

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»
Высшая школа электроники и компьютерных наук
Кафедра «Системы автоматического управления»

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

Рецензент

зав. каф. МиА, доцент, к.т.н.

_____/ В.Р. Гасияров

« ____ » _____ 2019 г.

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

д.т.н., профессор

_____/ В.И. Ширяев

« ____ » _____ 2019 г.

Бесплатформенная инерциальная навигационная система ракеты "воздух - поверхность"

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ
ЮУрГУ – 24.04.02.2019.213.00 ПЗ ВКР

Консультант

преп. каф. ИнИТ

_____/ Д.Н. Шаршин

« ____ » _____ 2019 г.

Руководитель работы

зав. каф. САУ, д.т.н., проф.

_____/ В.И. Ширяев

« ____ » _____ 2019 г.

Автор работы

студент группы КЭ-226

_____/ В.А. Хлыстова

« ____ » _____ 2019 г.

Нормоконтролер

зав. каф. САУ, д.т.н., проф.

_____/ В.И. Ширяев

« ____ » _____ 2019 г.

АННОТАЦИЯ

Хлыстова В.А. Бесплатформенная инерциальная навигационная система ракеты "воздух - поверхность". – Челябинск: ЮУрГУ, ВШ ЭКН; 2019, 66 с., 19 ил., библиогр. список – 28 наим., 17 листов слайдов презентации ф.А4, 1 лист чертежей ф.А1, 1 лист чертежей ф.А2, 1 лист чертежей ф.А3.

Разработана Бесплатформенная инерциальная навигационная система ракеты "воздух - поверхность". Произведено теоретическое описание бесплатфор-менной инерциальной навигационной системы. Рассмотрены основные методы ориентации применяемые в бесплатформенных системах ориентации и навигации. Рассчитано и промоделировано полетное задание. Выведены уравнения ошибок и построена их модель. Также разработан твердотельно волновой гироскоп.

В работе представлена конструкторская документация (сборочный чертеж БИНС и ТВГ и детализовка корпуса ТВГ) при проектировании использовался программный пакете КОМПАС 3D v16.1.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ						
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	Бесплатформенная инерци- альная навигационная система ракеты "воздух - поверхность"			Лит.	Лист	Листов	
Разраб.		Хлыстова В.А.						Д		4	66
Провер.		Ширяев В.И.						ЮурГУ Кафедра САУ			
Реценз.		Гасияров В.Р.									
Н. Контр.		Ширяев В.И.									
Утверд.		Ширяев В.И.									

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ БИНС	
1.1 Обзор литературы	8
1.2 Уравнение Пуассона	10
1.3 БИНС с двумя уравнениями Пуассона	14
2 ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ БИНС	
2.1 Анализ исходных данных.....	19
2.2 Расчет полетного задания.....	20
2.3 Моделирование полёта	24
2.4 Модели ошибок БИНС	25
2.5 Ошибки БИНС в случае неточного определения вертикали.....	26
2.6 Ошибки БИНС, вызванные погрешностями акселерометров	29
2.7 Ошибки БИНС, вызванные дрейфом гироскопов	30
3 ТВЕРДОТЕЛЬНО ВОЛНОВОЙ ГИРОСКОП.....	37
3.1 Анализ чувствительного элемента.....	37
3.2 Вывод уравнений движения ТВГ	40
3.3 Кольцевая модель резонатора ТВГ	48
3.4 Позиционное возбуждение колебаний резонатора ТВГ	49
3.5 Параметрическое возбуждение колебаний резонатора.....	52
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	54
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	55
ПРИЛОЖЕНИЯ	
ПРИЛОЖЕНИЕ А. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ	57
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. МОДЕЛИРОВАНИЕ БИНС	58
ПРИЛОЖЕНИЕ В. 3Д МОДЕЛЬ ТВГ	59
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. 3Д МОДЕЛЬ БИНС	60
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. СБОРОЧНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТВГ	61
ПРИЛОЖЕНИЕ Е. СБОРОЧНЫЙ ЧЕРТЕЖ БИНС	62
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж. КРЕПЛЕНИЕ ТВГ	63

ВВЕДЕНИЕ

Современное техническое развитие в области информационных технологий значительно расширяет тактические и технические возможности подвижных объектов разного назначения. Существенная роль в данном процессе, это решение задач ориентации и навигации объектов на новом уровне. Системы, которые решают эти задачи на борту, объединены в информационно-управляющие системы ориентации и навигации.

Бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) - это современные комплексы ориентации и навигации. БИНС обладают уникальными информационными возможностями, которые реализованы с высокой степенью помехоустойчивости, скрытности и абсолютной автономности исполнения целевого задания.

БИНС также отличается: простотой конструкции; относительно небольшими габаритами и небольшой массой; относительно короткое время подготовки к запуску, а также широкие возможности для модернизации на уровне программного обеспечения. В то же время стоимость БИНС ниже, чем у платформенных инерциальных навигационных систем, и эксплуатационные расходы также ниже. Вместе с перечисленными выше характеристиками он предопределяет их использование в качестве бортовых информационно-измерительных систем для ориентации и навигации движущихся объектов различного назначения. Наряду с оптимизацией управляющей части комплексов ориентации и навигации, в последнее время значительным развитием БИНС считается значительное увеличение точности и надежности, определения параметров и усовершенствование информационной части комплексов ориентации и навигации.

Одной из основных задач при разработке БИНС является обеспечение их необходимой точности. Найти решение можно путем получения нужного уровня инструментальных погрешностей инерционных датчиков - акселерометров и гироскопов.

Проектирование БИНС конкретного применения, подразумевает разработку специального программно – математического обеспечения (ПМО), на основе опыта разработчиков систем ориентации и навигации для конкретного типа подвижных объектов. В то же время использование в информационных и технических решениях дает возможность выявить особенность БИНС и приводить к единой форме функциональные алгоритмы и алгоритмическое обеспечение. Это необходимо для обоснования технических требований, которые предъявляются к БИНС.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						6
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Таким образом, при использовании программно – математического обеспечения, на начальном этапе проектирования комплексов ориентации и навигации движущегося объекта можно в автоматизированном режиме обосновать характеристики установки БИНС, исходя из требований, предъявляемых к точности и надежности информационного обеспечения. Анализ необходимых характеристик БИНС, например, по точности предстартовой подготовки и допустимому уровню инструментальных погрешностей инерциального измерительного блока БИНС дает возможность в системном подходе значительно снизить сложность этапа его эскизного проектирования.

Инновационные БИНС, как правило, формируются с применением кольцевых лазерных, волоконно-оптических и твердотельных волновых гироскопов. Они позволяют отказаться от движущихся механических частей, что позволяет повысить точность и надежность системы. Твердотельный волновой гироскоп (ТВГ) - это довольно точный, простой и дешевый датчик угловой скорости для навигационных систем.

Успешно решать задачи по повышению точности, виброустойчивости, надежности, ударопрочности, возможности работы в условиях сильного фонового излучения и сильного электромагнитного поля, позволяет использование твердотельно волнового гироскопа (ТВГ). Обладая целым спектром характеристик, недоступных для традиционно используемых устройств - механические, лазерные и волоконно-оптические гироскопы - ТВГ в современных системах управления станут вне конкуренции. ТВГ могут использоваться в различных сферах, как в военных целях, так и гражданских: в промышленности, нефтедобыче, системах контроля качества автомобильных и железных дорог, для построения координат в системе ориентации в робототехнике, для построения систем ориентации. в космонавтике, навигационных системах и системах управления движением водных и воздушных объектов, наземного транспорта [1].

Цель работы: Разработка бесплатформенной инерциальной навигационной системы ракеты "воздух - поверхность".

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- обзор литературы;
- анализ исходных данных;
- исследование чувствительного элемента;
- расчет полётного задания;
- расчет ошибок БИНС;
- моделирование БИНС;
- разработка конструкторской документации.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ БИНС

1.1 Обзор литературы

Принцип работы инерциальной навигационной системы основан на измерении линейных ускорений на борту объекта с помощью измерительных приборов основанных на различных физических принципах. Для определения пройденного расстояния измеренное ускорение дважды интегрируется.

В инерциальных навигационных системах реализация соответствующей системы координат производится с точностью до ошибок измерительных приборов (акселерометров).

Для инерциального определения координат местоположения объекта необходимо [2]:

- 1) знать информацию о исходных значениях координат и скоростей;
- 2) определять с помощью гироскопов ориентацию осей чувствительности акселерометров относительно навигационной системы координат;
- 3) непрерывно измерять проекции ускорения объекта с помощью акселерометров;
- 4) дважды интегрировать ускорения объекта по времени.

Приведение осей чувствительности акселерометров в плоскость горизонта, считается одним из возможных способов компенсации гравитационной составляющей при помощи гиростабилизированной платформы (ГСП). Гиростабилизированная платформа достаточно надежна, но имеет несколько недостатков: потребляет большое количество энергии; имеет большую массу и габариты; трудна при сборке и дорогостоящая.

Другим способом построения инерциальной навигационной системы является расположение акселерометров и гироскопов непосредственно на борту движущегося объекта. Используя сигналы с гироскопов (датчиков угловой скорости) и выбранных параметров ориентации реализуется навигационная система координат. В связи с этим такие устройства называются бесплатформенными инерциальными навигационными системами [2].

В схеме БИНС гироскопы и акселерометры связаны с корпусом объекта, необходимо определять параметры этого объекта. Показания гироскопов и акселерометров обрабатываются бортовым цифровым компьютером, он дает информацию о скорости, местоположении и угловой ориентации объекта.

В БИНС акселерометры и гироскопы закрепляются жестко на борту объекта. Чувствительным элементам, необходимо работать в условиях внешних возмущений (помехи, вибрации и удары), кроме того они должны обеспечить заданную точность.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						8
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

У бесплатформенных систем есть значительное преимущество перед платформенными гиростабилизаторами, это конечно же отсутствие самой платформы, но к чувствительным элементам устанавливаемых на БИНС необходимо предъявлять достаточно жёсткие условия из – за того, что они подвергаются сильным возмущениям, чем ИНС с гиростабилизированной платформой.

Интегрирование ускорений является основой навигационного алгоритма БИНС. Оно означает интегрирование его проекции в осях, какой – либо системы координат (СК). В реальных БИНС применяются три системы координат, а именно ортодромическая, географическая и полусвободная в азимуте. Выбор системы координат зависит непосредственно от поставленной задачи. Чтобы решить задачу навигации следует проинтегрировать проекции ускорения связанного трехгранника.

Оси чувствительности акселерометров формируют связанную с объектом систему координат. Для того чтобы получить проекции ускорения в осях навигационной системы координат, необходимо выбрать параметры ориентации (Углы Эйлера – Крылова, направляющих косинусов или кватернионов) и определить матрицу перехода. Данная матрица направляющих косинусов между связанной и навигационной системы координат.

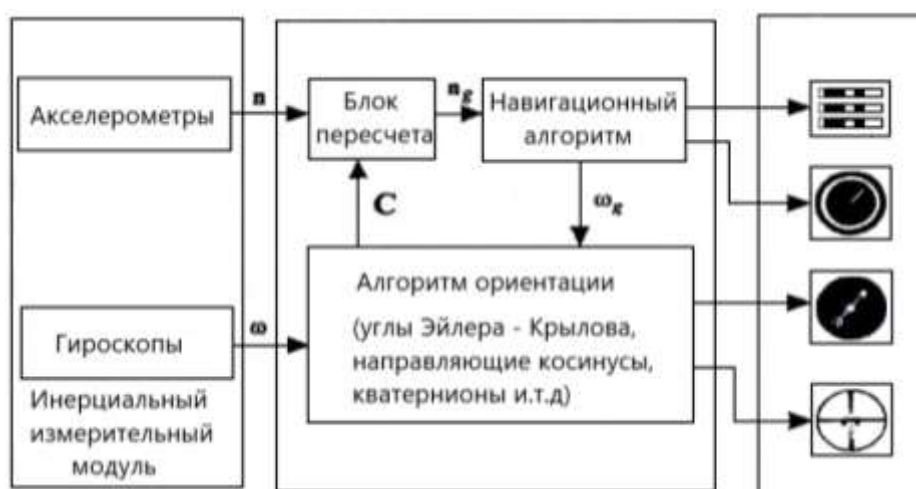


Рисунок 1.1 – Обобщенная функциональная схема БИНС

Для того чтобы построить БИНС, необходимо определить основные блоки [2]:

- блок гироскопов предназначенный для измерения проекций абсолютной угловой скорости;
- блок акселерометров, определяет проекции вектора кажущегося ускорения;
- блок пересчета, используется для преобразования проекции вектора кажущегося ускорения на оси географической системы координат;

- навигационный алгоритм вырабатывает координаты местоположения объекта и скорости и формирует компоненты вектора абсолютной угловой скорости географической системы координаты (географического трехгранника g);
- алгоритм ориентации решит задачи ориентации и формирует матрицы перехода C, которую используется в блоке пересчета.
- алгоритм ориентации реализуется с использованием разных кинематических параметров, как углы Эйлера – Крылова, направляющие косинусы, кватернионы и др [2].

Рассмотрим достоинства БИНС:

- высокая информативность и универсальность (т.е возможно определение всех совокупностей пилотажно – навигационных параметров, необходимых для управления ЛА);
- полная автономность функционирования;
- высокая помехозащищенность;
- возможность высокоскоростной выдачи информации (до 100Гц и выше). По сравнению с платформенной ИНС БИНС имеет следующие преимущества:
- меньшие размеры, массу и энергоемкость;
- повышенную надежность из-за отсутствия сложной механики;
- отсутствие ограничений по углам разворота;
- сокращение времени начальной выставки;
- универсальность системы, поскольку переход к определению тех или иных параметров навигации осуществляется алгоритмически;
- упрощение решения задач резервирования и контроля работоспособности системы и ее элементов.

1.2 Уравнение Пуассона

Существует несколько методов ориентации применяемых в БИНС, но в данной работе будет рассматриваться один из известных методов, это метод направляющих косинусов.

Матрица перехода C будет иметь вид [2]

$$C = \begin{vmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \gamma \cos \psi \sin \theta + \sin \gamma \sin \psi & \dots \\ \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta & \dots \\ -\cos \theta \cos \psi & \cos \gamma \cos \psi \sin \theta + \sin \gamma \sin \psi & \dots \\ \sin \gamma \cos \psi \sin \theta + \cos \gamma \sin \psi & \dots & \dots \\ \dots & -\sin \gamma \cos \theta & \dots \\ -\sin \gamma \cos \psi \sin \theta + \cos \gamma \sin \psi & \dots & \dots \end{vmatrix}. \quad (1.1)$$

где $c_{11}, c_{21}, c_{22}, c_{23}, c_{31}$ — элементы матрицы C .

Метод направляющих косинусов чаще применяется, как независимые параметры ориентации, так как они вычисляются аналитически при условии, если заданы начальные значения и угловые скорости $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ с которыми система $OXYZ$ вращается относительно осей системы $OX_gY_gZ_g$. В случае если (1.1) известна, то углы рыскания, тангажа и крена определяются через ее элементы [2]

$$\begin{aligned}\psi &= \arctg \frac{-c_{31}}{c_{11}}; \\ \theta &= \arcsin c_{21}; \\ \gamma &= \arctg \frac{-c_{23}}{c_{22}},\end{aligned}\tag{1.2}$$

Проанализируем методы расчета матрицы направляющих косинусов. Как известно из теоретической механики, что при дифференцирование вектора r , определяющего координаты точки в некоторой системе координат $OXYZ$, дает линейную скорость

$$v = \frac{dr}{dt} = \dot{r}\tag{1.3}$$

с проекциями v_x, v_y, v_z на оси $OXYZ$.

Если рассмотреть случай, когда СК вращается с угловой скоростью относительно неподвижной СК $O\xi\eta\zeta$, то абсолютную линейную скорость можно определить по формуле (1.4)

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{\widetilde{dr}}{dt} + \omega \times r.\tag{1.4}$$

Первое слагаемое из уравнения (1.4), отмеченное знаком «~», подразумевает собой скорость точки в системе координат $OXYZ$. Второе слагаемое, подразумевает факт вращения этой системы относительно неподвижной системы координат $O\xi\eta\zeta$.

Векторному уравнению (1.4) соответствуют три скалярные, определяющие проекции вектора v абсолютной линейной скорости точки на оси подвижной системы $OXYZ$ в виде[2]

$$\begin{aligned}v_x &= \dot{x} + \omega_y z - \omega_z y; \\v_y &= \dot{y} + \omega_z x - \omega_x z; \\v_z &= \dot{z} + \omega_x y - \omega_y x.\end{aligned}\tag{1.5}$$

В матричном виде операция дифференцирования вектора r по времени в системе координат $O\xi\eta\zeta$ определяется выражением

$$v = \frac{dr}{dt} = \begin{vmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix},\tag{1.6}$$

где ξ, η, ζ — координаты точки в системе координат $O\xi\eta\zeta$.

Дифференцирование вектора r во вращающейся системе координат $OXYZ$ представляет так

$$v = \frac{dr}{dt} = \begin{vmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{vmatrix},\tag{1.7}$$

Векторному произведению $\omega \times r$ в матричной форме записи соответствует произведение кососимметрической матрицы [2]

$$[\omega] = \begin{vmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ \omega_y & \omega_x & 0 \end{vmatrix}.\tag{1.8}$$

$$r = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}.\tag{1.9}$$

Уравнение (1.5) перепишем в матричной форме

$$v = \begin{vmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ \omega_y & \omega_x & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}.\tag{1.10}$$

$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{vmatrix}.\tag{1.11}$$

При обратном переходе от координат точки подвижной системы координат $OXYZ$ к координатам неподвижной системы $O\xi\eta\zeta$ применяется матрица $C = A^T$.

Соответствующее изменение координат выражается зависимостью вида

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

$$r = Cr', \quad (1.12)$$

где $r = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}$ – матрица столбец из координат точки системы $O\xi\eta\zeta$;

$r' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ – матрица столбец $OXYZ$ к системе $O\xi\eta\zeta$; C – матрица преобразования координат при переходе от системы $OXYZ$ к системе $O\xi\eta\zeta$.

Чтобы установить связь между направляющими косинусами и угловыми скоростями, необходимо продифференцировать по времени выражение (1.12). Отметим, что подвижная СК вращается относительно неподвижной с угловыми скоростями $\omega_x, \omega_y, \omega_z$.

$$\dot{r} = C\dot{r}' + \dot{C}r'. \quad (1.13)$$

Умножим обе части равенства (1.12) на матрицу A и, учитывая, что

$$AC = E, \quad (1.14)$$

где E – единичная матрица, перепишем её (1.12) в виде

$$A\dot{r} = \dot{r}' + AC\dot{r}'. \quad (1.15)$$

Левая часть уравнения (1.15) предполагает собой абсолютную линейную скорость точки v в подвижной СК. Из – за этого уравнения (1.10) и (1.15) эквивалентны. Сравним их и получим

$$A\dot{C} = [\omega], \quad (1.16)$$

или

$$\dot{C} = C[\omega]. \quad (1.17)$$

Уравнение (1.17) можно записать относительно матрицы A

$$\dot{A} = -[\omega]A. \quad (1.18)$$

Равенства (1.17) и (1.18) известны в теории инерциальной навигации как матричное дифференциальное уравнение Пуассона, связывающей производную от матрицы направляющих косинусов с самой матрицей и вектором угловой скорости ω , с которым система $OXYZ$ вращается относительно неподвижной $O\xi\eta\zeta$.

