«Южно-Уральский гос (национальный исслед Высшая школа электро Кафедра «Системы авт	сударственный университет довательский университет)» оники и компьютерных наук гоматического управления»			
РАБОТА ПРОВЕРЕНА	ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ			
Рецензент	Заведующий кафедрой			
зав. каф. МиА, доцент, к.т.н.	д.т.н., профессор			
/ В.Р. Гасияров	/ В.И. Ширяев			
«»2019 г.	«»2019 г.			
ПОЯСНИТЕЈ К ВЫПУСКНОЙ КВАЛ	ІЬНАЯ ЗАПИСКА ИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ			
ЮУрГУ – 24.04.0	02.2019.211.00 ПЗ ВКР			
Консультант	Руководитель работы			
вед. инжконстр.	зав. каф. САУ, д.т.н., проф.			
ООО "ЭлМетро-Инжиниринг"	/ В.И. Ширяев			
/ Е.П. Еремина	«» 2019 г.			
«» 2019 г.				
	Автор работы			
	студент группы КЭ-226			
	/ М.А. Пушкарёв			
	«» 2019 г.			
	Нормоконтролер			
	зав. каф. САУ, д.т.н., проф.			
	/ В.И. Ширяев			
	«» 2019 г.			

Челябинск 2019

АННОТАЦИЯ

Пушкарёв М.А. Инерциальная система управления баллистической ракеты большой дальности. – Челябинск: ЮУрГУ, ВШ ЭКН; 2019, 106 с., 43 ил., библиогр. список – 21 наим., 20 листов слайдов презентации ф.А4, 2 таблицы, 3 приложения, 3 чертежа ф.А2, 6 листов спецификаций ф.А4.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы был проведён сравнительный анализ инерциальных систем управления, после которого в качестве системы управления баллистической ракеты большой дальности выбран трехосный гироскопический стабилизатор, а в качестве чувствительных элементов углового движения гиростабилизатора выбраны динамически настраиваемые гироскопы с газодинамическими опорами.

Проанализированы траектории полета баллистических ракет и их характеристики, выведены выражения для основных погрешностей попадания баллистических ракет в цель и рассчитаны требования к точности чувствительных элементов гиростабилизатора.

Исходя из полученных требований к точности были выбраны чувствительные элементы, после чего разработана математическая модель трехосного гиростабилизатора, спроектирована его твердотельная модель и выбраны составляющие узлы конструкции (датчики углов, моментов и т.д.).

С учётом полученных характеристик спроектированного трехосного гиростабилизатора определены параметры цепи стабилизации, выбран корректирующий контур и произведено исследование динамики.

Разработана конструкторская документация.

					24.04.02.2019.211.00 П З				
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата					
Разр	аб.	Пушкарёв М.А.				Лит.	Лит. Лист Листое		
Пров	ep.	Ширяев В.И.			Инерциальная система	Д	Д 4 106		
Реце	НЗ.	Гасияров В.Р.			управления баллистической			V	
Н. Контр.		Ширяев В.И.			ракеты большой дальности	Kotodna CAV			
Утве	ерд.	Ширяев В.И.				кафеора САУ		CAJ	

ОГЛАВЛЕНИЕ

введе	НИЕ	7
1 ОПР	ЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ	
УПРАЕ	ЛЕНИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ РАКЕТЫ БОЛЬШОЙ ДАЛЬНОСТИ	
1.1	Выбор инерциальной системы управления баллистической ракеты	
бол	ьшой дальности	9
1.2	Принцип действия инерциальных систем управления ракет	14
1.3	Характеристики траекторий баллистических ракет	22
1.4	Точность попадания в цель	35
1.5	Определение требований к чувствительным элементам	
гир	остабилизатора	51
2 TEO	РЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХОСНОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА	
2.1	Выбор чувствительных элементов гиростабилизатора	57
2.2	Выбор кинематической схемы трехосного гиростабилизатора	68
2.3	Разработка математической модели трехосного гиростабилизатора	71
3 УСТ	ОЙЧИВОСТЬ СПРОЕКТИРОВАННОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА	84
3.1	Определение возмущающих моментов по осям стабилизации	84
3.2	Определение параметров цепи стабилизации и выбор	
кор	ректирующего контура гиростабилизатора	86
3.3	Исследование динамики спроектированного трехосного	
гир	остабилизатора	90
3.4	Точность попадания баллистической ракеты со спроектированным	
тре	косным гиростабилизатором в цель	96
ЗАКЛЮ	ОЧЕНИЕ	100
БИБЛИ	ОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	103
ПРИЛС	ЖЕНИЯ	
ПЫ	ИЛОЖЕНИЕ А	105
ПЫ	ИЛОЖЕНИЕ Б	106
ПЫ	ИЛОЖЕНИЕ В	107
		Лис
Пист N	24.04.02.2019.211.00 ПЗ • докум. Подпись Дата	5

