

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

«Южно–Уральский государственный университет»

(национальный исследовательский университет)

Архитектурно–строительный институт

Кафедра «Строительное производство и теория сооружений»

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Рецензент:

Заведующий кафедрой:

_____ Г.А. Пикус

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к выпускной квалификационной работе магистра на тему:
Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений
на предельную нагрузку при наличии пластической зоны
АС–278.08.04.01.099.2019 ПЗ ВКР

Консультант:

Руководитель: профессор, д.т.н.

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019 г.

Консультант:

Проверка по системе антиплагиат: _____%

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019г.

Нормоконтролер:

Автор ВКР:

_____ Федас Р.А.

«__» _____ 2019 г.

«__» _____ 2019 г.

г. Челябинск 2019

АННОТАЦИЯ

Федас Руслан Анатольевич, Тема научной выпускной квалификационной работы «Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений на предельную нагрузку при наличии пластической зоны», пояснительная записка. – Челябинск: ЮУрГУ, 2019, 105 стр., библиограф. – 46, табл. – 3, илл. – 66, приложений – 3.

Объектом исследования магистерской диссертации являются плоская статически неопределимая стальная рама, на которую действует нагрузка в виде сосредоточенных сил.

Предметом исследования является пластическая зона, проектируемая в зависимости от вариантов горизонтального воздействия.

При расчете нелинейной задачи СН рамы на предельную нагрузку был использован аналитический метод исследования.

В процессе работы над выпускной квалификационной работой автор опирался на методы: теоретического анализа, изучения материалов научных и периодических изданий по предложенной проблематике.

В результате исследования были рассчитаны предельные нагрузки при построении ПЗ различной длины и использовании билинейной диаграммы. Предложена методика выполнения расчетов, которая позволяет более реально оценивать предельные нагрузки для заданных ПЗ и, тем самым, создавать более экономичные и надежные конструкции. Этот метод расчета при проектировании ПЗ может быть рекомендован к использованию в сейсмостойких каркасах.

Ключевые слова: *метод перемещений, предел текучести, напряжение, пластическая зона, пластичность, изгибающий момент, жесткость.*

| | | | | | | | |
|------------------|----------------|----------------|-------------|--|---------------------|-------------|---------------|
| | | | | <i>АС-278-08.04.01-2019-161-ПЗ</i> | | | |
| | <i>Фамилия</i> | <i>Подпись</i> | <i>Дата</i> | | | | |
| <i>Зав.каф.</i> | <i>Пикус</i> | | | <i>Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений на предельную нагрузку при наличии пластической зоны</i> | <i>Стадия</i> | <i>Лист</i> | <i>Листов</i> |
| <i>Н.контр.</i> | <i>Потапов</i> | | | | <i>ВКР</i> | <i>2</i> | <i>86</i> |
| <i>Руковод.</i> | <i>Потапов</i> | | | | <i>ЮУрГУ</i> | | |
| <i>Консульт.</i> | <i>Потапов</i> | | | | <i>Кафедра СПТС</i> | | |
| <i>Разраб.</i> | <i>Федас</i> | | | | | | |

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 4 |
| 1. ОБЗОР УПОМИНАНИЙ И ОПЫТА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЗ..... | 7 |
| 2. ОСОБЕННОСТИ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА РАСЧЕТА..... | 17 |
| 2.1. Основная идея подхода – формирование нелинейных функций..... | 18 |
| 2.2. Допущения, используемые при расчете..... | 18 |
| 2.3. Особенность конструирования ПЗ..... | 20 |
| 3. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ПРИМЕНЕНИЮ НАУЧНЫХ ВЫВОДОВ НА ПРАКТИКЕ..... | 22 |
| 4. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ (ТЕОРИЯ, АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ)..... | 25 |
| 4.1. Алгоритм расчета СН задачи по МП с учетом нелинейных свойств..... | 26 |
| 4.2. Упругий расчет..... | 27 |
| 4.3. Упругопластический расчет..... | 28 |
| 5. СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА..... | 32 |
| 5.1. Автоматизированный расчет в ПК Matlab..... | 32 |
| 6. Методика расчета пластических зон..... | 37 |
| 6.1. Расчетная модель и построение основной системы..... | 37 |
| 6.2. Работа в рамках теории упругости..... | 39 |
| 6.3. Работа за пределом упругости..... | 49 |
| 7. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ..... | 65 |
| 7.1. Результат определения предельной нагрузки при ПЗ=5см..... | 65 |
| 7.2. Результат определения предельной нагрузки при max. ПЗ..... | 67 |
| 7.3. Анализ результатов определения предельной нагрузки при наличии ПЗ..... | 70 |
| 7.4. Пример решения задачи: Метод расчета при построении ПЗРС..... | 73 |
| 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ..... | 79 |
| 9. Библиографический список..... | 81 |
| Приложение 1. Научная статья: сборник «Наука ЮУрГУ 2019»..... | 86 |
| Приложение 2. Блок-схема алгоритма расчета..... | 96 |
| Приложение 3. Код программы Matlab..... | 99 |

ВВЕДЕНИЕ

В век плотной застройки и больших городов строительство занимает огромное место в жизни людей.

Много работы было проделано по изучению строительства как отрасли, как науки, чтобы человек смог перебраться из скальных пещер в высотки, где в одном здании могут находиться одновременно тысячи человек.

С повышением уровня строительства, качества жизни и запросов человечества подход к решению задач и выполнению целей изменился.

Капитализм диктует свои правила: недостаточно строить только качественно, только быстро или только дешево, необходимо всё и сразу. Однако классический подход в строительстве, когда для повышения безопасности и уменьшения ответственности проектировщиков, используются значительные коэффициенты надёжности, различные методы и техники расчета, которые достаточно просты, что позволяет экономить в некотором роде на проектировании. Конечно, научная база таких решений очень обширна и позволяет проектировать конструкции с относительно большими допусками и запасами по прочности.

Одной из причин, почему была выбрана именно тема пластики, является то, что для того, чтобы сократить издержки необходимо максимально использовать ресурсы материалов. Так как работа материалов в упругой стадии досконально изучена, необходимо расширять научную базу и проводить исследования в стадии за пределом упругости.

Другим аргументом за изучение поведения материалов, их свойств в пластической стадии работы служит то, что пластичность играет огромную роль при строительстве в сейсмических районах. В Российской Федерации таких можно выделить семь – Северный Кавказ, Урал, Алтай и Саяны, Байкальская рифтовая зона, Приамурье и приморье, Чукотка и Каряжское нагорье, Курило–Камчатская зона и о. Сахалин [1]. Однако в последнее время наблюдается увеличение актив-

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 4 |

ности Сибирской и Восточно–Европейской платформы, что может неблагоприятно сказаться также и на центральной России. Так 24 мая 2013г. толчки на глубине в 620км Охотского моря силой 8 баллов прокатились по всей стране и вызвали ряд эвакуаций в столичных небоскребах.

Однако Российские строительные нормы не включают в себя достаточное количество методических указаний и разъяснений по проектированию сейсмозащищенных конструкций (в отличие от норм Евросоюза, Японии или США). Такая же ситуация наблюдается и в научно–исследовательских работах.

Одним из слабоосвещённых мест указаний по проектированию является область пластических деформаций именуемая пластическая зона(ПЗ).

В связи с этим целью исследования стала разработка нового подхода к расчету статически неопределимых(СН) рам, основанного на физически нелинейной работе материала, подчиняющейся билинейной диаграмме упрочнения.

Постановка задач исследования

- Расчет СН рамы МП на упругой стадии с целью определения опасного сечения
- Определение предельного момента и предельной нагрузки для заданной конфигурации материала
- Определение усилий в простых балках типа «заделка-шарнир» и «заделка-заделка» с учетом ПЗ, которые характеризуются нелинейными функциями φ - ψ
- Организация нелинейного процесса с помощью метода последовательных нагружений (МПН)
- Построение программы расчета СН рамы МП на предельную нагрузку при наличии пластической зоны в системе Matlab для дальнейшего последовательного нагружения.
- Отслеживание изменений предельных нагрузок от величины ПЗ, а также изменения изгибающих моментов

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 5 |

- Построение ПЗРС (пластической зоны равного сопротивления) в пределах всей заданной длины l_p .
- Обработка результатов.

Актуальность: тема ПЗ затрагивается в нормах, ее рекомендуют использовать, но не дают рядовому инженеру инструментария. Иностранцы изучают тему ПЗ (20+ эмпирических формул расчета ее длины), у нас же дальше МПР не продвинулось

Новизна данной ВКР заключается в том, что на данный момент отсутствует как таковой математический аппарат для учета пластических зон. Основное количество зарубежных исследований берет за основу метод предельных равновесий (далее – МПР), а данное исследование берет за основу билинейную диаграмму Прандтля, которая соответствует упрочнению.

Проблематика:

- В данной работе был использован ПК Matlab, который не поддерживает графический интерфейс, а лишь алгоритмический, вследствие чего обязательно сначала произвести ручной расчет, а уже затем программный комплекс производит решение с требуемой точностью
- Нет возможности, как в ПК «Лира», построить раму графическим способом, задать нагрузки и получить результат, необходимо разработать с помощью языка программирования код программы.

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | | Лист |
| | | | | | | 6 |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | АС-278.08.04.01.099.2019 | |

1. ОБЗОР УПОМИНАНИЙ И ОПЫТА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЗ

На данный момент учет упругопластических деформаций проводится, как правило, в рамках теории предельного равновесия (ТПР), которая основана на представлении идеальной упругопластической работы материала, описываемой диаграммой Прандтля. Разработка теории, проведенная советским ученым Гвоздевым А.А. [2], позволила создать эффективные методы расчета и проектирования многих конструкций, особенно железобетонных конструкций. Положения этой теории вошли в основные нормативные документы [3,4,5].

Однако необходимо понимать, что с 50-х годов прошлого столетия прошло уже более полувека и запросы современного строительного производства таковы, что метод предельного равновесия основывается на применении упрощенной диаграммы Прандтля Рис. 1,В [6], которая не допускает развития напряжений сверх предела текучести, что создает в расчетах значительные коэффициенты запаса и неэффективно использует ресурсы материала (Не говоря о классических и наиболее популярных методиках расчета. Например, по I и II предельному состоянию, где учитываются только упругие стадии работы).

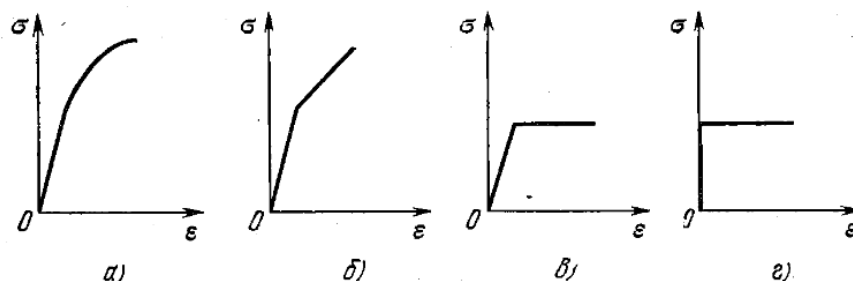


Рис. 12.94. Диаграммы напряжений: а) произвольного вида без площадки текучести; б) с линейным упрочнением и без площадки текучести; в) диаграмма Прандтля (упруго-пластическое тело); г) диаграмма напряжений жестко пластического тела.

Рис. 1 Диаграммы напряжений

В случае же упрочнения материала согласно диаграмме Прандтля (Рис. 1,Б), перераспределения усилий не происходит, а происходит развитие пластических деформаций на соседние с рассматриваемым сечения. А пластический шарнир переходит в пластическую зону.

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | 7 |

Необходимо отметить, что понятие пластической зоны, как Вы уже поняли, очень близко по своему существу к понятию пластического шарнира, однако, в отличие от пластического шарнира изученность данного явления значительно меньше, если говорить о постсоветском пространстве с русскоязычными исследованиями.

Разница между пластическим шарниром и пластической зоной наглядно продемонстрирована в работе Партона и Морозова [7], где на конкретных примерах показано, что пластический шарнир – это сечение, в котором напряжения достигли предела текучести, а пластическая зона – это некая область, которая имеет определенные геометрические параметры, и в которой напряжения могут превышать предел текучести.

В [8] можно наблюдать разницу между пластической зоной и пластическим шарниром: Длину пластической зоны (l_{pr}) следует отличать от пластического шарнира (l_p), поскольку первая представляет физическую область, в которой пластические деформации фактически распространяются по длине железобетонного элемента; в то время как последний является теоретическим термином, используемым в моделях с концентрированной пластичностью для объединения всех источников неупругих деформаций для определения смещения колонны после выхода из строя [12, 13]. Тем не менее, пластический шарнир связан с длиной пластической зоны, поскольку l_{pr} захватывает вклад неупругой деформации в l_p , который распространяется вдоль элемента из-за изгиба, известного как компонент градиента момента [14, 15, 16].

Понятие пластическая зона как таковая впервые была введена в работе Полая и Булла [9] при расчете железобетонных сейсмостойких каркасов.

Так [10] говорит, что мировое сообщество отошло от концепции японских строителей, которые ставили во главу угла жесткость конструкции. После анализов многочисленных землетрясений (в т.ч. землетрясения в Чили 21 мая 1960г.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 8 |

В последствии названное Великим Чилийским землетрясением) русские и американские ученые пришли к выводу, что «чем меньше жесткость сооружения, тем меньше величина сейсмических нагрузок, действующих на него».

Также согласно [10] необходимо соблюдать принципы конструирования, которые позволяют не допустить критических последствий, вызванных сейсмическими нагрузками, и минимизировать их воздействие на строительную систему.

Основные из них:

– конструктивные схемы каркасов, как правило, должны иметь симметричную форму и обеспечивать возникновение минимальных горизонтальных сейсмических нагрузок при землетрясениях, для чего необходимо применение легких ограждающих конструкций и конструкций перекрытий;

– развитие пластических деформаций допускается в элементах, работающих на изгиб или сдвиг;

– для элементов каркаса, работающих в упругопластической стадии, должны применяться пластичные малоуглеродистые и низколегированные стали;

– элементы каркаса, в которых предусматривается развитие пластических деформаций при землетрясениях, должны иметь конструктивные формы, отличающиеся низким уровнем концентрации напряжений;

– области пластических деформаций должны быть вынесены из зон сварных и болтовых соединений;

– сжатые элементы каркаса должны быть защищены от возможных перегрузок во время землетрясений с помощью энергопоглощающих элементов;

– в вертикальных связях по колоннам должны быть установлены энергопоглотители;

– конструкции каркасов должны иметь высокую ремонтпригодность.

Что касается актуальных нормативов Российской Федерации [5], то здесь понятие пластической зоны фигурирует, однако, не имеет значительного расширения и методических указаний по расчету. Так основной рекомендацией по

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 9 |

поводу конструктивных решений с использованием пластических деформаций является п.4.1, который гласит о том, что необходимо “ <...> предусматривать условия, облегчающие развитие в элементах конструкций и их соединениях пластических деформаций, обеспечивающие устойчивость сооружения.”, а также “При назначении зон пластических деформаций и локальных разрушений следует принимать конструктивные решения, снижающие риск прогрессирующего разрушения <...>”. Конкретных рекомендаций и алгоритмов, как именно необходимо производить расчет с использованием пластических зон в [5] не приводится.

Важность и значимость изучения пластических зон доказали авторы [11], которые одними из первых обратили внимание на способность пластических деформаций поглощать энергию от сейсмического воздействия, преобразуя ее сначала в тепловую энергию, а затем рассеивая [11]. Вследствие этого обеспечивается снижение воздействия на каркас, то есть пластическая зона работает как энергопоглотитель.

Но все основные научные баталии касаются вопросов пластических зон, к сожалению, проходят за рубежом. Стоит отметить, что в то время, как у нас в большинстве случаев тему пластических зон обходят стороной, а если и касаются, то только вскользь, то на западе ведется экспансия вглубь ресурсов материала и использования всех пластических свойств по максимуму.

Интересно также и то, что в англоязычном сегменте понятие пластической зоны значительно обширнее и часто употребляется словосочетание [plastic hinge length], что дословно переводится как длина пластического шарнира, однако, с той лишь оговоркой, что в предложении будут фигурировать геометрические параметры.

Авторы Anas Alhasawi, A Piset Heng в своей работе [12] по изучении соvrащательной балки с упругопластическими шарнирами объясняют, что «нелинейное поведение, как правило, является сложным явлением, для решения которого

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 10 |

необходимо применять комплексных методов нелинейного анализа. И большинство исследований сходится на том, что направления нелинейного анализа разделяется на две ветви: «распределенный пластический анализ» и «анализ концентрированного пластического шарнира».

К сожалению, на данный момент в Российской Федерации в достаточной мере распространен и ясен только анализ концентрированного пластического шарнира. Распределенный же пластический анализ (см. анализ пластических зон), суть которого согласно [13] заключается в том, чтобы «объединить структурные элементы в набор конечных элементов, и с помощью балочных элементов типа Бернулли смоделировать постепенное распространение пластичности», практически не изучен.

Так в аналитической работе [14] Xue–MeI Zhao Yu–FeI Wu, A. Y. T. leung «Анализ областей пластических шарниров в железобетонных балках при монотонном нагружении» моделируется железобетонная балка с помощью метода конечных элементов в ПК «DIANA» и, монотонно нагружая, сравниваются результаты эксперимента со значениям в расчетном комплексе. Результаты были неоднозначные:

С одной стороны, на этапе моделирования трещин аналитическая модель и трещинообразование в большинстве образцов совпали(Рис. 2).

С другой стороны, на этапе анализа пластических зон выяснились расхождения. «Было обнаружено, что малейшее отклонение по допускам, стадиям нагружения, сцеплении и свойств среди опытных образцов вызывает значительные изменения в результатах пластических зон». В конце резюмируется, что основными факторами, влияющими на геометрию пластических зон, являются предел текучести стали, зона разрушения бетона и локальная кривизна балки.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 11 |

ский угол поворота и усилия в колоннах, усиленных или возведенных с полимером, из фибры(см. армированный волокном полимер – fibre reinforced polymer(FRP)).

Ученые Fang Yuan, Yu-Fei Wu, Chun-Qing также исследовали фибробетон с пластическими шарнирами. В своей работе [17] они моделировали различные конструктивные элементы, используя программное обеспечение ABAQUS, которое использует метод конечных элементов. После введения фибры в пластические зоны наблюдаются зависимости поведения пластической зоны от различных факторов.

Развивая тему композитных материалов стоит также затронуть работу A. De Angelis, M. R. Pesse, G. Iogorano [18], целью которой была оценка длины пластического шарнира сталежелезобетонных композитных балок. С учетом того, что лучше всего использовать композитные элементы в зоне знакопостоянного момента были подготовлены опытные образцы, результаты испытания которых свидетельствовали о том, что на образование и развитие пластического шарнира оказывает большее влияние продольная арматура и металлический профиль.

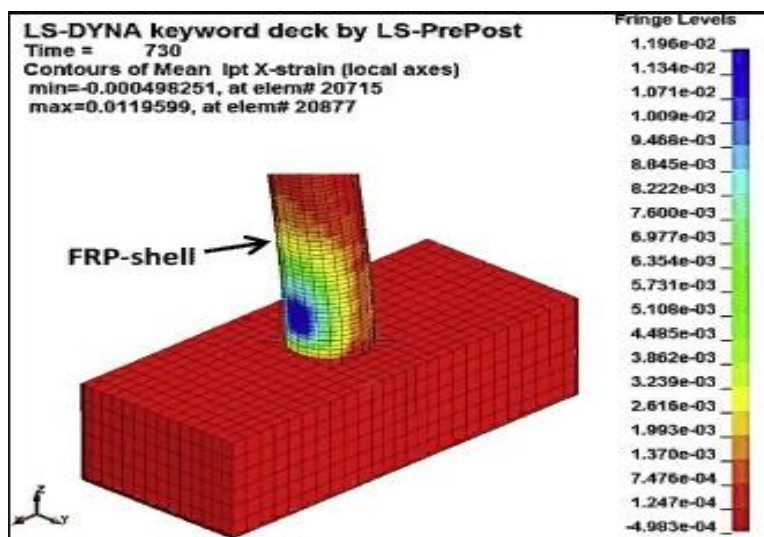


Рис. 4 распределение напряжение в фибробетонной оболочке

В [19] с помощью ПК «LS-DYNA» смоделированы конечноэлементные структуры с использованием фибры в месте пластической зоны (Фибробетонная оболочка)

На Рис. 4 продемонстрирован вид конструкции, где в место пластической зоны была введена фибра, которая изменила работу конструкции и позволила снизить напряжения.

Не останавливаются западные коллеги и на исследовании пластических зон только в классических материалах. Так А.Н.М. MuntasIrBillah, M.ShahrIa Alam в [20] используют особый инновационный сплав, обладающий «памятью» (см. shape memory alloy (SMA) как альтернативу стальной арматуре. Исследование включало в себя наблюдение за моделью моста, при изменении различных геометрических и параметрических параметров.

В труде [21] на примере тонких железобетонных колонн моста наблюдают особенность формирования пластичных зон у тонких длинных колонн. Как итог рассматривается и берется в учет важность такого понятия как «гибкость». На примере трех опытных образцов было выявлено, что в случае тонких, длинных элементов пластическая зона распространяется значительно дальше за повреждение. А аналитические исследования не дают достоверных данных о предсказании

Авторы Fang Yuan, Yu-FeI Wu помимо исследования пластических зон в фибробетоне[16] изучили влияние циклических нагрузок на поведение пластических зон в железобетонных колоннах. Было определено, что с увеличением количества циклов длина пластического шарнира также увеличивается, приближаясь к асимптотическому значению (верхнему пределу). После проведения экспериментов результаты были закреплены в простую эмпирическую модель, относительно близкую по численным значениям предсказанной Полаем и Престли в [22] эмпирической формуле (но с учетом коэффициентов цикличности) $l_p=0.08l+0.022f_yd_b$, где l – длина консольной колонны, f_y – предел текучести продольной арматуры, d_b – диаметр продольной арматуры.

| | | | | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|--|--|--|--|------|
| | | | | | | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 14 |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | АС-278.08.04.01.099.2019 | | | | | |

Для упрощения расчета циклических загрузений , повышений практического применения и работы с пластической зоной вводят альтернативную конструктивную модель в [23], в которой не учитывают влияние непорционального нагружения при циклическом упрочнении.

Труд Полая и Престли и полученная отсюда приближенная формула длины пластического шарнира являются одной из известнейших формул при расчете нелинейности. Многие авторы при указании ссылок на использованную литературу используют именно.

Однако базовой в вопросе изучения нелинейности является работа Полая (который в 2008г. Получил статус «legend of Earthquake EngIneerInги» см.англ. – легенда сейсмической инженерии) и Булла, которые в 1979г. впервые коснулись вопроса геометрических характеристик и сформировали понятие пластической зоны. В этой работе значительная роль отдана экспериментальным методам определения конструкционных сейсмических характеристик, так как ни нормативной, ни исследовательской базы в то время не существовало. Сегодня же численные методы пользуются все большей популярностью. Причем одинаково важны как геометрическая нелинейность, так и материальная.

Также проблемы учёта нелинейностей в теории сейсмостойкости затрагивают в работах [25–29]. В них описывается учет выполнения упругого анализа на основании расчетного спектра реакции путем введения коэффициента редукции для упругого спектра реакции для того, чтобы избежать явного неупругого анализа конструкций при проектировании,

В работах [30-35] представлен динамический метод при строительстве зданий и сооружений в районах с повышенной сейсмической активностью.

В работе [36] представлен расчет сооружений при сейсмических воздействиях с использованием уравнений динамики, а также описывается методика расчета, основанная на применении метода конечных элементов.

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | 15 |

Авторы Айзенберг Я.М. и Мкртычев О.В. [37, 38] в своих работах исследуют эффективность применения сейсмоизолирующих резинометаллических опор (РМО). Ее эффективность подтверждалась расчетами с учетом геометрической, физической и конструктивной нелинейностей.

Сегодня без упоминания данного термина очень сложно обойтись, когда речь заходит о каком-либо исследовании сейсмики. Так как именно пластическая зона является местом критических напряжений, их сложного распределения и при этом слабоизученности. Ниже представлены эмпирические уравнения, которые с разными долями точности и в различных случаях выводились западными исследователями. Различные способы расчета пластических зон различных авторов из различных источников и нормативных документов собрали А.Н.М. MuntasirBillah, M.Shahria Alam в [39].

| Author/Code | Expressions | Unit |
|--------------------------|---|---------|
| Mattock [11] | $l_p = d/2 \left[1 + (1.14 \sqrt{\frac{d}{d}} - 1) \left\{ 1 - \left(\frac{d-d'}{d} \right) \sqrt{\frac{d}{16.3}} \right\} \right]$ | in |
| Corley [12] | $l_p = \frac{d}{2} + 0.2 \frac{x}{\sqrt{d}}$ | in |
| Park et al. [35] | $l_p = 0.4d$ | in |
| Priestley and Park [13] | $l_p = 0.08l + 6d_b$ | In |
| Paulay and Priestley [9] | $l_p = 0.08l + 0.022d_b f_y$ | mm, MPa |
| Mander [42] | $l_p = 32\sqrt{d_b} + 0.06l$ | mm |
| Bae [21] | $l_p = \left\{ \left(0.3 \left(\frac{P}{P_c} \right) + 3 \left(\frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right) \left(\frac{l}{h} \right) + 0.25 \right\} h$ | |
| Berry et al. [38] | $l_p = 0.05l + 0.1 \frac{f_y d_b}{\sqrt{f_c}}$ | mm, MPa |
| Alemdar [15] | $l_p = \frac{1}{4} + \frac{3f_y d_b}{10000\sqrt{f_c}} + \frac{l}{25000}$ | mm, MPa |
| Caltrans 2010 [44] | $0.08L + 0.022f_y d_b$ | mm, MPa |
| JTG/T B02-01 [45] | Minimum ($0.08L + 0.022f_y d_b \geq 0.044f_y d_b$ or $2/3h$) | mm, MPa |
| Eurocode 8 [46] | $0.1L + 0.015 f_y d_b$ | mm, MPa |
| JRA 2002 [47] | $0.2L - 0.1h$; $0.1h \leq L_p \leq 0.5h$ | mm |
| NZS-3101:2006 [48] | Minimum ($0.5h_z$ or $0.2 M/V$) $\geq 0.5 h_z$ | mm |

Рис. 5 Эмпирические формулы расчета ПЗ их []

Нетрудно заметить, что основа формулы длины пластического шарнира, выведенная Полаем в [22], используется многими авторами (Prestly and Park, Berry et al.) и нормативными документами стран Евросоюза [40], изменяется лишь незначительная часть и коэффициенты, выведенные эмпирическим путем.