Таким образом, если имеется информация о проекциях вектора абсолютной угловой скорости, на оси подвижной системы координат $OXYZ$, в виде $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, то направляющие косинусы по отношению к неподвижной системе координат

$O\xi\eta\zeta$ могут быть рассчитаны путем интегрирования матричного уравнения Пуассона [2]

$$\begin{bmatrix} \dot{c}_{11} & \dot{c}_{12} & \dot{c}_{13} \\ \dot{c}_{21} & \dot{c}_{22} & \dot{c}_{23} \\ \dot{c}_{31} & \dot{c}_{32} & \dot{c}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.19)$$

Матричное уравнение (1.19) эквивалентно девяти дифференциальным уравнением первого порядка [2]

$$\begin{aligned} \dot{c}_{11} &= c_{12}\omega_z - c_{13}\omega_y, & \dot{c}_{12} &= c_{13}\omega_x - c_{11}\omega_z, & \dot{c}_{13} &= c_{11}\omega_y - c_{12}\omega_x, \\ \dot{c}_{21} &= c_{22}\omega_z - c_{23}\omega_y, & \dot{c}_{22} &= c_{23}\omega_x - c_{21}\omega_z, & \dot{c}_{23} &= c_{21}\omega_y - c_{22}\omega_x, \\ \dot{c}_{31} &= c_{32}\omega_z - c_{33}\omega_y, & \dot{c}_{32} &= c_{33}\omega_x - c_{31}\omega_z, & \dot{c}_{33} &= c_{31}\omega_y - c_{32}\omega_x, \end{aligned} \quad (1.20)$$

Скалярный вид уравнения Пуассона показывает, что совокупность (1.20) распадается на три отдельно интегрируемых системы из трех уравнений каждая. Первая имеет переменные c_{11}, c_{12}, c_{13} , вторая - c_{21}, c_{22}, c_{23} , третья - c_{31}, c_{32}, c_{33} .

Если поставить в соответствие вектору угловой скорости ω , заданного проекциями $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$, в системе координат $O\xi\eta\zeta$, кососимметрическую матрицу

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_\zeta & \omega_\eta \\ \omega_\zeta & 0 & -\omega_\xi \\ -\omega_\eta & \omega_\xi & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.21)$$

то преобразование компонент вектора ω из системы координат $O\xi\eta\zeta$ в $OXYZ$ будет, осуществляется по закону

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\zeta & \omega_\eta \\ \omega_\zeta & 0 & -\omega_\xi \\ -\omega_\eta & \omega_\xi & 0 \end{bmatrix} A^T. \quad (1.22)$$

1.3 БИНС с двумя уравнениями Пуассона

На борту летательного аппарата следует определять его ориентацию относительно географической СК $OX_gY_gZ_g$, вращающейся относительно инерциального пространства с составляющими вектора абсолютной угловой скорости $\omega_{xg}, \omega_{yg}, \omega_{zg}$. Невозможно использовать равенство (1.17) с целью установления параметров ориентации летательного аппарата, так как оно зафиксировано в предложении неподвижной системы координат $O\xi\eta\zeta$.

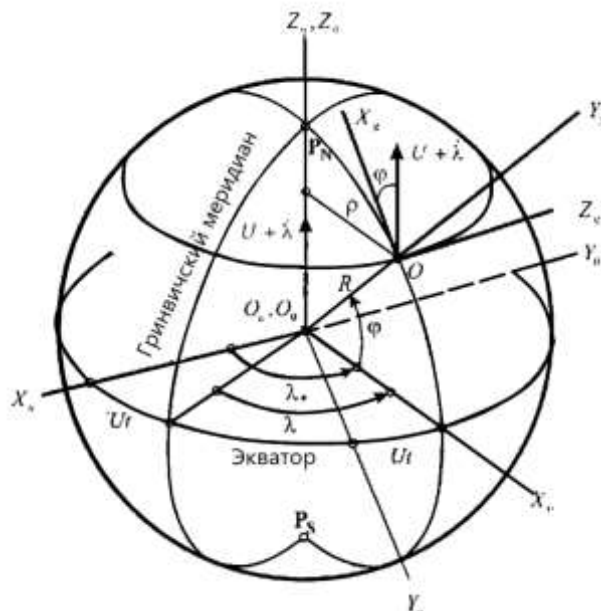


Рисунок 1.2 – Взаимное расположение инерциальной, земной и географической системы координат

Введем инерциальную систему координат (ИСК) $O_u X_u Y_u Z_u$, с целью решения задачи летательного аппарата относительно географической СК $O X_g Y_g Z_g$. Изначально размещаем инерциальную систему координат непосредственно в центр Земли, при этом направим ось $O_u Z_u$ вдоль оси вращения Земли к северному полюсу, а ось $O_u X_u$ по линии пересечения плоскостей экватора и Гринвичского меридиана в начальный момент времени t_0 . Образует с первыми двумя правый ортогональный трехгранник ось $O_u Y_u$ (рис.1.2) [3].

Также необходимо ввести земную систему координат $O_0 X_0 Y_0 Z_0$, её оси в начальный момент времени совпадают с инерциальной системой координат и вращаются с угловой скоростью $U + \dot{\lambda}$. Моментальное положение земной системы координат относительно инерциальной системы координат определяем при помощи угла λ . Угол λ , называют инерциальной долготой, он связан с географической долготой

$$\lambda_* = U(t - t_0) + \lambda. \quad (1.23)$$

Соединим вершину трехгранника $O X_g Y_g Z_g$ с трехгранником $O_u X_u Y_u Z_u$, $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ и найдем матрицы преобразования между их ребрами [3]

$$B_{\lambda_*} = \begin{matrix} X_u & Y_u & Z_u \\ X_0 & Y_0 & Z_0 \end{matrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda_* & \sin \lambda_* & 0 \\ -\sin \lambda_* & \cos \lambda_* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.24)$$

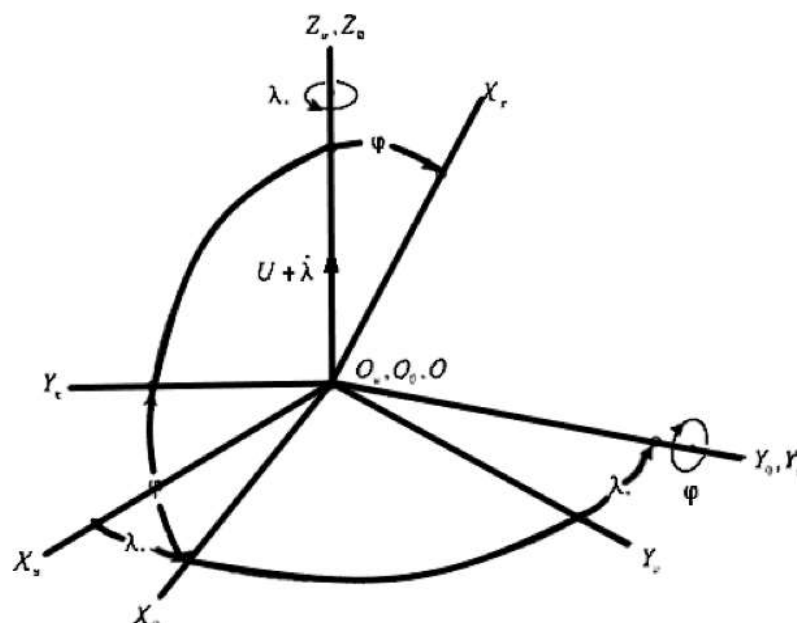


Рисунок 1.3 – Инерциальная, земная и географическая СК

Результирующий переход от инерциального трехгранника к географическому найдем как произведение матриц B_φ и B_{λ_*}

$$B = B_\varphi B_{\lambda_*} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda_* & -\sin \varphi \sin \lambda_* & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda_* & \cos \varphi \sin \lambda_* & \sin \varphi \\ -\sin \lambda_* & \cos \lambda_* & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.25)$$

Проанализируем противоположный переход от географической СК $O X_g Y_g Z_g$ к инерциальной $O_u X_u Y_u Z_u$. Данному переходу поставим в соответствие матрицу преобразования C_u

$$C_u = B^T = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda_* & \cos \varphi \cos \lambda_* & -\sin \lambda_* \\ -\sin \varphi \sin \lambda_* & \cos \varphi \sin \lambda_* & \cos \lambda_* \\ \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

Введем матрицу преобразования D от связанного с летательным аппаратом трехгранника к инерциальному

$$[X_u Y_u Z_u] = D[XYZ]. \quad (1.27)$$

Будем применять представленные ниже схемы преобразования

$$[X_u Y_u Z_u] = C_u [X_g Y_g Z_g]; \quad [X_g Y_g Z_g] = C[XYZ], \quad (1.28)$$

Покажем, как определяем связь между матрицами D , C_u и C

$$D = C_u C. \quad (1.29)$$

Гироскопы измеряют проекции вектора абсолютной угловой скорости на ребра связанного трехгранника, в таком случае имеет место уравнение Пуассона

$$\dot{D} = D[\omega], \quad (1.30)$$

где $[\omega]$ – кососимметрическая матрица, соответствующая проекциям вектора абсолютной угловой скорости связанного трехгранника на свои оси.

Чтобы определить матрицу C_u , воспользуемся вторым уравнением Пуассона

$$\dot{C}_u = C_u[\omega_g], \quad (1.31)$$

где $[\omega_g]$ – кососимметрическая матрица, составленная из проекций вектора абсолютной угловой скорости географического трехгранника на свои оси

$$[\omega_g] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{zg} & \omega_{yg} \\ \omega_{zg} & 0 & -\omega_{xg} \\ -\omega_{yg} & \omega_{xg} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.32)$$

Полученная из решения уравнения (1.31) матрица C_u позволяет найти широту и долготу. Широта φ местоположения объекта на земной сфере может принимать значения в интервале $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. В этом интервале элементы $C_{u31} = \cos \varphi$ или $C_{u32} = \sin \varphi$ матрицы (1.22) определяет широту однозначно. Для определения угла φ обычно используется функция арктангенса [2]

$$\varphi = \arctg \frac{C_{u32}}{C_{u31}}. \quad (1.33)$$

Долгота объекта λ принимает значения в интервале $(0, 2\pi)$ и связана с инерциальной долготой λ_* , соотношением (1.19), из которого получаем

$$\lambda = \lambda_* - U(t - t_0). \quad (1.34)$$

Для определения инерциальной долготы λ_* невозможно напрямую использовать компонентом $C_{u31} = -\sin \lambda_*$, поскольку функция $\arcsin(x)$ принимает значения $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. С целью преодоления данной проблемы, предложено использовать функцию $ctg \frac{\lambda_*}{2}$, она монотонно убывает на интервале $(0, 2\pi)$ и рационально выражается через функции $\cos \lambda_*$ и $\sin \lambda_*$

$$ctg \frac{\lambda_*}{2} = \frac{1 + \cos \lambda_*}{\sin \lambda_*} = \frac{1 + C_{u23}}{-C_{u13}}. \quad (1.35)$$

Подобным способом, устанавливая надлежащие компоненты матрицы C_u из решения уравнения Пуассона (1.31) можно найти широту и долготу местоположения объекта.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		17

Полученные из решений равенств (1.30) и (1.31) матрицы D и C_u дают возможность найти матрицу перехода от связанного трехгранника к географическому, и решить задачу ориентации

$$C = DC_u^T. \quad (1.36)$$

Вывод по первой главе: В данной главе представлено теоретическое описание БИНС. Описаны основные алгоритмы, принципы построения и применения, также приведены достоинства и недостатки БИНС. Рассмотрен один из основных методов ориентации применяемых в БИНС, это метод направляющих косинусов. Данный метод используется при дальнейшем построении модели БИНС.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						18
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

2 ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ БИНС

2.1 Анализ исходных данных

По исходным данным к работе БИНС, выбрана ракета воздушного базирования, а именно стратегическая крылатая ракета Х-55СМ.

Ракета Х-55СМ создана в МКБ «Радуга» на базе стратегической крылатой ракеты Х-55, которой оснащаются тяжелые бомбардировщики типа Ту-160 и Ту-95МС, имеет увеличенную дальность стрельбы.

Дозвуковая малогабаритная стратегическая крылатая ракета Х-55СМ предназначена для применения против важных стратегических объектов противника с предварительно разведанными координатами. Стратегическая ракета Х-55СМ может с значительно высокой точностью поражать стационарные цели на большом удалении от точки пуска. Х-55СМ сделана согласно стандартной аэродинамической схеме с прямым крылом относительно большого удлинения.

В связи с большой длительностью полёта (несколько часов), для энергообеспечения работы бортовых систем используется встроенный малогабаритный электрогенератор РДК-300 [5].

Модификация Х-55СМ предназначена для поражения целей на удалении до 3500км. Концепция осталась прежней, однако значительное повышение дальности полета спровоцировало полуторакратное увеличение запаса горючего. Производители ракеты не хотели изменять проработанную конструкцию, поэтому по бокам фюзеляжа снизу оборудовали конформные баки на 260кг горючего, почти никак не повлиявшие аэродинамику и балансировку ракеты. Эта конструкция позволила сохранить размеры и возможность размещения шести ракет внутри фюзеляжа[4].

Главное отличие ракеты Х55-СМ, от предыдущих систем авиационного оружия, это система наведения ракеты.

Рассматриваемая ракета используют инерциальную систему наведения с коррекцией месторасположения согласно рельефу территории. Перед запуском ракеты, необходимо ввести цифровую карту местности, данная карта вводится в вычислительную машину. Система управления ракеты обеспечивает длительный независимый полет. Электронная бортовая система управления БСУ-55 заменила стандартный автопилот. Эта система управления отработывает установленную программу полета по трем осям стабилизации с удержанием высоты и скорости и дает возможность выполнять установленный маневр с целью отклонения от перехвата.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		19

Х-55СМ оборудована вновь разработанной малогабаритной термоядерной БЧ с зарядом мощностью 200Кт. При заданной точности (КВО не более 100м), мощность заряда гарантировала поражение основных целей - стратегических центров государственного и военного управления, военно-промышленных объектов, баз ядерного оружия, пусковых ракетных установок, включая защищенные объекты и укрытия.

2.2 Расчет полетного задания

При расчете полетного задания ракеты, оно определяется моментами включения разгонного двигателя, маршевого двигателя и закон изменения разворота рулей. В выпускной работе полетное задание будет, определяется моментами изменения ускорений и изменения угловой скорости.

Технические характеристики Ту-95МС необходимые для разработки бесплатформенной инерциальной навигационной системы ракеты воздушного базирования представлены в таблице 1[4].

Таблица 1 – Технические характеристики Ту-95МС

Крейсерская скорость, км/ч	830
Высота, м	6000

Технические характеристики дозвуковой малогабаритной стратегической крылатой ракеты Х-55СМ представлены в таблице 2[5].

Таблица 2 - Технические характеристики Х-55СМ

Дальность полета, км	3500
Скорость полета, км/ч	1008
Высота полёта на маршевом участке, м	40 -110
Высота пуска, м	600 - 12000

По техническому заданию, задана траектория полёта стратегической крылатой ракеты Х-55СМ «воздух - поверхность» (рис.2.1). Разобьем траекторию полета ракеты на несколько участков и промоделируем их. По результатам моделирование сможем наблюдать изменение высоты.

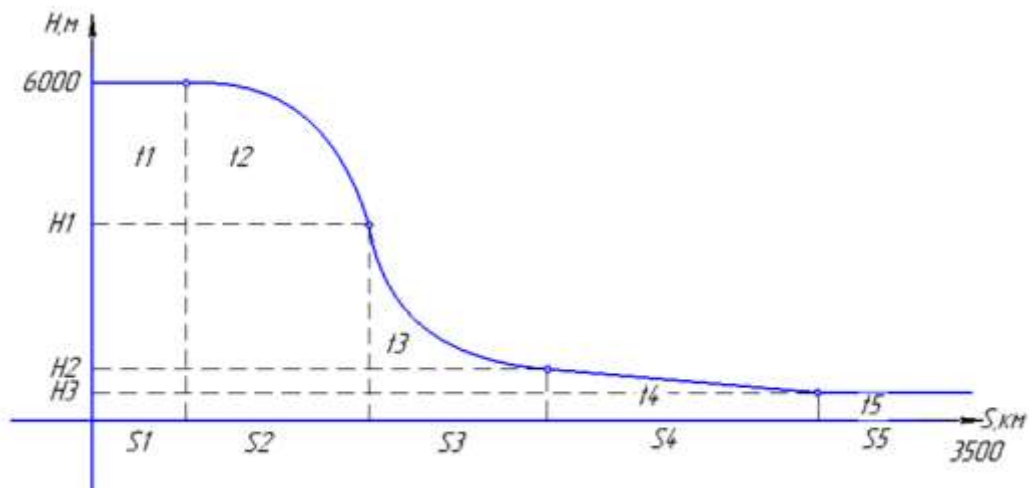


Рисунок 2.1 – Траектория полета ракеты

где, $H_0 = 6000\text{м}$ – начальная высота, $S = 3500\text{ км}$ – дальность полета ракеты.

Ракета выпускается с самолёта с начальной скоростью, равной скорости самолета $V_0 = V_c = 830\text{ [км/ч]} = 230\text{ [м/с]}$. Крейсерскую скорость ракета набирает за 10 секунд $V_{кр} = 1008\text{ [км/ч]} = 280\text{ [м/с]}$.

Определим ускорение

$$a = \frac{V_{кр} - V_0}{t}, \quad (2.1)$$

где t – время разгона.

Подставив значения в (2.1), получим

$$a = \frac{1008\text{км/ч} - 830\text{км/ч}}{3,6 \cdot 10\text{с}} = 4,94\text{м/с}^2 \quad (2.2)$$

Воспользуемся уравнениями

$$\begin{aligned} V_y &= V \cos(\omega t), \\ V_x &= V \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (2.3)$$

где ω - угловая скорость разворота; t - текущее время.

Моделирование траектории полета ракеты выполнено в программном пакете Matlab, листинг программы представлен в (ПРИЛОЖЕНИЕ А). Графики изменения высоты изображены на рисунках (2.2, 2.3, 2.4, 2.5).

