{j+1} - Q_{\theta_{m-\frac{1}{2}}}^{j+1} \right] + \right. \\ \left. + (1 - \sigma_2) \left[Q_{\theta_{m+\frac{1}{2}}}^j - Q_{\theta_{m-\frac{1}{2}}}^j \right] \right\} \Delta \xi_i \Delta \tau_j = F_{i,m,j} \Delta \xi_i \Delta \theta_m \Delta \tau_j, \quad (18)$$

где σ_1 и σ_2 параметры, позволяющие варьировать интерполяцию сеточных функций.

При численном решении многомерных задач и особенно при включении этих задач в программный комплекс наиболее часто стоит вопрос об экономии расчетного времени, поэтому предпочтение должно быть отдано экономичным алгоритмам и наиболее приемлемым в данном случае, учитывая прямоугольный вид области определения задачи, является метод переменных направлений [12]. Реализация этого метода позволяет получить следующую схему решения задачи:

$$\left(\Lambda_\tau^{j+\frac{1}{2}} - \Lambda_\tau^j \right) \Delta \theta_m \Delta \xi_i = \\ = \sigma_1 \left(Q_{\xi_{i+\frac{1}{2}}}^{j+\frac{1}{2}} - Q_{\xi_{i-\frac{1}{2}}}^{j+\frac{1}{2}} \right) \Delta \theta_m \Delta \tau_j + (1 - \sigma_2) \left(Q_{\theta_{m+\frac{1}{2}}}^j - Q_{\theta_{m-\frac{1}{2}}}^j \right) \Delta \xi_i \Delta \tau_j - F_{i,m,j} \Delta \xi_i \Delta \theta_m \Delta \tau_j; \quad (19)$$

$$\left(\Lambda_\tau^{j+1} - \Lambda_\tau^{j+\frac{1}{2}} \right) \Delta \theta_m \Delta \xi_i = \\ = \sigma_2 \left(Q_{\theta_{m+\frac{1}{2}}}^{j+\frac{1}{2}} - Q_{\theta_{m-\frac{1}{2}}}^{j+\frac{1}{2}} \right) \Delta \xi_i \Delta \tau_j + (1 - \sigma_1) \left(Q_{\xi_{i+\frac{1}{2}}}^{j+1} - Q_{\xi_{i-\frac{1}{2}}}^{j+1} \right) \Delta \theta_m \Delta \tau_j - F_{i,m,j} \Delta \xi_i \Delta \theta_m \Delta \tau_j; \quad (20)$$

Расчет и конструирование

$$\psi_{i,m}^1 = 1; \quad (21)$$

$$\psi_{i,m}^{j+1} = \mu^{j+1} \text{ при } m = M_1, m = M_2, m = M_3, m = M_4; \quad (22)$$

$$\psi_{i,m}^{j+\frac{1}{2}} = \bar{\mu} \text{ при } i = 1, i = M_2, i = M_3, i = M_4,$$

где

$$\bar{\mu} = \sigma_1 \mu^{j+1} + (1 - \sigma_1) \mu^j - \Delta \tau_j \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 \sigma_2 \mu^{j+1} \left[Q_{\theta, m+\frac{1}{2}}^{j+1} - Q_{\theta, m-\frac{1}{2}}^{j+1} \right] \Delta \theta_m \\ -(1 - \sigma_1)(1 - \sigma_2) \mu^j \left[Q_{\theta, m+\frac{1}{2}}^j - Q_{\theta, m-\frac{1}{2}}^j \right] \Delta \theta_m \end{array} \right\}; \quad (23)$$

$$M_1 = B_1 / \Delta \theta + 1, \quad M_2 = (\pi - 2B_1) / \Delta \theta + 1, \quad M_3 = (\pi + B_1) / \Delta \theta + 1;$$

$$M_4 = (2\pi - B_1) / \Delta \theta + 1, \quad N_1 = A_1 / \Delta \xi + 1, \quad N_2 = A_2 / \Delta \xi + 1, \quad C_1 = 0; \quad (24)$$

$$\mu^j = (H^j)_{i,m}^{1+\alpha} \text{ или } \mu^j = (H^j)_{i,m}^\alpha. \quad (25)$$

Конкретизируем полученные разностные схемы. Для схемы с линеаризацией по методу Ньютона при расчете на первом и втором полушаге по времени получаем уравнение трехточечного вида, имеющее второй порядок аппроксимации по координатам ξ и θ , причем при $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,5$ получаем также второй порядок аппроксимации по времени. Решение численной задачи на первом полушаге по времени в направлении координаты ξ является основанием для решения задачи на втором полушаге по времени в направлении координаты θ . Далее вычисления продолжается уже на следующем временном слое. Решение подобного вида уравнений подробно было рассмотрено и исследовано нами, например, в работах [7, 8] и здесь не приводится.