2. ОСОБЕННОСТИ ПРЕДЛАГАЕМОГО МЕТОДА РАСЧЕТА

Для того, чтобы правильно истолковать значение пластической зоны, необходимо вернуться к истокам – диаграмме Прандтля, согласно которой напряжения материала конструкции в наиболее нагруженном элементе не могут превышать предела текучести, а в случае увеличения нагрузки будет происходить перераспределение внутренних усилий от более нагруженных элементов к менее нагруженным, где пластическое состояние еще не достигнуто. При этом дальнейший учет пластичности можно вести по двум концептуальным направлениям:

В первом случае рассматривается образование пластического шарнира. Это означает, что в изгибаемом элементе, достигшем предельного равновесия, только поперечное сечение находится в пластическом состоянии, а соседние с ним – в упругопластическом.

Во втором случае рассматривается образование уже пластической зоны, особенность которой заключается в том, что в изгибаемом элементе, достигшем предельного равновесия, существует множество поперечных сечений, находящихся в пластическом состоянии, а не одно. Данное условие приводит к тому, что после достижения предела текучести в поперечном сечении нагруженного элемента происходит развитие пластических деформаций вглубь сечений, а не перераспределению усилий, как в случае с пластическим шарниром. Материал согласно диаграмме Прандтля, начинает работать в упругопластической стадии, и даже переходит в стадию упрочнения, соответствуя площадке текучести. Такой вариант оценки работы элемента отражает более справедливую и реально существующую модель поведения конструкции по сравнению с расчетом через пластический шарнир, где за основу берется более простая модель.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 17 |

2.1. Основная идея подхода – формирование нелинейных функций

Для учета ПЗ на основе бидиагональной диаграммы в качестве расчетного алгоритма используется МП. При проектировании строительных конструкций напряжения выше предела текучести не допускаются, поэтому при конструировании ПЗ необходимо проведение специальных мероприятий по ее преобразованию в пластическую зону равного сопротивления (ПЗРС). Решение этой задачи должно быть встроено в расчетный алгоритм и выполняться параллельно с нелинейным процессом по определению предельной нагрузки.

При нелинейном расчете СН рам МП также, как и в классическом варианте этого метода, используются стандартные стержни с двумя типами закреплений: «заделка – шарнир» и «заделка – заделка», которые должны быть рассчитаны на различные виды единичных и грузовых воздействий. В отличие от классического варианта, расчеты этих стержней должны проводиться с учетом ПЗРС. При этом зоны должны описываться специальными функциями, зависящими от ряда параметров: относительной длины зон, их расположения в пролете и физико-механические свойства материала.

2.2. Допущения, используемые при расчете

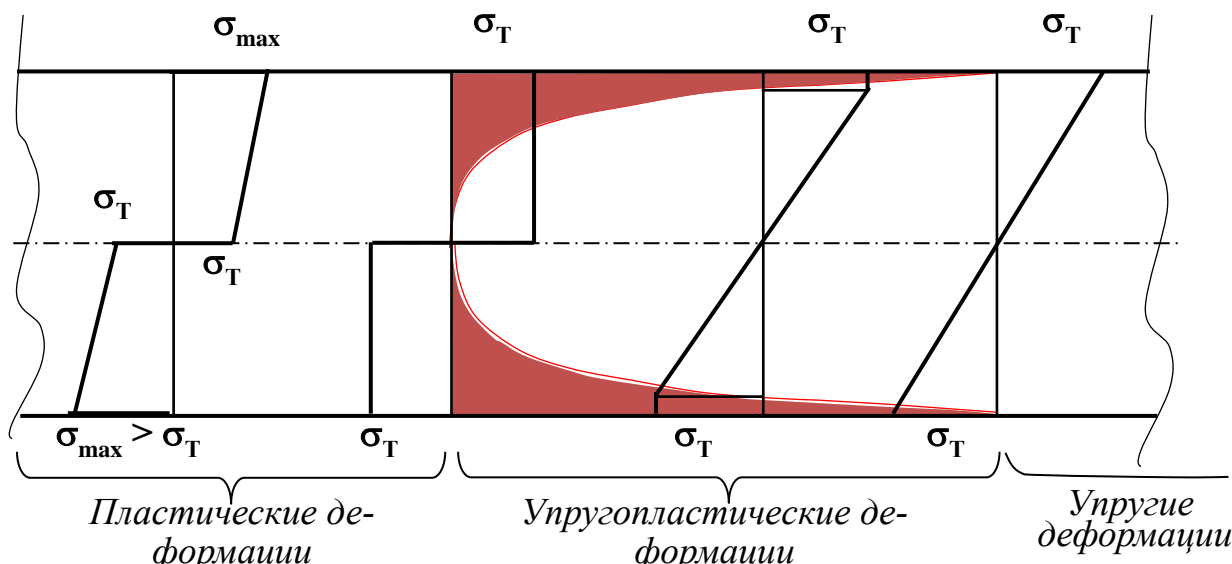


Рис. 6 Изменение эпюры напряжений в изгибаемом элементе при развитии пластических деформаций (классическая картина развития пластических деформаций)

Для практической реализации МП в нелинейном расчете рамы требуется ввести две дополнительные предпосылки помимо тех, которые известны в классическом варианте метода, ориентированного на линейный расчет.

1. Первая предпосылка полагает, что переход от предельно-упругой эпюры напряжений к предельной пластической эпюре происходит мгновенно (Рис. 7). Иначе говоря, предельно-упругая эпюра в момент ее появления заменяется на предельную пластическую эпюру напряжений. В то время, когда при реальном нагружении имеет место быть значительная стадия развития упругопластических деформаций (Рис. 6)

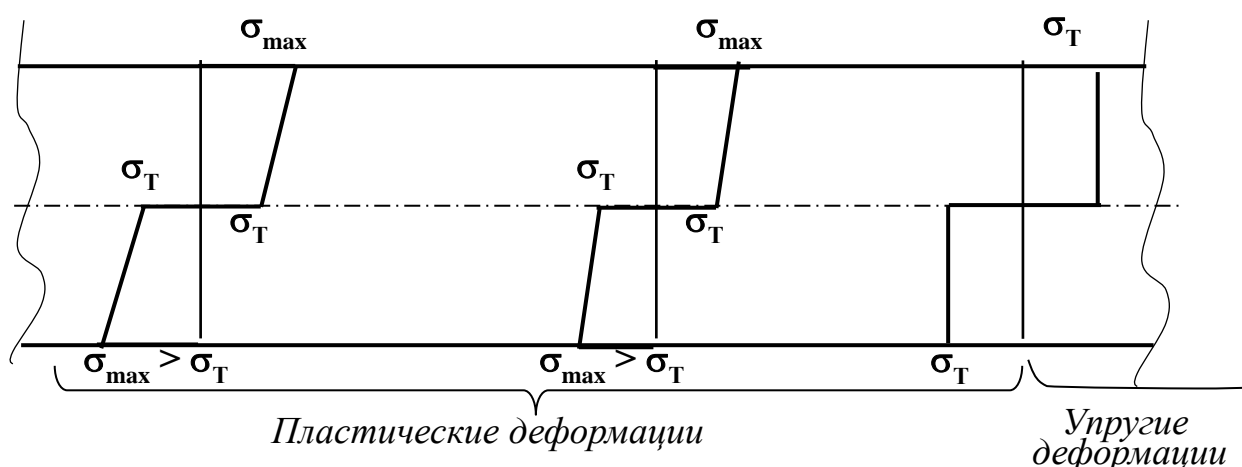


Рис. 7 Изменение эпюры напряжений в изгибаемом элементе при развитии пластических деформаций (по 2-м добавленным допущениям)

2. Вторая предпосылка регламентирует жесткость стержня на участке с упругопластическими деформациями, расположенном между предельно упругой и предельной пластической эпюрами напряжений и принимается равной E_0I (E_0 – модуль упрочнения). Т.е. реальная жесткость переменной величины заменяется заниженной постоянной жесткостью E_0I (Рис. 7 Изменение эпюры напряжений в изгибаемом элементе при развитии пластических деформаций (по 2-м добавленным допущениям)).

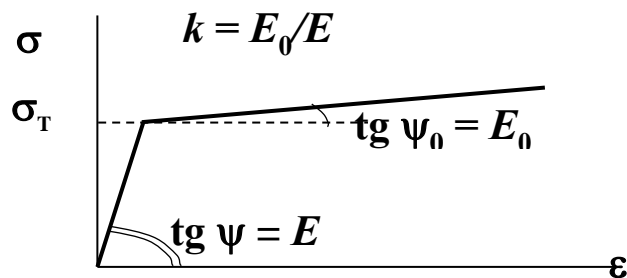


Рис. 8 Билинейная диаграмма Прандтля

Обе предпосылки призваны упростить расчет. Помимо этого, вторая предпосылка работает в запас прочности конструкции, так как идеализация жесткости в сторону ее снижения на участке с реальными упругопластическими деформациями приводит к недооценке (снижению) предельной нагрузки (действительная предельная нагрузка будет выше расчетной предельной нагрузки).

Дальнейшей моделью будет использована металлическая рама, на которую действует нагрузка в виде сосредоточенных сил.

2.3. Особенность конструирования ПЗ

На Рис. 10 показан ЖБ каркас. ПЗ конструируется на краях несущего элемента. В месте, где возникает наибольший момент, делают зону усиления «В_{ут}» или по-другому псевдоконсоль (с повышенной жесткостью). Ее задача предотвратить развитие пластических деформаций вглубь узла, что губительно может сказаться на несущей способности всей конструкции.

Длину ПЗ принимают (0,5-1,5) от поперечного сечения ригеля или приблизительно 25% от высоты этажа («четверть этажа»). В случае отсутствия ПЗ пластические деформации могут проникать по сечению пояса в продольную арматуру ЖБ узла.

В этом случае связь между арматурой и бетоном будет нарушена, что впоследствии негативно отразится на совместной работе железобетона. А так как узел является одним из самых главных элементов в раме, то это приведет к полному разрушению системы.

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | 20 |

3. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ПРИМЕНЕНИЮ НАУЧНЫХ ВЫВОДОВ НА ПРАКТИКЕ

Рекомендации, которые необходимо учитывать при строительстве в сейсмических районах:

1) Необходимо предусматривать зону усиления в приопорном участке. Важность его заключается в том, что этот участок не позволяет пластическим деформациям (далее – ПД) проникать в узел конструкции. Ведь этот конструктивный элемент системы является основным и при появлении в нем ПД ведет в дальнейшем к полному разрушению системы. По словам А.В. Соснина при длине участка усиления элементов, равной $0,57h$, откладываемой от границ внутреннего жёсткого узла, его конструкция оказалась способна выдержать горизонтальную нагрузку, на 10 % превышающую предельное значение, воспринимаемое им до его усиления. При этом максимальные перемещения увеличились на 8 %. А при длине участка усиления, равной $1,43h$, – указанные значения уже получились равными 25 и 20 % соответственно. А длину участка усиления поперечной арматурой принимать равной $1,5h$, но не более $\frac{1}{4}$ высоты этажа или пролёта ригеля. Однако в силу определённых обстоятельств эти требования могут не работать. Инженерный приём по армированию сечения ригеля в приузловой зоне с некоторым запасом (ведь такое нередко встречается в современной практике).

2) Принимать в расчётах длину зоны пластичности, приближающуюся к значению $0,5h$, следует с особой осторожностью. В тоже время при малых размерах длины зоны пластичности реализуется плохо поддающаяся прогнозу излишняя деформативность системы.

3) Необходимо грамотно задавать жесткость элементов.

Соснин А.В. в вопросе сейсмостойких каркасов говорит: «Специалистами в области сейсмостойкости сооружений установлено, что наиболее благоприятным для каркасных зданий является механизм пластического деформирования

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 22 |

«сильные колонны – слабые ригели» (в зарубежной практике он определяется, как «beam sway mechanism» или «strong column – weak beam» mechanism)» [28].

Также нужно иметь ввиду, что наиболее благоприятная схема деформирования соответствует именно балочному механизму, при котором образование пластических шарниров допускается только в элементах ригелей.

4) Чтобы обеспечить зданию необрушаемость, зоны пластичности в несущих элементах должны обладать способностью принимать и возвращать большие количества энергии на единицу объёма [29] (см. Рис. 11). Для этого участки элементов, на которые приходятся зоны пластичности, вне зависимости от этажности и функционального назначения зданий необходимо специально организовывать (располагать и конструировать, обеспечивая при этом их ремонтпригодность).

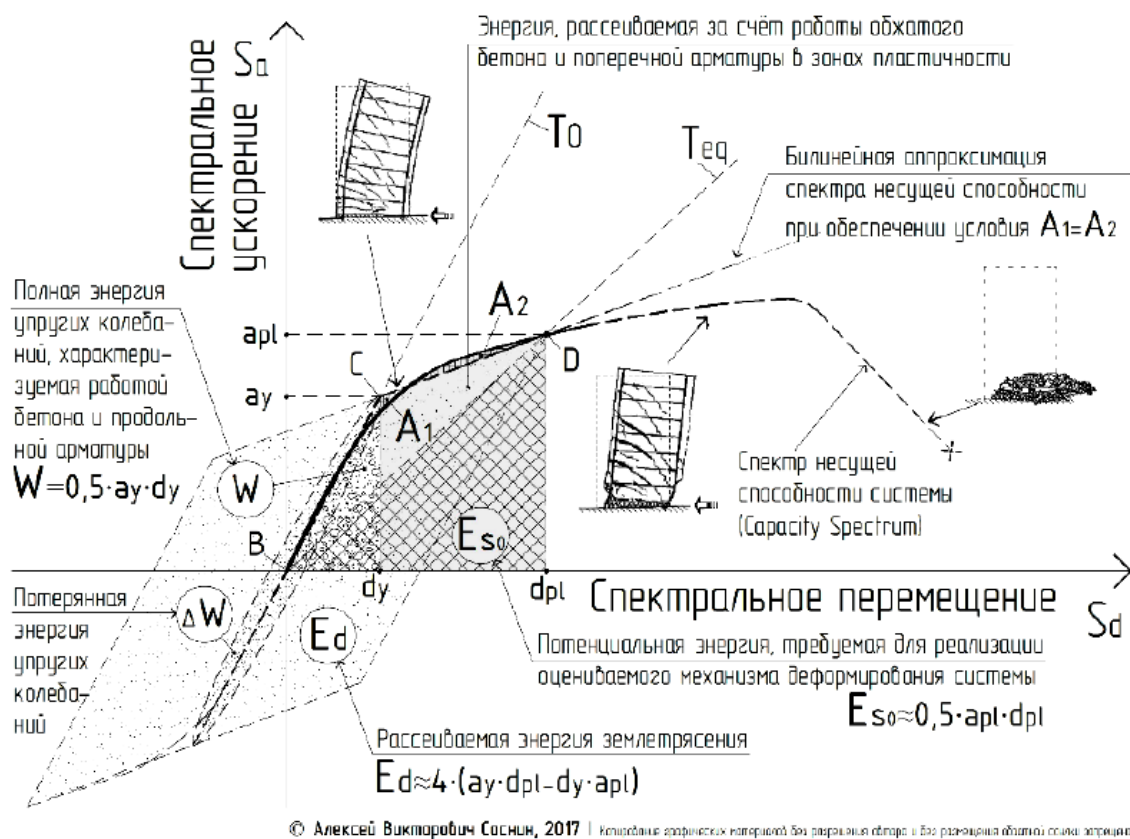


Рис. 11 Схема распределения потенциальной энергии, затрачиваемой для реализации механизма пластического деформирования при действии сейсмических сил

4. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ (ТЕОРИЯ, АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ)

Из выбранной статически определимой основной системы выделяют грузовое состояние (ГС) и единичные состояния (ЕС). В грузовом состоянии на основную систему действуют только внешние нагрузки. Для образования i -ого единичного состояния из основной системы необходимо убрать все внешние нагрузки, а в направлении отброшенной i -ой связи приложить приведенное единичное усилие. Согласно принципу независимости действия сил, необходимо представить основную систему в виде суммы грузового и единичного состояния.

Уругопластический расчет СН рамы проводится по схематизированной диаграмме деформирования с упрочнением (билинейной диаграмме, Рис. 8), характеризуемой двумя модулями упругости (E - на начальном участке и E_0 - на участке упрочнения) и двумя напряжениями: пределом текучести (ему соответствует нормативное сопротивление R_{yn}) и прочности (величина R_B).

Согласно МП основная система состоит из стандартных элементов - СН балок двух типов ("заделка - шарнир", "заделка - заделка"), для которых выполнен расчет на наличие пластических зон. Как и в классическом методе необходимо выполнить расчет на поворот жесткого узла, на смещение опор и на действие сосредоточенной силы, но с тем отличием, что балки, содержащие ПЗ, имеют нелинейные функции, которые и отражают суть работы в стадии за пределом текучести.

В данной работе детально будет рассмотрен расчет для балок с граничными условиями «заделка-заделка». Другие варианты базовых нагружений будут приведены справочно. Так как пластическая зона будет образовываться в стержне с данным видом закрепления. В качестве неизвестных используется угол поворота жесткого узла и перемещение шарнирной опоры. Необходимо определить реакции опор и величины изгибающих моментов.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 25 |

4.1. Алгоритм расчета СН задачи по МП с учетом нелинейных свойств

1-й этап. Определение предельно-упругой эпюры моментов M_{yn} и, соответствующей ей, нагрузки F_0 ;

2-й этап. Организация нелинейного процесса в i -й ступени нагружения (по методу последовательного нагружения) состоит в следующем:

- определение приращений моментов dM в зависимости от приращений нагрузки dF (с использованием системы канонических уравнений МП);
- построение результирующей эпюры $M_{si} = M_{yn} + \sum dM^{(i)}$ от действия суммарной нагрузки $F_{si} = F_0 + \sum dF^{(i)}$ с учетом предыдущих ступеней;
- длины ПЗ на текущей ступени нагружения l_{pi} и ее сравнение с заданной длиной l_p : $\text{abs}(l_p - l_{pi}) \leq \varepsilon$

3-й этап. Построение ПЗ равного сопротивления в пределах всей заданной длины l_p . Анализ результатов.

| | | | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|--|--|--|------|
| | | | | | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | 26 |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | АС-278.08.04.01.099.2019 | | | | |

Физический смысл канонического уравнения заключается в том, что суммарная реакция в любой i -й дополнительной связи от действия всех неизвестных и нагрузки в основной системе (далее – ОС) равна 0, так как в заданной системе (далее – ЗС) эта связь отсутствует.

Физический смысл коэффициентов при неизвестных перемещениях Z_i заключается в том, что r_{ij} представляет собой реактивное усилие в i -й условной заделке или связи в основной системе от перемещения j -й условной заделки или связи на единицу.

Физический смысл свободного члена R_{iF} системы канонических уравнений метода перемещений заключается в том, что он представляет собой реактивное усилие в i -й условной связи или заделке от внешней нагрузки.

Выполняются расчеты на все единичные и грузовые воздействия. После их построения определяются коэффициенты канонического уравнения (3.3.3).

После определения неизвестных канонического уравнения (3.3.3) необходимо построить окончательные эпюры M , Q , N .

4.3. Упругопластический расчет

Второй этап связан с нелинейной работой рамы. Он проводится с помощью небольших ступеней нагружения (CH) – dF . CH нагружения необходимо выбрать в зависимости от требуемой точности.

Задаем длину ПЗ и выбираем CH – dF . Формирование коэффициентов системы канонических уравнений МП и свободных членов, которые зависят от нелинейных функций φ – ψ , является первоочередной задачей:

$$r_{11}; r_{12}; r_{21}; r_{22}; dR_{1F}; dR_{2F}$$

Их формирование происходит на основе матрицы M_{ed} , которая представляет собой матрицу единичных воздействий с учетом нелинейных функций заданной пластической зоны, и dM_F , которая характеризует внешнюю нагрузку в основной системе.

| | | | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|--|--|--|------|
| | | | | | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | 28 |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | АС-278.08.04.01.099.2019 | | | | |

Таким образом упругопластическая эпюра изгибающих моментов, полученную от действия нагрузки $F_i = F + dF_i$:

$$M_{pl,i} = M_{pl,i-1} + dM_i \quad (6)$$

Следующим шагом необходимо выяснить, соответствуют ли значения внешней нагрузки F_i и внутренних усилий M_i заданной ПЗ. Для этого рассматривается участок рамы, где есть ПЗ. В учебных целях рассмотрим случай с ПЗ, расположенной в горизонтальном ригеле. Вариант с ПЗ в вертикальном стержне будет рассмотрен непосредственно в самом расчете.

На полученной эпюре M_i на котором нижнюю ординату обозначим – c (Момент в сечении «1»), а верхнюю – d (момент в сечении «2») (Рис. 12). Причем очевидно, что ордината c будет больше, чем M_0 ($c > M_0$). Ордината d_1 на Рис. 12 соответствует значению момента от силы F_i в шарнирной балке такого же пролета l :

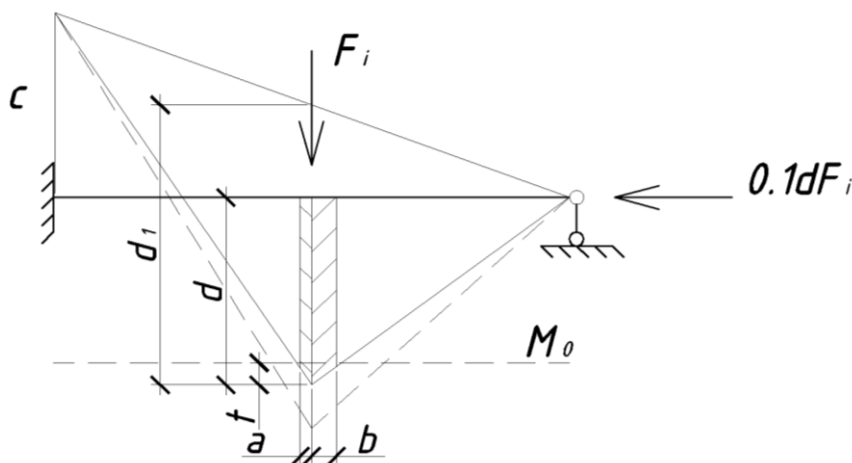


Рис. 12 Определение невязки ПЗ

$$d_1 = F_i \cdot \frac{l}{4} \quad (7)$$

С другой стороны эту ординату можно представить в виде $d_1 = \frac{c}{2} + d$. Отсюда, записывая $d = t + M_0$, найдем величину $t = d_1 - (\frac{c}{2} + M_0)$, которая понадобится для определения длины ПЗ. Этой длине соответствует отрезок $l_{pi} = a_i + b_i$, отсекаемый

5. СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА

5.1. Автоматизированный расчет в ПК Matlab.

Рассмотрен расчет по МП с учетом ПЗ на предельную нагрузку реализован в виде кода «Нелинейный расчет статически неопределимой рамы методом перемещений с учетом пластических зон» на алгоритмическом языке ПК MatLab.

Код программы составлен на основании Приложения 3 Блок-схема расчёта.

Базовый комплект исходных данных позволяет рассчитать величину предельной нагрузки для заданных пластичных зон с использованием метода перемещений. Работа с программой сводится к подготовке и вводу изменений в базовый комплект исходных данных и выполнения соответствующих расчетов. Внося изменения в базовый комплект данных, необходимо рассчитать предельные нагрузки для различных ПЗ в зависимости от заданных физико-механических свойств материала, горизонтальных нагрузок.

После ввода изменений в программу для расчета статически неопределимой рамы МП с учетом ПЗ, осуществляется самый долгий и сложный этап разработки - ее отладка. Отладка программы заключается в устранении ошибок, связанных с расчетной моделью, языком программирования, внимательностью разработчики, нестыковок и других неточностей.

Подтверждением правильной работы программы является совпадение результатов тестовых расчетов с известным результатом ручного счета первых этапов нагружения. Параметры, необходимые для автоматизированного расчета нелинейности необходимо подготовить для занесения в ПК Matlab.