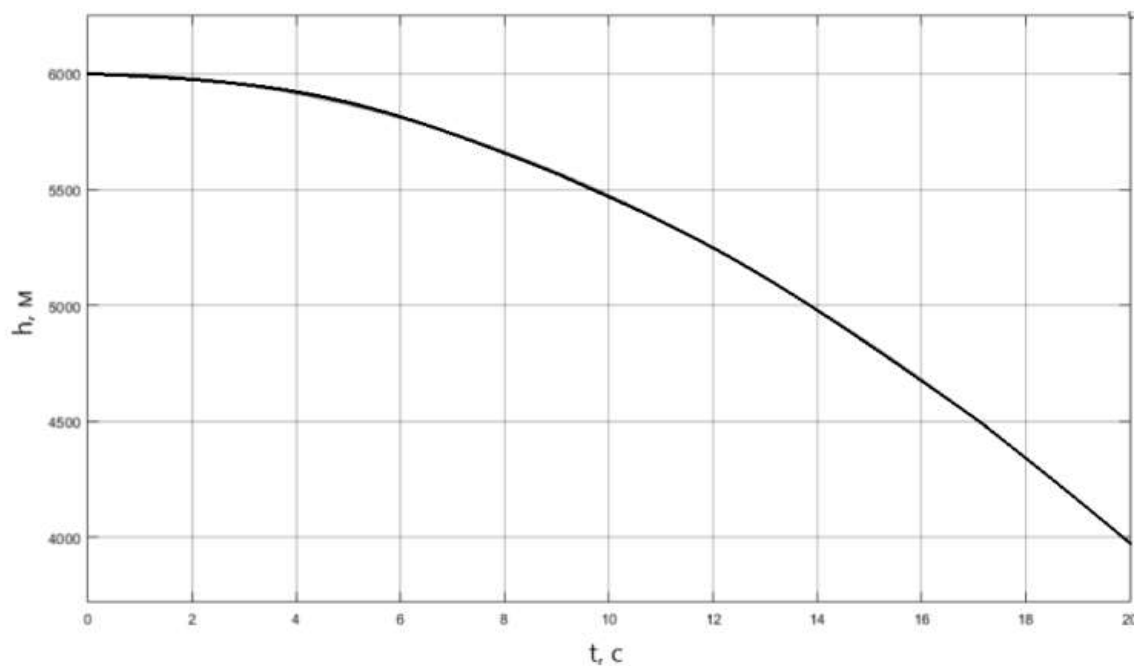


Рисунок 2.2 – Траектория полета ракеты с изменением высоты

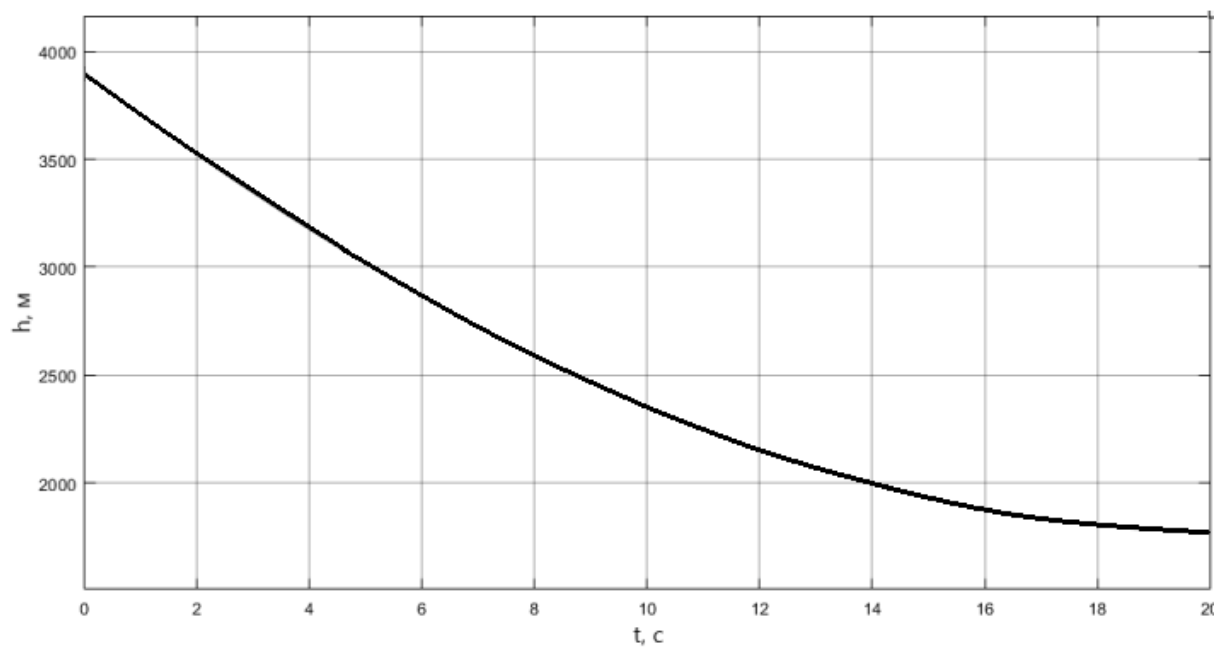


Рисунок 2.3 – Траектория полета ракеты с изменением высоты

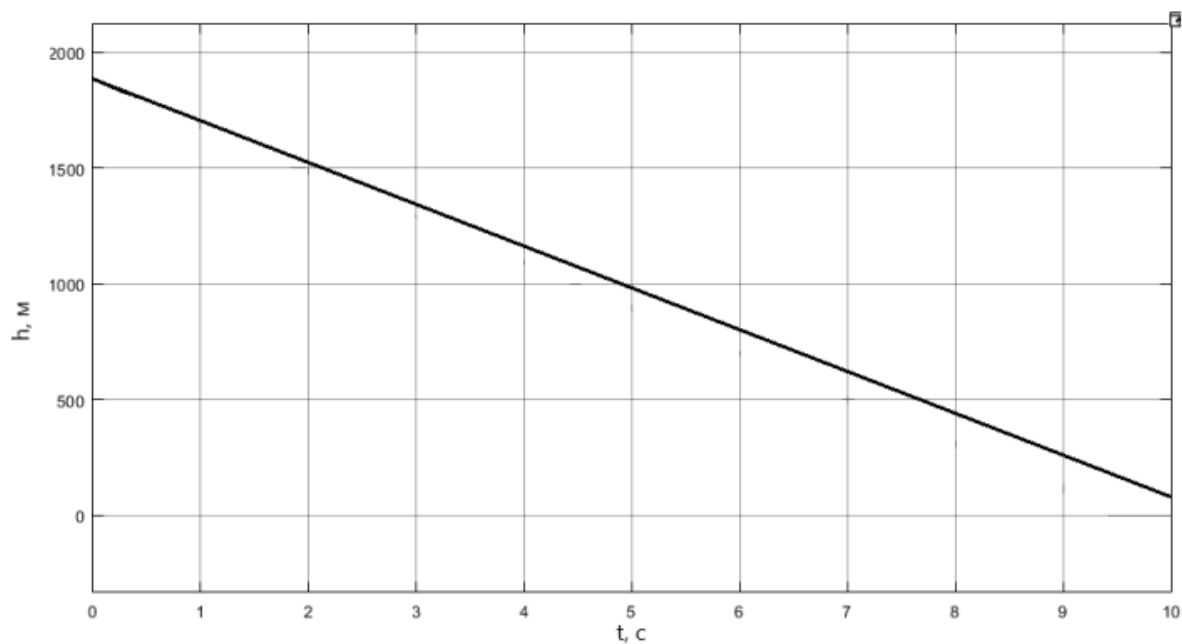


Рисунок 2.4 – Траектория полета ракеты с изменением высоты

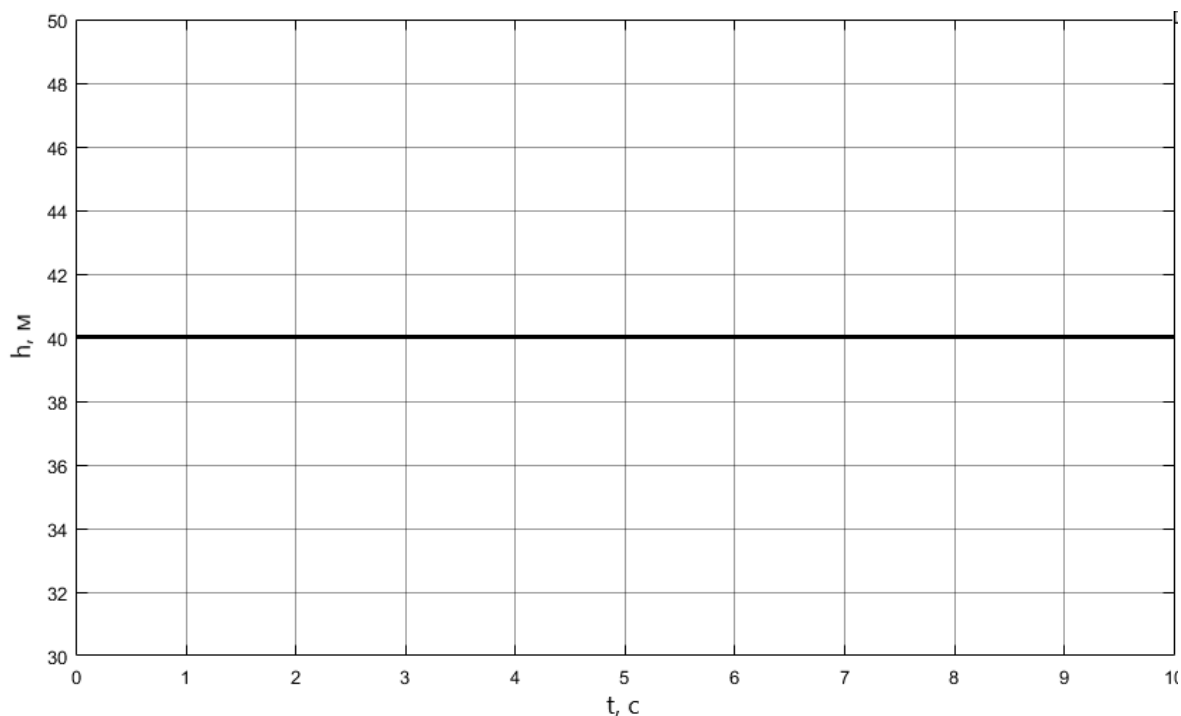


Рисунок 2.5 – Траектория полета ракеты до маршевого участка

По полученным результатам измерения высоты, можем сделать вывод, что

На первом участке ракета летит прямо с постоянным ускорением и набирает нужную крейсерскую скорость 1008 [км/ч] за 10 секунд.

На втором участке ракета совершает разворот за 20 секунд под углом 45° с постоянной крейсерской скоростью и снижается до 3900 [м]. Угловая скорость разворота будет отрицательна и равна $\omega = -0,0393$ [рад/с].

На третьем участке ракета совершает разворот с постоянной крейсерской скоростью в обратную сторону за 20 секунд под углом 45° и отпускается на высоту 1800 м. Угловая скорость на этом участке будет положительна и равна $\omega = 0,0393[\text{рад/с}]$.

На четвертом участке ракета снижается с 1800[м] до 40[м] за 10 секунд. Угловая скорость будет отрицательная и равна $\omega = -0,052[\text{рад/с}]$. На этом участке ракета снизилась до нужной нам высоты 40[м], что полностью соответствует техническому заданию.

На пятом участке угловая скорость $\omega = 0$, ракета летит остаток пути на высоте 40[м] с постоянной угловой скоростью и с постоянной крейсерской скоростью 1008 [км/ч].

2.3 Моделирование полёта

Бывают различные кинематические параметры, с помощью которых можно построить алгоритмы БИНС:

- углы Эйлера – Крылова;
- направляющие косинусы;
- параметры Родрига – Гамильтона;
- параметры Кейли – Клена;
- кватернионы и.т.д

В нашем случае для построение модели полёта мы воспользуемся алгоритмом с направляющими косинусами. Подробное описание метода описано в первой главе.

Структурная схема БИНС промоделирована в программном пакете Matlab, полный листинг программы представлен в (ПРИЛОЖЕНИЕ Б). На рис. (2.6, 2.7) представлен результат моделирования.

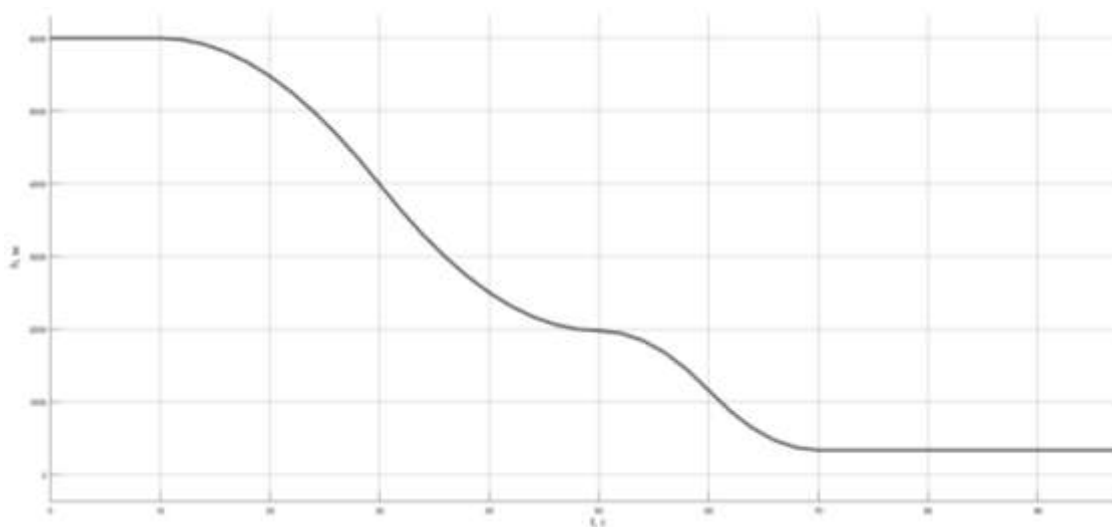


Рисунок 2.6 - График изменения высоты

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.213.00 ПЗ

Лист

24

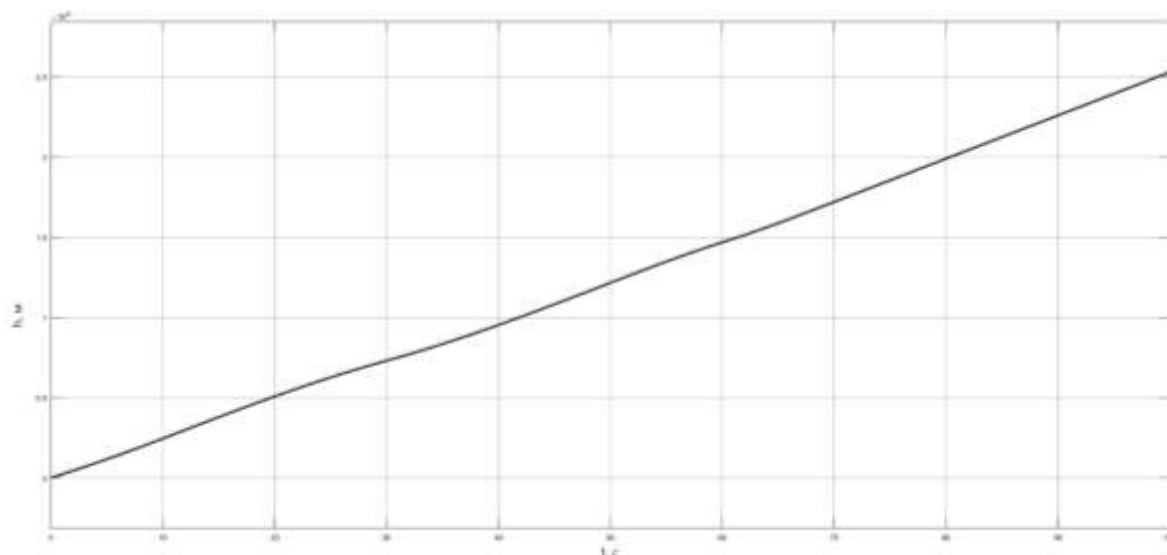


Рисунок 2.7 – График пройденного пути

По полученному графику изменения высоты (рис.2.6) наблюдаем время, за которое ракета совершает маневр и снижается до нужной высоты. Высота полёта ракеты на маршевом участке составляет 40 [м] время, за которое ракета достигает нужной высоты составляет 70 [с], что полностью соответствует техническому заданию.

2.4 Модели ошибок БИНС

В инерциальных навигационных системах существуют фундаментальные ограничения по точности. Они формируются как внешними факторами, так и характерными особенностями ее динамики. Неточность при задании начальных условий, считается основным источником возмущения. На этапе предпусковой подготовки системы, важна точность задания начальных условий, она ограничивается вероятностью геодезической привязки места пуска объекта к поверхности Земли, или точностью навигационной системы носителя при старте с подвижного основания. Также существуют и другие источники возмущения, например несоответствие установленной математической модели гравитационного ускорения и не учитывает его аномалии.

Рассмотрим алгоритм идеальной работы БИНС, то есть навигационные параметры, которые вырабатывает БИНС должны быть идеальными и безошибочными, это же относится и к измерениям абсолютных ускорений и угловых скоростей объекта. Будем считать, что начальные условия тоже определены и введены идеально. Возмущениями БИНС служат ошибки гироскопов, чувствительных элементов и заданных начальных условий, а состояние БИНС, характеризуют уравнения отклонений переменных. Уравнения отклонений переменных с учетом отсутствия возмущений, являются уравнениями ошибок. Анализ свойств уравнений ошибок является основной задачей БИНС.

Задача расчета ошибок состоит в установлении взаимосвязи погрешностями элементов и неточными начальными условиями БИНС, также и погрешностями выходных данных БИНС.

Развитие подобного рода взаимосвязи позволяет рассчитывать ошибки БИНС, в которых используются элементы с известными характеристиками ошибок, или, наоборот, начиная с заданной точности, устанавливая требования к системным элементам и ошибкам Первоначальная выставка БИНС. После анализа ошибок можно в определенной степени смягчить алгоритмы, с помощью которых работает вычислительное устройство, а также разработать разумные требования для коррекции БИНС.

Анализ ошибок БИНС базируется на решении уравнений ошибок, зачастую получаемых с помощью уравнений в вариациях, представляющие собой линеаризованные уравнения первого приближения относительно возмущений, действующих на систему. Подобные уравнения выводят либо формальной вариацией алгоритмов БИНС, или подстановкой в алгоритмы вместо независимых переменных суммы самой переменной и её приращения. Из образующихся выражений вычисляют начальные уравнения и пренебрегают квадратами приращений и их произведениями. В общем случае девятого порядка с переменными коэффициентами.

Для расчета модели ошибок БИНС зададим следующие параметры.

Пусть вклад каждой погрешности будет одинаковый, тогда $\frac{\Delta S}{\sqrt{3}}$

$$\Delta S = 700[\text{м}];$$

$$\frac{\Delta S}{\sqrt{3}} = 404[\text{м}];$$

$$\omega_0 = 1,23 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right];$$

$$t = 3,5[\text{ч}] = 10800[\text{с}].$$

2.5 Ошибки БИНС в случае неточного определения вертикали

Проанализируем вариант, когда акселерометры и гироскопы действуют в отсутствии ошибок, а вертикаль в начальный момент задана с ошибкой ($\dot{V}_{Yg} = 0$).

$$\left. \begin{aligned} n_X &= \dot{V}_{Xg} \cos \theta + g \sin \theta; \\ n_Y &= g \cos \theta + \dot{V}_{Xg} \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Для того чтобы установить месторасположения объекта, необходимо спроектировать сведения получаемые с акселерометров в географическую СК.

Будем учитывать неточное задание вертикали, то есть сигналы с акселерометров будут пересчитываться на оси $O\tilde{X}_g$ и \tilde{Y}_g вычисленной СК $O\tilde{X}_g\tilde{Y}_g\tilde{Z}_g$

$$n_{\tilde{X}g} = n_X \cos(\theta - \beta) - n_Y \sin(\theta - \beta). \quad (2.5)$$

Подставим в соотношение (2.4) в (2.5)

$$n_{\tilde{X}g} = \dots \dots (\dot{V}_{Xg} \cos \theta + g \sin \theta) \cos(\theta - \beta) - (g \cos \theta + \dot{V}_{Xg} \sin \theta) \sin(\theta - \beta). \quad (2.6)$$

После несложных преобразований получим

$$n_{\tilde{X}g} = \dot{V}_{Xg} \cos \beta + g \sin \beta. \quad (2.7)$$

Для малого угла β можно приближенно записать

$$n_{\tilde{X}g} = \dot{V}_{Xg} + g\beta. \quad (2.8)$$

После того, как осуществили пересчет необходимых данных в географическую СК в проекции кажущегося ускорения $n_{\tilde{X}g}$. Находится основная часть ускорения силы тяжести

$$\beta = \varphi - \tilde{\varphi}. \quad (2.9)$$

где $\tilde{\varphi}$ - значение широты, выбранной при помощи БИНС.