					П
			+		JIUCM
				24.04.02.2019.211.00 ПЗ	6
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись Дата		U
	-				

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современной авиационной и ракетной техники характеризуется значительным ростом скорости, высоты полёта и маневренности летательных аппаратов. Огромные технические успехи в области создания современных самолётов, ракет и космических кораблей стали возможными в связи с использованием достижений аэродинамики, двигателестроения и автоматизации процессов управления летательными аппаратами.

Основные задачи по управлению летательным аппаратом решаются с помощью гироскопических приборов и систем, точность работы которых определяет эффективность действия самолётов, ракет и космических кораблей. Кроме того, на гироскопические системы возлагаются сложные задачи по стабилизации и управлению целым рядом специальных бортовых систем [1].

Бортовые системы, подлежащие стабилизации на заданном направлении в пространстве, могут обладать большим весом и моментом инерции; при этом в условиях интенсивных колебаний летательного аппарата гироскопическая стабилизация испытывает значительные динамические нагрузки. Требования высокой точности стабилизации бортовых систем на заданном направлении в пространстве и тяжелые условия их эксплуатации привели к созданию гироскопических стабилизаторов.

Особенно актуален вопрос точности инерциальных систем управления баллистических ракет стратегического назначения. Такие ракеты отличаются повышенной дальностью полёта (от 6000 км) и оснащаются ядерными боеголовками, выполняя роль стратегических сил сдерживания условного противника. Требования к системам управления такими ракетами более жесткие, как по точности, так и по автономности, помехозащищенности и по многим другим параметрам. Требования к точности системы управления ракетой в совокупности с автономностью накладывает целый ряд ограничений и не позволяет использовать коррекцию полета ракеты по внешним каналам, а значит наилучшим решением является использования гиростабилизированных платформ.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.211.00 ПЗ

На баллистических ракетах необходима пространственная стабилизация (по трем осям) полезной нагрузки (ньютонометров или гироинтеграторов системы управления и других устройств, размещённых на платформе), поэтому для решения этой задачи используют трехосные гиростабилизаторы [2].

Трехосные (пространственные) гироскопические стабилизаторы служат для стабилизации и управления платформой с установленными на ней различными устройствами вокруг трех осей стабилизации. Управление баллистическими ракетами требует поддержания в пространстве строго заданного углового положения измерителей ускорения движения (ньютонометров) при очень жёстких требованиях к погрешностям ориентации. Такая задача выполняется в условиях больших перегрузок, вибраций, изменений температуры и других вредных факторов, сопровождающих полёт, что делает платформенные стабилизаторы предпочтительным выбором для управления полётом баллистических ракет.

Предпочтительными являются гиростабилизаторы индикаторного типа, в которых компенсация возмущающего момента происходит только за счет момента, создаваемого двигателем разгрузки, так как возмущающий момент, приложенный к объекту стабилизации, не приводит к прецессии гироскопа. В этих гиростабилизаторах гироскоп является только измерителем (индикатором) отклонения платформы от требуемого положения [3].