Рассмотрим линеаризацию вида (11). В соответствии с уравнением (11) и в силу выражения (19), реализующего метод переменных направлений, на первом полушаге по времени можем получить следующее дискретное уравнение:

$$\begin{aligned} & \sigma_1 (\bar{A}_{i+1,m}^{j+\frac{1}{2}} \bar{\Psi}_{i+1,m}^{j+\frac{1}{2}} + \bar{A}_{i-1,m}^{j+\frac{1}{2}} \bar{\Psi}_{i-1,m}^{j+\frac{1}{2}} + \bar{C}_{i,m}^{j+\frac{1}{2}} \bar{\Psi}_{i,m}^{j+\frac{1}{2}}) - (\Lambda_\tau)_{i,m}^{j+\frac{1}{2}} = \\ & = -(1 - \sigma_2) (A_{m+1,i}^j \bar{\Psi}_{i+1,m}^j + A_{m-1,i}^j \bar{\Psi}_{i-1,m}^j + C_{m,i}^j \bar{\Psi}_{i,m}^{j+\frac{1}{2}}) - (\Lambda_\tau)_{i,m}^j, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{где } A_{i(m)\pm 1} = \frac{\Delta \tau \Delta \theta}{\Delta \xi} \left(\frac{\Delta \tau \Delta \xi}{\Delta \theta} \right) \left\{ \frac{0,5}{1+\alpha} \left[H_{i(m)}^{2-\alpha} + H_{i(m)\pm 1}^{2-\alpha} \right] \pm (-1) \left[\pm H_{i(m)\pm 1} \pm (-1) H_{i(m)} \right] \frac{1}{2} H_{i(m)\pm 1}^{1-\alpha} \right\}; \quad (27)$$

$$\bar{A}_{i\pm 1} = A_{i\pm 1} \pm (-0,5) \Lambda_\nu \cdot V \cdot \alpha \cdot \Delta \tau \cdot \Delta \theta \cdot H_{i\pm 1}^{1-\alpha} / \Psi_{i\pm 1}^{1+\alpha}; \quad (28)$$

$$C_{i(m)} = \frac{\Delta \tau \Delta \theta}{\Delta \xi} \left(\frac{\Delta \tau \Delta \xi}{\Delta \theta} \right) \left\{ \frac{0,5}{1+\alpha} \left[H_{i(m)}^{2-\alpha} + H_{i(m)+1}^{2-\alpha} \right] + \left[H_{i(m)+1} + H_{i(m)} \right] \frac{1}{2} H_{i(m)}^{1-\alpha} \right\} - \quad (29)$$

$$- \frac{\Delta \tau \Delta \theta}{\Delta \xi} \left(\frac{\Delta \tau \Delta \xi}{\Delta \theta} \right) \left\{ \frac{0,5}{1+\alpha} \left[H_{i(m)}^{2-\alpha} + H_{i(m)-1}^{2-\alpha} \right] + \left[H_{i(m)} + H_{i(m)-1} \right] \frac{1}{2} H_{i(m)}^{1-\alpha} \right\};$$

$$\bar{C}_i = C_i. \quad (30)$$

Аналогично уравнению (24) строится уравнение для расчета искомой функции давления на втором полушаге по времени.

Реализация численной схемы и некоторые результаты расчетов. Несколько слов об устойчивости метода переменных направлений. В работе [12] доказывається устойчивость метода переменных направлений по начальным данным и правой части для линейного двумерного уравнения в прямоугольнике, при этом предполагается, что пространственно-дифференциальные конечно-разностные операторы уравнений положительные и самосопряженные. Можно видеть, что выводы работы [12] соответствует и данной задаче. Однако обеспечить устойчивость и сходимость численной схемы (26) можно только при определенном выборе шагов пространственно-временной сетки.