Дифференцируем обе части равенства (2.9), получим

$$\dot{\beta} = -\dot{\tilde{\varphi}} + \dot{\varphi}. \quad (2.10)$$

В результате интегрирования $n_{\tilde{X}g}$ запишем соотношение (2.10) следующим образом

$$\beta = -\frac{1}{R} \int_0^t (\dot{V}_{Xg} + g\beta) dt + \varphi. \quad (2.11)$$

Учитывая, что $\dot{\varphi} = \frac{V_{Xg}}{R}$, уравнение (2.11) перепишем в виде

$$\dot{\beta} = -\frac{1}{R} \int_0^t g\beta dt. \quad (2.12)$$

Дифференцируя по времени обе части уравнения (2.12), получим

$$\ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta = 0, \quad (2.13)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$ – частота Шулера. Эту частоту можно трактовать, как частоту малых незатухающих колебаний в поле силы тяжести Земли физического маятника, приведенная длина которого равна расстоянию от центра Земли до объекта, движущегося на высоте h . Числовое значение частоты Шулера при $h \ll R_3$ равно $\omega_0 = \sqrt{\frac{9,81}{6371 \cdot 10^3}} = 1,24 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$, соответственно период Шулера $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 84,4$ мин.

Ошибка построения вертикали равна нулю в том случае, если начальный момент времени $\beta(0) = 0, \dot{\beta}(0) = 0$. Также рассмотрим случай, когда в начальный момент времени вертикаль задана с ошибкой $\beta(0) = \beta_0$, тогда решение уравнения (2.13) имеет вид

$$\beta = \beta_0 \cos \omega_0 t. \quad (2.14)$$

Из решения (2.14) следует, что вычисленная вертикаль будет совершать колебания относительно истинной вертикали с периодом Шулера.

Установим ошибку в установлении скорости летательного аппарата, как разность между приборной скоростью, полученной при однократном интегрировании сигналов акселерометров, и истинной скоростью ЛА.

$$\Delta V_{Xg} = \tilde{V}_{Xg} - V_{Xg} = \int_0^t (\dot{V}_{Xg} + g\beta) dt - \int_0^t \dot{V}_{Xg} dt = \int_0^t g\beta dt. \quad (2.15)$$

Ошибка в определении скорости непосредственно связана с ошибкой построения вертикали. Также рассмотрим случай при котором начальное значение будет задаваться неточно, тогда подставим решение (2.14) в соотношение (2.15) получим

$$\Delta V_{Xg} = g \int_0^t \beta_0 \cos \omega_0 t dt = \frac{\beta_0 g}{\omega_0} \sin \omega_0 t. \quad (2.16)$$

Проинтегрируем $\Delta \dot{\varphi} = \frac{\Delta V_{Xg}}{R}$, и получим ошибку определения широты

$$\Delta \varphi = \int_0^t \Delta \dot{\varphi} dt = \beta_0 (1 - \cos \omega_0 t). \quad (2.17)$$

Умножив уравнение (2.17) на радиус – вектор R , тогда получаем ошибку пройденного расстояния ΔS

$$\Delta S = \Delta \varphi R = \beta_0 R (1 - \cos \omega_0 t). \quad (2.18)$$

Таким образом, отклонение аналитической вертикали от истинной, ошибки в определении скорости и местоположения ЛА имеют колебательный характер, период их колебаний равен периоду Шулера. Амплитуда колебаний определяется начальным отклонением вычисленной вертикали от истинной [2].

2.6 Ошибки БИНС, вызванные погрешностями акселерометров

Рассмотрим случай, когда начальные условия в БИНС задаются точно, но существуют ошибки в показаниях акселерометров δa_x и δa_y , тогда соотношение (2.1) будет иметь следующий вид

$$\left. \begin{aligned} n_x &= \dot{V}_{Xg} \cos \theta + g \sin \theta + \delta a_x; \\ n_y &= g \cos \theta - \dot{V}_{Xg} \sin \theta + \delta a_y. \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Перепроектируем сигналы акселерометров на ось $O\tilde{X}_g$, получим

$$n_{\tilde{x}g} = \dot{V}_{Xg} \cos \beta + g \sin \beta + \delta a_x \cos(\theta - \beta) - \delta a_y \sin(\theta - \beta). \quad (2.20)$$

Представим в соотношении (2.20) тригонометрические функции разности аргументов с учетом малости угла β по известным формулам тригонометрии

$$\begin{aligned} \cos(\theta - \beta) &= \cos \theta \cos \beta + \sin \theta \sin \beta \approx \cos \theta + \beta \sin \theta; \\ \sin(\theta - \beta) &= \sin \theta \cos \beta - \cos \theta \sin \beta \approx \sin \theta - \beta \cos \theta. \end{aligned} \quad (2.21)$$

С учетом (2.21) кажущееся ускорение (2.20) перепишем в виде

$$\begin{aligned} n_{\tilde{x}g} &= \dot{V}_{Xg} + g\beta + \delta a_x(\cos \theta + \beta \sin \theta) - \delta a_y(\sin \theta + \beta \cos \theta) \dots \\ &\approx \dot{V}_{Xg} + g\beta + \delta a_{xg}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где $\delta a_{xg} = \delta a_x \cos \theta - \delta a_y \sin \theta$ – проекция ошибок акселерометров на ребро $O\tilde{X}_g$ географического трехгранника.

Пренебрегаем произведением ошибок $\delta a_x \beta$ и $\delta a_y \beta$ в (2.22)

Получим уравнения ошибки построения вертикали, и для этого воспользуемся равенством (2.9)

$$\dot{\beta} = -\frac{1}{R} \int_0^1 (g\beta + \delta a_{xg}) dt. \quad (3.23)$$

Дифференцируя по времени обе части уравнения (2.23) получим

$$\ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta = -\frac{\delta a_x}{R}. \quad (2.24)$$

Для малого угла тангажа θ приближенно можно записать

$$\delta a_{xg} \approx \delta a_x - \delta a_y \theta \approx \delta a_x. \quad (3.25)$$

Можем сделать вывод о том, что на погрешности БИНС влияют ошибки, выявленные только от акселерометра A_x .

Будем полагать, что $\delta a_x = \text{const}$. Тогда, при нулевых начальных условий равенство (2.24) примет вид

$$\beta = \frac{\delta a_x}{g} (\cos \omega_0 t - 1). \quad (2.26)$$

По уравнения (2.25) мы наблюдаем колебания вычисленной вертикали с периодом Шулера из-за погрешностей вызванными акселерометрами. Амплитуда колебаний равна ошибке акселерометра в долях ускорения силы тяжести $\frac{\delta a_x}{g}$.

Чтобы определить ошибки БИНС которые вызывает акселерометр A_x по скорости и пройденному пути, необходимо вычислить из полученной линейной скорости реальную, находим

$$\Delta V_{xg} = \int_0^t (\dot{V}_{xg} + g\beta + \delta a_x) dt - \int_0^t \dot{V}_{xg} dt = \frac{\delta a_x}{\omega_0} \sin \omega_0 t. \quad (2.27)$$

Можем сделать вывод об ошибке в измерении скорости, наблюдаем характерные колебания с периодом Шуллера они пропорциональны полученному значению смещения нуля акселерометра. Погрешности БИНС в определении широты и пройденного расстояния имеют вид [2]

$$\Delta \varphi = \int_0^t \Delta \dot{\varphi} dt = \int_0^t \frac{\Delta V_{xg}}{R} dt = \frac{\delta a_x}{g} (1 - \cos \omega_0 t); \quad (2.28)$$

$$\Delta S = \frac{\delta a_x}{\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t). \quad (2.29)$$

Из полученных выражений (2.28) и (2.29), также наблюдаем колебательный характер с периодом Шуллера.

2.7 Ошибки БИНС, вызванные дрейфом гироскопов

Теперь рассмотрим тот случай, когда начальные значения выдержаны точно и акселерометр будет функционировать идеально. Датчик угловой скорости измеряет абсолютную угловую скорость ЛА с ошибкой $\omega_{др}$. Найдем ошибку в определении угла тангажа

$$\theta = \int_0^t (\omega_z - \omega_{zg}) dt + \theta_0. \quad (2.30)$$

Наблюдаем наличие собственного дрейфа гироскопа $\omega_{др}$, это приведет погрешности в определении проекций ω_z и ω_{zg} абсолютной угловой скорости связанного и географического трехгранника. Расчетное значение угла тангажа можно представить в виде

$$\tilde{\theta} = \int_0^t (\omega_z + \omega_{др} - \tilde{\omega}_{zg}) dt + \theta_0, \quad (2.31)$$

где $\tilde{\omega}_{zg}$ – рассчитанная с помощью БИНС проекция угловой скорости географического трехгранника. В уравнении (2.31) положено, что начальное значение угла тангажа θ_0 введено точно.

Вычтем из расчетного тангажа (2.31) истинное значение (2.29) в результате чего получим ошибку в определении угла θ [2]

$$\Delta\theta = \tilde{\theta} - \theta = \int_0^t (\omega_z + \omega_{др} - \tilde{\omega}_{zg}) dt + \theta_0 - \int_0^t (\omega_z - \omega_{zg}) dt + \theta_0. \quad (2.32)$$

Отсюда сразу находим

$$\Delta\theta = \int_0^t (\omega_{др} - \Delta\omega_{zg}) dt, \quad (2.33)$$

где $\Delta\omega_{zg} = \tilde{\omega}_{zg} - \omega_{zg}$.

Продифференцируем обе части равенства (2.33)

$$\Delta\dot{\theta} = \omega_{др} - \Delta\omega_{zg}. \quad (2.34)$$

Вычисленное значение угла тангажа $\tilde{\theta}$ определяется как угол между осью $O\tilde{X}_g$ вычисленного трехгранника и продольной оси ЛА OX . Тогда связь между реальным и вычисленным значением тангажа определяется равенством

$$\theta - \tilde{\theta} = \beta \quad (2.35)$$

или

$$\Delta\theta = -\beta. \quad (2.36)$$

Таким образом, при одноканальном БИНС ошибка выработки тангажа равна ошибке построения вертикали с обратным законом. Уравнение (2.32) с учетом соотношения (2.36) принимает вид

$$\dot{\beta} = \Delta\omega_{zg} - \omega_{др}, \quad (2.37)$$

$\Delta\omega_{zg} = -\frac{\Delta V_{xg}}{R}$, найдем уравнение для ошибки построения вертикали с учетом дрейфа гироскопа

$$\dot{\beta} = -\frac{\Delta V_{xg}}{R} - \omega_{др}. \quad (2.38)$$

Уравнение для ошибки построения вертикали (2.38) отличается аналогичного уравнения платформенной ИНС знаком перед членом $\omega_{др}$, выражающим дрейф гироскопа [2].

Учтем, что $\Delta V_{xg} = \int_0^t g\beta dt$, уравнение (2.34) принимает вид

$$\dot{\beta} = -\frac{1}{R} \int_0^t (g\beta - \omega_{др}) dt. \quad (2.39)$$

Найдем решение уравнения (2.39) для случая постоянного дрейфа ($\omega_{др} = const$). Как видно из уравнения (2.39), в момент времени $t=0$, $\dot{\beta}(0) = -\omega_{др}$. В начальный момент отклонение вычисленной вертикали от истинной происходит с угловой скоростью, равной скорости дрейфа гироскопа. Дифференцируя по времени обе части уравнения (2.39), получаем

$$\ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta = 0. \quad (2.40)$$

Приняв $\beta(0) = 0$, получим

$$\beta = -\frac{\omega_{др}}{\omega_0} \sin \omega_0 t. \quad (2.41)$$

Найдем ошибки в определении скорости, широты и пройденного расстояния

$$\Delta V_{xg} = \omega_{др} R (\cos \omega_0 t - 1); \quad (2.42)$$

$$\Delta \varphi = \frac{\omega_{др}}{\omega_0} (\sin \omega_0 t - \omega_0 t); \quad (2.43)$$

$$\Delta S = \frac{\omega_{др} R}{\omega_0} (\sin \omega_0 t - \omega_0 t). \quad (2.44)$$

Из полученных формул наблюдаем вычисление вертикали, она также имеет колебательный процесс около реальной вертикали с частотой Шулера и амплитудой $\frac{\omega_{др}}{\omega_0}$. Наличие постоянной составляющей в определении ошибки по скорости, означает что БИНС накапливает погрешности при определении широты и пройденного расстояния.

Для расчета ошибки вызванной в случае неточного определения вертикали выразим из (2.18) β_0

$$\beta_0 = \frac{\Delta S}{R(1 - \cos \omega_0 t)}. \quad (2.45)$$

Для расчета ошибок вызванными погрешностями акселерометров выразим из (2.29) δ_{ax}

$$\delta_{ax} = \frac{\Delta S \cdot \omega_0^2}{(1 - \cos \omega_0 t)}. \quad (2.46)$$

Для расчета ошибок БИНС вызванные дрейфом гироскопов, выразим из (2.44) $\omega_{др}$.

$$\omega_{др} = \frac{\omega_0 \cdot \Delta S}{R(\sin \omega_0 t - \omega_0 t)}. \quad (2.47)$$

Определим требования к акселерометрам и ТВГ. Для этого подставим заданные значения в (2.45), (2.46), (2.47) и получим

$$\beta_0 = 1,971 \cdot 10^{-4} [\text{рад}];$$

$$\delta_{ax} = 1,93 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right];$$

$$\omega_{др} = 6,215 \cdot 10^{-9} [\text{рад}].$$

Результат моделирования ошибок БИНС представлен на рис. (2.5, 2.6, 2.7)

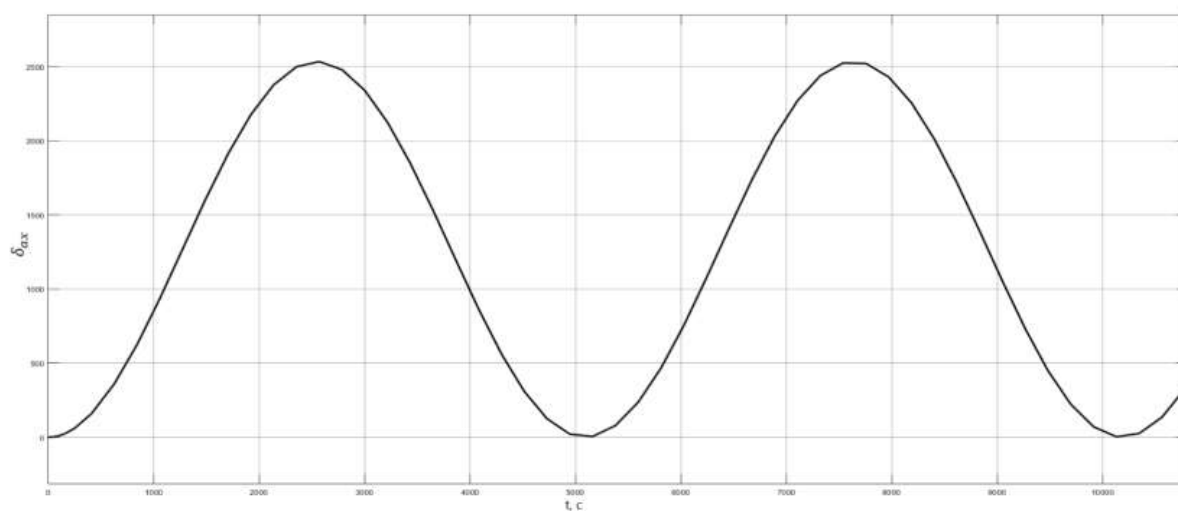


Рисунок 2.8 – Ошибка вызванная погрешностями акселерометров

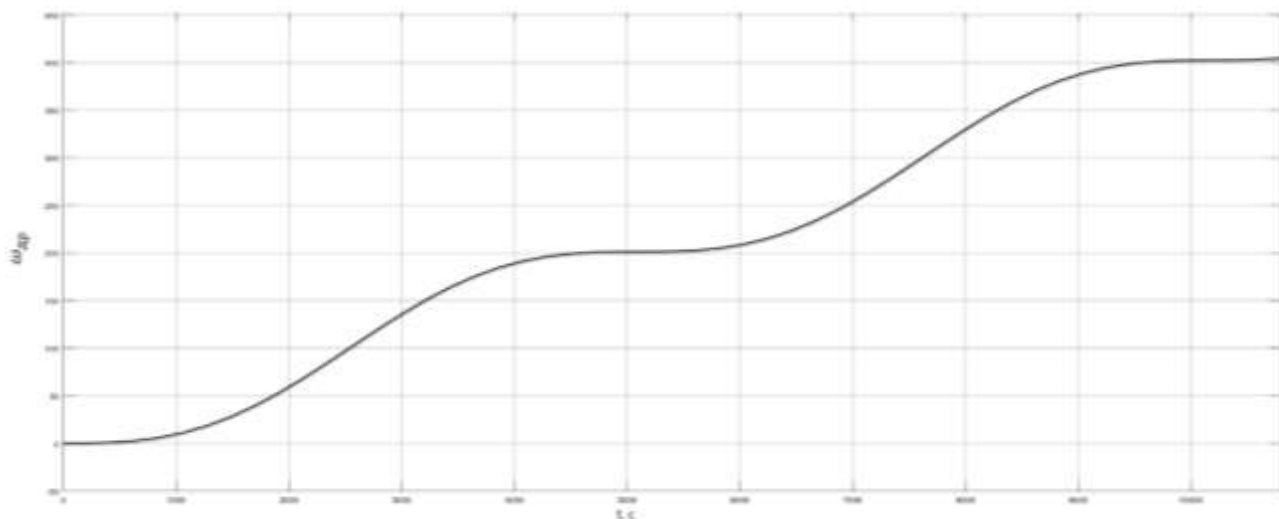


Рисунок 2.9 – Ошибка вызванная дрейфом гироскопов

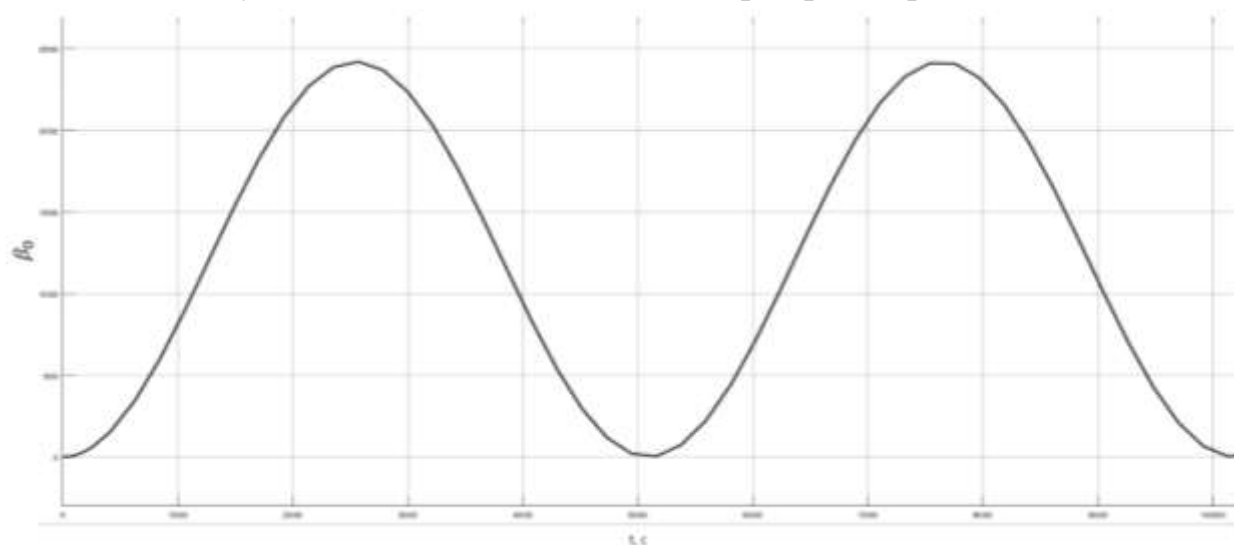


Рисунок 2.10 – Ошибка, вызванная в случае неточного определения вертикали

Представим технические характеристики акселерометров и гироскопов.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.213.00 ПЗ