Цель работы: разработка инерциальной системы управления (ИСУ) баллистической ракеты большой дальности.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- выбор предпочтительной ИСУ;
- определение требований к чувствительным элементам ИСУ;
- получение математической модели ИСУ;
- проектирование твердотельной модели ИСУ;
- исследование динамики спроектированной ИСУ;
- расчёт точностных характеристик спроектированной ИСУ.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	0
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		0

1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ РАКЕТЫ БОЛЬШОЙ ДАЛЬНОСТИ

1.1 Выбор инерциальной системы управления баллистической ракеты большой дальности

Траектория свободного полета баллистической ракеты и точка ее пересечения с поверхностью Земли определяются координатами ракеты в момент выключения двигателя, а также величиной и направлением вектора скорости в этот момент. Следовательно, задача управления баллистическими ракетами состоит в том, чтобы к моменту выключения двигательной установки головная часть ракеты была выведена в такую точку пространства и в этой точке были установлены такие величина и направление вектора скорости, чтобы, перемещаясь дальше по траектории свободного полета, головная часть ракеты попала бы в цель. Если это условие в граничной точке не будет соблюдено, то ошибка уже не может быть исправлена и ракета не попадет в цель [4].

От момента старта с пусковой установки до момента выключения двигателя последней ступени ракета совершает сложное движение. Во-первых, ракета движется поступательно, и центр ее тяжести описывает пространственную кривую – траекторию полета; во-вторых, изменяется положение ракеты относительно центра тяжести (ракета вращается вокруг центра тяжести). Система управления должна упорядочить оба эти движения и подчинить их заданной программе.

Задача управления ракетой на активном участке траектории распадается на две частные задачи: управление поступательным движением центра тяжести и управление вращательным движением вокруг центра тяжести. Для решения этих задач предназначена установленная на ракете аппаратура стабилизации и аппаратура управления движением центра тяжести. Нужно сразу же отметить, что обе задачи тесно связаны друг с другом. Например, изменение углового положения ракеты приводит к повороту линии, по которой действует сила тяги двигателя, и, следовательно, к изменению направления полета центра тяжести. Связь между

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

обеими задачами выражается также в том, что управление вращательным и поступательным движением осуществляется с помощью одних и тех же органов управления ракетой (двигателями и рулями).

В зависимости от способов измерения параметров, характеризующих движение центра тяжести баллистических ракет, все системы управления можно разделить на два класса: системы автономного управления и системы неавтономного управления. В системах неавтономного управления используются сигналы, поступающие на ракету извне – с наземного пункта управления или из каких-либо других наземных пунктов, в которых расположена аппаратура системы управления. Автономные системы функционируют без поступления таких сигналов.

К автономным системам управления относятся, например, инерциальные системы, принцип построения которых изображён на рисунке 1.1.



Рисунок 1.1 – Схема инерциальной системы управления

На борту ракеты измеряется ускорение, испытываемое ею во время движения. Сигналы, поступающие от измерителя ускорения, интегрируются. Как известно, скорость равна интегралу от ускорения по времени, а путь – интегралу от скорости. Поэтому после первого интегрирования сигналов, выработанных датчиком ускорения, получают скорость ракеты. Повторное интегрирование этих сигналов

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 Π 3	10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		10

дает путь, пройденный ракетой, что позволяет определить ее координаты в пространстве. Текущие значения координат сравниваются с их программными значениями, хранящимися в памяти бортового вычислительного устройства. После выявления отклонений от заданной траектории формируются управляющие сигналы, которые поступают на рули и двигатели [5].

Баллистические ракеты с дальностью поражения от 6 тысяч километров по области применения относятся к стратегическим ракетам и оснащаются ядерными боеголовками. К системам управления стратегических ракет предъявляются особенно жёсткие требования, основным из которых является их полная автономность и способность действовать даже в экстремальных условиях ответновстречного удара. Поэтому не автономные системы управления не будут рассмотрены в этой работе.

Полная независимость ракеты, совершающей полет, от наземной аппаратуры является главным и очень важным достоинством инерциальных систем. Эта независимость позволяет укрывать пусковые установки в шахтах, осуществлять пуск баллистических ракет с подвижных установок или залпом одновременно со многих стартовых позиций.

К современным автономным инерциальным системам управления относятся платформенные навигационные системы и бесплатформенные навигационные системы (БИНС).