Каждый входной показатель (Таблица 1), коэффициент выступает в роли переменной, которую необходимо обозначить и отслеживать значения, присеваемые на всех этапах в процессе дебагинга (от англ. Debugging – Отладка, процесс устранения ошибок). Нахождение каждого показателя будет рассмотрено ниже, начиная с п.п.б.1.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 32 |

Таблица 1 Входные значения для автоматизированного расчета

| Входной показатель | Значение |
|---------------------------------------|---|
| k_F | $\frac{W_x * \sigma_T}{M_{\text{сеч.1}}^{\text{нач}}}$ |
| k_E | $\frac{E_0}{E}$ |
| m | $\frac{1}{k} - 1$ |
| δ_{11}^{pl} | $\frac{l^3}{3EJ} \left(a^3 \left(\frac{1}{k} - 1 \right) + 1 \right)$ |
| $\delta_{12}^{pl} = \delta_{21}^{pl}$ | $\frac{l^2}{2EJ} \left(a^2 \left(\frac{1}{k} - 1 \right) + 1 \right)$ |
| δ_{22}^{pl} | $\frac{l}{EJ} \left(a \left(\frac{1}{k} - 1 \right) + 1 \right)$ |
| $X_1^{\varphi=1}$ | $6 \frac{EJ}{l^2} \frac{(1 + 2m\alpha - m\alpha^2)}{\varphi}$ |
| $X_2^{\varphi=1}$ | $-2 \frac{EJ}{l^2} \frac{(1 - m\alpha^2(2\alpha - 3))}{\varphi}$ |
| φ | $1 + 4m\alpha - 6m\alpha^2 + 4m\alpha^3 + m^2\alpha^4$ |
| ψ_1 | $\frac{(1 + m\alpha(2 - \alpha))}{\varphi}$ |
| ψ_2 | $\frac{(1 - m\alpha^2(2\alpha - 3))}{\varphi}$ |
| ψ_3 | $\frac{1 + m\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 3)}{\varphi}$ |
| $Q_A^{\varphi=1}$ | $\frac{6EJ}{l^2} \psi_1$ |

| | |
|-------------------|---|
| $Q_B^{\varphi=1}$ | $-\frac{6EJ}{\rho^2} \psi_1$ |
| $M_A^{\varphi=1}$ | $\frac{2EJ}{\ell} \psi_2$ |
| $M_B^{\varphi=1}$ | $\frac{4EJ}{\ell} \psi_3$ |
| $X_1^{\Delta=1}$ | $-\frac{12EJ}{\rho^3} \psi_4$ |
| $X_2^{\Delta=1}$ | $\frac{6EJ}{\rho^2} \psi_5$ |
| $Q_A^{\Delta=1}$ | $\frac{12EJ}{\rho^3} \psi_4$ |
| $Q_B^{\Delta=1}$ | $-\frac{12EJ}{\rho^3} \psi_4$ |
| $M_A^{\Delta=1}$ | $-\frac{6EJ}{\rho^2} \psi_1$ |
| $M_B^{\Delta=1}$ | $\frac{6EJ}{\rho^2} \psi_5$ |
| ψ_1 | $\frac{(1 + m\alpha(2 - \alpha))}{\varphi}$ |
| ψ_4 | $\frac{(1 + m\alpha)}{\varphi}$ |
| ψ_5 | $\frac{(1 + m\alpha^2)}{\varphi}$ |

| | | | | |
|------|------|----------|---------|------|
| | | | | |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата |

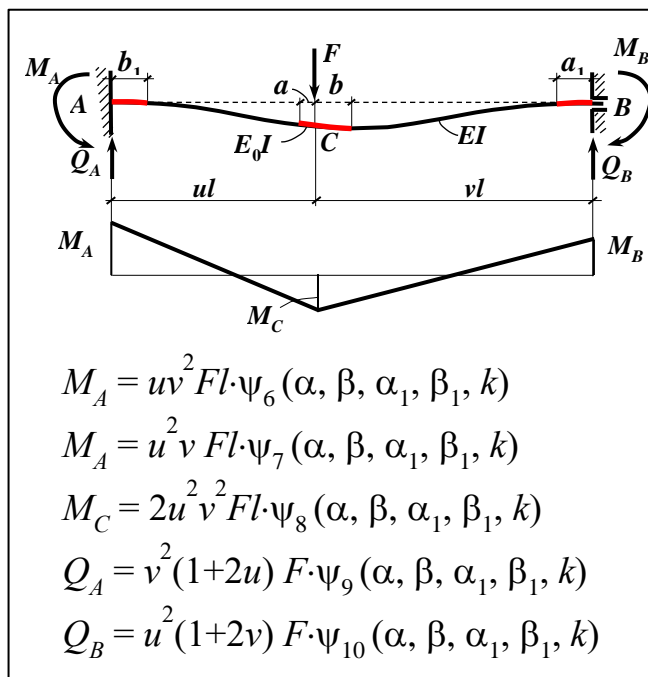
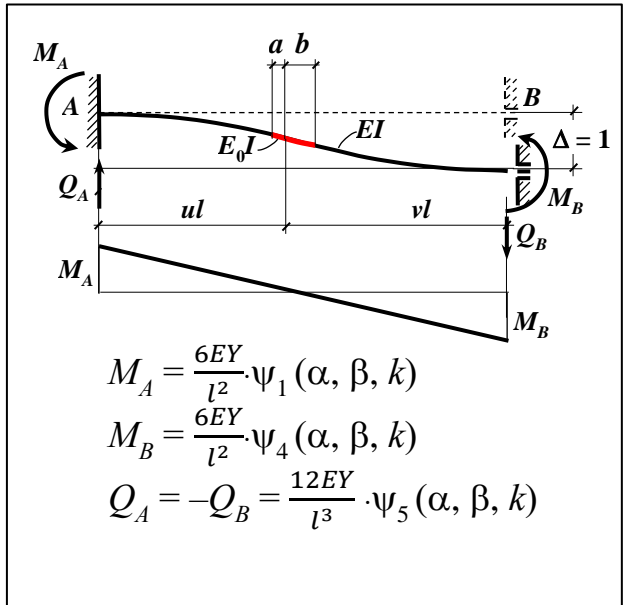
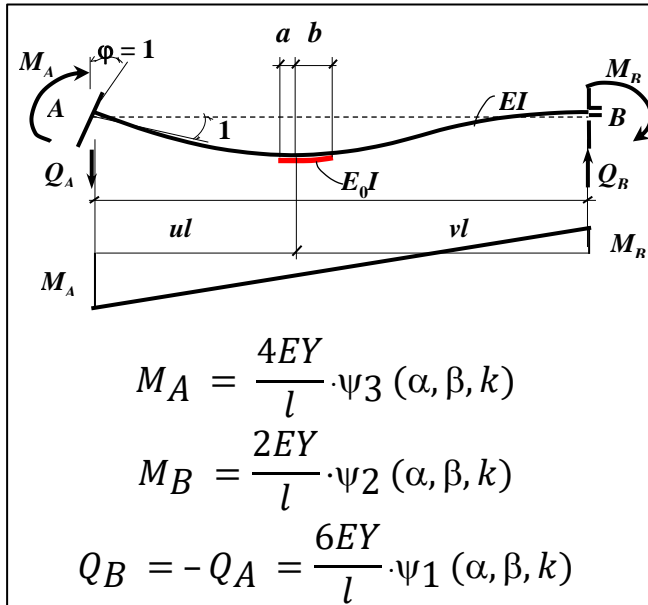
АС-278.08.04.01.099.2019

Лист

34

5.1.1 Базовые нелинейные функции.

Ниже представлены рассчитанные значения нелинейных функций в общем виде для основных случаев нагружения и закрепления: Балка с закреплением «заделка – заделка» ($u + v = 1$) $\alpha = a/l$, $\beta = b/l$ $\alpha_1 = a_1/l$, $\beta_1 = b_1/l$



$$\psi_1 = \{1 + m(\alpha + \beta)[2uv - (\alpha - \beta)]\} / \varphi$$

$$\psi_2 = \{1 - m(\alpha + \beta)[2(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) - 6uv + 3(\alpha - \beta)(v - u)]\} / \varphi$$

$$\psi_3 = [1 + m(\alpha + \beta)[2(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) + 6u^2 - 3u(\alpha - \beta)]] / \varphi$$

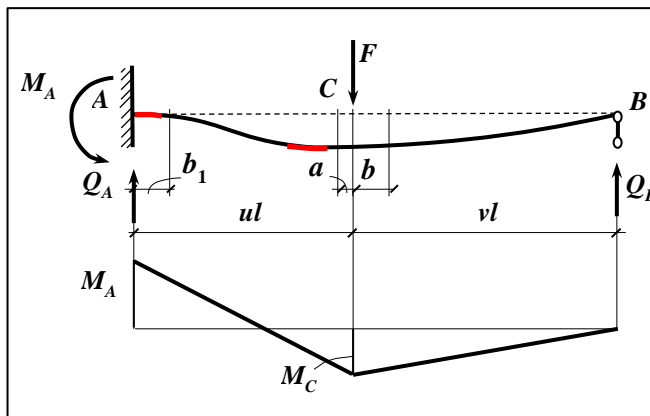
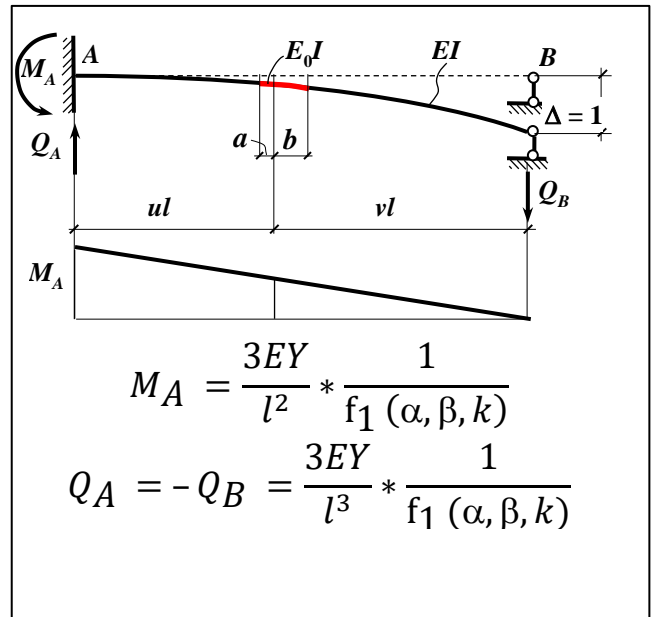
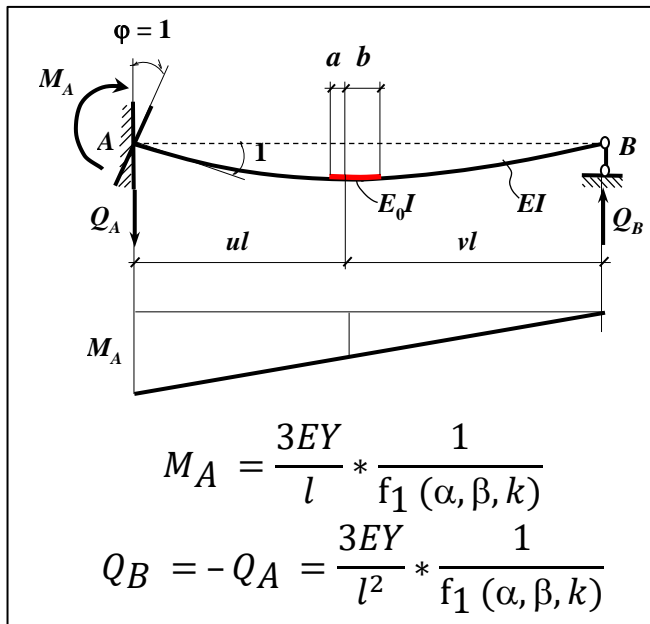
$$\psi_4 = [1 + m(\alpha + \beta)] / \varphi$$

$$\psi_5 = \{1 + m\beta[(v + \alpha)^2 - (v - \beta)^2]\} / \varphi$$

$$\varphi = 1 + m^2(\alpha + \beta)^4 + m(\alpha + \beta)[4 + 4(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) - 12uv + 6(\alpha - \beta)(v - u)]$$

Балка с закреплением «заделка – шарнир» ($u + v = 1$)

$$\alpha = a/l, \quad \beta = b/l \quad \alpha_1 = a_1/l, \quad \beta_1 = b_1/l$$



$$M_A = \frac{uv(1+v)}{2} Fl \cdot f_4(\alpha, \beta, \beta_1, k)$$

$$M_C = \frac{u^2 v(3-v)}{2} Fl \cdot f_2(\alpha, \beta_1, k)$$

$$Q_A = \frac{v(3-v^2)}{2} F \cdot f_3(\alpha, \beta, \beta_1, k)$$

$$Q_B = \frac{u^2(2+v)}{2} F \cdot f_2(\alpha, \beta_1, k)$$

$$f_1 = 1 + m[1 + (v + \alpha)^3 - (v - \beta)^3 - (1 - \beta_1)^3]$$

$$f_2 = \frac{1 + \frac{m}{u^2(2+v)} [v\alpha^2 + 2\alpha^3 + 6u\beta_1 - 3(1+u)\beta_1 + 2\beta_1]}{f_1}$$

$$f_3 = \frac{1 + \frac{m}{v(3-v^2)} [2v^3 + 6v^2\alpha + 3v\alpha^2 - 2(v-\beta)^3 + 6v\beta_1 - 3v\beta_1]}{f_1}$$

$$f_4 = \frac{1 + \frac{m}{uv(1+v)} [2uv^3 + 6uv^2\alpha + 3v(2u-1)\alpha^2 - 2v\alpha^3 - 2u(v-\beta)^3 + 3v\beta_1^2 - 2v\beta_1^3]}{f_1}$$

6. Методика расчета пластических зон

6.1. Расчетная модель и построение основной системы

СН рама, закрепленная с двух сторон (заделкой и подвижной опорой)

Вариант нагружения – I. (Горизонтальная нагрузка равна $0,5 F$).

– $F=200$ кН;

– $l=200$ см;

Для двутавра №40 из марки стали – 09Г2:

– $J_x=19062$ см⁴ – момент инерции;

– $W_x=953,1$ см³ – осевой упругий момент сопротивления;

Характеристики прочности и деформативности:

– $\sigma_T=305$ МПа – предел текучести;

– $\sigma_B=440$ МПа – предел прочности;

– $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа – модуль продольной упругости;

– $\delta_B = 0.21$ - относительное удлинение после разрыва;

Предварительный расчет показал, что наибольший изгибающий момент возникает в сечении № 1 (У опоры вертикального стержня).

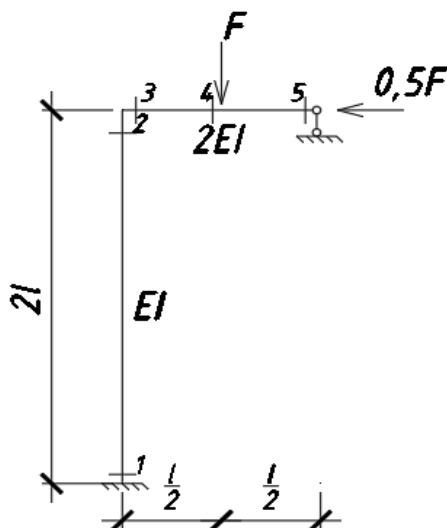


Рис. 13 Расчетная схема

Заключительным этапом построения расчетной модели является построение основной системы (ОС). ОС необходимо построить путем введения дополнительных связей, исключающих линейные и угловые перемещения узлов. (Рис. 15)

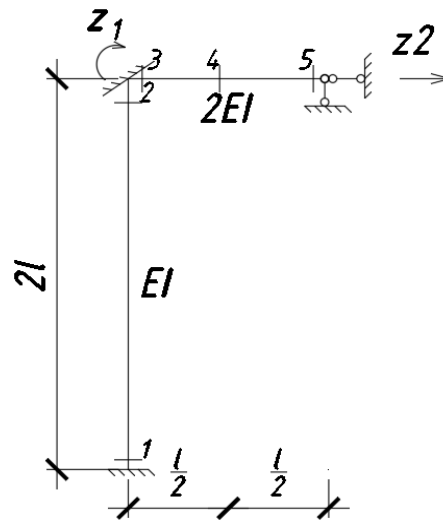


Рис. 15 Основная система

6.2. Работа в рамках теории упругости

6.2.1 Система канонических уравнений

Для того, чтобы ЗС и ОС были эквивалентны в кинематическом смысле (по узловым перемещениям Z_1 и Z_2), необходимо во всех введенных связях приложить линейные и угловые перемещения, которые пока неизвестны.

Система канонических уравнений МП выражает статическую эквивалентность основной системы заданной системе.

Запишем систему канонических уравнений:

$$\begin{cases} r_{11} \cdot z_1 + r_{12} \cdot z_2 + R_{1F} = 0 \\ r_{21} \cdot z_1 + r_{22} \cdot z_2 + R_{2F} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

r_{ij} – реакция в i -й связи от ед. перемещения j -й связи $Z_j = 1$

$R_{iF}, R_{it}, R_{i\Delta}$ — реакция в i -й связи от внешней нагрузки

Физический смысл канонических уравнений: Суммарная реакция в любой I-й дополнительной связи от действия всех неизвестных и нагрузки в ОС = 0, т.к. в ЗС эта связь отсутствует

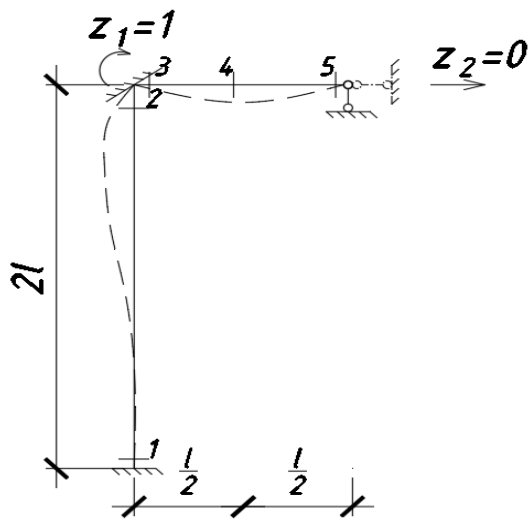


Рис. 17 Единичный поворот

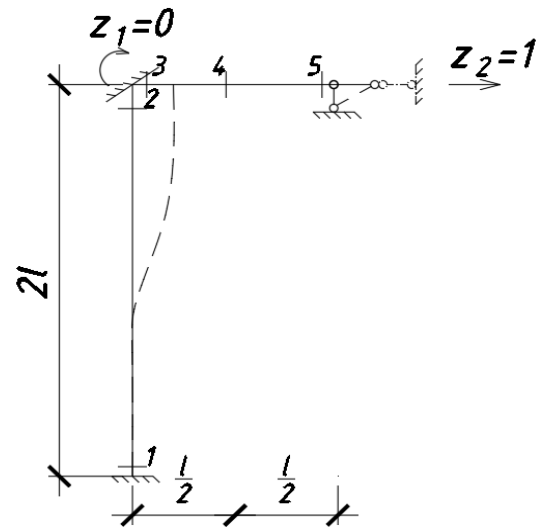


Рис. 18 Единичное смещение

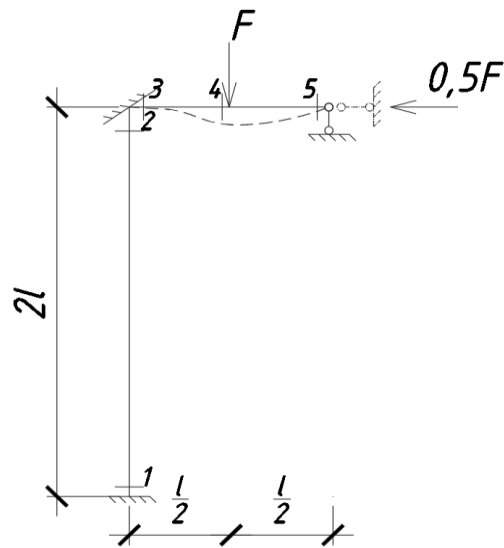


Рис. 16 Грузовое воздействие

6.2.2 Построение единичных эпюр:

Следует отметить, что значения на эпюрах являются табличными

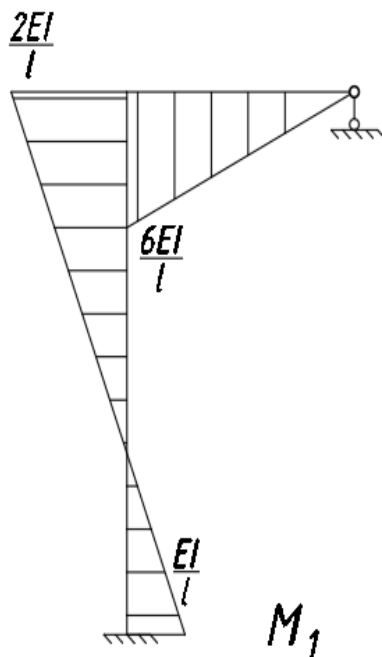


Рис. 21 Единичная эпюра от поворота

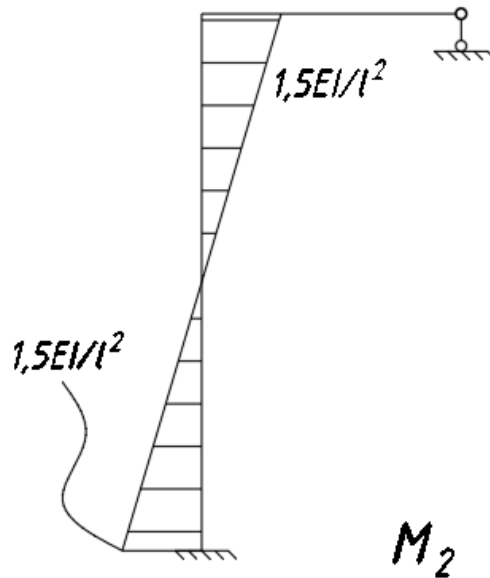


Рис. 20 Единичная эпюра от линейного смещения

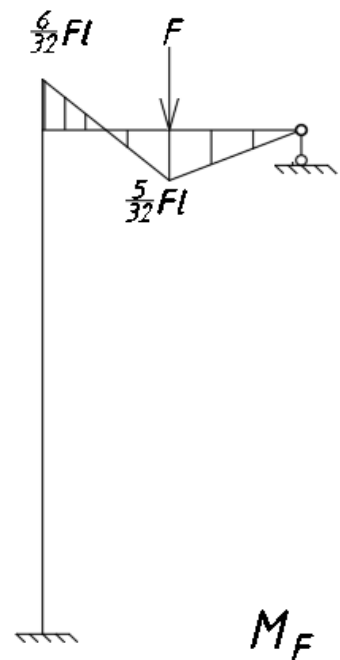


Рис. 19 Единичная эпюра от нагрузки

Найдем коэффициенты канонического уравнения:

Для M_1 :

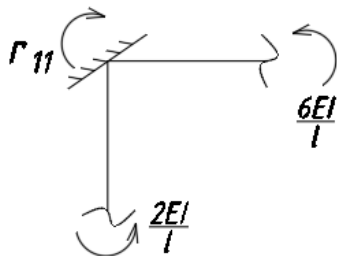


Рис. 23 Определение реакции r_{11}

$$r_{11} = \frac{8EI}{l}$$

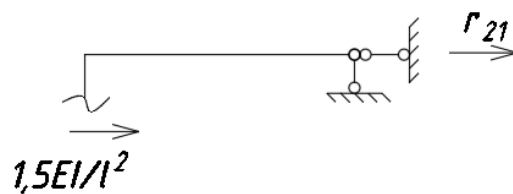


Рис. 22 Определение реакции r_{21}

$$r_{21} = -1,5 \frac{EJ}{l^2}$$

Для M_2 :

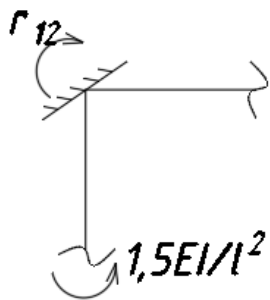


Рис. 25 Определение реакции r_{21}

$$r_{12} = -1,5 \frac{EJ}{\ell^2}$$

Для M_F :

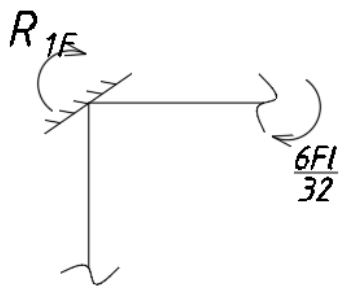


Рис. 27 Определение реакции R_{1F}

$$R_{1F} = -\frac{6}{32} F\ell$$

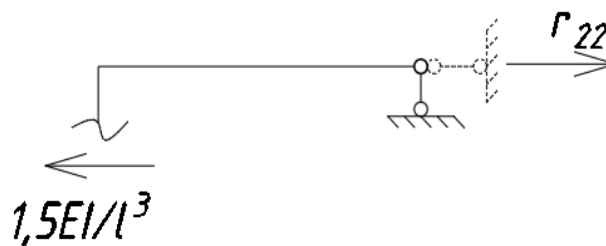


Рис. 24 Определение реакции r_{22}

$$r_{22} = 1,5 \frac{EJ}{\ell^3}$$

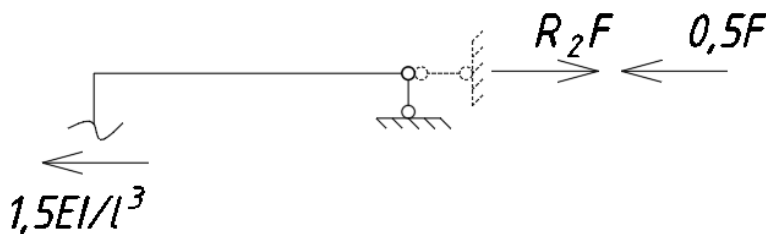


Рис. 26 Определение реакции R_{2F}

$$R_{2F} = 0,5F$$

6.2.3 Нахождение неизвестных Z_{ij} из уравнений

Необходимо подставить найденные коэффициенты в систему канонических уравнений (1.1)

$$\begin{cases} \frac{8EJ}{\ell} z_1 - 1,5 \frac{EJ}{\ell^2} z_2 - \frac{6}{32} F\ell = 0 \\ 1,5 \frac{EJ}{\ell^2} z_1 + 1,5 \frac{EJ}{\ell^3} z_2 + 0,5F = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Для решения системы (1.2) и нахождения неизвестных Z_1 и Z_2 необходимо перенести реакции от внешних нагрузок в правую сторону (1.3):

$$\begin{cases} \frac{8EJ}{\ell} z_1 - 1,5 \frac{EJ}{\ell^2} z_2 = \frac{6}{32} F\ell \\ -1,5 \frac{EJ}{\ell^2} z_1 + 1,5 \frac{EJ}{\ell^3} z_2 = -0,5F \end{cases} \quad (11)$$

Вычисление определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{8EJ}{\ell} & -1,5 \frac{EJ}{\ell^2} \\ -1,5 \frac{EJ}{\ell^2} & 1,5 \frac{EJ}{\ell^3} \end{vmatrix} = 8 * 1,5 - (-1,5 * (-1,5)) = 9,75 \frac{(EJ)^2}{\ell^4};$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -\frac{6}{32} F\ell & -1,5 \frac{EJ}{\ell^2} \\ 0,5F & 1,5 \frac{EJ}{\ell^3} \end{vmatrix} = -\frac{6}{32} * 1,5 - (0,5 * (-1,5)) = 0,4688 \frac{F \cdot EJ}{\ell^2} \ell$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \frac{8EJ}{\ell} & -\frac{6}{32} F\ell \\ -1,5 \frac{EJ}{\ell^2} & 0,5F \end{vmatrix} = 8 * 0,5 - (-1,5 * (-\frac{6}{32})) = 3,7188 \frac{F \cdot EJ}{\ell}$$

После чего z_1 и z_2 равны:

$$z_1 = -\frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{0,4688}{9,75} = -0,0481 \frac{F\ell^2}{EJ}$$

$$z_2 = -\frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{3,7188}{9,75} = -0,381385 \frac{F\ell^3}{EJ}$$

6.2.4 Построение окончательных эпюр M, Q, N.