Лист

34

Фирма	РПКБ, РПЗ, ЗАО "Исток"	ОАО АНПП "Темп-Авиа"	ПНППК	ЗАО НПК Электрооптика	ОАО Серпуховский завод "Металлист"	Honeywell Aerospace
Тип акселерометра	A-17 Маятниковый, ЧЗ-из монокристаллического кремния, емкостной преобразователь, компенсационный	AT-1104 Маятниковый, ЧЗ-из монокристаллического кремния, емкостной преобразователь, компенсационный	ДА-9 Маятниковый, металлический, упрощенный, датчик угла трансформаторного типа, компенсационный	БА 2.1 Маятниковый, ЧЗ-из кварца, емкостной преобразователь, компенсационный	AT Маятниковый, трехосный	Q-Flex, QA-3000 Маятниковый, ЧЗ-из кварца, емкостной преобразователь, компенсационный RBAAS00 Вибрационный ЧЗ-из кварца
Диапазон, g	± 20	$\pm (1-10)$	± 12	± 25	± 10	± 60 ± 70
Смещение нуля, g	± 0.012	$\pm 20 \cdot 10^{-3}$	$\pm 5.8 \cdot 10^{-2}$	$< 6 \cdot 10^{-3}$	$\pm 30 \cdot 10^{-3}$	$< 4 \cdot 10^{-3}$ $< 4 \cdot 10^{-3}$
Повторяемость смещения нуля, g	$\pm 1 \cdot 10^{-4}$	$\pm 1 \cdot 10^{-3}$		$8 \cdot 10^{-5}$		$< 4 \cdot 10^{-5}$
Температурный коэффициент смещения нуля, $^{\circ}\text{C}$	$\pm 2 \cdot 10^{-3} \text{ } \%/^{\circ}\text{C}$	$\pm 10 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ (в диапазоне рабочих температур)		$\pm 3 \cdot 10^{-3}$	$\pm 2 \cdot 10^{-4}$	$< 1.5 \cdot 10^{-5}$
Масштабный коэффициент, мА/g	1.2 ± 0.2	1 ± 0.15	$0.175 \pm 0.025 \text{ мА} \cdot \text{с}^2/\text{м}$	2.4 ± 0.24	$1.00 \pm 1.32 \text{ В/g}$	1.20 ± 1.46 40 Гн/g
Стабильность масштабного коэффициента, %	± 0.02	0.2		$8 \cdot 10^{-3}$		$< 8 \cdot 10^{-3}$
Нелинейность масштабного коэффициента		0.1 %		$\leq 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ } \%/g$		
Температурный коэффициент нестабильности масштабного коэффициента, $\text{ } \%/^{\circ}\text{C}$	$\pm 2 \cdot 10^{-2}$	1.5 % (в диапазоне рабочих температур)		$\pm 5 \cdot 10^{-3}$	$\pm 1.2 \cdot 10^{-3}$	$< 1.3 \cdot 10^{-2}$

Рисунок 2.11 - Основные характеристики акселерометров навигационного класса точности

Характеристики	Наименование гироскопа					
	ТВГ-3-1	ТВГ-3	ТВГ-4	ВТГ	ВТГ-М	ТВГ
	РПКБ			Авиаприбор		Медикон
Систематический дрейф, град/ч	3	3	3	—	—	2,5
Случайный дрейф, град/ч	0,005–0,01	0,1	0,003–0,005	$10^{-3} \dots 10^{-4}$	$10^{-1} \dots 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$
Шум, град/ч	—	—	—	$10^{-4} \dots 10^{-5}$	$10^{-2} \dots 10^{-3}$	—
Стабильность масштабного коэффициента	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	—	—	—
Резонансная частота, кГц	$2,8 \pm 0,2$	—	—	—	—	8
Температурный диапазон, $^{\circ}\text{C}$	—	—	—	$-60 \dots +100$	$-60 \dots +125$	$-40 \dots +120$
Потребляемая мощность, Вт	1,5	1,5	0,1	—	—	1,5
Габариты, мм	$\varnothing 65 \times 92$	$\varnothing 65 \times 92$	$\varnothing 65 \times 64$	—	—	$\varnothing 40 \times 4$
Масса, г	350	350	300	700	80	97
Ресурс, ч	100000	100000	100000	150000	150000	100000

Рисунок 2.12 - основные характеристики ТВГ

По полученным значениям ошибок и представленными на рисунках 2.11 и 2.12 основных характеристик акселерометров и ТВГ можем сделать вывод о том, что и акселерометры и ТВГ с полученной точностью существуют.

Выбираем стандартный маятниковый акселерометр фирмы ПНППК ДА-9. Публичное акционерное общество «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» (ПАО ПНППК) занимается разработкой и производством датчиков и систем для навигации, стабилизации и ориентации различного рода подвижных объектов. Это один из ведущих российских поставщиков навигационных приборов и систем.

Также можем подобрать ТВГ, например ТВГ-4 фирмы РПКБ он также подходит по точности. РПКБ – один из мировых лидеров и ведущий в России разработчик интегрированных комплексов бортового радиоэлектронного оборудования, систем и приоров для модернизируемых и перспективных самолетов, вертолетов и беспилотных летательных аппаратов.

Вывод по второй главе: В данной главе производится построение модели БИНС. Для построения модели, проанализированы исходные данные, рассчитана траектория полета ракеты с изменением высоты и пройденного пути. Основной задачей в данной главе является расчет полетного задания и модели ошибок БИНС. По полученным значениям ошибок, подобраны существующие акселерометры и ТВГ.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						36
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

3 ТВЕРДОТЕЛЬНО ВОЛНОВОЙ ГИРОСКОП

БИНС как уже говорилось выше, относится к инерциальным системам аналитического типа, у которых отсутствует гиростабилизированная платформа. По причине того, что акселерометры и гироскопы крепятся жёстко на объект, измерения производится в СК связанной непосредственно с объектом.

Существуют два основных класс гироскопов, это свободные гироскопы и датчики угловой скорости. Основная задача свободных гироскопов, сохранять заданное направление. Основной показатель точности у таких гироскопов считается, остаточная скорость ухода дрейфа гироскопа, а у датчиков угловой скорости, ошибки в измерениях угловой скорости, они могут быть по множеству причин, например из – за температурного режима, или конструктивных особенностей прибора.

Проанализируем некоторые чувствительные элементы, которые могут входить в конструкцию БИНС.

Рассмотрим микромеханические гироскопы (ММГ). Данный прибор имеет ряд значительных преимуществ, у него достаточно малы масса и габариты. Потребляемая мощность прибора, также мала. Еще одно преимущество ММГ, это неинерционные источники информации, что значительно расширяет возможности ММГ.

Динамически настраиваемые гироскопы (ДНГ) относятся к роторным вибрационным гироскопам (РВГ). ДНГ успешно применяются для решения различных измерительных задач, а также широко используются для создания ИНС, но они конструктивно сложны и дорогостоящие.

Твердотельные волновые гироскопы (ТВГ). В ТВГ нет вращающихся частей, но при этом он также считается гироскопом навигационного класса, и успешно используются в ИНС, в том числе БИНС.

Перечислим важные характеристики для гироскопов, это диапазон измерений, масштабный коэффициент и его стабильность (или погрешность, зависящая от различных причин), остаточный дрейф, массогабаритные и эксплуатационные параметры и характеристики.

В данной работе будет рассматриваться система с чувствительными элементами и акселерометрами. Чувствительным элементом является твердотельный волновой гироскоп реализуемый по патенту RU 2541711.

3.1 Анализ чувствительного элемента

Твердотельный волновой гироскоп (ТВГ) - представитель нового поколения гироскопических приборов, построенных на новых физических принципах. В основе его действия лежит теория волн. Конструктивно ТВГ состоит из

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						37
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

чувствительного элемента в виде полусферического резонатора и блока электроники. Изделие имеет небольшой вес и габариты, отсутствуют вращающиеся части, а также элементы, которые могут выходить из строя при больших колебательных амплитудах. Уникальность устройства обеспечивает множество параметров, в частности, кратчайшее время готовности, максимально широкий динамический диапазон и высокую устойчивость к механическим воздействиям.

Разработанная конструкция ТВГ представлена на рис.3.1

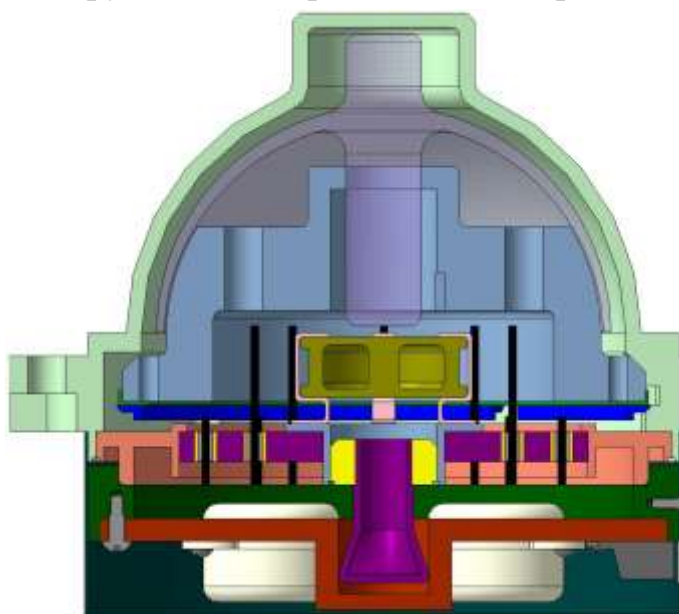


Рисунок 3.1 – ТВГ

Твердотельный волновой гироскоп содержит вакуумный металлический корпус с монтажными и соединительными элементами и уплотнительную крышку, во внутренней полости которой размещен твердотельный волновой инерционный чувствительный модуль, в том числе полусферический резонатор из кварцевого стекла с металлизированной обработкой. Поверхность, способная вибрировать с помощью внешнего переменного электрического поля, с прохождением через полюс ее полушария двухстороннего удерживающего элемента стержневого типа.

Посредством, которого он жестко закреплен на совмещенной плате возбудителя колебаний резонатора и отвода электрических сигналов, отражающих колебательное состояние резонатора, геттерного насоса с реагентом, заключенным в оболочку, электронной системы для измерения и управления колебаниями резонатора, который является цифровым с использованием микропроцессора и импульсных управляющих сигналов, состоящих из аналоговой и цифровой частей, в вакуумированном корпусе выполнен в виде полусферической оболочки одинаковой толщины, имеющей полюс в полюсной области выступающую полость для размещения внешнего держателя стержневого

типа, а на экваторе расположен кольцеобразный пояс. На внешней стороне которого размещены три установочно-закрепительных элемента гироскопа, разнесенных друг относительно друга на 120° , а на внутренней стороне расположены три конусных сегментных элемента для установки с применением кольцевой разрезной пружины, комбинированной информационно-возбудительной платы, разнесенных друг относительно друга на 120° и на 60° относительно установочно-закрепительных элементов гироскопа [6].

Резонатор имеет переменную толщину стенки полусферической оболочки, образованной смещением вдоль оси симметрии в направлении внешнего держателя центра внешней сферы резонатора относительно центра внутренней сферы. Объединенная информационно-возбуждающая плата образована фланцевым основанием с конусообразным краем на стороне, примыкающей к коническим крепежным элементам корпуса, шаровой зоной с небольшим и большим основанием, выступающим над ним. Цилиндрическая часть для установки резонатора выступает над небольшим основанием вдоль оси симметрии, в основании фланца и на стороне большого основания сферической зоны образовано отверстие, образующее полость для размещения геттерного насоса, две расточки с различными диаметрами образованы в центральной части сферической зоны, а в цилиндрической части установлены крепежные отверстия для держателя внутренней полости [6].

На внешней поверхности шаровой зоны со стороны малого основания восемь локальных управляющих электродов разнесены на поверхности шаровой зоны с шагом 45° и вырезаны лазерным лучом в напыленной на поверхности хромовой пленке. На стороне большого основания, на внешней поверхности сферической зоны, вблизи кромки резонатора, под информационно-управляющими электродами синхронно сформированы восемь информационно-поисковых электродов, образующих емкостную систему датчиков для перемещения полусферической оболочки резонатора.

Уплотнительная крышка состоит из металлического кольца и металлокерамической вакуумной герметичной колодки с паянными сквозными однопроводящими контактами, манжеты по наружному диаметру колодки для сварки с кольцом. Кольца в области центрального отверстия вакуумной колодки на внутренней стороне для крепления геттерного насоса, втулки в области центрального отверстия вакуумной колодки на внешней стороне для сварки с откачным штенгелем.

Внутри гироскопа имеются позолоченные втулки с пружинами из медно-золотого сплава для сопряжения с контактными площадками электродов комбинированной платы. Переходная многослойная печатная плата,

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						39
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

расположенная в негерметичной части гироскопа, на которой коаксиальные проводники попарно соединены, расположены напротив комбинированной плате. Электроды для поиска информации и обеспечения их соединения через четыре коаксиальных разъема со входами гироскопических предусилителей, электрический контакт предусилителей с внешней системой электронного гироскопа выполнен через небольшой разъем, установленный на плате предварительного усилителя, с выходом за пределы кожуха гироскопа [6].

3.2 Вывод уравнений движения ТВГ

Математическая модель оболочки строится на основе гипотезы Кирхгофа – Лява, которая заключается в следующем: любая прямая, нормальная к середине поверхности оболочки до деформации, остается нормальной к этой поверхности и после деформации; длина отрезка нормали вдоль толщины оболочки остается постоянной в процессе деформации; нормальные напряжения, возникают между соседними слоями оболочки, параллельными средней поверхности, малы по сравнению с другими компонентами тензора напряжений, и ими можно пренебречь. Первая гипотеза имеет геометрический характер, вторая – статический. Теория оболочек, основанная на гипотезах Кирхгофа, была построена, в основном А. Лявом, поэтому в теории оболочек гипотезы 1 и 2 принято называть гипотезами Кирхгофа-Лява. Иногда их называют гипотезой жесткой (недеформированной) нормали или гипотезой сохранения нормали.

Гипотеза Кирхгофа – Лява дает возможность установить геометрическую картину деформации оболочки. В общем случае деформация является суммой касательных перемещения $u(\alpha, \beta)$, $v(\alpha, \beta)$ точек средней поверхности и нормального перемещения $w(\alpha, \beta)$ этой же поверхности; здесь (α, β) – локальные координаты точки на средней поверхности полусферической оболочки.

Согласно гипотезе Кирхгофа – Лява, компоненты тензоров напряжений и деформаций σ и e подчиняются следующим условиям [7]

$$\begin{aligned} e_{\alpha\gamma} = e_{\beta\gamma} = r_{\gamma\gamma} &= 0; \\ \sigma_{\gamma\gamma} &= 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где γ – вертикальная координата точек, лежащих внутри оболочки.

Воспользуемся соотношениями закон Гука, отражающий линейную связь тензоров напряжений и деформации [12]

$$\sigma_{\alpha} = \frac{E}{1 - \nu^2} (e_{\alpha\alpha} + \nu e_{\beta\beta}) a; \quad (3.2)$$

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		40

$$\sigma_{\beta} = \frac{E}{1 - \nu^2} (e_{\beta\beta} + \nu e_{\alpha\alpha}) \alpha;$$

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{E}{2(1 - \nu)} e_{\alpha\beta},$$

где E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона материала оболочки.

Компоненты тензора деформаций разложим по степеням координаты γ . Оставим в полученных разложениях только линейные слагаемые относительно γ

$$\begin{aligned} e_{\alpha\alpha} &= \varepsilon_1 + \alpha_1 \gamma + \sigma(\gamma); \\ e_{\beta\beta} &= \varepsilon_2 + \alpha_2 \gamma + \sigma(\gamma); \\ e_{\alpha\beta} &= \omega + \tau \gamma + \sigma(\gamma). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Коэффициенты разложений (3.3) имеют следующий геометрический смысл: ε_1 и ε_2 , это относительные удлинения линий. А ω характеризует изменение угла между координатными линиями.

α_1 и α_2 при переходе в деформированное состояние характеризуют изменение кривизны средней поверхности.

τ характеризует деформацию кручения средней поверхности.

Значения коэффициентов (3.3) приведем сразу для полусферической оболочки. Где $\alpha = \tau$; $\beta = \varphi$ - сферические координаты, R – радиус средней поверхности в недеформированном состоянии, тогда [7]

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{R} \left(\omega + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right); \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{R} \left(\omega + u \operatorname{ctg} \theta + \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right); \\ \omega &= \frac{1}{R} \left(-u \operatorname{ctg} \theta + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right); \\ \tau &= \frac{1}{R^2 \sin \theta} \left(-\frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta \partial \varphi} + \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \theta \right); \\ \alpha_1 &= -\frac{1}{R^2} \left(\omega + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right); \\ \alpha_2 &= -\frac{1}{R^2} \left(\omega + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \theta \right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

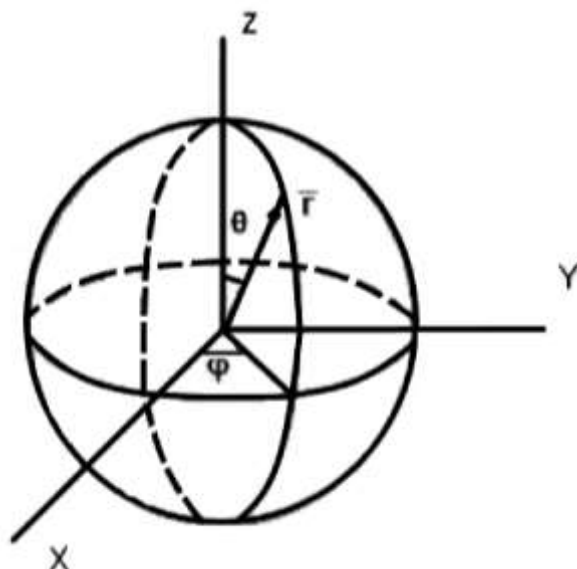


Рисунок 3.2 – Сферические координаты

Проанализируем перемещение элемента оболочки, для которой координатные линии считаются линиями кривизны (рис.3.2); очевидно, что сферическая оболочки обладает данным свойством. Точки будут иметь следующие координаты:

$$A(\alpha, \beta); A_1(\alpha + d\alpha, \beta); A_2(\alpha + d\alpha, \beta + d\beta); A_3(\alpha, \beta + d\beta).$$

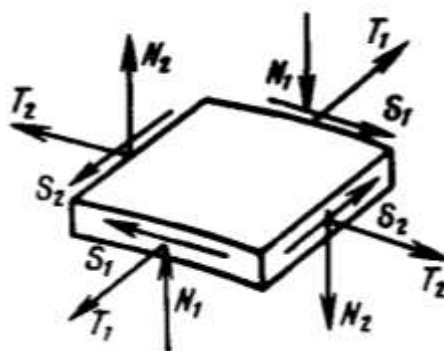


Рисунок 3.3 – Действующие нагрузки

В соответствии с принципом Даламбера, выделенный компонент находится в состоянии равновесия, если сумма активных сил, сил инерции, а также моментов этих сил, приложенных к нему равна нулю.