В частности, трехточечный вид конечно-разностного уравнения (26) позволяет провести решение соответствующих ему систем линейных алгебраических уравнений на каждом полушаге по времени методом немонотонной прогонкой. Условия устойчивости прогонки могут быть нарушены из-за наличия в коэффициентах уравнений аддитивной составляющей, содержащей параметр сжимаемости Λ_ν среды:

$$\bar{A}_{i\pm 1} = A_{i\pm 1} \pm (-0,5)\Lambda_v \cdot V \cdot \alpha \cdot \Delta\tau \cdot \Delta\theta \cdot H_{i\pm 1}^{1-\alpha}; \tag{31}$$

или для второй схемы

$$\bar{A}_{i\pm 1} = A_{i\pm 1} \pm (-0,5)\Lambda_v \cdot V \cdot \alpha \cdot \Delta\tau \cdot \Delta\theta \cdot H_{i\pm 1}^{1-\alpha} / \Psi_{i\pm 1}^{*1+\alpha}. \tag{32}$$

В случае нарушения положительности коэффициентов при решении задачи в одном из направлений необходимо провести измельчение шага сетки в этом направлении, что приводит к увеличению знакоположительного компонента А и обеспечивает при определенном значении дискретных шагов устойчивость схемы.

Решение проводилось на установление переходного процесса, причем на каждом периоде колебаний проверялось выполнение условий периодичности по времени. Была проведена проверка эффективности решения задач с помощью итерационной процедуры с линеаризацией по методу Ньютона и с помощью аппроксимационной линеаризации задачи. Оценка эффективности по времени решения до выполнения условий периодичности с одинаковой точностью показывает большую эффективность использования итерационной процедуры – время решения задачи на 25...30 % меньше. Косвенная проверка эффективности проводилась также с помощью интервала значений параметра α , при которых обеспечивается сходимость численной процедуры решения без изменения шагов сетки, которая также показала большую эффективность итерационной процедуры решения задачи.

На рис. 2 представлена картина пространственного распределения давлений в слое при относительной скорости движения цилиндров $V = 1,1$ м/с. Функция зазора с учетом выражения для профиля поршня $\Phi(x)$, который задан симметричным, определяется по следующему закону

$$H = H_0 - z_0 \cos \theta + [(H_1 + H_2) \cos x - H_2]. \tag{33}$$

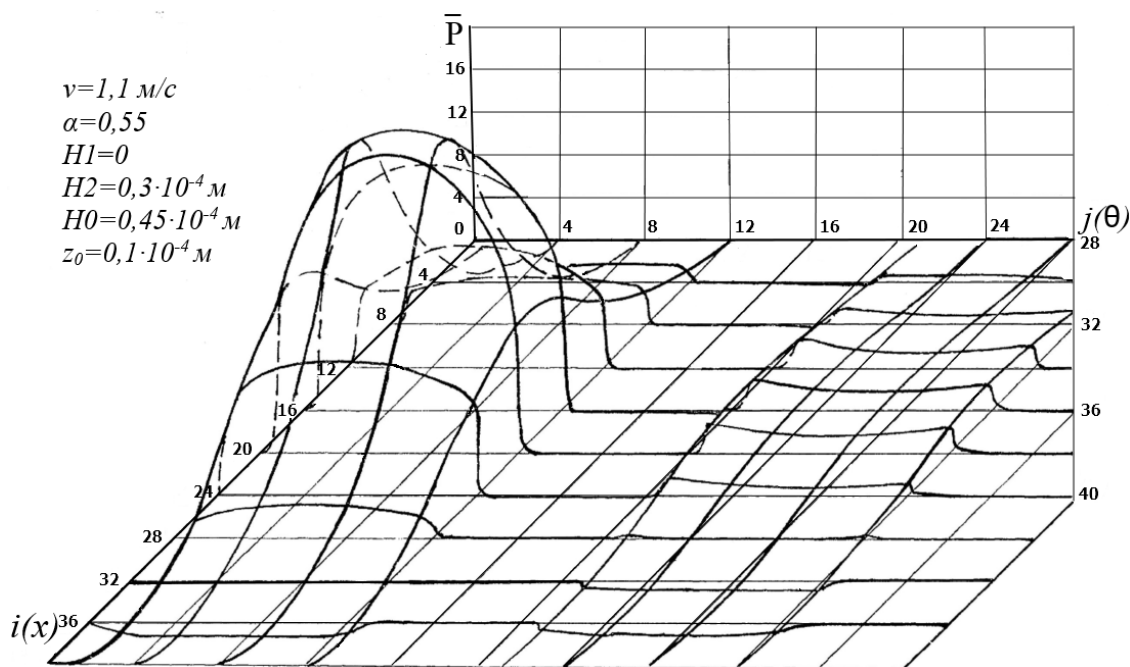


Рис. 2. Пространственное распределение давлений в слое

Как видим, наличие эксцентриситета привело к явной асимметрии распределения давлений в окружном направлении (число точек сетки в окружном и продольном направлении равны $N = M = 41$). Очевидно увеличение давлений для той половины слоя, для которой наблюдается минимальные зазоры, что, естественно, говорит о наличии несущей способности и жесткости слоя. Из других особенностей распределения давлений можно отметить наличие разряжений в диффузорной части зазора и некоторое смещение пика давлений в направлении движения цилиндра от симметричного положения.