Для построения окончательных эпюр упругой стадии необходимо построить исправленные единичные эпюры с учетом неизвестных z_1 и z_2 :

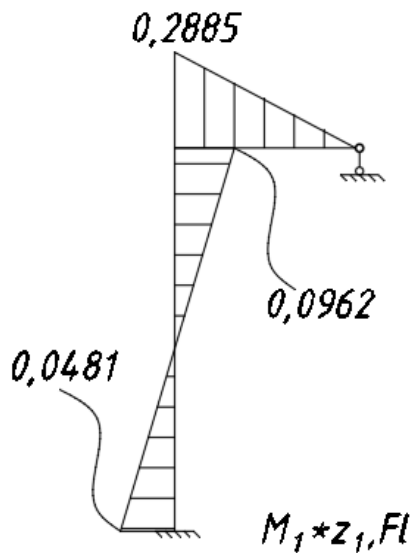


Рис. 29 Исправленная эюра №1

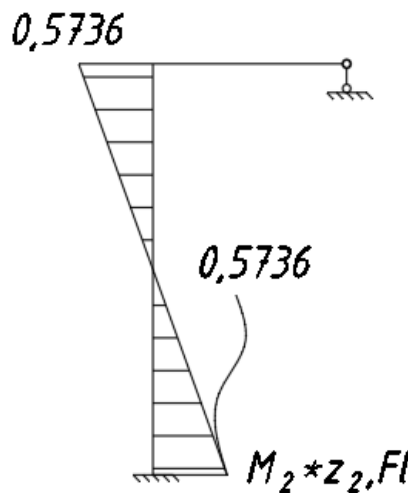


Рис. 31 Исправленная эюра №2

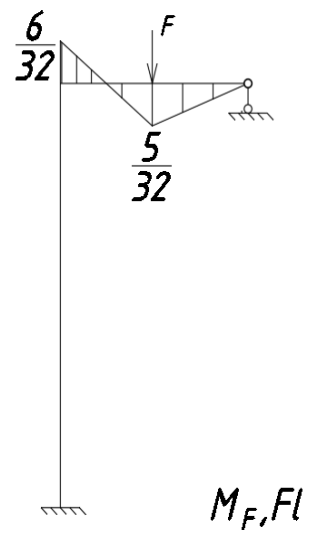


Рис. 30 Грузовая эюра

$$M_{нач} = M_1 Z_1 + M_2 Z_2 + M_F$$

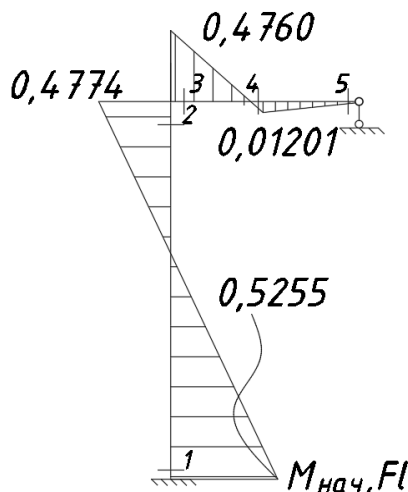


Рис. 28 Упругая эюра

При ручном расчете наблюдается погрешность в $0.0014Fl$, что допустимо. При расчете в программном комплексе данная погрешность нивелируется, а значение моментов во 2-ом и 3-ом сечении равно $0.47595 Fl$. Для дальнейших расчетов будут использованы значения, рассчитанные с помощью ПК Matlab.

6.2.5 Проверка полученных результатов

Статическая проверка (Рис. 34)

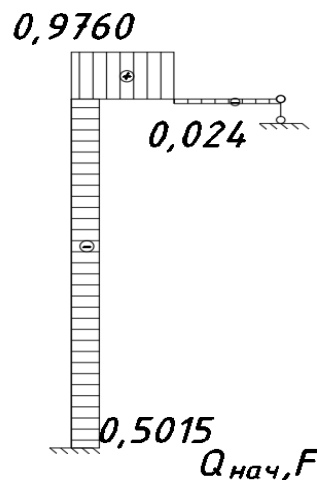


Рис. 33 Эпюра поперечных сил

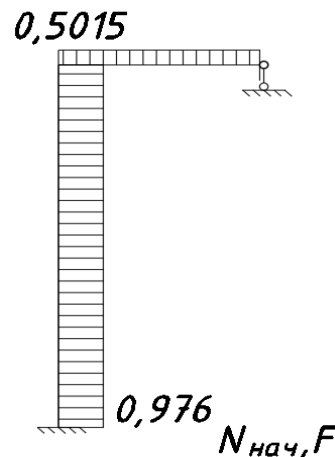


Рис. 32 Эпюра продольных сил

$$\sum x: 0,5015F - 0,5015F = 0$$

$$\sum y: 0,976F - 0,976F = 0$$

$$\sum \text{мом}: 0,4774Fl - 0,4760Fl = 0,0014FL$$

Статическая проверка равенства моментов показала расхождение на 0.0014 ед., что допустимо и удовлетворяет учебной погрешности.

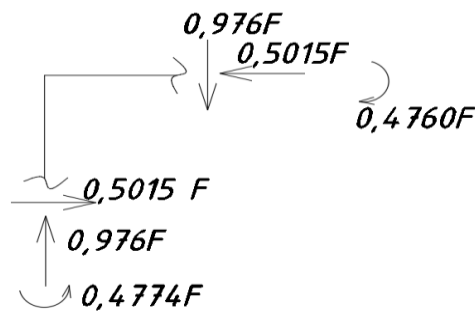


Рис. 34 Статическая проверка

В ходе упругого расчета выяснили, что опасное сечение в раме находится в сечении 1 (Рис. 35). Однако сечение 2 и 3 также имеют значения близкие к предельным. В последствии велика вероятность развития в них ПЗ.

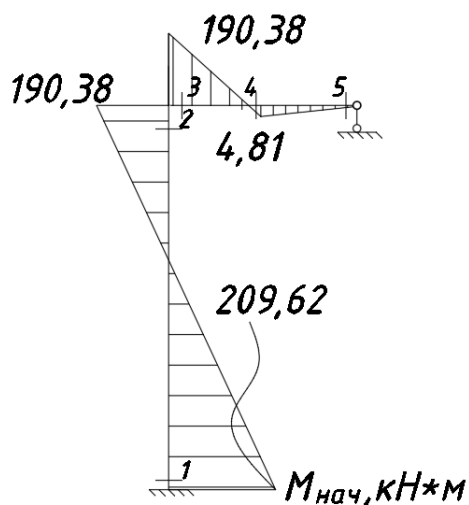


Рис. 35 Предельно упругая эпюра

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | 46 |

6.2.6 Расчет предельной нагрузки по методу предельных равновесий

Существует 4 вида простых механизмов разрушения:

Балочный механизм (Б)

Механизм бокового смещения (С)

Щипцовый механизм (Щ)

Механизм поворота узлов (У)

Форму разрушения находят из сравнения комбинированных механизмов, которые получают путем составления нескольких простых независимых механизмов разрушения.

На основе принципа Лагранжа для каждого возможного механизма разрушения (ВМР) составляется уравнение работ внешних и внутренних сил:

$$\underbrace{\Sigma(F_0)_i \delta_i}_{\text{Работа внешних сил}} = \underbrace{\Sigma(M_0)_k \varphi_k}_{\text{Работа внутренних сил}} \quad (13)$$

δ_i – линейные перемещения под силами $(F_0)_i$

φ_k – углы поворота стержней в пластических шарнирах

Найденные при каждом варианте разрушения системы предельные нагрузки сравниваются между собой:

$$(F_0)_1 \leq (F_0)_2 \leq \dots \leq (F_0)_j \quad (14)$$

Определим для рамы число простых механизмов разрушения для рамы:

$$m = s - n, \quad (15)$$

где s – число сечений в стержнях рамы, где необходимо определить изгибающие моменты для построения эпюры моментов (где могут возникать пластические шарниры);

n – степень статической неопределимости (СН).

$$m = 3 - 1 = 2$$

$\text{tg}\varphi = \varphi$ – из допущения в строительной механике (углы поворота узлов и сечений из-за их малости принимаются равными тангенсам)

Б: сечения 3, 4 (см. Рис. 37)

$$\varphi = \frac{\delta}{\frac{l}{2}} \rightarrow \delta = \frac{l \cdot \varphi}{2}$$

По формуле 13:

$$F_0 \cdot \delta = 3M_0\varphi \rightarrow F_0 \cdot \varphi \cdot 0,5l = 3M_0\varphi$$

$$F_0 = \frac{3M_0 \cdot \varphi}{0,5l \cdot \varphi} = \frac{6M_0}{l} = \frac{6 \cdot 290,7 \text{ кН} \cdot \text{м}}{2 \text{ м}} = 872,1 \text{ кН}$$

С: сечения 1, 2 (см. Рис. 36)

$$\varphi = \frac{\delta}{2l} \rightarrow \delta = 2l \cdot \varphi$$

По формуле 13:

$$0,5F_0 \cdot \delta = 2M_0\varphi \rightarrow 0,5F_0 \cdot 2l \cdot \varphi = 2M_0\varphi$$

$$F_0 = \frac{2M_0}{l} = \frac{2 \cdot 290,7 \text{ кН} \cdot \text{м}}{2 \text{ м}} = 290,7 \text{ кН}$$

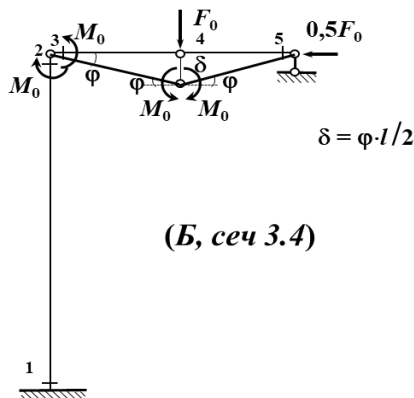


Рис. 37 Балочный механизм

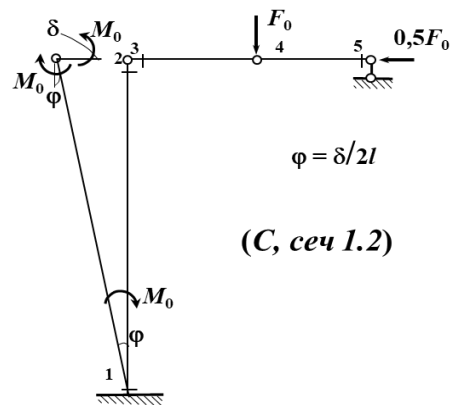


Рис. 36 Механизм бокового смещения

Согласно первой кинематической теореме, сформулированной Гвоздевым А.А. в 30-е годы XX в., минимальной силе соответствует реальная схема разрушения. И эта сила назначается в качестве предельной ($F_{МПР}=290,7 \text{ кН}$).

6.2.7 Расчет разрушающего момента

Расчет разрушающего момента по формуле согласно [4]:

$$M_B = M_0 \left[1 + \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_T} - 1 \right) * \frac{W_x}{W_t} \right], \quad (16)$$

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | 48 |

где M_0 – предельно упругий момент;

σ_b – предел прочности;

σ_t – предел текучести;

W_x – осевой упругий момент сопротивления;

W_T – пластический момент сопротивления.

Для прямоугольника момент сопротивления для пластической зоны в 1,5 раза больше, чем в упругой: $W_T=1,5W_x$.

Для двутавра: $W_T=(1,16-1,18) W_x$ [27].

Тогда:

$$M_B = 290.7 \left[1 + \left(\frac{44}{30.5} - 1 \right) \frac{953.1}{1.18 \cdot 953.1} \right] = 399.74 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Предел прочности для стали 09Г2 равен 440 МПа (см. Рис. 38). Превышение разрушающего момента над предельно упругим $M_0 = 290.7$ кН·м составляет 37.5 %.

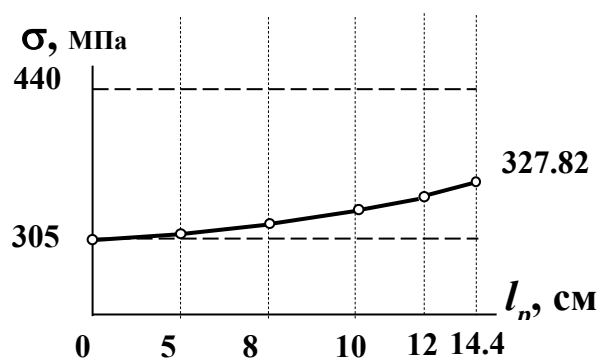


Рис. 38 Зависимость напряжений от размера ПЗ

Допустимый разрушающий момент:

$$M_{B1} = M_0 + (M_B - M_0) * 0.3 = 327.04 \text{ кН} \cdot \text{м} \quad (17)$$

6.3. Работа за пределом упругости

Для определения области работы конструкции за пределом упругости необходимо в первую очередь определить этот предел. Переход от эпюр моментов в упругой системе к эпюрам с учетом пластических зон (ПЗ) проходит через пре-

| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата |
|------|------|----------|---------|------|
| | | | | |

дельно упругую эпюру(Рис. 39), которую необходимо построить с помощью коэффициента k_F . Нахождение опасного сечения с максимальным моментом и соотношения

$$k_F = \frac{W_x * \sigma_T}{M_{сеч.1}^{нач}}$$

По коэффициенту k_F строится предельно-упругая эпюра моментов и предельная нагрузка

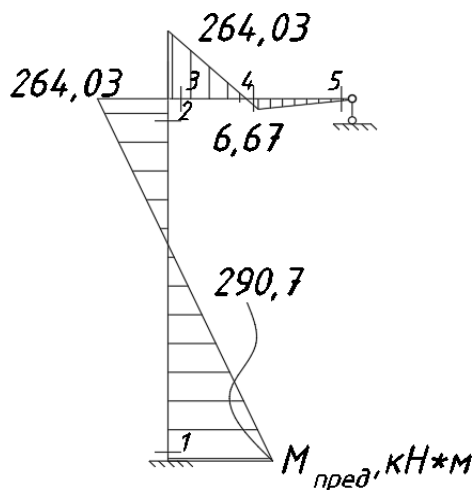


Рис. 39 Предельно упругая эпюра

Вариант нагружения, когда горизонтальное воздействие равно половине вертикального приводит к тому, что пластическая зона (ПЗ) будет развиваться у опоры вертикального стержня

Определим реакции опор и величины изгибающих моментов от внешней нагрузки, но уже при наличии пластических зон (a+b) в балке (Рис. 40).

Так как пластическая зона будет развиваться в сечении, где значение момента максимальное (сечение №1), которое находится у основания вертикального стержня, то можно считать, что вся пластическая зона находится по одну сторону от собственной оси симметрии, а значение β принять равным нулю.

Варианты табличных воздействий необходимо принять в общем случае, без учета жесткостных и геометрических отличий, с целью унифицирования табличных эпюр. При адаптации к текущей задаче на этапе нагружения(п.6.3.10) это будет учтено.

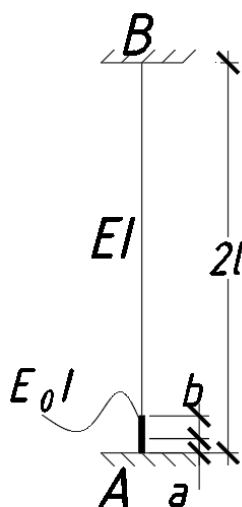


Рис. 40 Расположение ПЗ в СН раме

EI – Жесткость стержня при изгибе, $2l$ – длина стержня.

Алгоритм нахождения эпюр стандартных балок такой же, как в упругой стадии, но необходимо учесть геометрию и жесткостные показатели пластической зоны (ПЗ).

Отношение модулей деформации на участке, работающем нелинейно, к участку, работающему в рамках теории упругости:

$$k_E = \frac{E_0}{E} \quad (19)$$

Геометрические параметры пластической зоны:

$$\alpha = \frac{a}{2l}; \quad \beta = \frac{b}{2l}$$

6.3.8 Поворот заделки $\varphi=1$ с учетом ПЗ

Нахождение коэффициентов дельта и единичных эпюр:

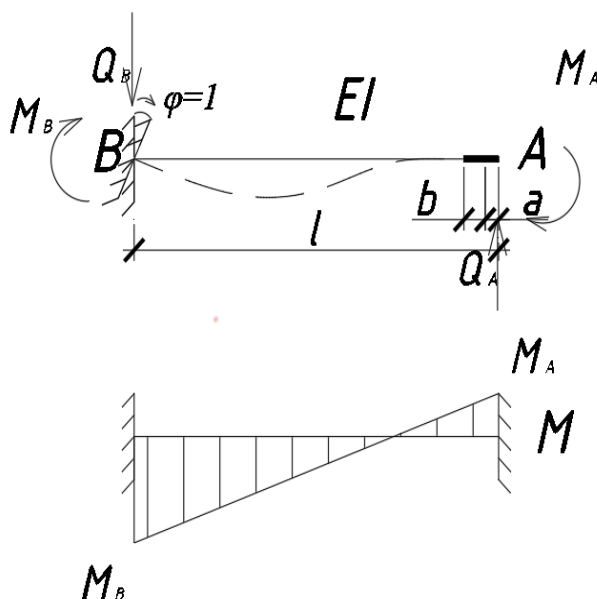


Рис. 42 Поворот заделки с учетом ПЗ

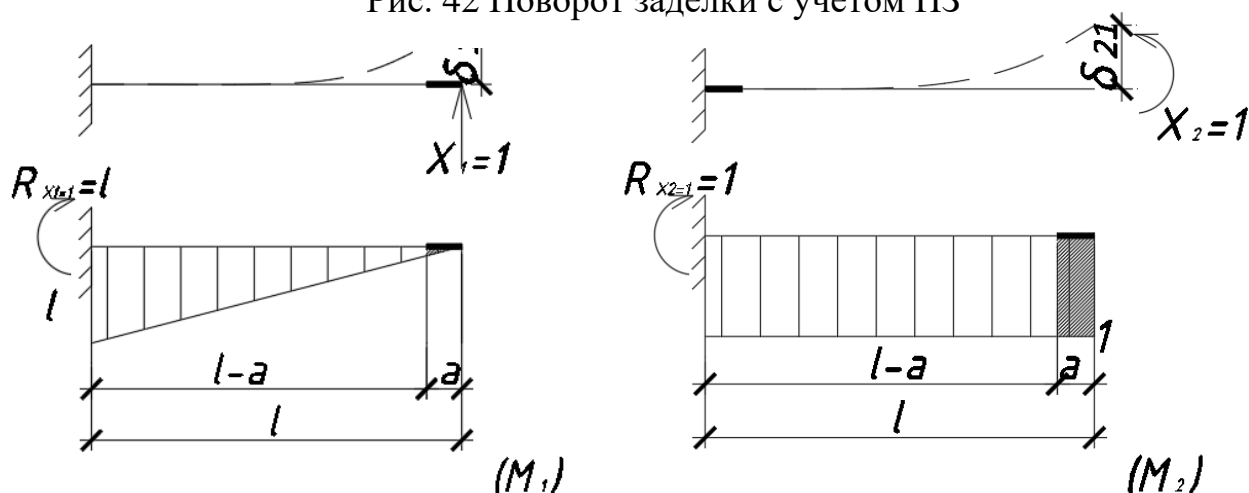


Рис. 41 Единичное воздействие от X_1

Рис. 43 Единичное воздействие от X_2

$$\begin{aligned}
 \delta_{11} &= (M_1)^2 = \frac{1}{6E_0J} \left[\frac{1}{2} \cdot a \cdot a \right] \frac{2}{3} a + \frac{(\ell - a)}{6EJ} (2 \cdot a \cdot a + 2 \cdot \ell \cdot \ell + 2 \cdot (a \cdot \ell)) \\
 &= \frac{a^3}{3E_0J} + \frac{(\ell - a)}{6EJ} [2a^2 + 2\ell^2 + 2a\ell] \\
 &= \frac{a^3}{3E_0J} + \frac{2(\ell - a)}{6EJ} [a^2 + \ell^2 + a\ell] = \frac{a^3}{3E_0J} + \frac{(\ell^3 - a^3)}{3EJ} \\
 &= \frac{1}{3EJ} \left(\frac{a^3}{k} + \ell^3 - a^3 \right) = \frac{\ell^3}{3EJ} \left(\frac{\alpha^3}{k} + 1 - a^3 \right) = \frac{\ell^3}{3EJ} \left(a^3 \left(\frac{1}{k} - 1 \right) + 1 \right)
 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\delta_{22} = (M_2)^2 = \frac{1}{E_0 J} a \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{EJ} (\ell - a) \cdot 1 \cdot 1 \quad (20)$$

$$= \left| \text{По правилу трапеции: } \frac{a}{6E_0 J} (2 + 2 + 1 + 1) \right.$$

$$\left. + \frac{(\ell - a)}{6EJ} (2 + 2 + 1 + 1) \right| = \frac{1}{EJ} \left(\frac{a}{k} + \ell - a \right) = \frac{\ell}{EJ} \left(\frac{a}{k} + 1 - a \right)$$

$$= \frac{\ell}{EJ} \left(a \left(\frac{1}{k} - 1 \right) + 1 \right)$$

Согласно Теореме о взаимности $\delta_{12} = \delta_{21}$:

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (M_1 M_2) = \frac{1}{E_0 J} \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot a \right) \cdot 1 + \frac{(\ell - a)}{6EJ} (2 \cdot a \cdot 1 + 2 \cdot \ell \cdot 1 + a + \ell)$$

$$= \frac{a^2}{E_0 J} + \frac{(\ell - a)}{6EJ} (3a + 3\ell) = \frac{a^2}{E_0 J} + \frac{(\ell - a)(\ell + a)}{2EJ} \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2EJ} \left(\frac{a^2}{k} + \ell^2 - a^2 \right) = \frac{\ell^2}{2EJ} \left(a^2 \left(\frac{1}{k} - 1 \right) + 1 \right)$$

Перемещения от единичных воздействий определяется как

$$\Delta_{k,c} = - \sum_{k=1}^m R_k * c_k, \text{ где:} \quad (22)$$

m – число смещаемых опор;

R_k – реакция в смещаемой связи в ОС от $X_k = 1$;

c_k – заданные осадки опор;

Важно отметить, что произведение $R_k * c_k > 0$, если реакция R_k и заданное смещение c_k направлены в одну сторону

$$\underline{\Delta_{1\varphi} = -(\varphi \cdot R_{1\varphi}) = -(1 \cdot \ell) = -\ell}$$

$$\underline{\Delta_{2\varphi} = -(\varphi \cdot R_{2\varphi}) = -(1 \cdot 1) = -1}$$

Для упрощения вычислений и наглядности введем коэффициент m , который вычисляется по формуле:

$$m = \frac{1}{k} - 1$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{vmatrix} = \left[\frac{\ell^3}{3EJ} (ma^3 + 1) * \frac{\ell}{EJ} (ma + 1) \right] - \left[\left(\frac{\ell^2}{2EJ} (ma^2 + 1) \right)^2 \right]$$

$$= \frac{\ell^4}{(EJ)^2} \left(\frac{(ma^3 + 1)(ma + 1)}{3} - \frac{(ma^2 + 1)^2}{4} \right) \quad (23)$$

$$= \frac{\ell^4}{12(EJ)^2} (1 + m^2 a^4 + 4ma^3 - 6ma^2 + 4ma)$$

$$= |\varphi = 1 + 4m\alpha - 6m\alpha^2 + 4m\alpha^3 + m^2\alpha^4| = \frac{\ell^4}{12(EJ)^2} \varphi \quad (24)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \Delta_{1\varphi} & \delta_{12} \\ \Delta_{2\varphi} & \delta_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\ell & \frac{\ell^2}{2EJ} (ma^2 + 1) \\ -1 & \frac{\ell}{EJ} (ma + 1) \end{vmatrix}$$

$$= -\ell * \frac{\ell}{EJ} (ma + 1) - (-1 * \frac{\ell^2}{2EJ} (ma^2 + 1)) =$$

$$= \frac{-\ell^2}{2EJ} (-ma^2 + 2ma + 1) = \frac{-\ell^2}{2EJ} (1 + ma(2 - a))$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \Delta_{1\varphi} \\ \delta_{21} & \Delta_{2\varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\ell^3}{3EJ} (ma^3 + 1) & -\ell \\ \frac{\ell^2}{2EJ} (ma^2 + 1) & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\ell^3}{3EJ} (ma^3 + 1) * (-1) - \frac{\ell^2}{2EJ} (ma^2 + 1) * (-\ell)$$

$$= -\frac{\ell^3}{6EJ} (2(ma^3 + 1) - 3(ma^2 + 1)) = \frac{\ell^3}{6EJ} (-1 + 2ma^3 - 3ma^2)$$

$$= \frac{-\ell^3}{6EJ} (-1 + ma^2(2\alpha - 3))$$

После определения определителей матриц необходимо перейти к расчету неизвестных X_1^φ и X_2^φ :

6.3.9 Линейное смещение $\Delta=1$ с учетом ПЗ

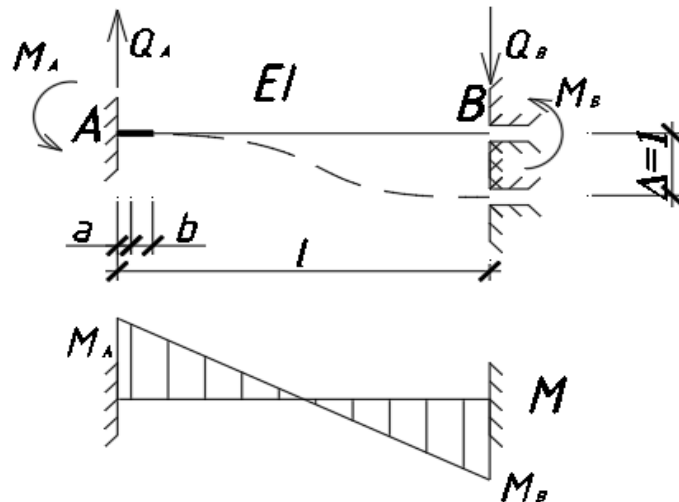


Рис. 44 Линейное смещение

Единичные эпюры аналогичны таковым при повороте заделки.