Введем в рассмотрение силы и моменты, действующие на выделенный элемент со стороны остальной части оболочки (рис. 3.3)

N_1, N_2 - нормальные силы;

S_1, S_2 - сдвигающие силы;

T_1, T_2 - изгибающие моменты;

Также действуют перерезывающие силы θ_1, θ и крутящие моменты M_{12}, M_{21} на рисунке они не показаны.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		42

Силовые факторы связаны с компонентами тензора напряжений следующим образом

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\beta \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \partial \gamma; \quad N_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\beta \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \partial \gamma; \\
 S_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\alpha\beta} \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \partial \gamma; \quad S_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\beta\alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \partial \gamma; \\
 M_1 &= - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\alpha \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \gamma \partial \gamma; \quad M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\beta \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \gamma \partial \gamma; \\
 M_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\beta\alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \gamma \partial \gamma; \quad M_{21} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\alpha\beta} \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \gamma \partial \gamma; \\
 Q_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\gamma\alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \partial \gamma; \quad Q_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{\gamma\alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{R}\right) \partial \gamma,
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

где h - толщина стенки оболочки.

Получим выражения для сил и моментов через составляющие деформации

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2); \\
 S_1 &= \frac{Eh}{2(1 - \nu^2)} \omega; \\
 M_1 &= - \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \left(\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2 + \frac{1}{R} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2) \right); \\
 M_{12} &= - \frac{Eh^3}{24(1 - \nu)} \left(2\tau + \frac{\omega}{R} \right); \\
 N_2 &= \frac{Eh}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1); \\
 S_2 &= \frac{Eh}{2(1 - \nu^2)} \omega; \\
 M_2 &= - \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \left(\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1 + \frac{1}{R} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1) \right); \\
 M_{21} &= - \frac{Eh^3}{24(1 - \nu)} \left(2\tau + \frac{\omega}{R} \right).
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Уравнения равновесия элемента оболочки, изображенного на (рис.3.3) выглядит следующим образом

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_1}{\partial \alpha} + (N_1 - N_2) \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial S_2}{\partial \beta} &= -\theta_1 - RX; \\
\frac{\partial S_1}{\partial \alpha} + (S_1 - S_2) \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial M_2}{\partial \beta} &= -\theta_2 - RY; \\
\frac{\partial \theta_1}{\partial \alpha} + \theta_1 \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial \theta_2}{\partial \beta} - (N_1 - N_2) &= -RZ; \\
\frac{\partial M_1}{\partial \alpha} + (M_1 - M_2) \operatorname{ctg} \alpha - \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial M_{21}}{\partial \beta} &= -R\theta_1; \\
\frac{\partial M_{12}}{\partial \alpha} + 2M_{12} \operatorname{ctg} \alpha - \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial M_2}{\partial \beta} &= -R\theta_2.
\end{aligned} \tag{3.7}$$

В число внешних сил, приложенных к резонатору, следует включить силы инерции. Определим выражения для сил инерции, если резонатор вращается вокруг оси симметрии с угловой скоростью Ω (рис.3.4)

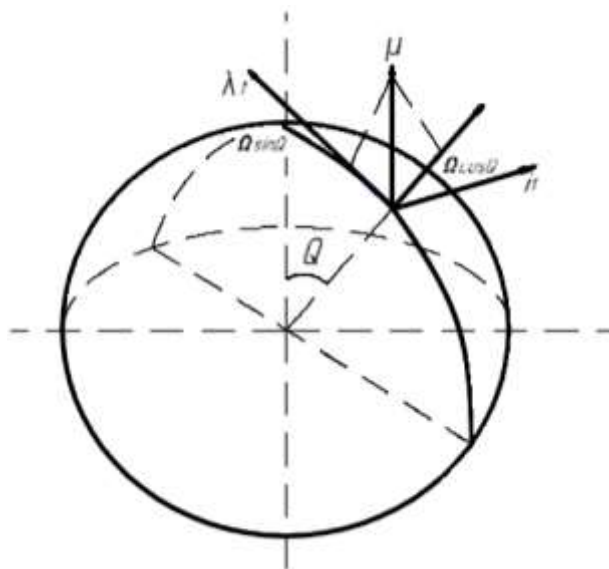


Рисунок 3.4 – Для расчета сил инерции

Абсолютное ускорение $\bar{a} = d^2 \bar{\omega} / dt^2$ произвольной точки А средней поверхности можно найти по формуле Ривальса:

$$\bar{a} = \bar{a}_0 + \ddot{\bar{\omega}} + [\bar{\Omega} \times \dot{\bar{\omega}}] + 2[\bar{\Omega} \times \bar{\omega}] + [\bar{\Omega} \times \bar{\omega}], \tag{3.8}$$

где \bar{a}_0 - абсолютное ускорение вершины трехгранника; $\ddot{\bar{\omega}}$ - ускорение точки А относительно трехгранника; $\dot{\bar{\omega}}$ - Скорость точки А относительно трехгранника $\dot{\bar{\Omega}}$ - угловое ускорение ротора.

Рассмотрим такое вращение резонатора, при котором изменениями угловой скорости Ω , а кроме того квадратом её значения можно пренебречь, иными словами рассматриваются только медленные вращения резонатора.

Учтем это допущение и определим выражения для сил инерции при $\theta = \pi/2$, так как заинтересованность для исследования представляют колебания, локализованные вблизи свободного края резонатора. Запишем силы инерции в вид

$$\begin{aligned} X &= -\rho h a_{t1} = -\rho h \ddot{u}; \\ Y &= -\rho h a_2 = -\rho h (\ddot{v} + 2\Omega \dot{\omega}); \\ Z &= -\rho h a_n = -\rho h (\ddot{\omega} - 2\Omega \dot{v}). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Проанализируем вариант свободных колебаний резонатора ($X_a = Y_a = Z_a = 0$). Предположим, то что резонатор идеален, все его параметры: плотность, толщина, радиус, модуль Юнга, коэффициент Пуассона - никак не зависят от окружного угла и считаются постоянными.

Разложим перемещения точек резонатора по собственным формам колебаний нерастяжимой оболочки [7]

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(\theta) \cos 2\varphi \\ V(\theta) \sin 2\varphi \\ W(\theta) \cos 2\varphi \end{bmatrix} = p(t) + \begin{bmatrix} U(\theta) \sin 2\varphi \\ -V(\theta) \cos 2\varphi \\ W(\theta) \sin 2\varphi \end{bmatrix} q(t), \quad (3.10)$$

где $U(\theta) = V(\theta) = \sin \theta \cdot tg^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$, $W(\theta) = (2 + \cos \theta) tg^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$ – функции Релея, определяющие колебания второй собственной формы колебаний нерастяжимой оболочки.

Используя метод Бубнова - Галеркина при составлении дифференциальных уравнений для функций $p(t)$ и $q(t)$ получаем уравнения, описывающие динамику второй собственной формы колебаний идеального полусферического резонатора [7]

$$\begin{cases} m_0 \ddot{p}(t) - 2\Omega b \dot{q}(t) + c_0 p(t) = 0 \\ m_0 \ddot{q}(t) - 2\Omega b \dot{p}(t) + c_0 q(t) = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\text{где } m_0 = \left(-ph^2 R^2 \int_0^{\pi/2} U^2 + V^2 + W^2 \right) \sin \theta d\theta;$$

$$b = 2ph^2 R^2 \int_0^{\pi/2} (VW) \sin \theta d\theta;$$

$$\begin{aligned} c_0 = \int_0^{\pi/2} & \left[\left(H + \frac{D}{R^2} \right) (U' U'' - 4V^2) + \left(H_1 + \frac{D_1}{R^2} \right) x (U' U'' - 4V^2) + \left(H(1+v) + \frac{4D}{R^2} \right) (W' U + 4WV - U' W) - 2H(1-v)W^2 + \frac{D}{R^2} [U''' W - UW''' - 2(W'' V + \right. \\ & \left. V'' W + 8W'' W - V^{IV} W - 16W^2)] \right] \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

Рассмотрим радиальные колебания кромки резонатора:

$$w(\varphi, t) = W \left(\frac{\pi}{2} \right) (p(t) \cos 2\varphi + q(t) \sin 2\varphi) \quad (3.12)$$

Возьмем на плоскости декартовую систему координат и проанализируем траекторию точки, декартовы координаты которой меняются по закону $x = p(t)$, $y = q(t)$. Из уравнений (3.10) видно, что функции $p(t)$ и $q(t)$ изменяются согласно гармоническому закону, если Ω – постоянная, то траектория точки на плоскости считается фигурой Лиссажу. В случае если (3.11) предполагает собой стоячую волну, то фигура Лиссажу считается отрезком прямой, если же колебательный процесс на кромке резонатора является бегущей волной, то фигура Лиссажу является окружностью. В случае, если считается стоячей волной, возбужденной во вращающемся резонаторе, фигурой Лиссажу считается эллипс, главные оси меняют ориентацию относительно СК, угол наклона одной из главных осей данного эллипса к оси O_x равен 2ϑ , где угол ϑ – угол текущей ориентации пучности стоящей волны относительно резонатора. В случае, если считается стоячей волной, возбужденной во вращающемся резонаторе, фигурой Лиссажу является эллипс, главные оси которого меняют ориентацию относительно системы координат, причем угол наклона одной из главных осей этого эллипса к оси O_x равен 2ϑ , где угол ϑ – угол текущей ориентации пучности стоящей волны относительно резонатора [7].

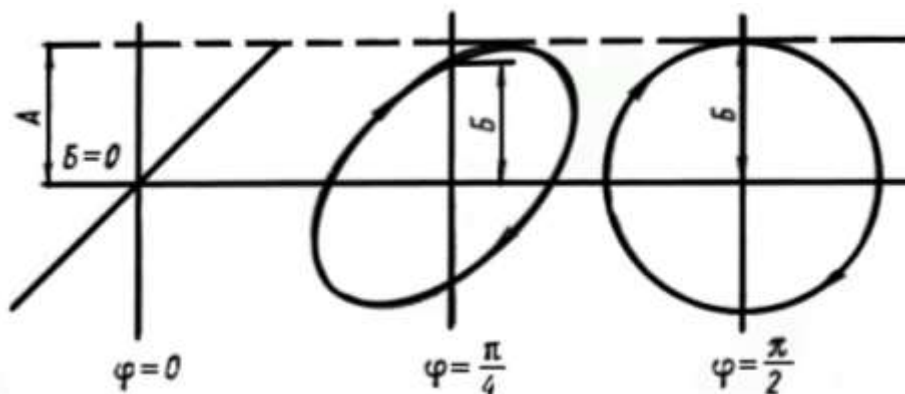


Рисунок 3.5 - Фигуры Лиссажу

Завершающий вариант предполагает наибольшую заинтересованность при исследовании колебаний резонатора ТВГ, по этой причине проанализируем его наиболее детально, используя систему уравнений (3.10).

Умножим первое уравнение (3.10) на i и сложим со вторым, вводя комплексную функцию $z(t) = p(t) + iq(t)$

$$z + 2i\Omega\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = 0, \quad (3.13)$$

где $a = \frac{b}{m_0}$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{c_0}{m_0}}$ – собственная частота колебаний резонатора.

Общее решение уравнения (3.11) запишем в виде

$$z(t) = e^{-i\alpha\Omega t} (c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t}) \quad (3.14)$$

где c_1 и c_2 – комплексные числа, определяемые начальными условиями.

Решение (3.13) показывает, что радиус – вектор точки z на комплексной плоскости вращается с угловой скоростью, равной 2Ω , в сторону, противоположную вращению резонатора. Это значит, что стоячая волна медленно меняет ориентацию в теле резонатора с угловой скоростью $\dot{\nu} = -K\Omega$, где коэффициент K выражается формулой

$$z(t) = e^{-i\alpha\Omega t} (c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t}) \quad (3.15)$$

$$K = \frac{b}{2m_0} = \frac{\int_0^{\pi/2} VW \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} (U^2 + V^2 + W^2) \sin \theta d\theta} \quad (3.16)$$

Вычисление по формуле дает результат $K = 0,311$. Угловая скорость вращения (прецессии) стоячей волны равна: $\dot{\nu} = -0,311\Omega$.

Величина K называется масштабным коэффициентом резонатора, и в рамках гипотезы Кирхгофа – Лява его зависимость от параметров резонатора не обнаруживается.

Аналогом прецессии стоячей волны в резонаторе ТВГ считается перемещение маятника Фуко. Проанализируем иной аналог, небольшой шар массой m , с зарядом q , подвешенный на невесомой нерастяжимой нити длиной L , помещен в сильное однородное магнитное поле, вектор индукции равен B и направлен вертикально вверх.

Считаем, что маятник движется практически в горизонтальной плоскости.

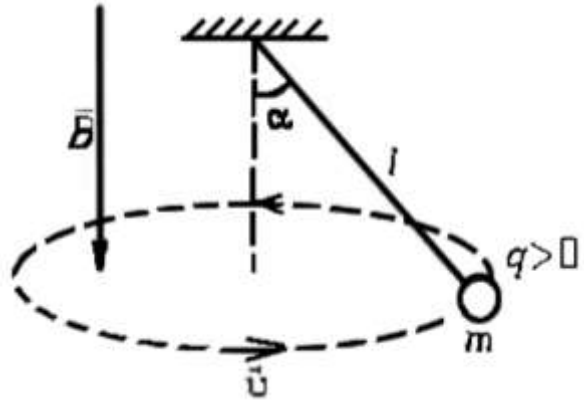


Рисунок 3.6 – Маятник в магнитном поле

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\beta\dot{y} + \omega_0^2 x &= 0; \\ \ddot{y} - 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 y &= 0. \end{aligned} \quad (3.17)$$

где x, y – координаты проекции шарика на плоскости O_{xy} , $B = \frac{qB}{2m}$.

Вводя комплексную величину $x = x + iy$, получаем уравнение

$$\ddot{z} + 2l\beta\dot{z} + \omega_0^2 z = 0. \quad (3.18)$$

Траектория колебаний маятника меняет ориентацию с угловой скоростью равной $qB/2m$, аналогично вращению волнового поля резонатора ТВГ.

3.3 Кольцевая модель резонатора ТВГ

Кольцевая модель, это тонкое упругое кольцо, совершающее колебательное движение в своей плоскости.

Уравнение движения имеет вид

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}'' - \ddot{\omega} + 4\Omega\dot{\omega}' + \\ \varepsilon^2(\omega^{VI} + 2\omega^{IV} + \omega'') + \varepsilon^2(\ddot{\omega}^{IV} + 2\dot{\omega}^{IV} + \dot{\omega}'') = (p''_{\omega} - p''_v)/(pS) \end{aligned} \quad (3.19)$$

где $\varepsilon^2 = \frac{EI}{\rho S R^4}$; ρ – плотность материала кольца; S – площадь поперечного сечения кольца; I – момент инерции поперечного сечения относительно оси изгиба; R – радиус недеформированного кольца; $\omega(\varphi, t)$ – нормальное перемещение точки кольца в произвольный момент времени; p_{ω}, p_v – проекции внешней распределенной нагрузки на нормаль и касательную к недеформированному кольцу соответственно; ε – коэффициент, характеризующий время затухания свободных колебаний. В (3.19) точка обозначает производную по времени t , штрих – производную по углу φ .

Кольцевая модель имеет ряд недостатков: весьма значительное искажение масштабного коэффициента; присутствие момента инерции в уравнении модели,

который не определен для полусферического резонатора; неспособность учитывать движения резонатора, выходящие за пределы плоскости кромки. Исследование исследования названных выше вопросов целесообразно использовать полусферическую модель.

3.4 Позиционное возбуждение колебаний резонатора ТВГ

Принцип и особенности работы системы позиционного возбуждения резонатора ТВГ рассмотрим на основе кольцевой модели.

В качестве рабочей формы ТВГ используется вторая форма, имеющая четыре пучности. Рассмотрим возникновение основной формы колебаний.

Схема позиционного возбуждения показана на (рис.3.7)

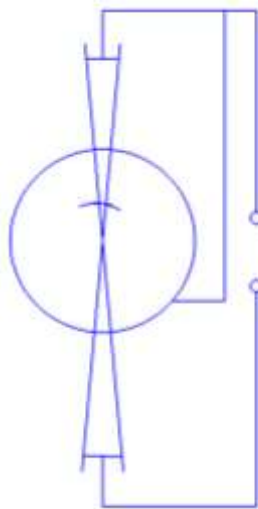


Рисунок 3.7 – Схема позиционного возбуждения

На пару противоположных электродов подается переменное электрическое напряжение с частотой, в 2 раза меньше, чем собственная частота основной формы [7]

$$V(\varphi, t) = \begin{cases} 0, & 0,5\varphi_{эл} < \varphi < \pi - 0,5\varphi_{эл}; \\ V_0 \cos \frac{\lambda}{2} t, & 0 \leq \varphi < 0,5\varphi_{эл}; \\ \pi - 0,5\varphi_{эл} < \varphi < \pi + 0,5\varphi_{эл}; \end{cases} \quad (3.20)$$

где V_0 - амплитуда напряжения; $\varphi_{эл}$ - угловой размер электрода; λ - собственная частота.

Проанализируем поверхности резонатора и электродов, покрытые электропроводящим слоем, как плоский конденсатор.

Найдем перемещение резонатора под действием сил позиционного возбуждения. По причине малости деформаций будем считать, что $\rho_v = 0$. Уравнение движения кольцевой модели имеет вид

$$V(\varphi, t) = \begin{cases} 0, & 0,5\varphi_{эл} < \varphi < \pi - 0,5\varphi_{эл}; \\ V_0 \cos \frac{\lambda}{2} t, & 0 \leq \varphi < 0,5\varphi_{эл}; \\ \pi - 0,5\varphi_{эл} < \varphi < \pi + 0,5\varphi_{эл}; \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\omega'' - \ddot{\omega} + 4\Omega\dot{\omega} + \omega^2(\omega^{VI} + 2\omega^{IV} + \omega'') + \omega^2\xi(\omega^{VI} + 2\dot{\omega}^{IV} + \dot{\omega}') = \frac{\dot{\rho}}{\rho S} \omega. \quad (3.22)$$

Нормальную составляющую внешней нагрузки найдем, подставив разность потенциалов (3.21) в (3.22)

$$\rho_{\omega}(\varphi, t) = -\frac{\varepsilon_0 L}{2d^2} V_0^2 f(\varphi) \cos^2 \frac{\lambda}{2} t, \quad (3.23)$$

где L- высота электрода; $f(\varphi) = \begin{cases} 0, & 0,5\varphi_{эл} < \varphi < \pi - 0,5\varphi_{эл} \\ 1, & 0 < \varphi < 0,5\varphi_{эл} \end{cases}$.

Представим функцию $f(\varphi)$ на отрезке $[0, \pi]$ рядом Фурье

$$f(\varphi) = \frac{2}{\pi} (\varphi_{эл} + \sin \varphi_{эл} \cos 2\varphi + 0,5(\sin 2\varphi_{эл} \cos 4\varphi) + \dots). \quad (3.24)$$

Оставим вторую гармонику окружности угла. Все остальные гармоники можно отбросить, так как они не являются резонансными для основной формы.

Допустим, что пара возбуждающих электродов ориентирована под углом $\varphi = \varphi_э$ (где $\varphi_э$ - ориентация первого электрода), характеризующим положение электродов относительно корпуса.