Максимум давлений наблюдается в средней части хода цилиндра, т. е. там, где существует максимальная скорость движения цилиндров. Значения максимальных давлений выведены в форме графика от параметра газосодержания α и показывают рост давлений с его уменьшением

Расчет и конструирование

(см. рис. 3). Характерно увеличение жесткости слоя с уменьшением параметра α и ростом высоты профиля H_2 . Значения жесткости слоя указаны на рисунке при $\alpha = 0,5$ и также растут в представленном диапазоне изменения параметра H_2 от 15 до 170 Н/мкм.

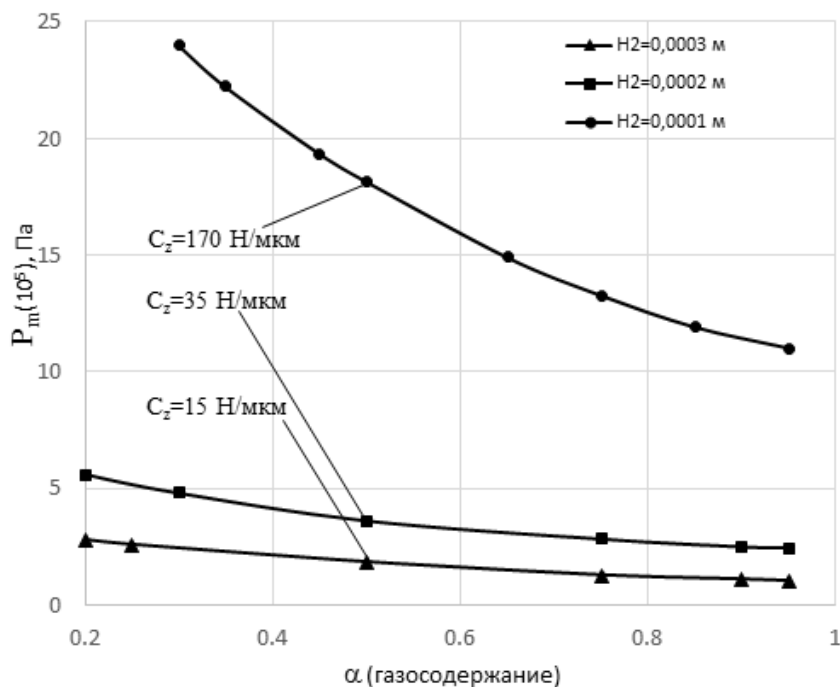


Рис. 3. Зависимость максимальных давлений в слое от параметра газосодержания

Надо сказать, что решение данной задачи может быть проведено с помощью алгоритмического и программного обеспечения задач, в которых рассмотрены бегущие волны колебаний в смазочном зазоре [15]. В этом случае функция зазора должна быть представлена в виде

$$H = H_0 - z_0 \cos \theta + H_2 \cos(2\pi\tau + x), \quad (34)$$

где длина слоя в направлении движения равна половине длины бегущей волны, так как рассматривается случай симметричного профиля. Физически это отвечает картине течения среды, когда относительное движение цилиндров остановлено, а возвратно-поступательные движения совершает профилированная часть поверхности одного из цилиндров, что и можно интерпретировать как частный случай задач с бегущей волной и частично перенести результаты исследований в работах [7, 15] на данный случай.

Выводы. Рассмотрено два способа линеаризации задачи, в первом из которых используется метод Ньютона, а второй использует идею аппроксимационной линеаризации численной схемы. Сравнительный анализ каждого из использованных подходов показывает некоторую эффективность численной схемы на основе линеаризации по методу Ньютона. Однако очевидность реализации численной схемы на основе аппроксимационной линеаризации, легкость обеспечения устойчивости численной задачи с учетом возрастающих возможностей вычислительной техники позволяют рекомендовать и этот подход.