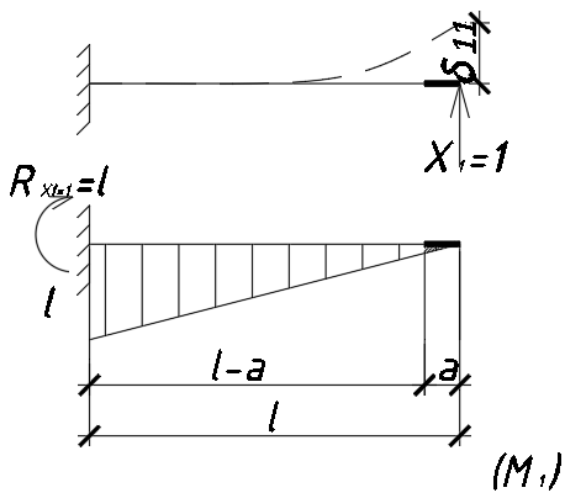


Рис. 46 Единичное воздействие

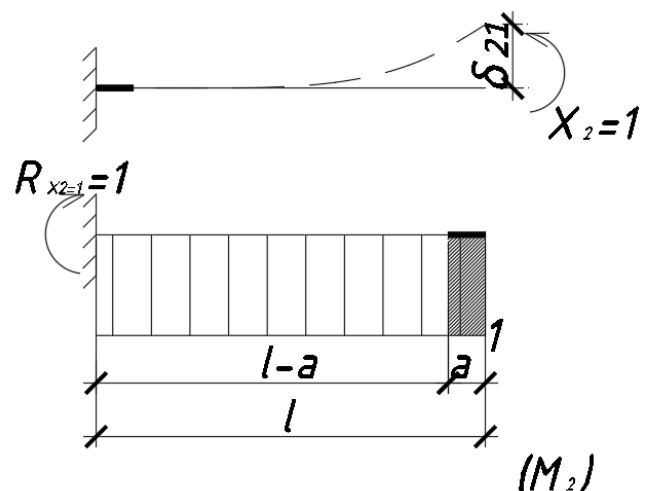


Рис. 45 Единичное воздействие

$$\delta_{11} = (M_1)^2 = \frac{\ell^3}{3EJ} (ma^3 + 1)$$

$$\delta_{22} = (M_2)^2 = \frac{\ell}{EJ} (a(m + 1))$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (M_1 M_2) = \frac{\ell^2}{2EJ} (a^2(m + 1))$$

$$\Delta_{1\Delta} = -(-1 \cdot 1) = 1$$

$$\Delta_{2\Delta} = 0$$

так как существует только линейное смещение, а вращательное, соответствующее моменту на эпюре, отсутствует.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{vmatrix} = \frac{\ell^4}{12(EJ)^2} \varphi$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & \delta_{12} \\ 0 & \delta_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \frac{\ell^2}{2EJ} (a^2(m+1)) \\ 0 & \frac{\ell}{EJ} (a(m+1)) \end{vmatrix} = \frac{\ell^2}{2EJ} (1 + m\alpha)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \delta_{11} & 1 \\ \delta_{21} & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\ell^3}{3EJ} (m\alpha^3 + 1) & 1 \\ \frac{\ell^2}{2EJ} (a^2(m+1)) & 0 \end{vmatrix} = \frac{-\ell^2}{2EJ} (-1 + m\alpha^2)$$

Неизвестные кинематического уравнения:

$$X_1 = -\frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{12EJ(1+m\alpha)}{\ell^3 \varphi} = \left| \psi_4 = \frac{(1+m\alpha)}{\varphi} \right| = -\frac{12EJ}{\ell^3} \psi_4$$

$$X_2 = -\frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{6EJ(1+m\alpha^2)}{\ell^2 \varphi} = \left| \psi_5 = \frac{(1+m\alpha^2)}{\varphi} \right| = \frac{6EJ}{\ell^2} \psi_5$$

Поперечные силы:

$$Q_A = -Q_B = -X_1 = \frac{12EJ}{\ell^3} \psi_4$$

$$M_B = X_2 = \frac{6EJ}{\ell^2} \psi_5$$

$$M_A = X_1 \cdot \ell + X_2 = \frac{6EJ(-2(1+m\alpha) + (1+m\alpha^2))}{\ell^2 \varphi}$$

$$= -\frac{6EJ(2+2m\alpha-1-m\alpha^2)}{\ell^2 \varphi} = -\frac{6EJ(1+m\alpha(2-\alpha))}{\ell^2 \varphi}$$

$$= \left| \psi_1 = \frac{(1+m\alpha(2-\alpha))}{\varphi} \right| = -\frac{6EJ}{\ell^2} \psi_1$$

Единичные эпюры с учетом нелинейных функций Ψ примут вид:

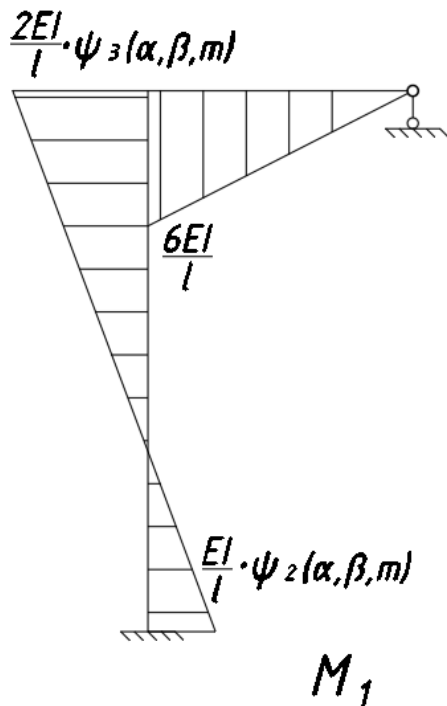


Рис. 48 Единичная эпюра M_1 с учетом нелинейных функций

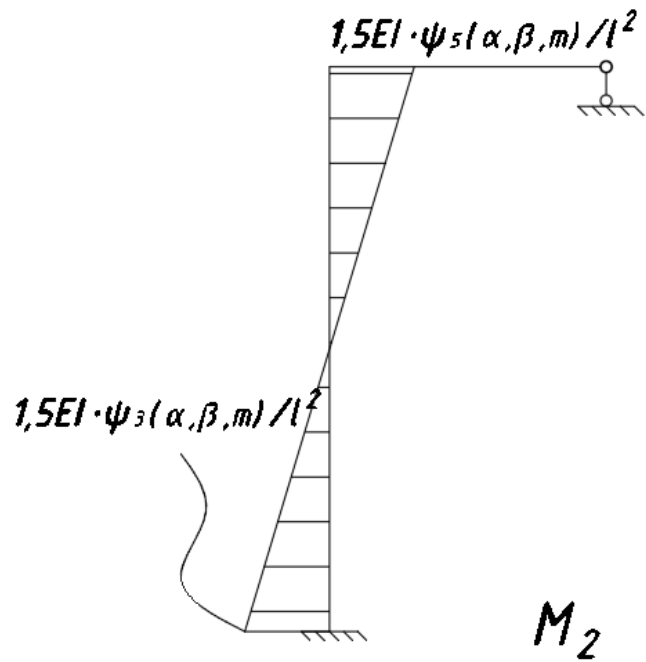


Рис. 47 Единичная эпюра M_1 с учетом нелинейных функций

6.3.10 Первая ступень нагружения

Для расчета первой ступени нагружения необходимо иметь конкретные цифры расчетных параметров:

$$dF_1 = 0.001F_0 = 0.001 \cdot 277.4 = 0.2774 \text{ кН.}$$

Определим изгибные жесткости стержней для упругой и пластической стадии соответственно:

$$B = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа} \cdot 19062 \text{ см}^4 = 2,1 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 \cdot 19062 \text{ см}^4 = 400302000 \text{ кН} \cdot \text{см}^2;$$

Модуль упругости на участке упрочнения материала:

$$E_0 = \frac{\sigma_B - \sigma_T}{\delta_B - \delta_{0,2}} = \frac{44 - 30.5}{0.21 - 0.00145} = 64.73 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \quad (30)$$

$$d_{0,2} = \frac{\sigma_T}{E} = \frac{305}{2.1 \cdot 10^5} = 0.00145 \quad (31)$$

$$k = \frac{E_0}{E} = \frac{64.73}{2.1 \cdot 10^4} = 0.0031 \quad (32)$$

Относительная длина ПЗ (при $a=5$ см; $b=0$ (из геометрических преобразований Рис. 12 Определение невязки ПЗ):

$$\alpha = \frac{a}{2l} = \frac{5}{400} = 0.0125$$

$$\beta = \frac{b}{2l} = 0$$

Нелинейные функции:

$$m = \frac{1}{k} - 1 = 322.48 \quad (33)$$

$$\psi_4 = \frac{1 + m\alpha}{\varphi}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 1 + 4m\alpha - 6m\alpha^2 + 4m\alpha^3 + m^2\alpha^4 \\ &= 1 + 4 * 322.48 * 0.0125 - 6 * 322.48 * 0.0125^2 + 4 * 322.48 * \\ &\quad * 0.0125^3 + 322.48^2 * 0.0125^4 = 16.8585 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_3 &= \frac{1 + m\alpha[3 - 3\alpha + \alpha^3]}{\varphi} \\ &= \frac{1 + 322.48 * 0.0125 * [3 - 3 * 0.0125 + 0.0125^3]}{16.8585} = 0.7691 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_2 &= \frac{1 - m\alpha[2\alpha^2 - 3\alpha]}{\varphi} = \frac{1 - 322.48 * 0.0125 * [2 * 0.0125^2 - 3 * 0.0125]}{16.8585} \\ &= 0.0682 \end{aligned}$$

$$\psi_5 = \frac{1 + m\alpha^2}{\varphi} = \frac{1 + 322.48 * 0.0125^2}{16.8585} = 0.0623$$

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{1 + 2m\alpha - m\alpha^2}{\varphi} = \frac{1 + 2 * 322.48 * 0.0125 - 322.48 * 0.0125^2}{16.8585} \\ &= 0.0563 \end{aligned}$$

1) Нахождение неизвестных Z_{ij} из уравнений

Необходимо подставить найденные коэффициенты в систему канонических уравнений:

$$dK \times dZ + dR_F = 0$$

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 59 |

В матричном виде:

$$\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} dZ_1 \\ dZ_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} dR_{1F} \\ dR_{2F} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (34)$$

$$b_{11} = \frac{2EJ}{l} (3 + \psi_3) = \frac{2 * 40030.2 * 10^4}{200} (3 + 0.7691) = 1.5008 * 10^7 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$= 1.6782 * 10^7 \text{ Н} \cdot \text{см} = 1678.2 * 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$b_{12} = -1.5\psi_5 \frac{EJ}{l^2} = -1.5 * \frac{0.0623 * 40030.2 * 10^4}{200^2} = -935.2055 \text{ кН}$$

$$= -0.0009 * 10^7 \text{ Н} \cdot \text{см} = -0.9 * 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$b_{21} = -1.5\psi_3 \frac{EJ}{l^2} = -1.5 * \frac{0.7691 * 40030.2 * 10^4}{200^2} = -11545.21 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$b_{22} = 1.5\psi_3 \frac{EJ}{l^3} = 1.5 * \frac{0.7691 * 40030.2 * 10^4}{200^3} = 57.72 \frac{\text{кН}}{\text{см}}$$

$$dR_{1F} = -\frac{6}{32} dF l = -\frac{6}{32} * 0.2774 * 200 = -10.4 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

$$dR_{2F} = 0.5dF = 0.5 * 0.2774 \text{ кН} = 0.1387 \text{ кН}$$

$$dK = \begin{bmatrix} 1.5008 * 10^7 & -935.2055 \\ -11545.21 & 57.72 \end{bmatrix}$$

$$dRF = \begin{bmatrix} -10.4 \\ 0.1387 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} (1.5008 * 10^7) * z_1 + (-935.2055) * z_2 - 10.4 = 0 \\ (-11545.21) * z_1 + (57.72) * z_2 + 0.1387 = 0 \end{cases}$$

Находим Z_{ij} из канонического уравнения:

$$dZ = \begin{bmatrix} -1.16252430325848 * 10^{-7} \\ -0.00631666499783833 \end{bmatrix}$$

Составим и решим эпюру единичных воздействий с учетом пластической зоны и эпюру грузовых приращений:

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 60 |

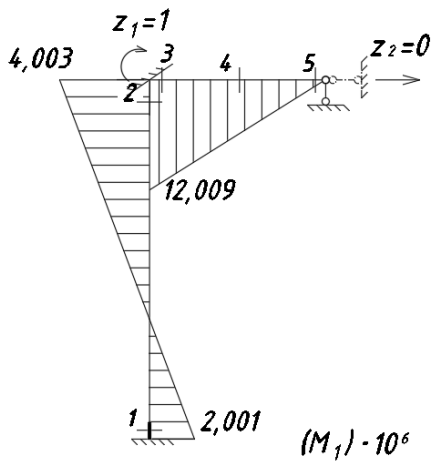


Рис. 51 Исправленная эпюра от поворота на 1-ой СН

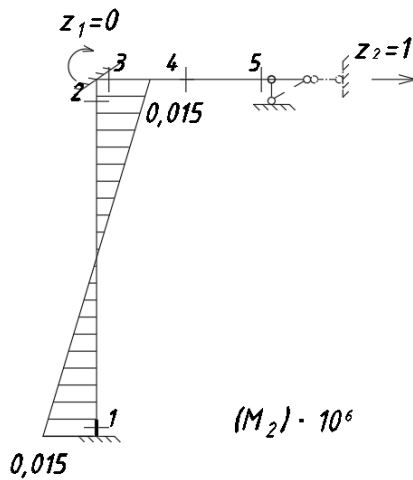


Рис. 50 Исправленная эпюра от смещения на 1-ой СН

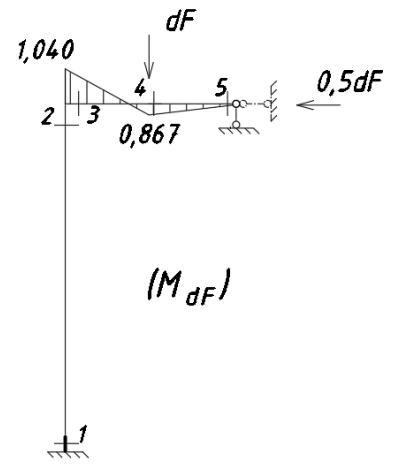


Рис. 49 Исправленная эпюра от нагрузки на 1-ой СН

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} -2.001 & 0.015 \\ 4.003 & 0.015 \\ 12.009 & 0 \\ -6.0045 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * 10^6 \quad dM_F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.040 \\ -0.867 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Приращение уси лий: $dM_1 = \bar{M} \cdot dZ + dM_F$

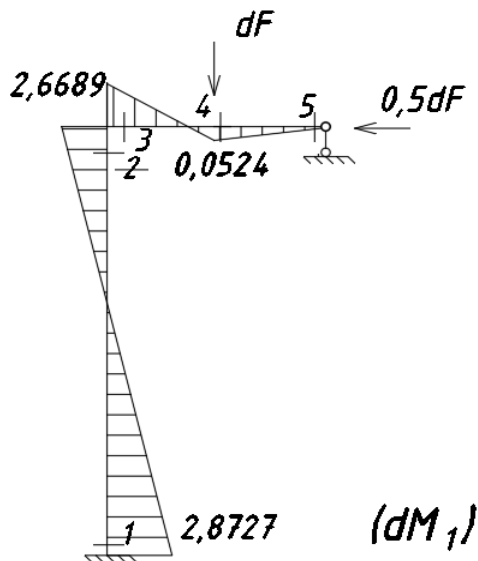


Рис. 52 Эпюра Приращения момента нагрузки

$$dM_1 = \begin{bmatrix} -2.001 & 0.015 \\ 4.003 & 0.015 \\ 12.009 & 0 \\ -6.0045 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * 10^6 \cdot \begin{bmatrix} -1.162 * 10^{-7} \\ -0.0063 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.040 \\ -0.867 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2.7718 \\ 2.6691 \\ 2.6691 \\ -0.0522 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ [кН} \cdot \text{см]}$$

Определим результирующую эпюру:

$$M_{pl} = M_{el} + dM_1 \text{ (кН} \cdot \text{см)}$$

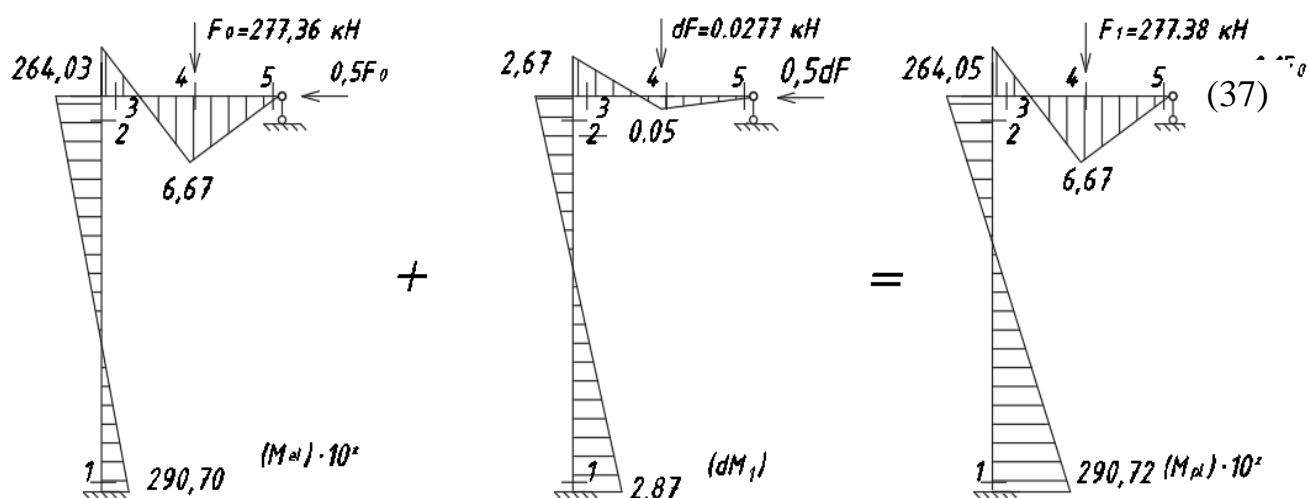


Рис. 53 Получение результирующей эпюры на 1-ой СН

Определение длины ПЗ по результатам 1-й итерации:

$$F_1 = F_0 + dF_1 \quad (36)$$

где F_0 – предельная нагрузка;

dF_1 – нагрузка в первую ступень нагружения.

$$F_1 = 277.36 + 0.0277 = 277.38 \text{ кН}$$

Дальнейшие вычисления происходят исходя из геометрии эпюры:

$$c = M_0 \left(1 + \frac{dF}{F} \right)$$

$$c = 290.70 \left(1 + \frac{0.0277}{277.36} \right) = 290.72 \text{ (кН} \cdot \text{м)},$$

где M_0 – предельный момент в первом сечении, кН·м;

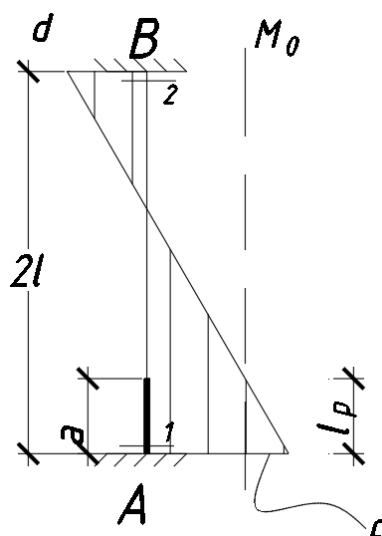


Рис. 54 Определение невязки ПЗ

$$d = M_2 \left(1 + \frac{dF}{F} \right) \quad (39)$$

$$d = 264.04 \left(1 + \frac{0.0277}{277.36} \right) = 264.05 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

где M_2 – предельный момент во втором сечении, кН·м;

$c_1 = (c - M_0) = 0.02$ кН·м – приращение

В общем виде из подобия треугольников можно выделить ПЗ:

$$\frac{c - M_0}{d + c} = \frac{\ell_p}{2\ell} \quad (40)$$

$$\ell_p = \left(\frac{c - M_0}{d + c} \right) * 2\ell = \left(\frac{290.72 - 290.70}{(264.05 + 290.72)} \right) * 400 = 0.014 \text{ см} \approx 0.0207 \text{ см}$$

Причем следует отметить, что значение 0.0207 см получено при автоматизированном расчете в ПК Matlab, значение же 0.014 см получено при ручном счете с точностью равной 10^{-3} . Таким образом важно отметить, что в случаях, когда работа ведется с достаточно маленькими значениями (такими, как пластическая зона), критически необходимо обращаться к программным комплексам (ПК Matlab ведет расчет с 10-ю десятичными знаками), которые позволяют свести погрешность к минимуму.

При расчете данной пластической зоны погрешность при учете только ручного способа составила бы $1 - \frac{0.014}{0.0207} = 33\%$, что существенно могло исказить суть метода.

Таким образом конечные эпюры для расчета с пластической зоной равной 5 см будут выглядеть следующим образом:

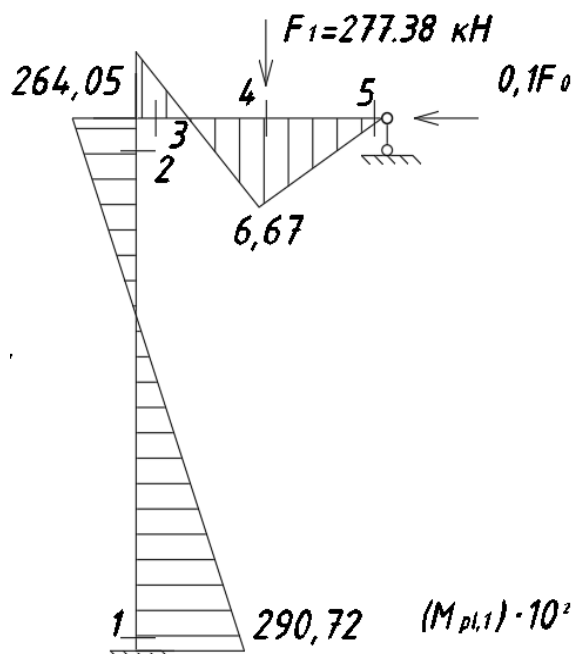


Рис. 55 Пластическая эпюра при ПЗ = 5см

7. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

7.1. Результат определения предельной нагрузки при ПЗ=5см

В результате расчета в MatLab произошло 243 итераций (при шаге прираще-
ния нагрузки 10^{-4}), где получили необходимую окончательную предельную
нагрузку равную $F_{243}=284.07$ кН, которая соответствует заданной длине ПЗ =
5.015см.

Определение длины ПЗ по результатам 243-й итерации:

$$F_{243} = F_{242} + dF_{243}$$

где F_0 – предельная нагрузка;

dF_1 – нагрузка в первую ступень нагружения.

$$F_1=277.36+0.0277 = 277.38 \text{ кН}$$

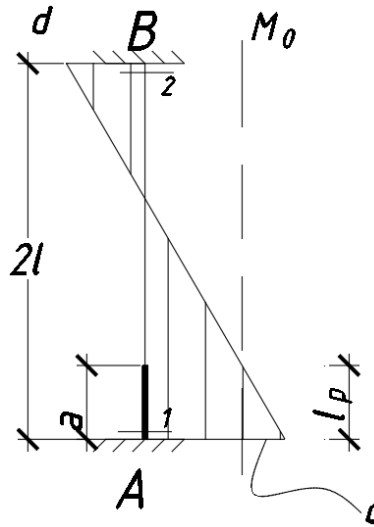


Рис. 56 Определение невязки ПЗ

Дальнейшие вычисления происходят исходя из геометрии эпюры:

$$c = M_0 \left(1 + \frac{dF}{F} \right)$$

$$c = 290.70 \left(1 + \frac{0.0277}{277.36} \right) = 290.72 \text{ (кН} \cdot \text{м)},$$

где M_0 – предельный момент в первом сечении, кН·м;

$$d = M_2 \left(1 + \frac{dF}{F} \right)$$

$$d = 264.04 \left(1 + \frac{0.0277}{277.36} \right) = 264.05 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

где M_2 – предельный момент в i -ой итерации во втором сечении, кН·м;

$c_1=(c - M_0)=0.02$ кН·м – приращение

В общем виде из подобия треугольников можно выделить длину ПЗ:

$$\frac{c - M_0}{d + c} = \frac{\ell_p}{2\ell} \quad (40)$$

$$\ell_p = \left(\frac{c - M_0}{d + c} \right) * 2\ell = \left(\frac{290.72 - 290.70}{(264.05 + 290.72)} \right) * 400 = 0.014 \text{ см} \approx 0.0207 \text{ см}$$

В сводной таблице (Таблица 2 Зависимость значений от СН) продемонстрирована общая картина изменения предельных нагрузок, изгибающих моментов и напряжений в зависимости от итерации в пределах одной пластической зоны равной 5см. В результате расчетов получилось перенапряжение относительно предела текучести на 2.4 % (см. Рис. 57) при ПЗ равной 5 см. При этом полезная нагрузка увеличилась на 2.4 %.

Таблица 2 Зависимость значений от СН

| № СН i | ПЗ, см l_{pi} | M_{pi} , кН·м №1 | P_i , кН | σ_i , МПа |
|-------------|--------------------|-----------------------|------------|------------------|
| 0 | 0 | 290.70 | 277.3608 | 305.036 |
| 1 | 0.0207 | 290.72 | 277.3886 | 305.057 |
| 2 | 0.0417 | 290.75 | 277.4163 | 308.089 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 243 | 5.0146 | 297.82 | 284.0730 | 312.508 |

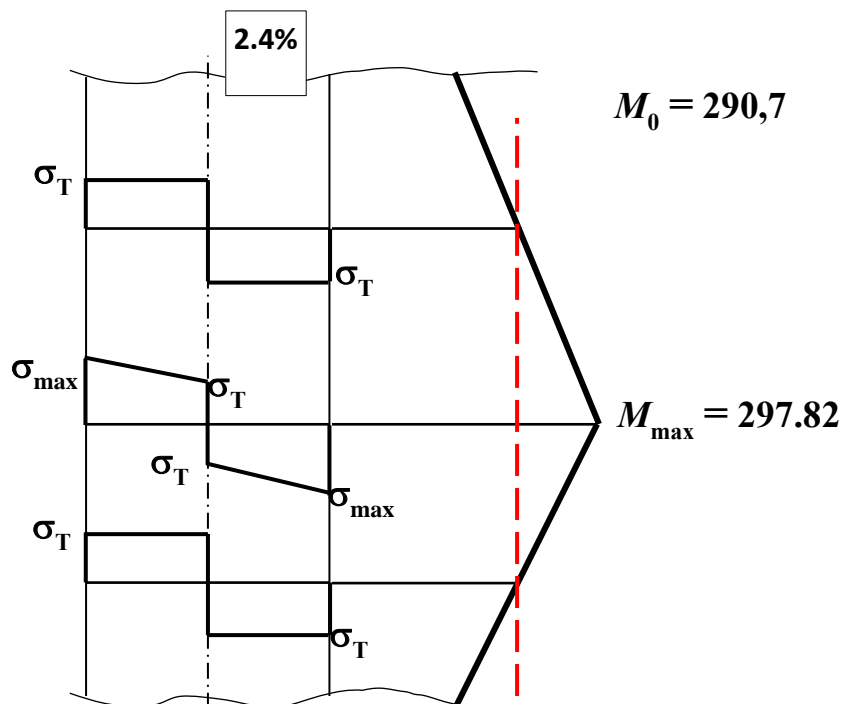


Рис. 57 Пластический и упруго предельный момент в 1-ом сечении при наличии ПЗ=5см

7.2. Результат определения предельной нагрузки при max. ПЗ

Аналогичная работа была проделана с ПЗ, равными 8, 10, 12, 14 см. Конечный результат расчетов был зафиксирован в Таблица 3, где были показаны изменения предельных нагрузок и изгибающих моментов в зависимости от длин ПЗ.