Тогда выражение для второй гармоники внешней силы запишется в виде, где d – зазор между электродом и резонатором. Здесь не учитывается

$$\rho_{\omega}(\varphi, t) = -\frac{\varepsilon_0 L}{\pi d^2} V_0^2 \sin \varphi_{эл} t. \quad (3.25)$$

где d_0 - начальный зазор.

Найдем вторую производную выражения по углу φ

$$\rho_{\omega}'' = \frac{2\varepsilon_0}{\pi d^2} V_0^2 \sin \varphi_{эл} \cos(\varphi - \varphi_э) \cos \lambda t. \quad (3.26)$$

Формула (3.26) получена с помощью разложения (3.21). Подставляя (3.24) в (3.20), получаем

$$\begin{aligned} \omega'' - \ddot{\omega} + 4\Omega\dot{\omega} + \omega^2(\omega^{VI} + 2\omega^{IV} + \omega'') + \omega^2\xi(\omega^{VI} + 2\dot{\omega}^{IV} + \dot{\omega}') = \\ = H \cos 2(\varphi - \varphi_э) \cos \lambda, \end{aligned} \quad (3.27)$$

где $H = 2\varepsilon_0 L V_0^2 \sin \varphi_{эл} / (\pi d_0^2 \rho S)$

Решение уравнения (3.25) представим в виде

$$\omega(\varphi, t) = \rho(t) \cos 2\varphi + q(t) \sin 2\varphi. \quad (3.28)$$

Подставляя (3.27) в (3.28) и применяя метод Бубнова – Галеркина, получим систему

$$\begin{cases} \ddot{p}(t) + \omega^2 \xi \dot{p}(t) + \omega^2 \rho(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{q}(t) = -\frac{1}{5} H \cos \varphi_3 \cos \lambda t, \\ \ddot{q}(t) + \omega^2 \xi \dot{q}(t) + \omega^2 \rho(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{p}(t) = -\frac{1}{5} H \cos \varphi_3 \cos \lambda t, \end{cases} \quad (3.29)$$

Отметим, что в системе (3.29) выполнено условие резонанса: $\lambda = \omega_0$. Функции $p(t)$ и $q(t)$ будем искать в виде

$$p(t) = a \cos \lambda t + m \sin \lambda t$$

$$q(t) = a \cos \lambda t + n \sin \lambda t$$

Тогда для определения величин a , m и n имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} m\omega_0^2 \xi - \frac{8}{5} \Omega \omega_0 n = -\frac{1}{5} H \cos 2\varphi_3, \\ m\omega_0^2 \xi - \frac{8}{5} \Omega \omega_0 n = -\frac{1}{5} H \sin 2\varphi_3. \end{cases} \quad (3.30)$$

Тогда для перемещения кромки резонатора можно привести к следующей форме $\omega(\varphi, t) = \sin \omega_0 t (m \cos 2\varphi + n \sin 2\varphi)$

Преобразуем, и получим

$$\omega(\varphi, t) = \sqrt{m^2 + n^2} \sin \omega_0 t \cos 2(\varphi - \vartheta), \quad (3.31)$$

где $tg 2\vartheta = n/m$.

Из (3.30) находим значения m и n , после подстановки в выражение (3.31) получаем формулу, определяющую угол ориентации стоячей волны в условиях позиционного возбуждения:

$$tg 2\vartheta = tg 2\varphi_3 - \frac{g}{s} \frac{\Omega}{\omega_0^2} (1 + tg^2 2\varphi) + \frac{64}{25} \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 s^2} tg 2\varphi. \quad (3.32)$$

Исследование выражения (3.32) демонстрирует, то что при $\Omega = 0$ ориентация в резонаторе ВТГ постоянна и обуславливается ориентация позиционного возбуждения $\vartheta = \varphi_3$;

Иными словами, стоячая волна зафиксирована к корпусу прибора. При $\Omega \neq 0$, пучность стоячей волны отстает от направления возбуждения по углу ψ определяемый величиной угловой скорости, собственной частотой.

Таким образом, угол отставания стоячей волны пропорционален входной угловой скорости, данный режим работы ТВГ считается режимом ДУС.

3.5 Параметрическое возбуждение колебаний резонатора

Предназначение системы параметрического возбуждения - это компенсация энергетических потерь резонатора, определяемых главным образом внутренней диссипацией материала резонатора и влияние остаточного газа в приборе. Система позиционного возбуждения для этой цели не подходит, так как стоячая волна будет «затягиваться» к электродам возбуждения.

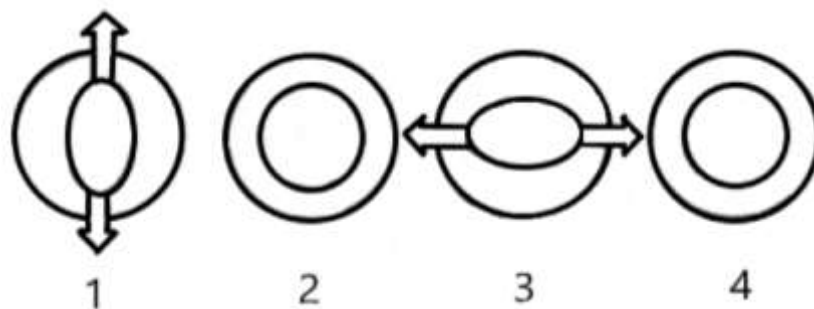


Рисунок 3.8 – Процесс параметрического возбуждения

При изменении напряжения с частотой, равной собственной частоте резонатора по основной форме, происходит параметрическое возбуждение резонатора.

Для расчета примем, что касательная составляющая электрической силы, приложенной к резонатору, равна нулю, а нормальную составляющую разложим в ряд по степеням перемещения ω с точностью до первого порядка

$$tg2\theta = tg2\varphi_3 - \frac{g}{s} \frac{\Omega}{\omega_0^2} (1 + tg^2 2\varphi) + \frac{64}{25} \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 s^2} tg2\varphi. \quad (3.33)$$

$$p_\omega = -\frac{\varepsilon_0}{2} \frac{V^2}{(d_0 + \omega)^2} = \frac{\varepsilon_0 V^2}{d_0^3} + \dots \quad (3.34)$$

Запишем уравнения динамики кольцевой модели резонатора в условиях параметрического возбуждения. Получим систему уравнений по методу Бубнова – Галеркина [7]

$$\left\{ \begin{aligned} \ddot{p}(t) + \omega^2 \xi \dot{p}(t) + \omega^2_0 p(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{q}(t) &= -\frac{4\pi}{5} p(t) \cos^2 \lambda t, \\ \ddot{q}(t) + \omega^2 \xi \dot{q}(t) + \omega^2_0 q(t) - \frac{8}{5} \Omega \dot{p}(t) &= -\frac{4\pi}{5} p(t) \cos^2 \lambda t. \end{aligned} \right. \quad (3.35)$$

Принимаем, что $\Omega = \Omega(t)$ - медленная функция времени (пренебрегаем скоростью измерения). Введем $a(t), m(t), b(t), n(t)$ – медленные переменные

$$\begin{aligned}
p(t) &= a(t) \cos \lambda t + m(t) \sin \lambda t; \\
q(t) &= b(t) \cos \lambda t + n(t) \sin \lambda t; \\
\dot{p}(t) &= -a(t)\lambda \sin \lambda t + m(t)\lambda \sin \lambda t; \\
\dot{q}(t) &= -b(t)\lambda \sin \lambda t + n(t)\lambda \sin \lambda t.
\end{aligned}
\tag{3.36}$$

Можно прийти к системе описывающую развитие медленных переменных, если подставить (3.35) в (3.36) и произвести осреднение полученной системы по быстрой переменной λt . Результат можем получить только при условии, что угловая скорость постоянна. ТВГ будет работать в режиме датчика угловой скорости, если угловая скорость будет постоянна.

Вывод по третьей главе: В данной главе представлено теоретическое описание ТВГ, также представлена разработанная конструкция по патенту RU 2541711. Закрытого акционерного общества "Инерциальные технологии "Технокомплекса" (ЗАО "ИТТ"). Выведены уравнения движения ТВГ, рассмотрено параметрическое и позиционное возбуждение колебаний резонатора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для разработки бесплатформенной инерциальной навигационной системы ракеты "воздух - поверхность" решены следующие задачи:

Представленно теоретическое описание БИНС, выявлены основные достоинства и недостатки. Описаны основные алгоритмы, принципы построения и применения БИНС.

Рассмотрены методы ориентации применяющихся в БИНС. Расчитана траектория полета стратегической крылатой ракеты Х-55СМ «воздух – поверхность» с изменением высоты и пройденного пути. Высота пуска 6000[м], дальность полета ракеты составляет 3500 [км] с крейсерской скоростью равной 1008 [км/ч]. Произведено построение модели БИНС. Проанализированы исходные данные, основная задача расчет полетного задания и модели ошибок БИНС.

Получены и расчитаны уравнения ошибок БИНС, а именно:

- ошибки в случае неточного определения вертикали

$$\beta_0 = 1,971 \cdot 10^{-4} [\text{рад}];$$

- ошибки, вызванные погрешностями акселерометров

$$\delta_{ax} = 1,93 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right];$$

- ошибки, вызванные дрейфом гироскопов

$$\omega_{\text{др}} = 6,215 \cdot 10^{-9} [\text{рад}].$$

По полученным значениям ошибок, подобраны существующие акселерометры и ТВГ. Выбран стандартный маятниковый акселерометр фирмы ПНППК ДА-9. Публичного акционерного общества «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» (ПАО ПНППК). И ТВГ-4 РПКБ – один из мировых лидеров и ведущих в России разработчик интегрированных комплексов бортового радиоэлектронного оборудования, систем и приоров для модернизируемых и перспективных самолетов, вертолетов и беспилотных летательных аппаратов.

Выполнен анализ чувствительного элемента, реализованного конструктивно по патенту RU 2541711. Закрытого акционерного общества "Инерциальные технологии "Технокомплекса" (ЗАО "ИТТ"). Выведены уравнения движения ТВГ, рассмотрено параметрическое и позиционное возбуждение колебаний резонатора.

Конструкторская документация разработана в программном пакете КОМПАС 3Д.

Моделирование БИНС и выполнено в программном пакете Matlab.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						54
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Алёшин, Б.С. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии/ Под ред. Б.С. Алёшина, К.К. Веремеенко, А.И.Черноморского. – М.: ФИЗМАЛИТ, 2006. – 424с.

2 Матвеев, В.В. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем/ В.В. Матвеев, В.Я Распопов – СПб.: ГНЦ РФ ЦФШ «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2009. – 280с.

3 Бранец, В.Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем/ В.Н Бранец, И.П Шмыглевский. – М.: Наука, 1992. – 280 с.

4 Обзоры оружия и военной техники [Электронный ресурс]. – Режим доступа свободный <https://warbook.club/voennaya-tehnika/samolety/tu-95/> – Загл. с экрана.

5 Вооружение России и мира [Электронный ресурс]. – Режим доступа свободный <http://oruzhie.info/raketi/314-kh-55> – Загл.с экрана.

6 Федеральный институт промышленной собственности «РОСПАТЕНТ» [Электронный ресурс]. – Режим доступа свободный <http://new.fips.ru/> – Загл.с экрана.

7 Журавлев, В.Ф. Волновой твердотельный гироскоп/ В.Ф Журавлев, М.Д Климов. – М.: Наука, 1985. – 125с.

8 Бромберг, П.В. Теория инерциальных систем навигации/ П.В Бромберг. – М.: Наука., 1979. – 291 с.

9 Алешин, Б.С. Проектирование бесплатформенных инерциальных навигационных систем/ Б.С. Алешин, А.В Тювин, А.И Черноморский, В.Е Плеханов. – М.: МАИ – Принт, 2009. – 396 с.

10 Веремеенко, К.К. Анализ состояния разработок интегрированных инерциально – спутниковых навигационных систем/ К.К Перемеенко, Б.В. Кошелев, Ю.А Соловьев // Новости навигации. – 2010. – 555 с.

11 Веремеенко, К.К. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии/ Под. Ред. Б.С Алёшина, К.К Веремеенко, А.И. Черноморского. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 424с.

12 Фридлендер, Г.О. Инерциальные системы навигации / Г.О Фридлендер М.: Физматлиз, 1961. – 153 с.

13 Познавательный журнал АльфаЕд.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа свободный <http://alfaed.ru/kakie-sputniki-letayut-u-nas-nad-golovojj.html/> – Загл.с экрана.

14 Борисова, А.Ю. Анализ разработок современных бесплатформенных инерциальных навигационных систем/ А. Ю Борисова, А.В Смаль// Инженерный вестник. – 2017. – №5. – С. 50 – 57.

					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		55

15 Woodman, O.J. An interoduction to inertial navigation/ O.J Woodman// University of Cambridge Laboratory. – 2007. – №696.

16 Андреев, В.Д. Теория инерциальной навигации: Корректируемые системы/ В.Д Андреев. – М.: Наука, 1967. — 648 с.

17 Горештейн, И.А. Инерциально навигационные системы/ И.А Горештейн, И.А Шульман. – М.: Машиностроение, 1970. — 225 с.

18 Никитин, Е.А. Гироскопические системы/ Е.А. Никитин, И.А.Михалёв, В.А.Бауман. – М.: Высшая школа, 1971. – 488 с.

19 Мелешко, В.В. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы Учебное пособие/ В.В Мелешко, О.И Нестеренко. – Кировоград: ПОЛИМЕД – Сервис, 2011. –171с.

20 Матвеев, В.В. Инерциальные навигационные системы/ В.В Матвеев. Учебное пособие. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2012. – 199с.

21 Матвеев, В. А. Проектирование волнового твердотельного гироскопа/ В. А Матвеев, В.И Липатников, А.В Алехин. – М.: МГТУ им. Баумана, 1988.–165с

22 Матвеев, В.А. Навигационные системы на волновых твердотельных гироскопах/ В.А Матвеев, Лунин Б.С, Басараб М.А. – М.:Радиотехника, 2014. – 174 с.

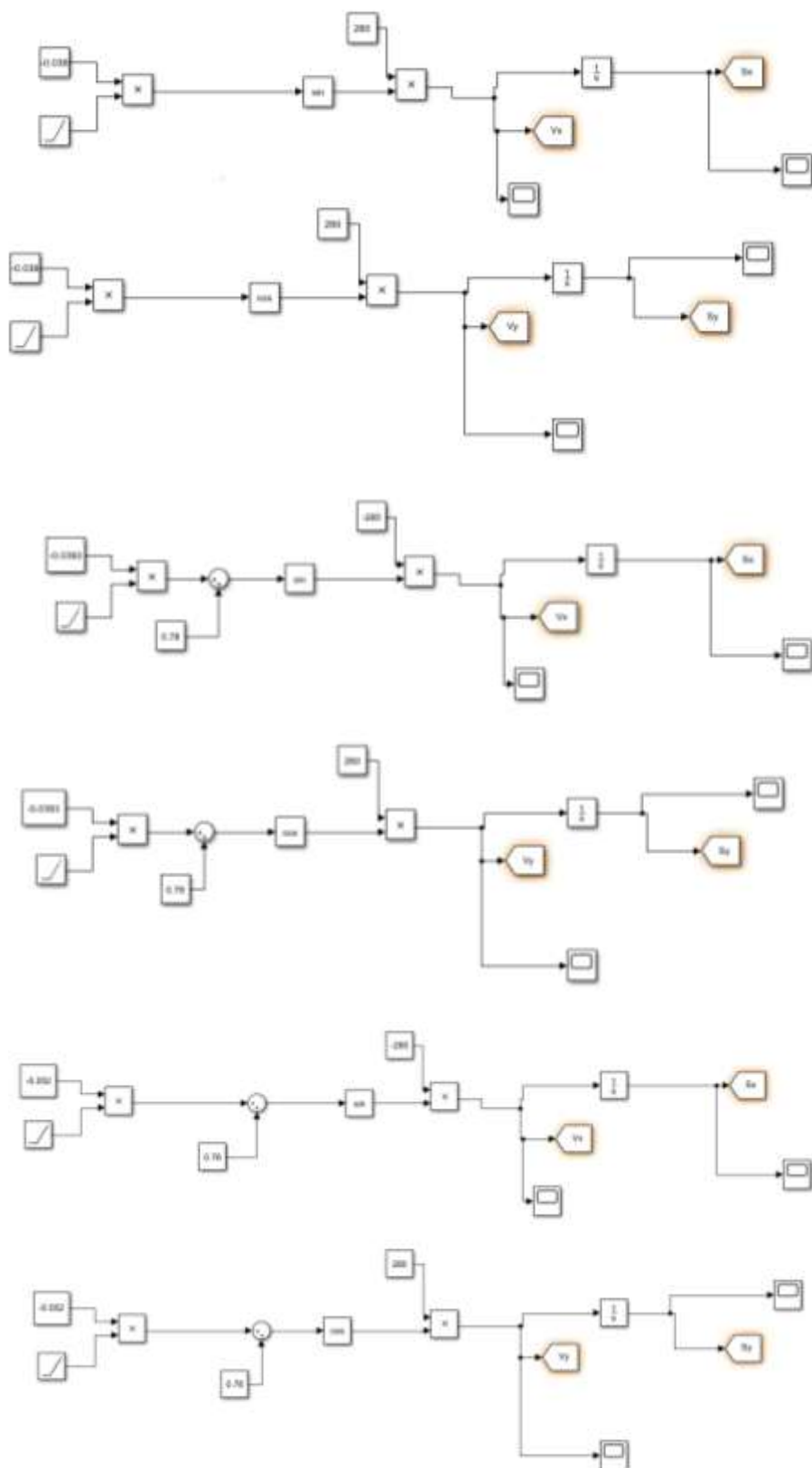
23 Вахлярский Д.С. Численное исследование резонаторов ВТГ различной формы при наличии дефектов различного типа/ Д.С Вахлярский, А.М Гуськов, М.А Басарабов, В.А Матвеев. – Наука и Образование МГТУ им. Баумана. Электрон. журн. 2016. №10. С.1–22.

24 Titterton, D. Strapdown Inertial Navigation Technology / D. Titterton, J. Weston // The Institution of Engineering and Technology. – 2nd edition – 1997. – 576 pp.