Очевидна также необходимость «калибровки» этой модели, для устранения имеющегося в ней произвола в виде определяющей температуры и газосодержания, для расчета будущих модификаций конструкции ЦПГ выбранного типа.

Литература

1. Динамика и смазка трибосопряжений поршневых и роторных машин / В.Н. Прокопьев, Ю.В. Рождественский, В.Г. Караваев и др. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2010. – Ч. 1. – 136 с.
2. Динамика и смазка трибосопряжений поршневых и роторных машин / В.Н. Прокопьев,

Ю.В. Рождественский, В.Г. Караваев и др. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2011. – Ч. 2. – 221 с.

3. Некрасов, С.Г. Нетрадиционные задачи теории тонкого слоя сжимаемой жидкости с вибрацией / С.Г. Некрасов, А.С. Филимонов, Н.А. Пашина // XXVI Российская школа по проблемам науки и технологий. – Екатеринбург, 2006. – С. 86–88.

4. Филимонов, А.С. Использование метода малого параметра при определении эксплуатационных характеристик неуплотненной цилиндрической поршневой пары с газовой смазкой / А.С. Филимонов, С.Г. Некрасов // IX международный научно-технический семинар: тез. докл. – СПб.: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 2004. – С. 126–128.

5. Блехман, И.И. О «вибрационной механике» и вибрационной технике / И.И. Блехман. – М.: Наука, 1988. – 208 с.

6. Некрасов, С.Г. Некоторые вопросы обоснования виброакустических измерений параметров и состава многокомпонентных сред / С.Г. Некрасов // Изв. Челяб. науч. центра. – 2005. – Вып. 1. – С. 89–94.

7. Nekrasov, S.G. Hydrodynamic Seal on the Basis of a Cylindrical Layer of the Compressible Fluid with a Running Wave / S.G. Nekrasov // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 150. – P. 514–519.

8. Nekrasov, S.G. The profiling effect on the characteristics of gas flow in fine vibrating clearances / S.G. Nekrasov, N.A. Pashina // Journal of Friction and Wear. – 2010. – Vol. 31. – No. 3. – P. 171–179.

9. Прецизионные газовые подшипники / И.Е. Сипенков, А.Ю. Филиппов, Ю.Я. Болдырев и др.; под ред. А.Ю. Филиппова и И.Е. Сипенкова. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2007. – 504 с.

10. Constantinescu, V.N. “Gas Lubrication” / V.N. Constantinescu. – New York: The American Society of Mechanical Engineers, 1969. – 709 p.

11. Канторович, Л.В. Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: Наука, 1977. – 741 с.

12. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1983. – 616 с.

13. Самарский, А.А. Разностные методы решения задач газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. – М.: Наука, 1978. – 589 с.

14. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1977. – 537 с.

15. Nekrasov, S.G. To the Projection of a Peristaltic Slit Pump / S.G. Nekrasov // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 150. – P. 506–513.

Некрасов Сергей Геннадьевич, доктор технических наук, профессор кафедры информационно-измерительной техники, Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, nseg@mail.ru.

Поступила в редакцию 12 октября 2016 г.

DOI: 10.14529/engin160404

TO CALCULATION OF SPATIAL DISTRIBUTION OF PRESSURE IN THE COMPRESSED LUBRICANT LAYER OF CYLINDER-PISTON CONNECTION

S.G. Nekrasov, nseg@mail.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

The description of the numerical solution of a task of lubricant of a side surface of the piston of the internal combustion engine based on model of a current of the compressed lubricant environment is provided. In work main assumptions of the theory of hydrodynamic lubricant are

accepted, at the same time influence of thermal load of the piston and accounting of cavitation and foaming of lubricant is carried out by introduction to model of the determining temperature and parameters of gas content.

Two methods of linearization of a task are considered, first of which uses the iterative procedure of the decision on the basis of Newton's method, and in the second the idea of approximating linearization of the numerical scheme is used, at the same time rectangular ranges of definition of a task allow to receive the decision in the direction of spatial coordinates of an object by method of the variable directions. Spatial distributions of pressure in a layer at reciprocating motion of the piston are received and its integrated characteristics, influence of gas content and parameters of a profile on characteristics of a lubricant layer is estimated.

The comparative analysis of each of the used approaches is carried out. The efficiency evaluation is executed by comparison of size of time of the solution of a task before accomplishment of conditions of frequency with an identical accuracy shows some efficiency of use of the iterative procedure – time of the solution of a task on 25...30 % are less, than at alternative approach. Also, indirectly, tells about efficiency of the iterative decision also an interval of parameter values of gas content in case of which convergence of the numerical procedure of the decision without change of steps of a grid is provided. However, simplicity of implementation of the numerical scheme on the basis of approximating linearization, ease of ensuring stability of a numerical task taking into account constantly increasing opportunities of computer facilities allow to recommend this approach.