Однако БИНС можно лишь условно называть автономными, так как при их работе, вследствие постоянных математических пересчётов параметров движения объекта – накапливаются ошибки, увеличивающиеся с течением времени. При этом для устранения влияния накапливающихся ошибок обычно используют периодическую коррекцию по внешнему каналу связи, что сразу лишает ракету основного и самого главного преимущества – автономности.

Ещё одним критическим недостатком БИНС – является передача на чувствительные элементы и электронику всех вредных вибраций от корпуса ракеты, что вызывает появление дополнительных погрешностей.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	11
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		11

Платформенные инерциальные навигационные системы лишены указанных выше критических недостатков, поэтому именно такие системы, по опубликованным в литературе сведениям, находят широкое применение в качестве систем управления современными баллистическими ракетами.

Инерциальные системы управления баллистическими ракетами требуют стабилизации положения чувствительных элементов (ньютонометров) В пространстве с высокой точностью. В системах управления баллистическими ракетами ньютонометры обычно стабилизируют относительно неподвижной в пространстве (инерциальной) системы координат, при этом стабилизация сводится к определению параметров положения некоторой площадки (платформы) с установленными на ней чувствительными элементами И выработке соответствующих сигналов управления, обеспечивающих требуемое положение платформы в выбранной системе координат [2].

Параметры положения платформы и управляющие сигналы для её стабилизации могут определяться и вырабатываться различными приборами: например, электромеханическими измерителями угловых ускорений и скоростей, лазерными датчиками угловых скоростей. Однако наибольшее распространение до настоящего времени для этой цели сохранили гироскопы.

Платформу, предназначенную для размещения объектов стабилизации и гироскопов, обеспечивающих её стабилизацию в совокупности с некоторыми элементами автоматики, принято называть гироскопическим стабилизатором или гиростабилизатором (ГС).

Наряду со стабилизацией объектов гиростабилизаторы используются и для измерения угловых отклонений объектов, на которых они установлены, т.е. выполняют роль систем ориентации.

В соответствии с числом степеней свободы платформы обычно различают одноосные, двухосные и трехосные ГС. Трехосные ГС часто называют гиростабилизированными платформами (ГСП).

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		12

Задача управления баллистическими ракетами требует поддержания в пространстве строго заданного углового положения измерителей ускорения движения (ньютонометров) по всем трём осям при очень жёстких требованиях к погрешностям ориентации, в условиях больших перегрузок, вибраций, изменений температуры и других факторов, сопровождающих полёт, для решения этой задачи применяются трёхосные гиростабилизаторы (ТГС) [6].

По принципу стабилизации гиростабилизаторы можно разделить:

- на гиростабилизаторы непосредственного типа, которые стабилизируются непосредственно гироскопом; такие ГС как правило, одноосные и представляют собой, по существу, обычный трехстепенный гироскоп с большим кинетическим моментом;
- на гиростабилизаторы силового типа, в которых стабилизация осуществляется гироскопом совместно со стабилизирующим двигателем; чувствительным элементом такого ГС является двухстепенный гироскоп;
- на гиростабилизаторы индикаторно-силового типа, в которых стабилизация осуществляется в основном стабилизирующим двигателем; чувствительным ΓС быть поплавковый элементом индикаторно-силового может интегрирующий гироскоп, угловой скорости интегродатчик или дифференцирующий (форсирующий) гироскоп;
- на гиростабилизаторы индикаторного типа, в которых стабилизация осуществляется стабилизирующим двигателем, а гироскоп является лишь измерителем (индикатором) отклонений платформы от требуемого положения; чувствительным элементом индикаторного ГС является трехстепенный гироскоп или динамически настраиваемый гироскоп.

Для решения задачи управления баллистической ракетой большой дальности целесообразнее выбрать ТГС индикаторного типа, так как гиростабилизаторы этого типа имеют наименьшую скорость прецессии платформы и большие скорости управления каналами, вследствие практически отсутствующего силового воздействия на платформу со стороны гироскопов.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 Π 3	12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		13

1.2 Принцип действия инерциальных систем управления ракет

Принцип работы инерциальных систем управления основан на измерении и интегрировании ускорений, возникающих при движении ракеты. После первого интегрирования ускорения получают скорость ракеты, второе интегрирование дает путь, пройденный ракетой от точки старта.