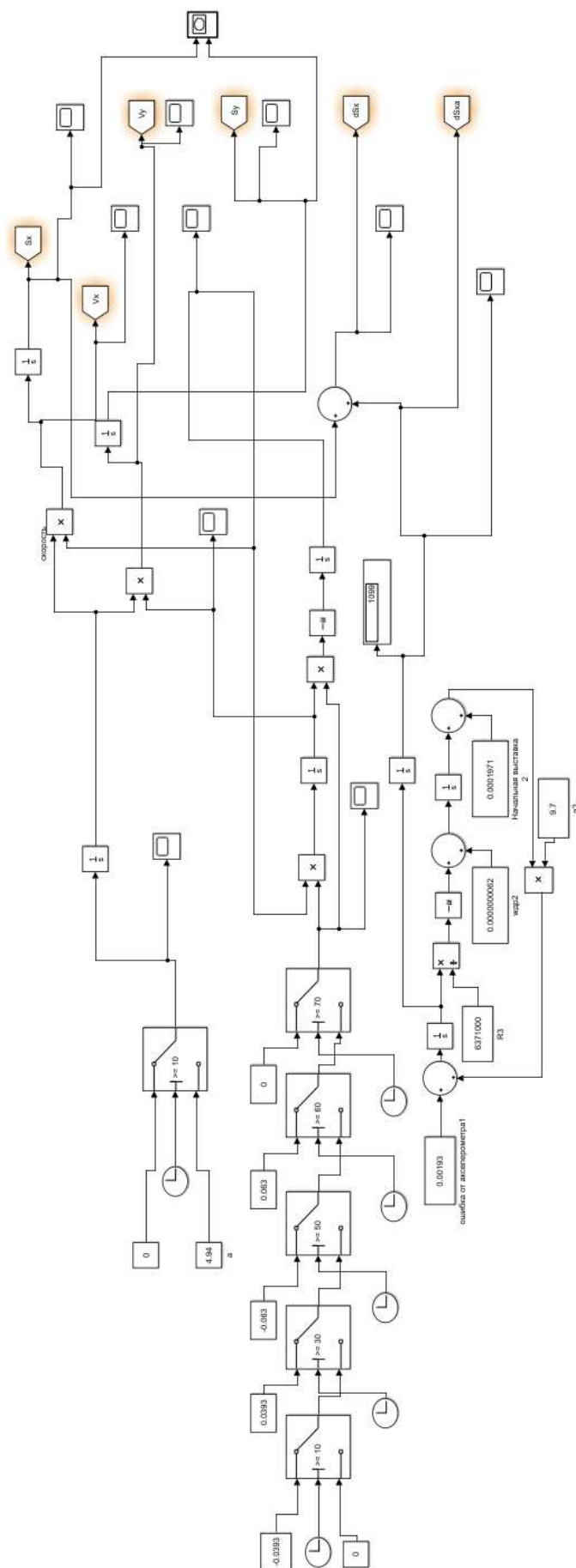
					24.04.02.2019.213.00 ПЗ	Лист
						56
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ



ПРИЛОЖЕНИЕ Б. МОДЕЛИРОВАНИЕ БИНС



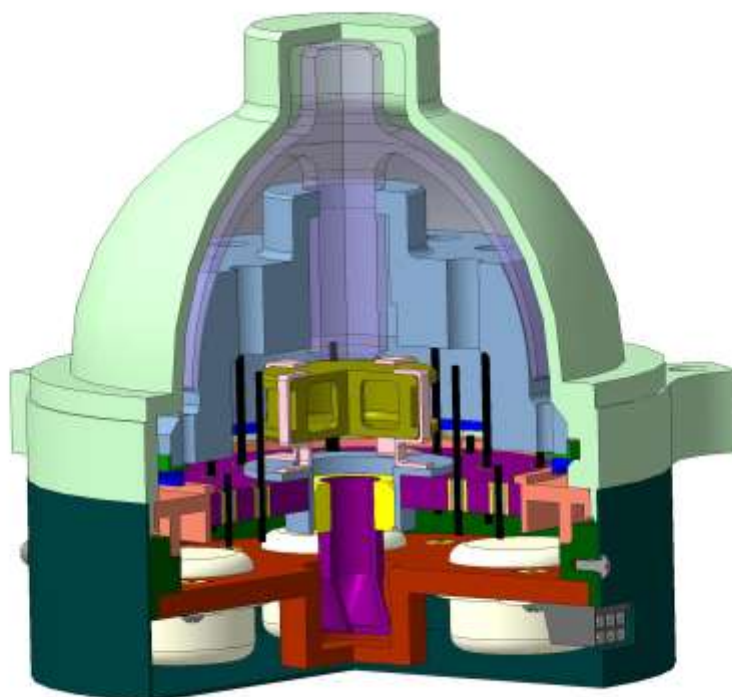
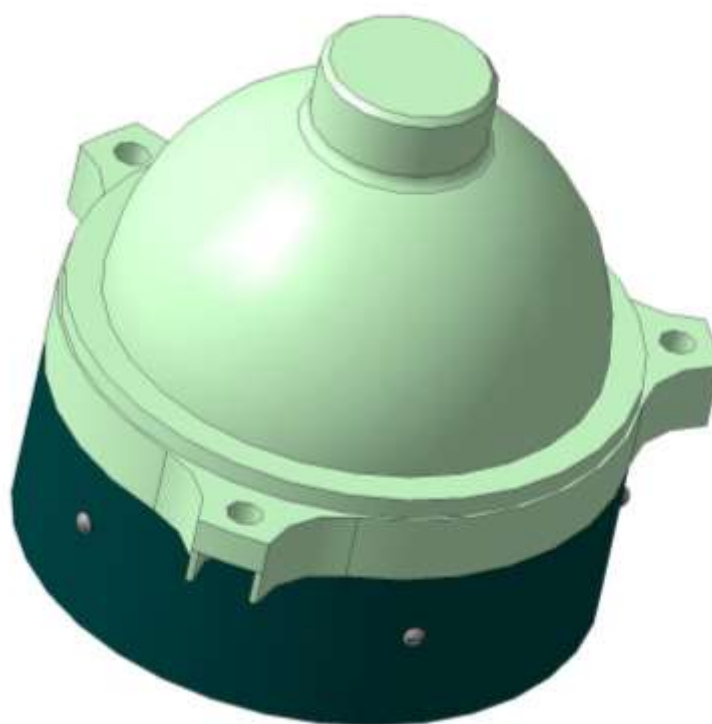
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.213.00 ПЗ

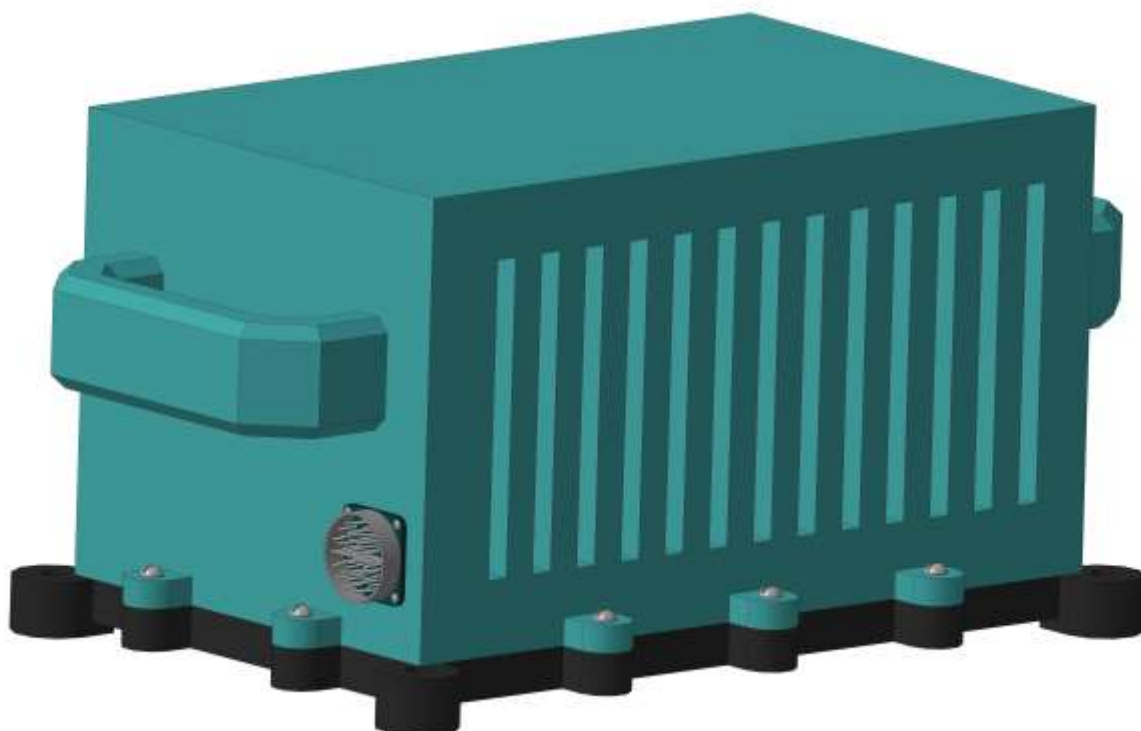
Лист

58

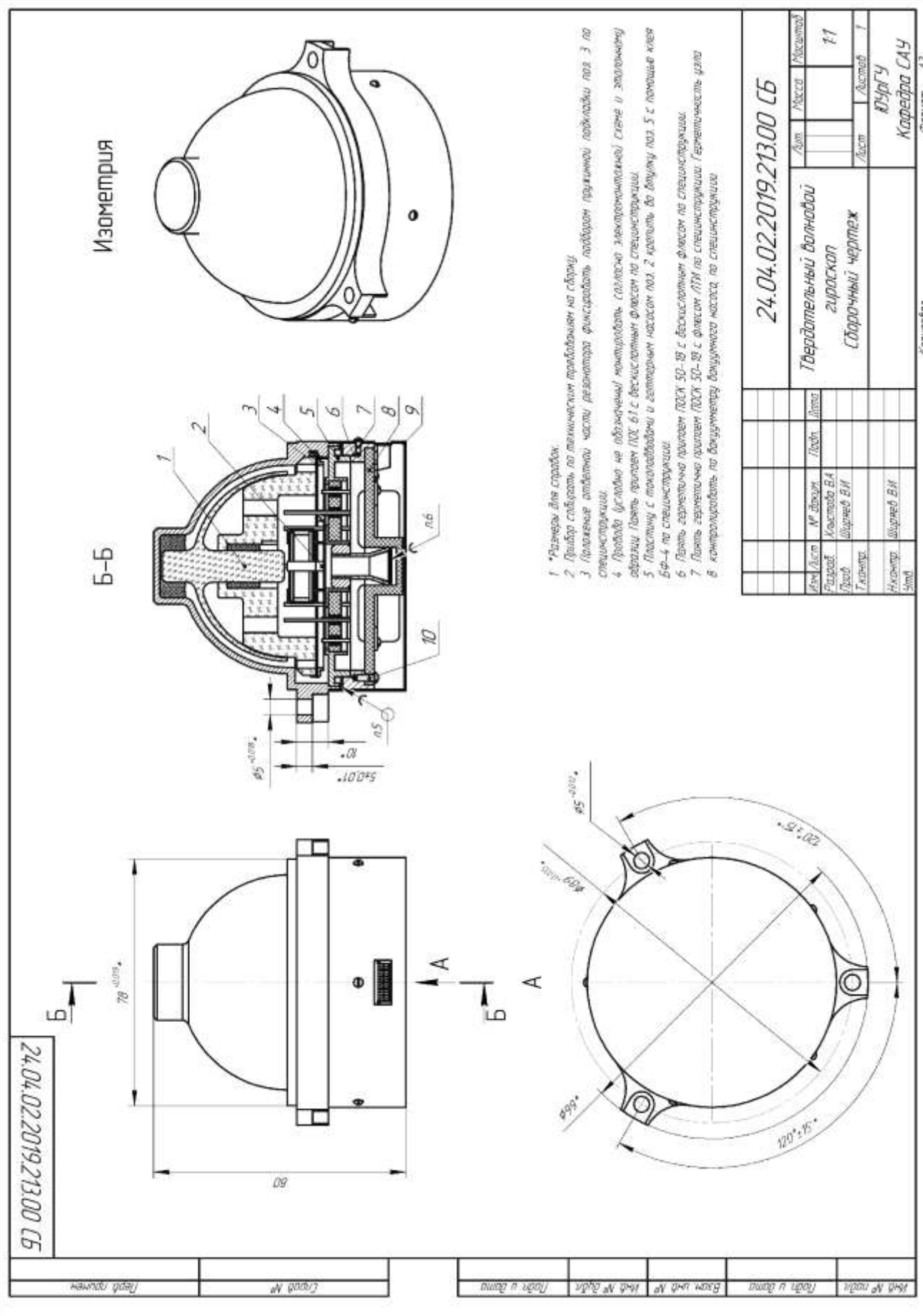
ПРИЛОЖЕНИЕ В. 3Д МОДЕЛЬ ТВГ



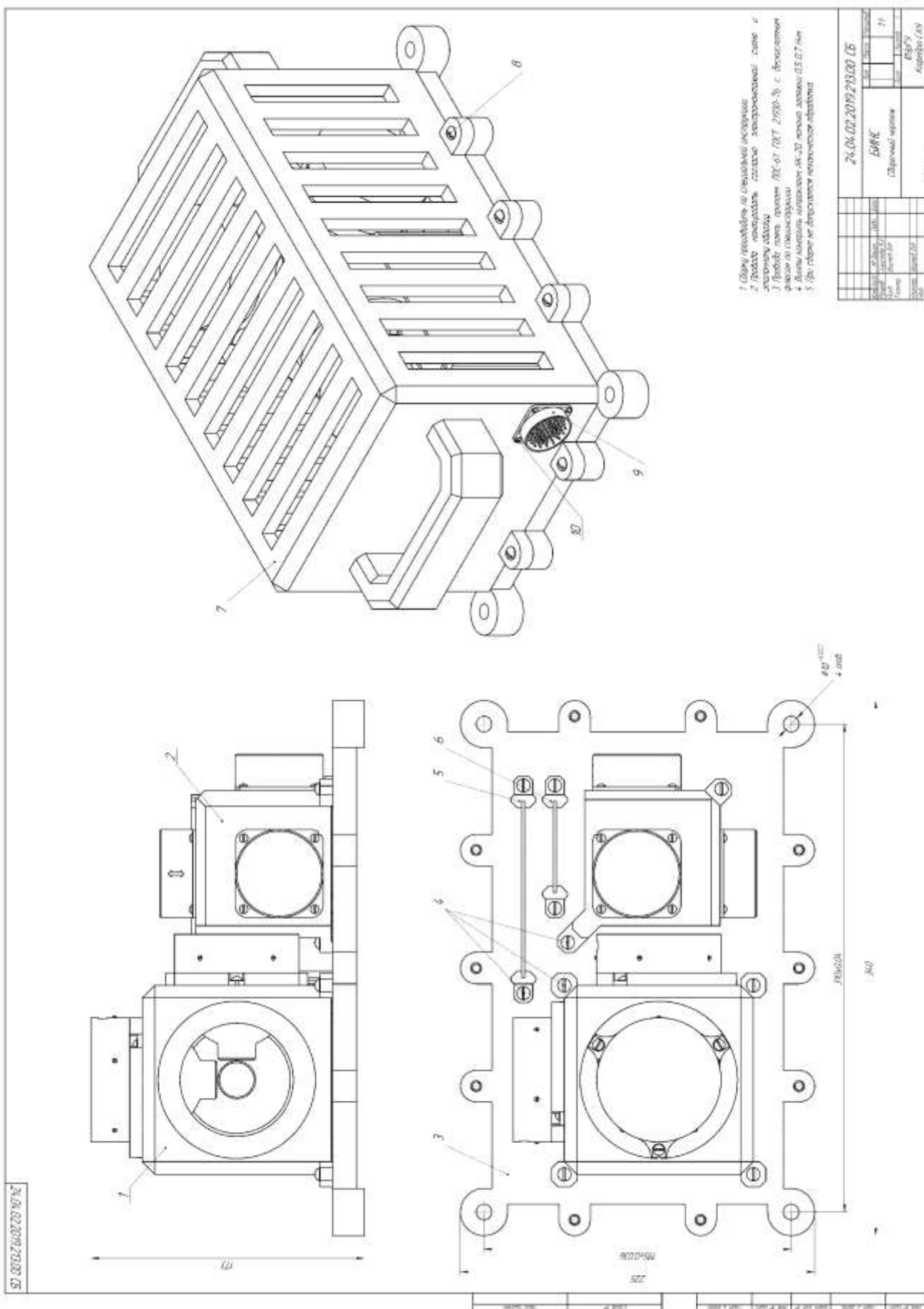
ПРИЛОДЕНИЕ Г. 3Д МОДЕЛЬ БИНС



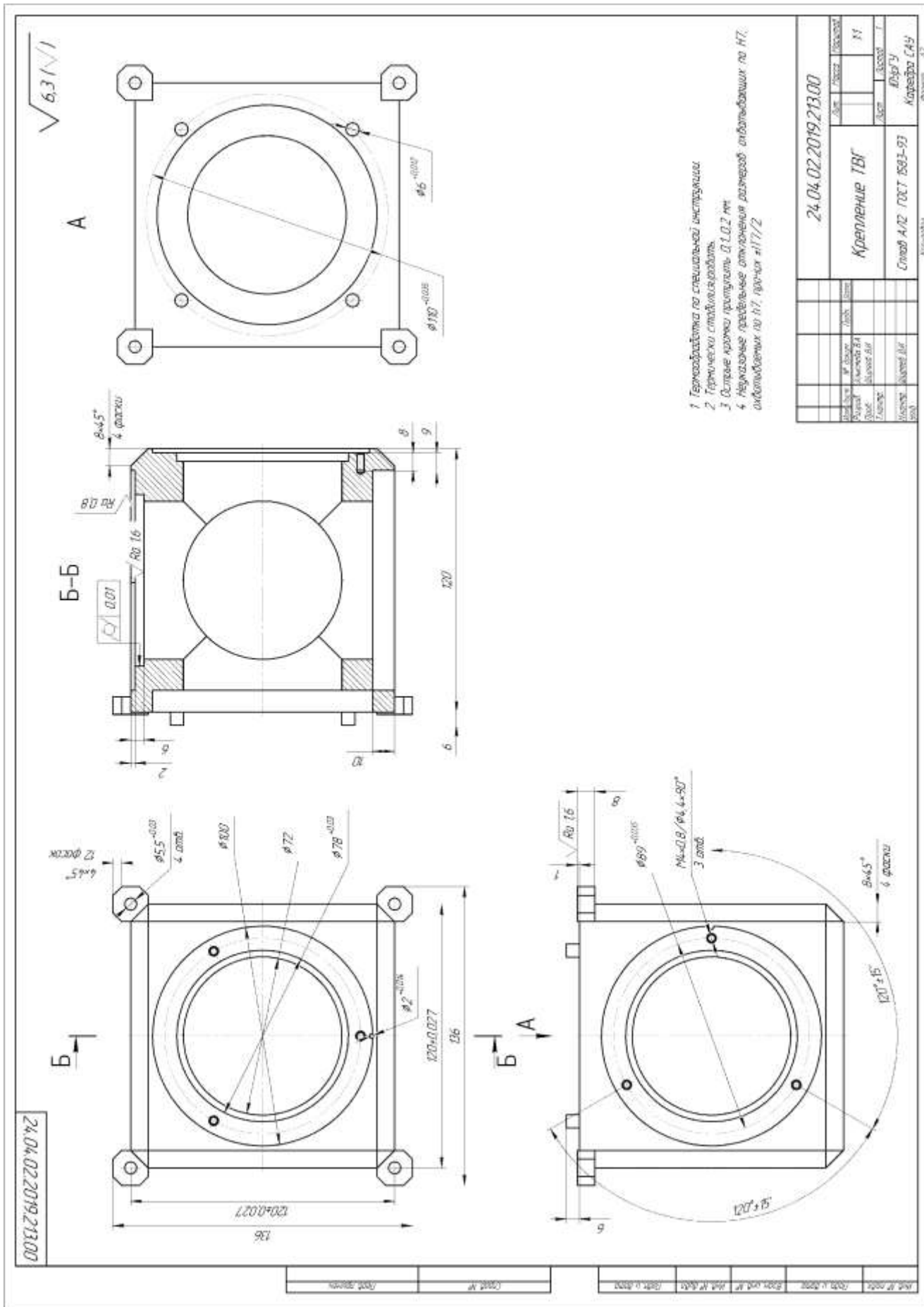
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. СБОРОЧНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТВГ



ПРИЛОЖЕНИЕ Е. СБОРОЧНЫЙ ЧЕРТЕЖ БИНС



ПРИЛОЖЕНИЕ Ж. КРЕПЛЕНИЕ ТВГ



Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.213.00 ПЗ

Лист

63