Таблица 3 Сводная таблица

| ПЗ, см l_p | Моменты M_p , кН·м | | | F_p , кН |
|-----------------|----------------------|--------|------|------------|
| | № 1 | № 2, 3 | № 4 | |
| 0 | 290.70 | 264.03 | 6.67 | 277.36 |
| 5 | 297.82 | 270.48 | 6.79 | 284.07 |
| 8 | 302.24 | 275.07 | 6.89 | 288.85 |
| 10 | 305.32 | 278.81 | 6.96 | 292.73 |
| 12 | 308.46 | 283.34 | 7.04 | 297.44 |
| 14.4 | 312.41 | 290.70 | 7.18 | 304.99 |

Можно наблюдать, что наименьший момент, как и его рост фиксируется в сечении №4. Остальные сечения демонстрируют также рост показателя момента. По достижению ПЗ размеров 14,4 см предельно упругий момент возникает во втором-третьем сечении. Полезная нагрузка увеличилась на 9.1% относительно предельно упругой.

На основании автоматизированного расчета в ПК Matlab была выявлена максимально допустимая пластическая зона – 14.4 см.

На Рис. 58 показана пластическая эпюра при максимальной длине ПЗ.

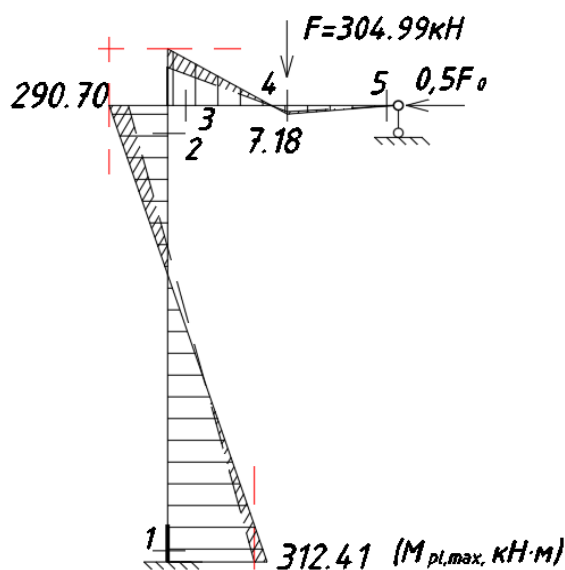


Рис. 58 Пластическая эпюра при ПЗ=14.4см

Данная эпюра наглядно демонстрирует значения моментов при максимальной пластической зоне и то, как они изменились относительно первоначальных значений, которые соответствовали предельно упругим.

Так красным обозначено асимптотическое значение, соответствующее предельно упругому расчету. Плотной штриховкой продемонстрирован рост эпюры моментов.

Как видно из графика в сечении №1 эпюра перешла в стадию пластических деформаций. В сечении №2,3 значения соответствуют предельно-упругому, что и явилось конечной точкой для расчета. Так как дальнейшее увеличение нагрузки и размеров ПЗ в первом сечении приведёт к развитию пластических деформаций в жестком узле, что недопустимо.

График зависимости предельно допустимой нагрузки от размера пластической зоны имеет нелинейный характер, в то время как в упругой стадии линейно изменяется. Эта особенность связана с использованием билинейной диаграммы Прандтля (Рис. 1 Диаграммы напряжений).

Результат работы демонстрирует работа конструкции протекает за пределом текучести с использованием больших ресурсов, чем по МПР, но при этом с надежностью, находящейся на достойном уровне.

В области, ниже предельной нагрузки $F_p = 304.98 \text{ кН}$, пластические деформации ограничены только зоной в окрестности узла 1. При создании ПЗ равного сопротивления с длиной l_p в диапазоне $10 \div 14 \text{ см}$, предельная нагрузка превышает таковую по теории предельного равновесия (ТПР) $F_p = 290.7 \text{ кН}$.

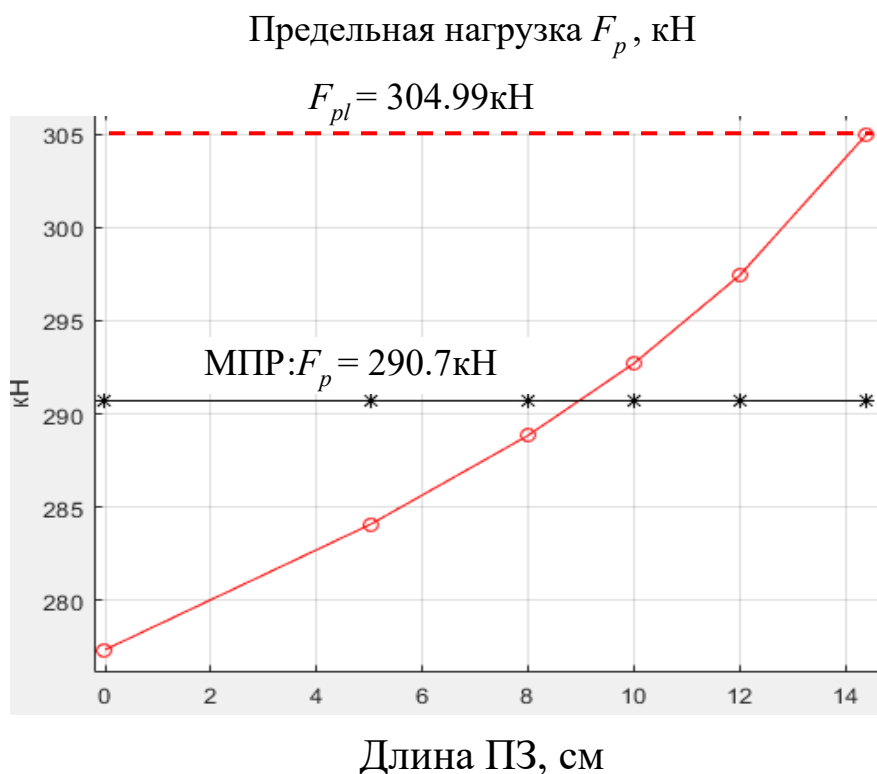


Рис. 59 Зависимость предельной нагрузки от пластической зоны

Можно однозначно констатировать тот факт, что система может относиться к сейсмостойким, так как наличие ПЗ положительно влияет на поглощение сейсмической энергии. Если проектировать систему только с учетом упругой ра-

боты, в случае значительных сейсмических нагрузок возможно обрушение. Сейсмическая нагрузка действует активнее воздействует на более жесткую систему. Более жесткая система принимает на себя большую нагрузку в сравнении с пластическим аналогом), а также развивает большие усилия, что приводит к обрушению.

7.3. Анализ результатов определения предельной нагрузки при наличии ПЗ

Анализ итогов исследования проводился на основании графических выводов, полученных в ПК Matlab.

На Рис. 60 показан график зависимости изгибающими моментами и предельной нагрузкой в зависимости от сечений.

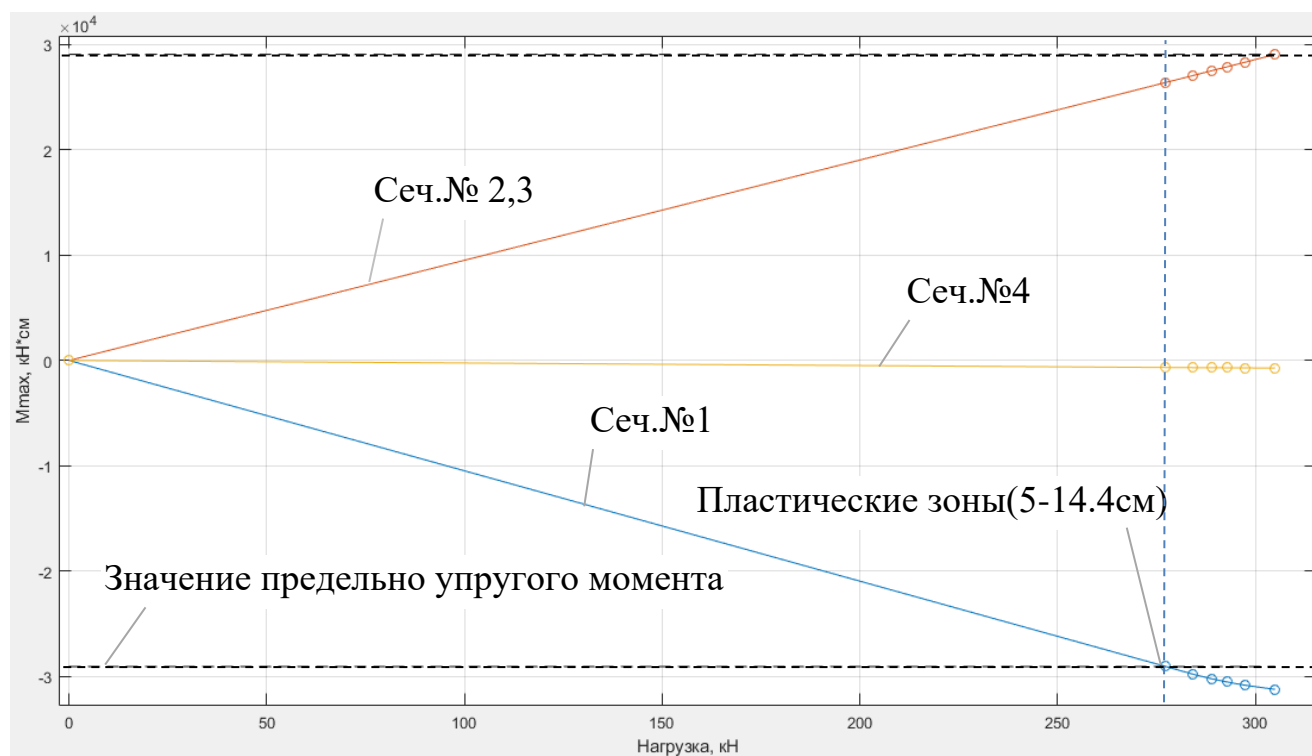


Рис. 60 Зависимость моментов от нагрузки

Горизонтальная штриховая линия черного цвета является асимптотой упругих деформаций и разделяет работу материала на 2 стадии: линейная и пластические.

Вертикальная штриховая линия голубого цвета – ввод первой ПЗ=5см.

Сечение № 1(показано голубым цветом): самое опасное, при введении пластических зон наблюдается уменьшение уклона линии, что соответствует упрочнению на этапе нелинейности.

Сечение № 2, 3: в угловом сечении изгибающий момент приближается к предельно-упругому значению. При ПЗ в первом сечении равной 14.4 см наблюдается достижение предельно упругого момента во 2-3 сечении, что свидетельствует об открытии пластической зоны и развитии пластических деформаций вглубь жесткого узла, что недопустимо в рамках проектирования надежных строительных конструкций.

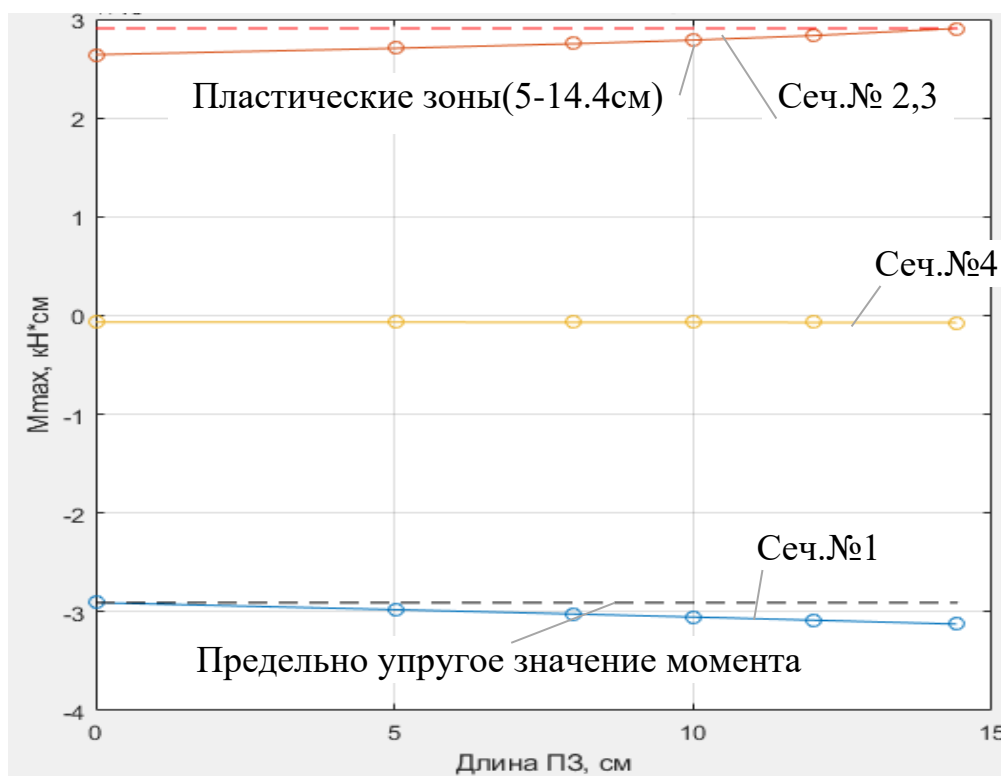


Рис. 61 Зависимость моментов от длины ПЗ

сечение № 4: В связи со значительным горизонтальным воздействием в данном сечении изменения значений момента минимальные и далеки от предельно упругих и пластических

Рис. 61 более детально рассматривает этап ввода ПЗ и зависимость момента от ее геометрических характеристик. Так нелинейное увеличение момента наблюдается в первом сечении с увеличением длины ПЗ. Во втором сечении идет достижение предельно упругого значения.

В Таблица 4 показаны при заданных ПЗ предельные моменты, максимальные напряжения и превышение максимального напряжения над пределом текучести в процентах.

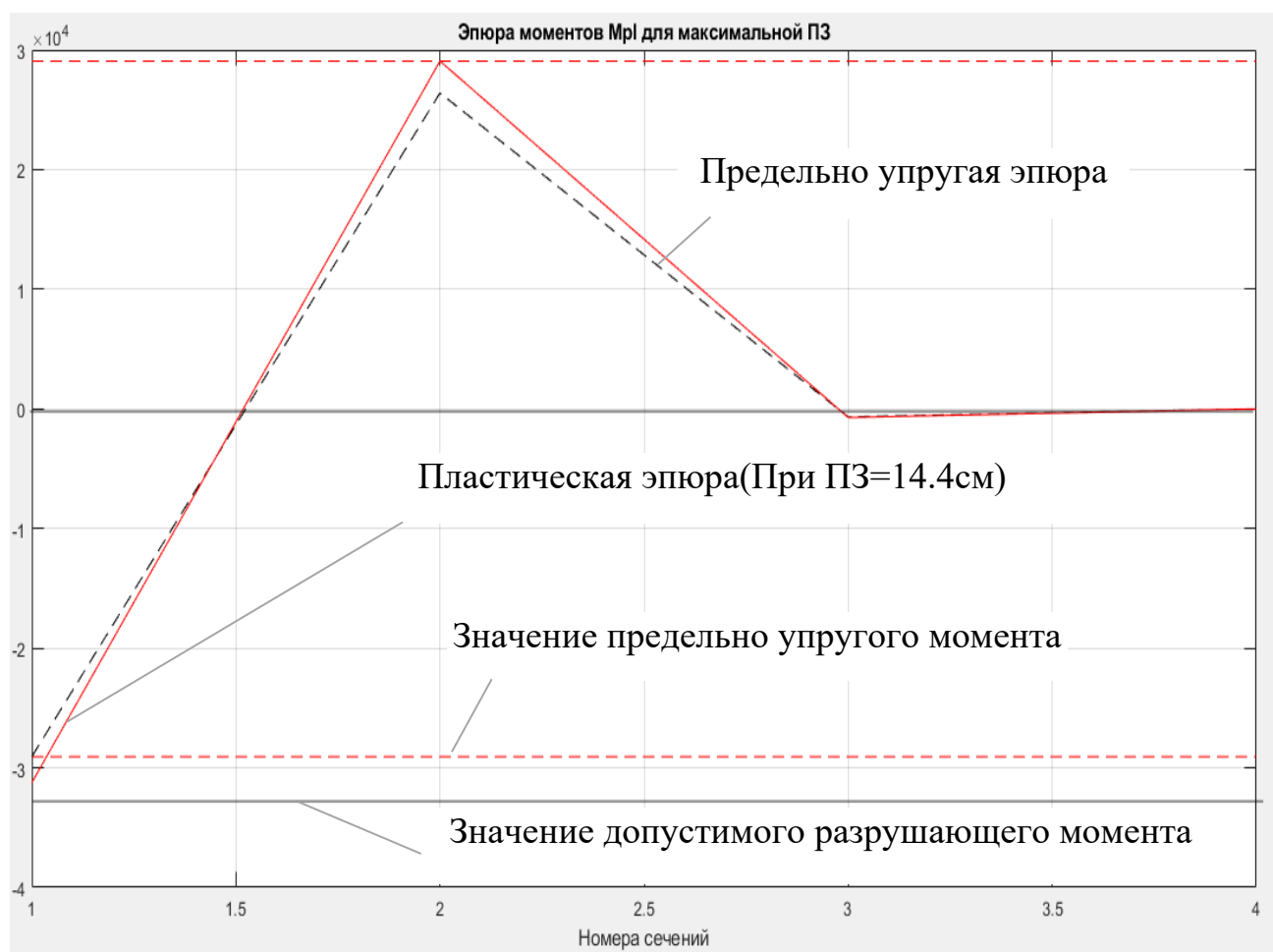


Рис. 62 Эпюра моментов при PZ_{max}

Таблица 4 Сводная таблица(для I40, $W_x=953\text{см}^3$)

| ПЗ, см l_p | $M_{p,4}$ кН·м | F_p , кН | σ_{\max} МПа | Превышение σ_T , % |
|-----------------|-------------------|------------|------------------------|---------------------------|
| 0 | 290.70 | 277.36 | 305 | 0 |
| 5 | 297.82 | 284.07 | 312,51 | 2.41 |
| 8 | 302.24 | 288.85 | 317.15 | 3.75 |
| 10 | 305.32 | 292.73 | 320.38 | 4.81 |
| 12 | 308.46 | 297.44 | 323.67 | 5.76 |
| 14.4 | 312.41 | 304.99 | 327.82 | 7.03 |

7.4. Пример решения задачи: Метод расчета при построении ПЗРС

Расчет рамы состоит из двух самостоятельных этапов (упругого и пластического). Упругий этап расчета проводится при заданных нагрузках F и геометрических размерах рамы. Он включает построение эпюры изгибающих моментов M , нахождение опасного сечения с максимальным моментом M_{\max} и соотношения

$$m = M_{el} / M_{\max}. \quad (41)$$

По коэффициенту m строится предельно-упругая эпюра моментов и предельная нагрузка

$$M_{lin} = mM, \quad F_0 = mF \quad (42)$$

На эпюре M_{lin} все сечения являются упругими, кроме одного сечения (в силу первой предпосылки) с максимальным моментом, равным M_0 .

Пластический этап расчета проводится при заданной длине l_p с использованием методики последовательных нагружений. Для ступеней нагружения dF_0 в основной системе МП строятся эпюры приращений моментов. Для первой ступени нагружения длину l_{p1} ПЗРС можно принять из характера распределения

усилий, например, для эпюры M_{lin} , умноженной на коэффициент $n = 1 + dF_0 / F_0$. На основе вычисленных поправочных (нелинейных) функций $f_{j1}(\alpha, k)$, где $\alpha = l_{p1}/l$, $k = E_0/E$, l – длина балки, формируются коэффициенты системы канонических уравнений и правые части уравнений от приращений внешней нагрузки dF_0 . После решения системы и получения эпюры приращений моментов dM_{p1} , строятся результирующие эпюры: $M_{p1} = M_{lin} + dM_{p1}$ и предельная нагрузка: $F_{p1} = F_0 + dF_0$. Из эпюры M_{p1} по наибольшему значению момента ($M_{max} > M_0$) вычисляется длина l_{p2} ПЗ и функций $f_{j2}(\alpha, k)$ для следующей итерации во второй степени нагружения. В каждой i -й итерации строятся: эпюра приращений моментов dM_{pi} , результирующая эпюра, результирующая предельная нагрузка:

$$M_{pi} = M_{p,i-1} + dM_{pi}, \quad F_{pi} = F_{p,i-1} + dF_0 \quad (43)$$

и длина $l_{p,i+1}$ ПЗ. Процесс нагружения протекает до тех пор, пока найденная величина не достигнет заданной длины l_p в соответствии с неравенством:

$$(l_p - l_{p,i+1}) \leq \text{eps}. \quad (44)$$

Пластические зоны равного сопротивления. При деформировании каркасов, вызванным сейсмическим воздействием, ПЗ возникают в горизонтальных несущих элементах каркаса – ригелях (Рис. 5.5.1). Максимальные изгибающие моменты возникают в концевых частях ригелей. Поскольку регламенты не допускают наличия пластических деформаций в узлах элементов конструкций, то ПЗ проектируют на некотором расстоянии b от колонны, т.е. создаются зоны усиления, где несущая способность ригеля обеспечивается за счет его повышенной жесткости [28, 29].

Так как эпюра моментов имеет линейный закон (Рис. 5.5.1), то для создания ПЗРС также принимается линейный закон изменения момента инерции

$$I_x = I \frac{x}{l(1-\beta-\alpha)} \quad (45)$$

Данная зависимость момента инерции в пределах длины ПЗ обеспечивает в этой зоне равную несущую способность с напряжениями σ_T .

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 74 |

Предложенный подход иллюстрируется примером статического расчета двухэтажного каркаса на действие горизонтальных сил, моделирующих сейсмическое воздействие.

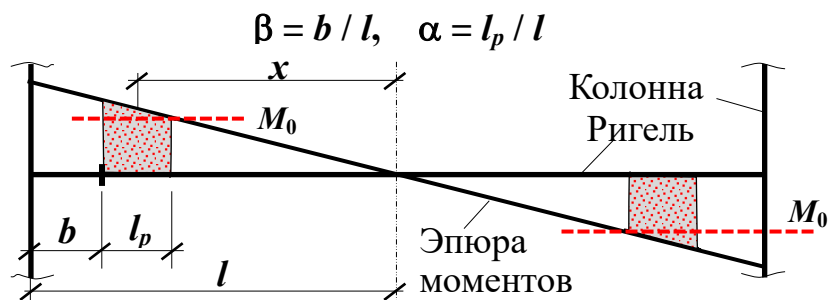


Рис. 63 ПЗ в ригеле сейсмостойкого каркаса

Пример. Расчетная схема 2-этажной стальной рамы представлена на рисунке 4.3.2,*a* ($F = 75$ кН, $l = 450$ см, $h_1 = 1.9l$, $h_2 = 1.6l$). Материал рамы – сталь 09Г2. Горизонтальные элементы – ригели изготовлены из двутавра № 40 ($I_x = 19062$ см⁴; $W_x = 953,1$ см³); вертикальные элементы квадратного сечения 30×30 см² выполнены из 4-х равнобоких уголков № 14 ($d = 12$ мм).

Характеристики прочности и деформативности: $\sigma_T = 305$ МПа, $\sigma_B = 440$ МПа, остаточное удлинение при разрыве $\delta_B = 0,21$. Модуль упругости материала $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, модуль упругости на участке упрочнения материала $E_0 = (\sigma_B - \sigma_T) / (\delta_B - \sigma_T / E) = 647,33$ МПа. Отсюда предельно-упругий момент $M_{el} = W_x \sigma_T = 328,82$ кН·м (согласно первой предпосылке $M_{el} = M_0$); изгибные жесткости стержней $EI = 40030,2$ кН·м², $E_0 I = 123,4$ кН·м².

Предварительный расчет показывает, что наибольшие изгибающие моменты возникают в концевых частях ригеля 1-го этажа. ПЗ проектируется на расстоянии $b = 0,05l$ от узла (зона усиления с жесткостью $2EI$, Рис. 5.5.2, *a*).

Цель примера: показать, как определяются предельные нагрузки F_p для заданных длин l_p ПЗРС с использованием МП. Рассматриваются длины ПЗ от 5 см до 35 см, кратные шагу 5 см.

Ввиду симметрии рамы, основная система МП имеет четыре неизвестных – два угловых и два линейных перемещения Z_k (Рис. 5.5.2, б). Нумерация дополнительных связей показана цифрами в квадратиках.