The conclusion about need of “calibration” of model on the known type of the engine is drawn that will provide elimination of the arbitrary behaviour, which is available in it in the form of the determining temperature and gas content and will make possible calculation of future modifications of a design of the cylinder-piston group of the chosen type.

Keywords: bearing, Reynolds's equation, density, pressure, model, lubricant, Newton's method, running wave.

References

1. Prokopyev V.N., Rozhdestvensky Yu.V., Karavayev V.G. *Dinamika i smazka tribosopryazheniy porshnevnyh i rotornyh mashin* [Dynamics and Lubricant of Tribocoupling of Piston and Rotor Cars]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2010, P. 1. 136 p.
2. Prokopyev V.N., Rozhdestvensky Yu.V., Karavayev V.G. *Dinamika i smazka tribosopryazheniy porshnevnyh i rotornyh mashin* [Dynamics and Lubricant of Tribocoupling of Piston and Rotor Cars]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2011, P. 2. 221 p.
3. Nekrasov S.G., Filimonov A.S., Pashnina N.A. [Nonconventional Tasks of the Theory of a Thin Layer of the Compressed Liquid with Vibration]. *XXVI Russian School on Problems of Science and Technologies*, Yekaterinburg, 2006, pp. 86–88. (in Russ.)
4. Filimonov A.S., Nekrasov S.G. [Use of a Method of Small Parameter when Determining Operational Characteristics of not Condensed Cylindrical Piston Couple with Gas Lubricant]. *IX international scientific and technical seminar: Theses of reports. St. Petersburg, VNIIM im. D. I. Mendeleyeva* [All-Union Research Institute of Metrology of D.I. Mendeleyev], 2004, pp. 126–128. (in Russ.)
5. Blekhman I.I. *O “vibratsionnoy mekhanike” i vibratsionnoy tekhnike* [About “Vibration Mechanics” and the Vibration Technician]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 208 p. (in Russ.)
6. Nekrasov S.G. [Some Questions of Justification of Vibroacoustic Measurements of Parameters and Structure of Multicomponent Environments]. *News of the Chelyabinsk scientific center*, 2005, iss. 1, pp. 89–94. (in Russ.)
7. Nekrasov S.G. Hydrodynamic Seal on the Basis of a Cylindrical Layer of the Compressible Fluid with a Running Wave. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 514–519.
8. Nekrasov S.G., Pashnina N.A. The Profiling Effect on the Characteristics of Gas Flow in Fine Vibrating Clearances. *Journal of Friction and Wear*, 2010, vol. 31, no. 3, pp. 171–179.
9. Sipenkov I.E., Filippov A.Yu., Boldyrev Yu.Ya. *Pretsiionnyye gasovye podshipniki* [Precision Gas Bearings]. St. Petersburg, Russian Federation Central Research Institute “Elektropribor”, 2007. 504 p. (in Russ.)
10. Constantinescu V.N. *Gas Lubrication*. New York, The American Society of Mechanical Engineers, 1969. 709 p.

11. Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktsional'nyy analiz* [Functional Analysis]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 741 p.
12. Samarsky A.A. *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of Differential Schemes]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 616 p.
13. Samarsky A.A., Popov Yu.P. *Raznostnye metody resheniya zadach gazovoy dinamiki* [Differential Methods of the Solution of Tasks of Gas Dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 589 p.
14. Samarsky A.A., Nikolaev E.S. *Metody resheniya setochnykh uravneniy* [Methods of the Solution of the Net Equations]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 537 p.
15. Nekrasov S.G. To the Projection of a Peristaltic Slit Pump. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 506–513.

Received 12 October 2016

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Некрасов, С.Г. К расчету пространственного распределения давлений в сжимаемом смазочном слое цилиндра-поршневого сопряжения / С.Г. Некрасов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2016. – Т. 16, № 4. – С. 32–41. DOI: 10.14529/engin160404

FOR CITATION

Nekrasov S.G. To Calculation of Spatial Distribution of Pressure in the Compressed Lubricant Layer of Cylinder-Piston Connection. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2016, vol. 16, no. 4, pp. 32–41. (in Russ.) DOI: 10.14529/engin160404