Расчет стандартной балки при единичном повороте заделки (Рис. 5.5.2, в) выполнен для момента инерции (5.5.5) на участке длиной l_p . Поправочная функция f_1 в выражении момента M_A содержит величину δ_{pi} , которая отвечает за податливость на данном участке с переменной жесткостью:

$$\delta_{pi} = \int_{l-b-l_{pi}}^{l-b} \frac{x^2 dx}{E_0 I_x} = \int_{l-b-l_{pi}}^{l-b} \frac{x(1-\beta-\alpha_i) dx}{E_0 I} = \frac{l^3}{3EI} \cdot v_{pi} \quad (46)$$

где

$$v_{pi} = 3\alpha_i(1-\beta-\alpha_i)(1-\beta-\alpha_i/2)/k.$$

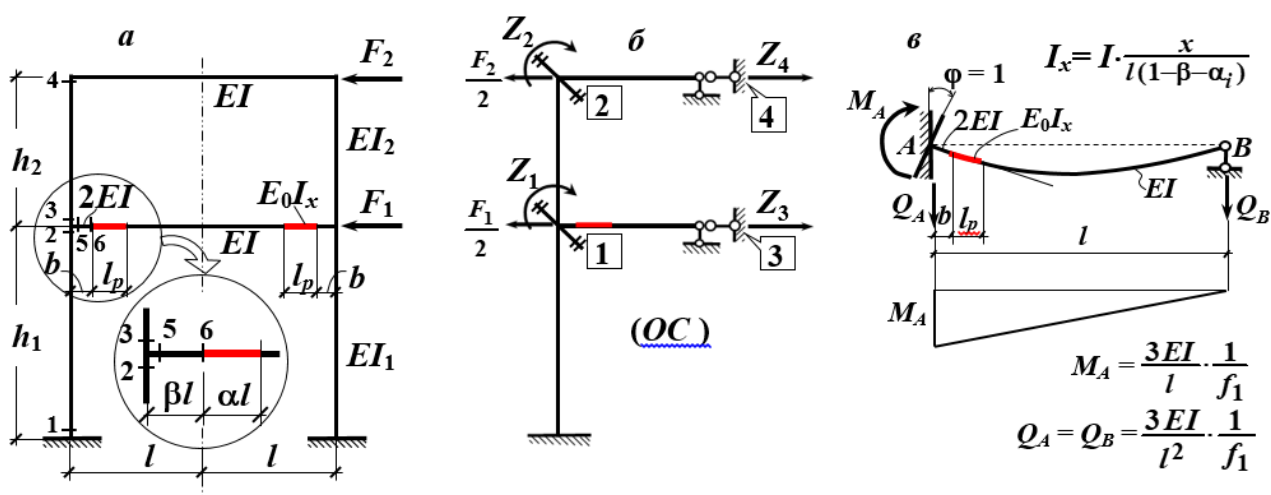


Рис. 64 Расчетная схема 2-этажного каркаса с ПЗ в ригеле первого этажа (а); б – основная система МП с учетом симметрии каркаса; в – деформированное состояние балки с ПЗ при единичном повороте жесткого узла

Момент M_A и функция f_1 имеют вид

$$M_A = \frac{3EI}{l} \cdot \frac{1}{f_1}, f_1 = (1-\alpha_i)^3 - [1 - (1-\beta)^3]/2 - 3\alpha_i\beta(\alpha_i + \beta - 1) + v_{pi}, \quad (6)$$

где: $\beta = b/l$, $\alpha_i = l_{pi}/l$, $k = E_0/E$. Относительная длина α_i ПЗ формирует нелинейном процессе на каждой i -й ступени нагружения. (47)

Из предварительного расчета рамы (при $F = 75$ кН) следует, что все сечения отвечают упругому состоянию, а наибольшие напряжения соответствуют сечению 6 (Рис. 5.5.2, а) с изгибающим моментом $M_6 = 277,93$ кН·м. Вычислив коэффициент (5.5.1) $m = M_0 / M_6 = 1,183$, по итогам упругого расчета будем иметь эпюру моментов (5.5.2) M_{lin} с моментом $M_0 = 328,82$ кН·м (в сечение 6) и предельную нагрузку $F_0 = 88,73$ кН. Эпюра M_{lin} условно показана на рисунке 5.5.3 на левой половине рамы. Ее особенностью является то, все сечения рамы работают упруго (хотя по 1-й предпосылке принято, что сечение 6 полностью находится в области пластической деформации).

В нелинейном расчете принималась ступень нагружения $dF = 0,01F_0$. Система канонических уравнений при i -й ступени нагружения, имеет вид:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{1dF} \\ R_{2dF} \\ R_{3dF} \\ R_{4dF} \end{bmatrix} = 0 \quad (48)$$

где: $r_{11} = (4,145 + 3 \cdot \frac{1}{f_1}) \frac{EI}{l}$, $r_{12} = 1,125 \frac{EI}{l}$, $r_{13} = 0,614 \frac{EI}{l^2}$, $r_{14} = -2,109 \frac{EI}{l^2}$,

$r_{22} = 5,25 \frac{EI}{l}$, $r_{23} = -r_{14}$, $r_{24} = r_{14}$, $r_{33} = 4,211 \frac{EI}{l^2}$, $r_{34} = -2,637 \frac{EI}{l^3}$, $r_{44} = -r_{34}$;

$R_{1dF} = R_{2dF} = 0$, $R_{3dF} = -0,5dF$, $R_{4dF} = dF$.

Нелинейный процесс зависит только от коэффициента r_{11} , содержащего поправочную функцию f_1 . В ходе итераций при отыскании предельной нагрузки для заданной длины l_p происходит корректировка параметров α_i , ν_{pi} в (а), (б) и функции f_1 пока не удовлетворится неравенство (5.5.4).

На правой половине рамы (Рис. 5.5.3) показаны эпюры изгибающих моментов для ПЗРС с длиной $l_p = 15$ см (синий цвет линий) и с длиной $l_p = 30$ см (зеленый цвет линий). При длине l_p , равной 20 см и более, ПЗ появляются в сечениях 4 и 1 (стойки рамы), а также в ригеле 2-го этажа.

На **Ошибка!** **Источник ссылки не найден.** дана общая картина изменения предельных нагрузок в зависимости от длин ПЗ. Уровень разрушающей нагрузки, полученной по методу предельного равновесия, на 10,2 % выше предельной нагрузки для ПЗ длиной $l_p = 15$ см (черная горизонтальная прямая). Однако, он ниже уровней предельных нагрузок для зон длиной l_p более 21 см (синяя горизонтальная прямая на рисунке соответствует длине $l_p = 30$ см). Это свидетельствует о новых возможностях предложенного подхода и скрытых резервах материала конструкции при учете свойств упрочнения.

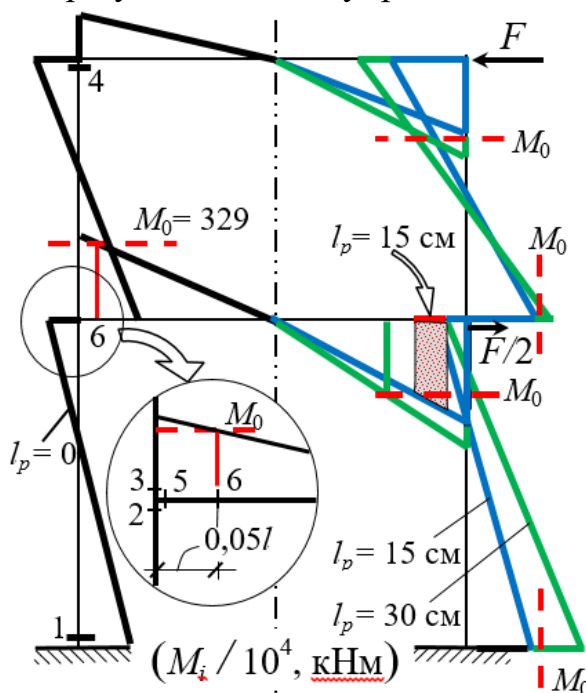


Рис. 66 Эпюры изгибающих моментов при различных ПЗ (Черн. – 0 см, синий – 15 см, зеленый – 30 см)

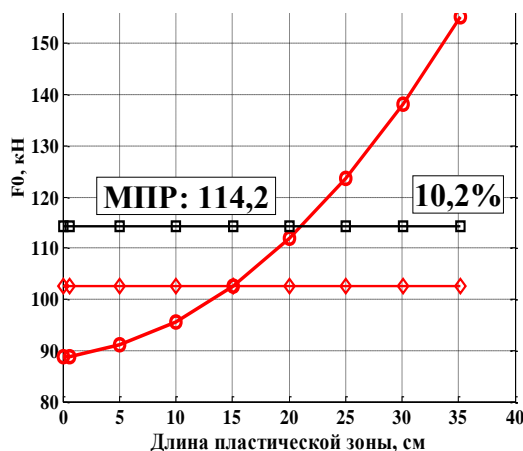


Рис. 65 Предельные нагрузки для соответствующих ПЗ

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выполнении дипломной работы был предложен новый подход к расчету СН рамы МП с учетом ПЗ. При расчете была использована схематизация работы материала на качественно новом уровне, так как упрощенная диаграмма Прандтля (Рис. 1 Диаграммы напряжений), используемая повсеместно в области предельных деформаций, слабо отражает реальные свойства материалов. Билинейная диаграмма (Рис. 8 Билинейная диаграмма Прандтля) является более совершенной математической моделью.

Также по результатам исследования была выпущена научная статья в сборнике «Наука ЮУрГУ 2019» на тему: «Учет пластических деформаций в расчете рам методом перемещений» (см. приложение 1).

Была определена максимальная допускаемая нагрузка по МПР согласно А.А. Гвоздеву (1936) [2]. В результате чего определили: полученная предельная нагрузка при длине ПЗ в околоразрешительном (~5см) диапазоне превышает предельную разрушающую нагрузку. При этом конструкция сохраняет свою несущую способность.

Предложенный расчет относится также и к сейсмостойким каркасам, так как наличие ПЗ рекомендуемо [3].

Основной особенностью предложенной методики является использование диаграммы деформирования с упрочнением. Она является ключевой при расчете СН рамы по МП в отличие от диаграммы Прандтля, которая показывает самую простейшую схематизацию материала, не учитывает упрочнение и Эффект Баушингера, названный по фамилии И.Баушингера, который обнаружил его при исследованиях каменной соли (эффект заключался в уменьшении сопротивления кристаллического материала пластической деформации после предварительной малой пластической деформации противоположного знака).

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 79 |

Понятие «зоны пластичности» не подкреплено серьезным математическим аппаратом [28]. Данное исследование призвано популяризовать учет пластических деформаций и представить новую методику учета ПЗ.

За счет того, что пластические деформации обладают способностью поглощать сейсмическую энергию, происходит обеспечение снижения воздействия на каркас, то есть пластическая зона работает как энергопоглотитель [11].

Использование билинейной диаграммы при построении ПЗ равного сопротивления позволяет рассчитывать предельные нагрузки, которые в зависимости от длины ПЗ по величине могут быть как выше, так и ниже разрушающих нагрузок, полученных в рамках ТПР;

Выполнение расчетов по предложенной методике позволяет более реально оценивать предельные нагрузки для заданных ПЗ и, тем самым, создавать более экономичные и более надежные конструкции;

Метод расчета при построении ПЗ равного сопротивления может быть рекомендован при проектировании сейсмостойких каркасов

В заключении можно сказать, что предложенный метод может быть использован в учебном процессе при изучении дисциплины «Нелинейные задачи строительной механики».

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | 80 |

9. Библиографический список

1. Павленкова Н.И. Строение земной коры и верхней мантии Северной Евразии по данным сейсмического профилирования / Павленкова Н.И. // Сайт института физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук.
2. Гвоздев, А.А. Расчёт несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Сущность метода и его обоснование /А.А. Гвоздев. – М.: Стройиздат, 1949.
3. СП 63.13330.2012. (СНиП 52-01-2003) Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003).– М.: ГУП ЦПП, 2012. – 128 с.
4. СП 16.13330.2017 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*.– М.: Минстрой России, 2017. – 148 с.
5. СП 14.13330.2018 Строительство в сейсмических районах. актуализированного СНиП II-7-81*.– М.: Минстрой России, 2018. – 200 с.
6. Филин, А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Том II. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики / Филин, А.П. – М.: Наука, 1978.– 616стр.
7. Партон, Механика Упругопластичного разрушения. / В.З. Партон, Е.М. Морозов. – 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. литературы, 1985. — 504 с.
8. Xuemei Zhao¹a, Yu-Fei Wu¹b, A. Yt. leung¹ and Heung Fai lam¹ Plastic Hinge length In Reinforced Concrete Flexural Members
9. Paulay, T. Shear Effect on Plastic Hinges of Earthquake Resisting Reinforced Concrete Frames, Structural Concrete under Seismic Actions / T. Paulay, I.N. Bull // Bulletin D, Information, Comité Euro-International du Béton, Paris, 1979, № 132, Pp. 165–172.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 81 |

10. Пособие по расчету и конструированию стальных сейсмостойких каркасов многоэтажных зданий (в развитие СНиП РК 2.03-04-2001), Часть I., Мин-ва индустрии и торговли Респ. Казахстан (МИТ РК). – 2003, С. 52.

11. Саркисов Д.Ю. Энергопоглотители. В кн.: Сейсмостойкость зданий и сооружений [Текст]: учеб. пособие для студентов специальности 271101 «Строительство уникальных зданий и сооружений» / автор-составитель Д.Ю. Саркисов. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2015. – с.133

12. Alhasawi, A. Co-rotational planar beam element with generalized elasto-plastic hinges / A. Alhasawi, P. Hengab, M. Hjlaja, S. Guezoulla and oth. // Engineering Structures. – 2017. – Vol. 151. – P. 188-205.

13. Megalooikonomou K. G., Effect of yield penetration on column plastic hinge length / K. G. Megalooikonomou, S. P. Tastani, S. J. Pantazopoulou // Engineering Structures. – 2018. – Vol. 156. – P. 161–174.

14. Xue-Mei Zhao, Analyses of plastic hinge regions in reinforced concrete beams under monotonic loading / Xue-Mei Zhao, Yu-Fei Wu, A.Y.T. Leung // Engineering Structures. – 2012. – Vol. 34. – P. 466–482.

15. Lopes, S.M.R. Twist behavior of high-strength concrete hollow beams–Formation of plastic hinges along the length / S.M.R. Lopes, L.F.A. Bernardo // Engineering Structures. – 2009. – Vol. 31, № 1. – P. 138–149.

16. Benben Li, Seismic performance assessment of flexure-dominant FRP-confined RC columns using plastic rotation angle / Benben Li, Kent A. Harries // Engineering Structures. – 2018. – Vol. 172. – P. 453–471.

17. Fang Yuan, Modelling plastic hinge of FRP-confined RC columns / Fang Yuan, Yu-Fei Wu, Chun-Qing Li // Engineering Structures. – 2017. – Vol. 131. – P. 651–668.

18. Angelis A.De, Evaluation of the plastic hinge length of steel-concrete composite beams under hogging moment / A.De Angelis, M.R.Pecce, G.Logorano // Engineering Structures. – 2019. – Vol. 191. – P. 674–685.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 82 |

19. Osama Youssf, Displacement and plastic hinge length of FRP-confined circular reinforced concrete columns / Osama Youssf, Mohamed A. ElGawady, Julie E.Mills // Engineering Structures. – 2015. – Vol. 101. – P. 465–476.
20. Muntasir Billah, A.H.M. Plastic hinge length of shape memory alloy (SMA) reinforced concrete bridge pier /A.H.M. Muntasir Billah, M. Shahria Alam // Engineering Structures. – 2016. – Vol. 117. – P. 321–331.
21. Ata Babazadeh, Evaluation of the critical plastic region length in slender reinforced concrete bridge columns /Ata Babazadeh, Rigoberto Burgueno, Pedro F.Silva // Engineering Structures. – 2016. – Vol. 125. – P. 280–293.
22. Paulay, T. Shear Effect on Plastic Hinges of Earthquake Resisting Reinforced Concrete Frames, Structural Concrete under Seismic Actions / T. Paulay, I.N. Bull // Bulletin D, Information, Comité Euro-International du Béton, Paris, 1979, № 132, Pp. 165-172.
23. Fang Yuan Effect of load cycling on plastic hinge length in RC columns / Fang Yuan, Yu-Fei Wu // Engineering Structures. – 2017. – Vol. 147. – P. 90–102.
24. Paulay, T. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings / M.J.N. Priestly // John Wiley & Sons. –New York. – 1992.
25. Мкртычев, О.В. Проблемы учёта нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения) / О.В. Мкртычев, Г.А. Джинчвелашвили. – М.: изд-во МГСУ, 2012. – 192 с.
26. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения) : монография / О.В. Мкртычев, Г.А. Джинчвелашвили ; М-во образования и науки Росс. Федерации, Моск. гос. строит. ун-т. — 2-е изд. — Москва : МГСУ, 2014. — 192 с. (Библиотека научных разработок и проектов НИУ МГСУ).
27. Николаенко Н.А. Нелинейные динамические задачи теории сейсмостойкости пространственных конструкций. Сейсмостойкое строительство, 1974, вып. 5, с.50-54.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 83 |

28. Николаенко Н.А., Нелинейные динамические задачи пространственных конструкций в теории сейсмостойкости сооружений. Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений. Труды ЦНИИСК им Кучеренко, вып. 59, 1975, с. 49-87.

29. Николаенко Н.А., Ульянов С. В. Динамическая устойчивость нелинейных систем при случайных параметрических возмущениях, вып. XXI, М., 1975, с.29-50.

30. Сейсмостойкое строительство зданий /И.Л. Корчинский, Л.А. Бородин, А.Б. Гроссман и др.; под ред. И.Л. Корчинского. – М.: Высшая школа, 1971. – 320 с.

31. Гольденблат И.И., Николаенко Н.А. Поляков С.В., Ульянов С.В. Модели сейсмостойкости сооружений. М.: Наука, 1979, 294 с.

32. Николаенко Н.А. Современные проблемы и пути развития исследовательских работ в области теории сейсмостойкого строительства. Строительная механика и расчет сооружений, 1982, № 5, с. 44-48.

33. Назаров Ю.П. Аналитические основы расчета сооружений на сейсмические воздействия.-М.: Наука, 2010.-468 с.

34. Назаров, А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил [Текст] / А. Г. Назаров. – Ереван : Изд-во АН АрмССР, 1959. – 286 с.

35. Назаров, Ю. П. Расчётные модели сейсмических воздействий [Текст] / Ю. П. Назаров. – Москва : Наука, 2012. – 414 с.

36. Основы теории сейсмостойкости сооружений: Учебное пособие/ А.А. Амосов, С.Б. Сеницын - М. : Издательство АСВ, 2001. - 96 с.

37. Айзенберг Я.М., Смирнов В.И., Акбиев Р.Т. Методические рекомендации по проектированию сейсмоизоляции с применением резинометаллических опор. М. : РАСС, 2008. 46 с.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 84 |

38. Мкртычев О.В., Мкртычев А.Э. Анализ эффективности резинометаллических опор при строительстве высотных зданий в сейсмических районах // Вестник НИЦ «Строительство». 2010. № 2 (XXVII). С. 126—137.

39. Muntasir Billah A.H.M. Plastic hinge length of shape memory alloy (SMA) reinforced concrete bridge pier / A.H.M. Muntasir Billah, M. Shahria Alam// Engineering Structures. – 2016. – Vol. 117. – P. 321–331.

40. Eurocode 8 (EUR 25204 EN – 2012): Seismic Design of Buildings. Worked examples

41. Пособие по расчету и конструированию стальных сейсмостойких каркасов (в развитие СНиП РК 2.03-04-2001), Часть I., Мин-ва индустрии и торговли Респ. Казахстан (МИТ РК). – 2003, С. 52.

42. Соснин, А.В. Методика двухстадийного расчета армирования элементов ж/бетонных каркасных зданий и сооружений на действие сейсмических сил с применением концепции нелинейного статического анализа. Часть 1 /А.В. Соснин//Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2018. – Т.18, № 1. – С. 5-31.

43. Sosnin A.V. [About Dissipation Properties of Multi-Story RC Frame Buildings of Large-Scale-Construction Projects at Their Earthquake-Resistance Estimation]. *Sovremennaya nauka i innovatsii [Modern Science And Innovations]*, 2017, no. 1(17). pp. 127–144 (in Russ.).

44. Jian S.K., Murty C.V.R. [Proposed Draft Provisions and Commentary on Indian Seismic Code IS1893 (Part 1. Criteria for Earthquake of Structures General)], 2002. 158 p.

45. Mander J.B., Priestley M.J.N., Park R. [Theoretical Stress-Strain Model]. *Journal of Engineering, ASCE Publ.*, 1988, vol. 114(3), no. 8, pp. 1804–1826.

46. Николаенко Н.А., Ульянов С. В. Динамическая устойчивость нелинейных систем при случайных параметрических возмущениях. Исследования по теории сооружений, вып. XXI, М., 1975, с.29-50.

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 85 |

УДК 624.042.8:534.1

УЧЕТ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В РАСЧЕТЕ РАМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

А.Н. Потапов, О.В. Карамышева, Р.А. Федас

Предложен метод расчета статически неопределимых рам с учетом пластических деформаций. Расчет основан на использовании диаграммы материала с упрочнением, приводящий к появлению пластической зоны (ПЗ). При реализации метода перемещений (МП) используются (как и при упругом решении задачи) два типа стандартных балок, но с тем отличием, что стандартные балки содержат ПЗ. Для обоих типов балок выполнены расчеты на все единичные и грузовые воздействия. Расчет рамы состоит из двух этапов. На упругом этапе определяются НДС системы и нагрузка, соответствующие предельно-упругому состоянию эпюры моментов. Пластический этап расчета выполняется при заданной длине ПЗ по методу последовательных нагружений. На каждой ступени нагружения приращение изгибающих моментов связывается с приращением нагрузки и вычисляется длина ПЗ.

Ключевые слова: метод перемещений, предел текучести, напряжение, пластическая зона, изгибающий момент, жесткость.

Введение. Учет упругопластических деформаций проводится, как правило, в рамках теории предельного равновесия (ТПР), которая основана на представлении идеальной упругопластической работы материала, описываемой диаграммой Прандтля. Разработка теории, проведенная советским ученым Гвоздевым А.А. [1], позволила создать эффективные методы расчета и проектирования многих конструкций, особенно железобетонных конструкций. Положения этой теории вошли в основные нормативные документы [2, 3].

Согласно диаграмме Прандтля, напряжения материала конструкции в наиболее нагруженном элементе не могут превышать предела текучести и в случае увеличения нагрузки будет происходить перераспределение внутренних усилий от более нагруженных элементов к менее нагруженным, где пластическое состояние еще не достигнуто. При этом предполагается, что в изгибаемом элементе, достигшем предельного равновесия, поперечное сечение полностью находится в

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 86 |

пластическом состоянии, а соседние с ним сечения находятся в упругопластическом состоянии.

В статье предлагается новый подход к расчету статически неопределимых рам, основанный на физически нелинейной работе материала, подчиняющейся диаграмме деформирования с упрочнением или билинейной диаграмме (Рис. 1). Согласно этой диаграмме, при появлении предельного состояния в каком-либо сечении конструкции дальнейшее увеличение нагрузки будет приводить к уве-

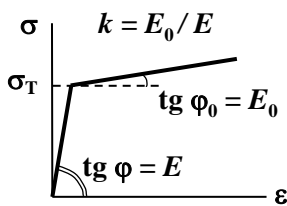


Рис. 1. Диаграмма деформирования линейно упрочняющегося материала

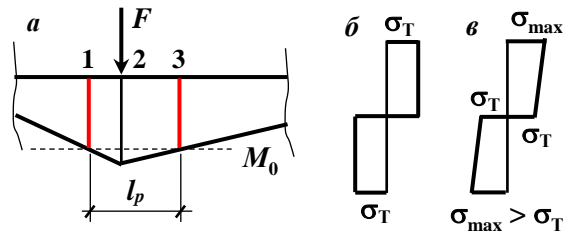


Рис. 2. Состояние текучести в несущем элементе: а – ПЗ в области сечения 2; б – напряжения в сеч. 1 и 3; в – то же в сеч.

личению внутренних усилий и напряжений, превышающих величину предела текучести (Рис. 2, а). Тогда в окрестности рассматриваемого сечения будет возникать пластическая зона (ПЗ) некоторой длины l_p , на границах которой напряжения соответствуют предельному пластическому напряжению (сечения 1 и 3, Рис. 2, б). Эти границы определяются уровнем предельного пластического момента M_0 [4]. Внутри этой зоны нормальные напряжения $\sigma_{max} > \sigma_T$ (Рис. 2, в).

В научной литературе понятие ПЗ используется, главным образом, в сейсмостойком строительстве. Впервые понятие ПЗ было введено в работе Полая и Булла [5] при расчете ж/бетонных сейсмостойких каркасов. Специалистами давно подмечено, что пластические деформации обладают способностью поглощать энергию сейсмических воздействий, преобразуя ее в тепловую энергию и затем рассеивая в окружающую среду. Вследствие этого обеспечивается снижение сейсмического воздействия на каркас, т.е. конструкция работает как энергопоглотитель.

Разработки по ПЗ вызвали большой интерес у специалистов; они получили закрепление в кодах США и других стран [6–8]. Разработки касаются вопросов, связанных с параметрами ПЗ (длины, места расположения ПЗ в конструкции, количество ПЗ) [9–13]. В России и на постсоветском пространстве данная проблема

также нашла свое отражение [14–16]. Отметим, что как за рубежом, так и в России, понятие ПЗ рассматривается вне связи с упрочняющимся материалом. Под ПЗ понимается зона равного сопротивления [15], построение которой основано на ТПР. В контексте с билинейной диаграммой понятие ПЗ в научной литературе не обнаружено.

Основная идея подхода. Для учета ПЗ на основе бидиагональной диаграммы в качестве расчетного алгоритма используется МП. При проектировании строительных конструкций напряжения выше предела текучести не допускаются, поэтому при конструировании ПЗ необходимо проведение специальных мероприятий по ее преобразованию в пластическую зону равного сопротивления (ПЗРС). Решение этой задачи должно быть встроено в расчетный алгоритм и выполняться параллельно с нелинейным процессом по определению предельной нагрузки.

При нелинейном расчете статически неопределимых рам МП, также как и в классическом варианте этого метода, используются стандартные стержни с двумя типами закреплений: «заделка – шарнир» и «заделка – заделка», которые должны быть рассчитаны на различные виды единичных и грузовых воздействий. В отличие от классического варианта, расчеты этих стержней должны проводиться с учетом ПЗРС. При этом зоны должны описываться специальными функциями, зависящими от ряда параметров: относительной длины зон, их расположения в пролете и физико-механические свойства материала.

Для практической реализации МП в нелинейном расчете рамы требуется ввести две дополнительные предпосылки помимо тех, которые известны в классическом варианте метода, ориентированного на линейный расчет.

Первая предпосылка полагает, что *переход от предельно-упругой эпюры напряжений к предельной пластической эпюре происходит мгновенно*. Иначе говоря, предельно-упругая эпюра в момент ее появления заменяется на предельную пластическую эпюру напряжений. Точно также предельно-упругий момент M_{el} заменяется на предельный пластический момент M_0 .

Вторая предпосылка регламентирует жесткость стержня на участке с упруго-пластическими деформациями, расположенном между предельно упругой и предельной пластической эпюрами напряжений и принимается равной E_0I (E_0 – модуль упрочнения). Т.е. реальная жесткость переменной величины заменяется заниженной постоянной жесткостью E_0I (Рис. 1).

Обе предпосылки упрощают расчет, а вторая предпосылка работает в запас прочности конструкции, так как идеализация жесткости в сторону ее снижения

| | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--------------------------|------|
| | | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | 88 |

на участке с реальными упругопластическими деформациями приводит к недооценке (снижению) предельной нагрузки (действительная предельная нагрузка будет выше расчетной предельной нагрузки).

Расчет рамы состоит из двух самостоятельных этапов (упругого и пластического). Упругий этап расчета проводится при заданных нагрузках F и геометрических размерах рамы. Он включает построение эпюры изгибающих моментов M , нахождение опасного сечения с максимальным моментом M_{\max} и соотношения

$$m = M_{el} / M_{\max}. \quad (1)$$

По коэффициенту m строится предельно-упругая эпюра моментов и предельная нагрузка

$$M_{lin} = mM, \quad F_0 = mF. \quad (2)$$

На эпюре M_{lin} все сечения являются упругими, кроме одного сечения (в силу первой предпосылки) с максимальным моментом, равным M_0 .

Пластический этап расчета проводится при заданной длине l_p с использованием методики последовательных нагружений. Для ступеней нагружения dF_0 в основной системе МП строятся эпюры приращений моментов. Для первой ступени нагружения длину l_{p1} ПЗРС можно принять из характера распределения усилий, например, для эпюры M_{lin} , умноженной на коэффициент $n = 1 + dF_0 / F_0$. На основе вычисленных поправочных (нелинейных) функций $f_{j1}(\alpha, k)$, где $\alpha = l_{p1} / l$, $k = E_0 / E$, l – длина балки, формируются коэффициенты системы канонических уравнений и правые части уравнений от приращений внешней нагрузки dF_0 . После решения системы и получения эпюры приращений моментов dM_{p1} , строятся результирующие эпюра: $M_{p1} = M_{lin} + dM_{p1}$ и предельная нагрузка: $F_{p1} = F_0 + dF_0$. Из эпюры M_{p1} по наибольшему значению момента ($M_{\max} > M_0$) вычисляется длина l_{p2} ПЗ и функций $f_{j2}(\alpha, k)$ для следующей итерации во второй ступени нагружения. В каждой i -й итерации строятся: эпюра приращений моментов dM_{pi} , результирующая эпюра, результирующая предельная нагрузка:

$$M_{pi} = M_{p,i-1} + dM_{pi}, \quad F_{pi} = F_{p,i-1} + dF_0 \quad (3)$$

и длина $l_{p,i+1}$ ПЗ. Процесс нагружения протекает до тех пор, пока найденная величина не достигнет заданной длины l_p в соответствии с неравенством:

$$(l_p - l_{p,i+1}) \leq \text{eps}. \quad (4)$$

Пластические зоны равного сопротивления. При деформировании каркасов, вызванным сейсмическим воздействием, ПЗ возникают в горизонтальных несущих элементах каркаса – ригелях (Рис. 3). Максимальные изгибающие мо-

менты возникают в концевых частях ригелей. Поскольку регламенты не допускают наличия пластических деформаций в узлах элементов конструкций, то ПЗ проектируют на некотором расстоянии b от колонны, т.е. создаются зоны усиления, где несущая способность ригеля обеспечивается за счет его повышенной жесткости [15, 16].

Так как эпюра моментов имеет линейный закон (Рис. 3), то для создания ПЗРС также принимается линейный закон изменения момента инерции

$$I_x = I \frac{x}{l(1-\beta-\alpha)}. \quad (5)$$

Данная зависимость момента инерции в пределах длины ПЗ обеспечивает в этой зоне равную несущую способность с напряжениями σ_T .

Предложенный подход иллюстрируется примером статического расчета двухэтажного каркаса на действие горизонтальных сил, моделирующих сейсмическое воздействие.

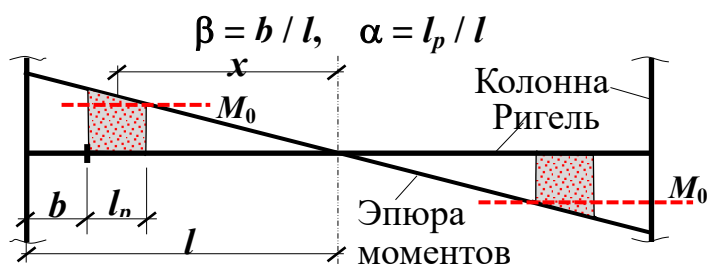


Рис. 3. ПЗ в ригеле сейсмостойкого каркаса

Пример. Расчетная схема 2-этажной стальной рамы представлена на рисунке 4,а ($F = 75$ кН, $l = 450$ см, $h_1 = 1.9l$, $h_2 = 1.6l$). Материал рамы – сталь 09Г2. Горизонтальные элементы – ригели изготовлены из двутавра № 40 ($I_x = 19062$ см⁴; $W_x = 953,1$ см³); вертикальные элементы квадратного сечения 30×30 см² выполнены из 4-х равнобоких уголков № 14 ($d = 12$ мм).

Характеристики прочности и деформативности: $\sigma_T = 305$ МПа, $\sigma_B = 440$ МПа, остаточное удлинение при разрыве $\delta_B = 0,21$. Модуль упругости материала $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, модуль упругости на участке упрочнения материала $E_0 = (\sigma_B - \sigma_T) / (\delta_B - \sigma_T / E) = 647,33$ МПа. Отсюда предельно-упругий момент $M_{el} = W_x \sigma_T = 328,82$ кН·м (согласно первой предпосылке $M_{el} = M_0$); изгибные жесткости стержней $EI = 40030,2$ кН·м², $E_0 I = 123,4$ кН·м².

Предварительный расчет показывает, что наибольшие изгибающие моменты возникают в концевых частях ригеля 1-го этажа. ПЗ проектируется на расстоянии $b = 0,05l$ от узла (зона усиления с жесткостью $2EI$, Рис. 4, а).

Цель примера: показать, как определяются предельные нагрузки F_p для заданных длин l_p ПЗРС с использованием МП. Рассматриваются длины ПЗ от 5 см до 35 см, кратные шагу 5 см.

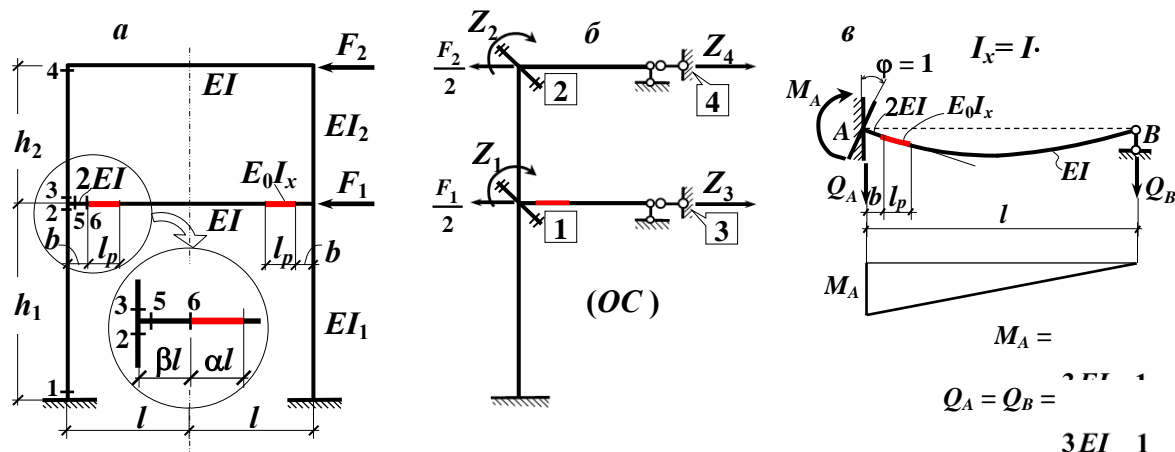


Рис. 4. Расчетная схема 2-этажного каркаса с ПЗ в ригеле первого этажа (а); б – основная система МП с учетом симметрии каркаса; в – деформированное состояние балки с ПЗ при единичном повороте жесткого узла

Ввиду симметрии рамы, основная система МП имеет четыре неизвестных – два угловых и два линейных перемещения Z_k (Рис. 4, б). Нумерация дополнительных связей показана цифрами в квадратиках.

Расчет стандартной балки при единичном повороте заделки (Рис. 4, в) выполнен для момента инерции (5) на участке длиной l_p . Поправочная функция f_1 в выражении момента M_A содержит величину δ_{pi} , которая отвечает за податливость на данном участке с переменной жесткостью:

$$\delta_{pi} = \int_{l-b-l_{pi}}^{l-b} \frac{x^2 dx}{E_0 I_x} = \int_{l-b-l_{pi}}^{l-b} \frac{x(1-\beta-\alpha_i) dx}{E_0 I} = \frac{l^3}{3EI} \cdot \nu_{pi},$$

где

$$\nu_{pi} = 3\alpha_i(1-\beta-\alpha_i)(1-\beta-\alpha_i/2)/k. \quad (a)$$

Момент M_A и функция f_1 имеют вид

На рисунке 6 дана общая картина изменения предельных нагрузок в зависимости от длин ПЗ. Уровень разрушающей нагрузки, полученной по методу предельного равновесия, на 10,2 % выше предельной нагрузки для ПЗ длиной $l_p = 15$ см (черная горизонтальная прямая). Однако, он ниже уровней предельных нагрузок для зон длиной l_p более 21 см (синяя горизонтальная прямая на рисунке соответствует длине $l_p = 30$ см). Это свидетельствует о новых возможностях пред-

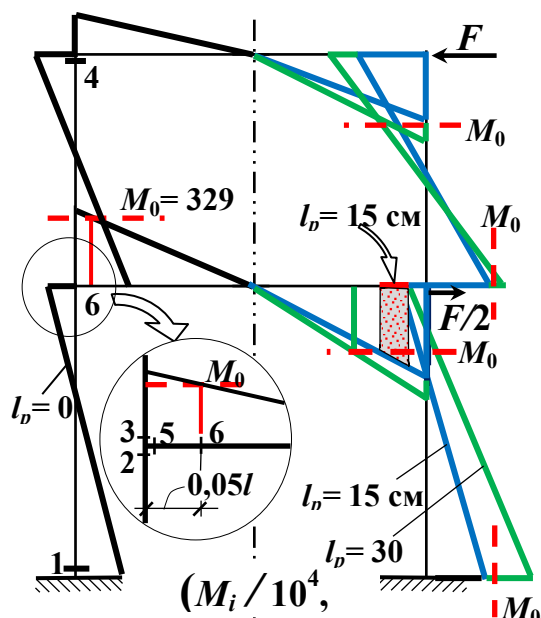


Рис. 5. Эпюры изгибающих моментов при длине ПЗ: $l_p = 0$ (черный цвет); $l_p = 15$ см (синий цвет); $l_p = 30$ см (зеленый)

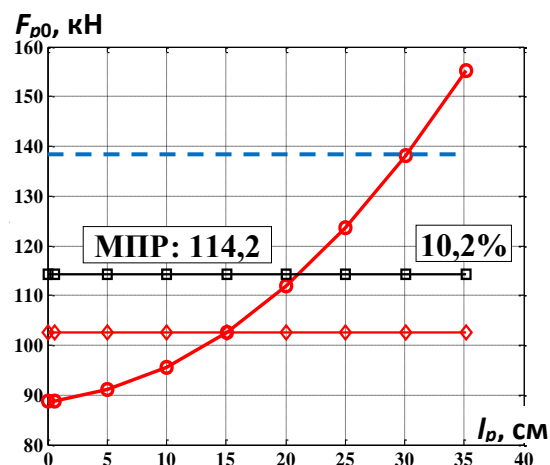


Рис. 6. Предельные нагрузки для соответствующих ПЗ

ложенного подхода и скрытых резервах материала конструкции при учете свойств упрочнения.

Выводы

1. Использование билинейной диаграммы при построении ПЗ равного сопротивления позволяет рассчитывать предельные нагрузки, которые в зависимости от длины ПЗ по величине могут быть как выше, так и ниже разрушающих нагрузок, полученных в рамках ТПР;
2. Выполнение расчетов по предложенной методике позволяет более реально оценивать предельные нагрузки для заданных ПЗ и, тем самым, создавать более экономичные и более надежные конструкции;
3. Метод расчета при построении ПЗ равного сопротивления может быть рекомендован при проектировании сейсмостойких каркасов;
4. Предложенный метод может быть использована в учебном процессе при изучении дисциплины «Нелинейные задачи строительной механики».

Библиографический список

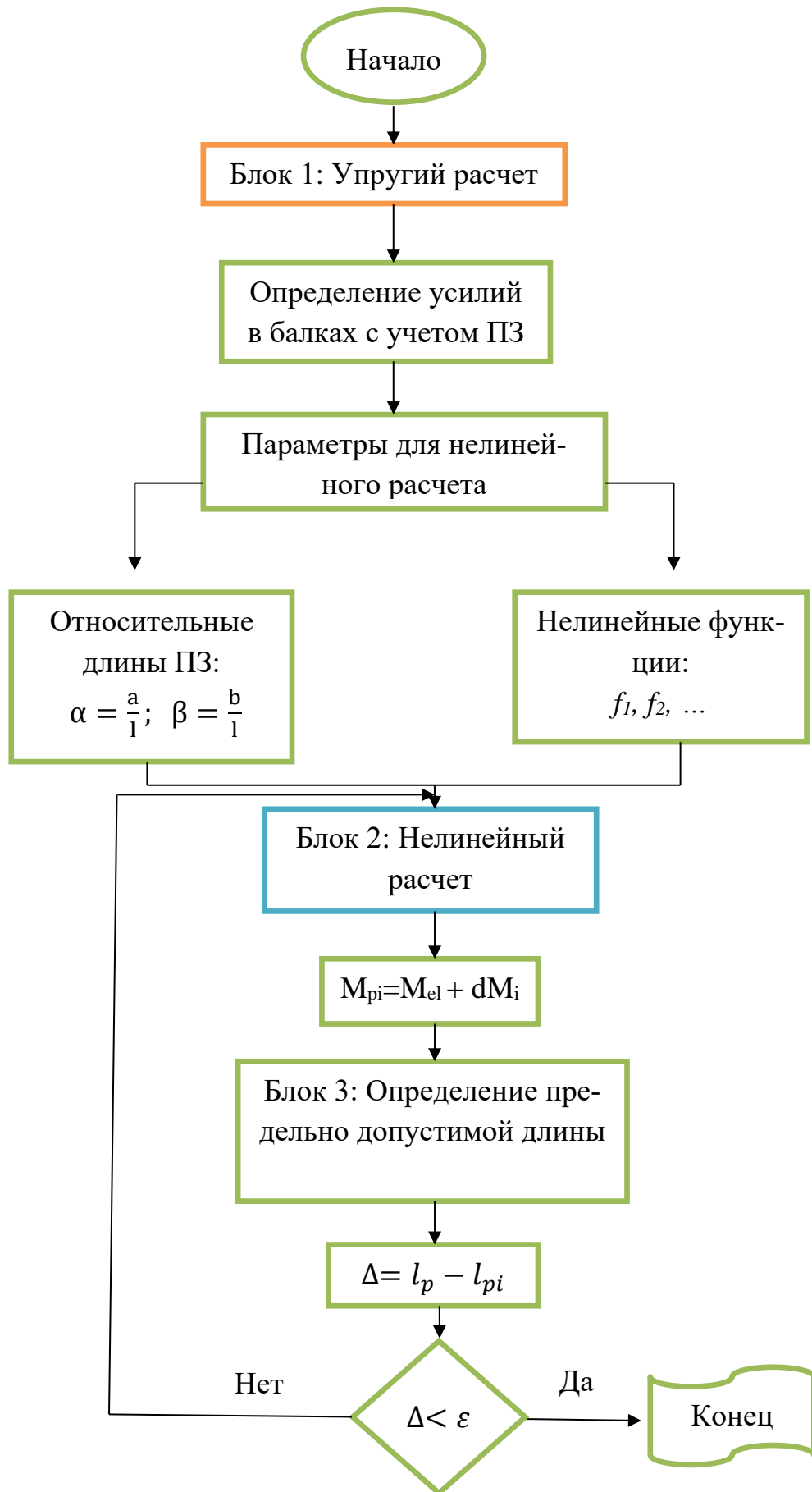
1. Гвоздев, А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия / А.А. Гвоздев. – М.: Стройиздат, 1949. – 280 с.
2. СП 63.13330.2012. (СНиП 52-01-2003) Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003).– М.: ГУП ЦПП, 2012. – 128 с.
3. СП 16.13330.2017 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81*.– М.: Минстрой России, 2017. – 148 с.
4. Биргер, И.А. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1993. — 640 с.
5. Paulay, T. Shear Effect on Plastic Hinges of Earthquake Resisting Reinforced Concrete Frames, Structural Concrete under Seismic Actions / T. Paulay, I.N. Bull // Bulletin D, Information, Comite Euro-International du Beton, Paris, 1979, № 132, Pp. 165-172.
6. ATC-40 Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings, California, USA, 1996. – 334 с.
7. NZS 3101. Part 2. 2. 2006 Code of Design Practice for the Design of Concrete Structures, New Zealand Standards Association, Wellington. – 17 с.
8. ACI 318-14 Building Code Requirements for Structural Concrete, Michigan, USA, 2014. – 509 с.
9. Kailai, D. Experimental and Analytical Study of Fully Prefabricated Damage-Tolerant Beam to Column Connection for Earthquake-Resilient Frame / D. Kailai, Z. Di, Y. Cheng, X. Tengfei //ASCE Journal of Structural Engineering.– 2019. – Vol. 145, № 3.
10. Tae-Sung, E. Plastic Hinge Relocation Methods for Emulative PC Beam–Column Connections / E. Tae-Sung, P. Hong-Gun, H. Hyeon-Jong, K. Su-Min // ASCE Journal of Structural Engineering. – 2016.– Vol. 142, № 2.
11. Chao-Lie, N. Probabilistic Approach for Estimating Plastic Hinge Length of Reinforced Concrete Columns / N. Chao-Lie, L. Bing //ASCE Journal of Structural Engineering.– 2016. – Vol. 142, № 3.
12. Megalooikonomou, K.G. Effect of yield penetration on column plastic hinge length / K.G. Megalooikonomou, S.P. Tastani, S.J. Pantazopoulou. // Journal of Engineering Structures.– 2018. – Vol. 156. Pp., 161-174.
13. Fang, Y. Effect of load cycling on plastic hinge length in RC columns / Y. Fang, W. Yu-Fei. – 2017. – Vol. 147. Pp., 90-102.
14. СНиП II-7-81*. Строительство в сейсмических районах / Госстрой России.– М.: ГУП ЦПП, 2002. – 44 с.
15. Пособие по расчету и конструированию стальных сейсмостойких каркасов многоэтажных зданий (в развитие СНиП РК 2.03-04-2001), Часть I., Мин-ва индустрии и торговли Респ. Казахстан (МИТ РК). – 2003, С. 52.
16. Соснин, А.В. Методика двухстадийного расчета армирования элементов ж/бетонных каркасных зданий и сооружений на действие сейсмических сил с применением концепции нелинейного статического анализа. Часть 1: постановка

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | Лист |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | 94 |

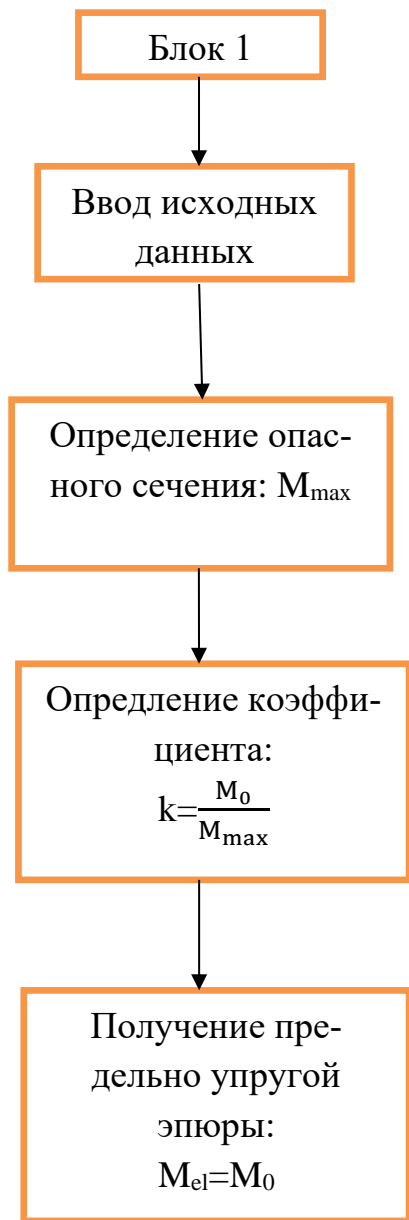
задачи, структура методики, информационная база исследования и стратегия определения параметров зон пластичности/А.В. Соснин//Вестник ЮУрГУ. Серия «Строительство и архитектура». – 2018. – Т.18, № 1. – С. 5-31.

| | | | | | | |
|-------------|-------------|-----------------|----------------|-------------|---------------------------------|-------------|
| | | | | | <i>АС-278.08.04.01.099.2019</i> | <i>Лист</i> |
| <i>Изм.</i> | <i>Лист</i> | <i>№ докум.</i> | <i>Подпись</i> | <i>Дата</i> | | 95 |

Приложение 2. Блок-схема алгоритма расчета



| | | | | |
|------|------|----------|---------|------|
| | | | | |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата |



Приложение 3. Код программы Matlab

```
clear, clc
disp('НЕЛИНЕЙНЫЙ РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ')
disp('С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗОН')
%
% Проводится упругопл-й расчет статич. неопределимой рамы (Пример 1, см. Презентацию) по
% диаграмме деформирования с упрочнением, характеризуемой двумя
% модулями упругости (E - на начальном участке и E0 - на участке упрочнения) и двумя
% напряжениями: пределом текучести (ему соответствует нормативное сопротивление Ryn) и
% пределом прочности (величина RB).
% Для рамы заданы: размеры элементов, соотношение жесткостей, модули упругости материала,
% номера прокатных профилей (для металла), внешняя нагрузка представляется в виде
% сосредоточенных сил, изменяющихся пропорционально одному параметру.
% Согласно метода перемещений (МП) основная система состоит из стандартных элементов -
% СН балок двух типов ("заделка - шарнир", "заделка - заделка"), для которых выполнен
% расчет на наличие пластических зон (ПЗ).
% Расчет выполняется в несколько этапов.
% ПЕРВЫЙ ЭТАП: упругий расчет. При заданной нагрузке на основе МП строится Мок и
% определяется наиболее опасное сечение в раме (напр., момент Mj в сечении j). Затем с
% помощью коэффициента k = M0j / Mj эпюра Мок "подтягивается" до предельного уровня:
%
%                                     Mпр = k*Мок,
% где M0j = Ryn*WT (M0j - предельное значение момента в сеч. j; WT - пластический момент
% сопротивления).
% ВТОРОЙ ЭТАП: нелин-й расчет (1-я ступень нагруж.). Для того, чтобы реализовать нелин-ю
% работу конструкции проводим пропорц-е увелич. нагрузки малыми шагами, используя приближ.
% (итерационный) метод. Даем ступени нагружения (СН): dF, 2dF и т.д.
% По длине ПЗ формируются функции fi(ksi, kE), учитывающие нелинейную работу стандартных
% элементов, и коэфф-ты rij левой части системы канонических уравнений (СКУ) МП (свободные
% члены RiF в правой части остаются без изменения). После решения системы (Z1, Z2) и
```

| | | | | | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--|--|--|--|--|------|
| | | | | | | | | | | Лист |
| | | | | | | | | | | 99 |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | | | | | |


```

MF = [0 0 3/16 -5/32 0]'*F0*1; % Грузовая эпюра
Mel = M*Z + MF; % Оконч.эпюра: соотв. упруг. решению при предел-м
знач. M0 в опасном сеч
%stop
%%{
% БЛОК 3: НЕУПРУГИЙ РАСЧЕТ
eps = 1e-9; pl_z = 0; v = 1/kE - 1; pz = []; jмсМ = [];
Fi = F0; fi = F0; Mpi = Mel; Mp0 = Mel; mi0 = Mel; %
Начальн.знач.нагрузки и эпюры мом.в нел-м расчете
Mb = M0*(1 + (RB/Ryn - 1)/1.18); cM = []; % Предельный разрушающий
момент
Mb1 = M0 + (Mb - M0)/3; % Допустимый разруш-й момент (30% от пре-
вышения в зоне упрочнения)
m0 = 20; mj = m0; mst = 1; mend = 25; % Начальные значения пара-
метров цикла по длине ПЗ
mk = 14; j = 1; u = .0001; m1 = 5; m2 = 8; m3 = 10; m4 = 12; m5 =
15; m6 = 15; m7 =15 ; % Расчет с одной ПЗ
j1 = 0; j2 = 0; j4 = 0; s = 0; s1 = 0; F1 = F0; % j1 - Число суже-
ний параметров цикла for m
% Внешний цикл while обеспечивает возможность корректировки пара-
метров цикла "for m"
while (abs(Mpi(2) < Mb1)), ap = []; % Опред. предельно допустимой
длины ПЗ
    if j1 == 0, Fi = F0; fi = F0; f0 = F0; Mp = Mel; else Fi = p0;
fi = p0; f0 = p0; Mpi = Mp0; end
    if mst == 1, P0 = F0; end
    % Цикл "for m" формирует заданные ПЗ, для кот. в цикле while
опред. предельн. нагрузки Fi
    % for m = [m1 m2 m3 m0:mst:mend], mk = m - mst; % Цикл по длине
ПЗ
    for m = [m1:mst:mend ], mk = m - mst; % Цикл по длине ПЗ
        j3 = 0;
        % БЛОК по опред. предельной нагрузки Fi (цикл выполняет при-
ближение текущей ПЗ mk к заданной)
        while (m - abs(mk)) > eps, % Опред. Fi, Mi по заданной длине
ПЗ
            alf = mk/1/2; % alf1 = ak1/1/2; bet1 = bk1/1; % Относи-
тельные длины ПЗ
            % Нелинейные функции: f1, f4, ksi1, ksi3, ksi6
            x = 1 + 2*v*alf*(2 - 3*alf + 2*alf^2) + v^2*alf^4; % x -
это fi
            ksi3 = (1 + v*alf*(alf^2 + 3 - 3*alf))/x; % f1=ksi3=Mb
при повороте
            ksi2 = (1 - v*alf^2*(2*alf-3))/x;% f2=ksi2=Ma при пово-
роте
            ksi5 = (1 + v*alf^2)/x; % f3=ksi5=Mb при лин.смещ
            ksi1 = (1 + v*alf*(-alf))/x;% f4=ksi1=Ma при лин.смещ и
Qa,Qb при повороте
            ksi4 = (1 + v*alf)/x;% f5=ksi4=Qa,Qb при лин.смещ

```

| | | | | | | |
|------|------|----------|---------|------|--------------------------|------|
| | | | | | | Лист |
| | | | | | АС-278.08.04.01.099.2019 | 102 |
| Изм. | Лист | № докум. | Подпись | Дата | | |