Ускорение в инерциальных системах баллистических ракет большой дальности измеряют автономно, без поступления сигналов от каких-либо приборов, находящихся вне ракеты. Для этого предназначены измерители ускорения, называемые акселерометрами. Работу измерителя ускорения поясняет рисунок 1.2.



Рисунок 1.2 – Принцип действия акселерометра:

1 – чувствительная масса; 2 – корпус; 3 – пружины; 4 – потенциометр

Чувствительным элементом акселерометра служит груз 1, имеющий массу т (чувствительная масса), который прикреплен к корпусу 2 прибора двумя пружинами 3 и может скользить без трения вдоль корпуса. Чувствительная масса скреплена с подвижным контактом потенциометра 4, с которого снимается выходной сигнал.

Если корпус акселерометра перемещается вдоль оси чувствительности Оz с ускорением d^2z/dt^2 , то груз, стремясь по закону Ньютона сохранить состояние

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	11
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		14

покоя, будет сжимать одну из пружин и растягивать другую с силой *F*₁, равной произведению массы груза на ускорение:

$$F_1 = m \frac{d^2 z}{dt^2}.$$
 (1.1)

Сила противодействия *F*₂, создаваемая пружинами, пропорциональна изменению их длины:

$$F_2 = k_l l, \tag{1.2}$$

где k_l – коэффициент пропорциональности.

Если обе силы F_1 и F_2 уравновешивают друг друга, то можно записать равенство $F_1 = F_2$, из которого найдём

$$l = \frac{m}{k_l} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2}.$$
(1.3)

Из формулы (1.3) видно, что смещение чувствительной массы от исходного положения пропорционально действующему ускорению.

Напряжение $u_{\rm u}$, которое снимается с подвижного контакта потенциометра и служит выходным напряжением прибора, пропорционально смещению груза l, будет также пропорционально ускорению:

$$u_{\mu} = k_{\mu} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2},\tag{1.4}$$

где k_{μ} – коэффициент передачи акселерометра.

Поскольку ускорение является векторной величиной, для управления не только боковым, но и продольным движением ракеты на ней должно быть установлено три акселерометра, – ориентированных вдоль трех взаимно перпендикулярных осей, положение которых фиксировано в инерциальном пространстве. Например, измерители ускорения можно расположить так, чтобы оси чувствительности двух акселерометров (A_x и A_y , как показано на рисунке 1.3) находились в плоскости расчетной траектории. Тогда акселерометры будут измерять составляющие

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	15
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		15

полярных осей инерциальной системы координат O_{xyz} . В частности, акселерометр A_z , измерит боковое ускорение, действующее вдоль оси O_z .

Исходная ориентация акселерометров. в инерциальной системе координат должна сохраниться неизменной в течение всего полета.



Рисунок 1.3 – Расположение акселерометров относительно осей инерциальной системы координат

К основным элементам инерциальных систем относятся акселерометры и гироскопы. Гироскопы служат для создания на борту ракеты системы координат, положение которой фиксировано в инерциальном пространстве. Конструктивно такая система координат воплощается в гиростабилизированной платформе, на которой укреплены акселерометры. Положение этой платформы не должно зависеть от движения ракеты, поэтому ее помещают в карданном подвесе, обеспечивающем свободу положения относительно трех осей. Сигналы, снимаемые с гироскопов, усиливаются и подаются на исполнительные двигатели, которые удерживают платформу в начальном положении, не зависящем от изменения положения в пространстве самой ракеты. Можно сказать, что акселерометры измеряют три составляющие ускорения, а гироскопы служат для определения направления вектора ускорения в инерциальном пространстве [4].

Изм	Пист	№ докум.	Подпись	Лата

24.04.02.2019.211.00 ПЗ

Нужно учесть одну особенность акселерометров как измерителей ускорения. Если поместить акселерометр на объект, свободно двигающийся в пустоте под действием силы тяжести, то чувствительная масса акселерометра займет нейтральное положение относительно корпуса прибора, и выходной сигнал окажется равным нулю. Между тем при свободном движении объекта на него действует вполне определенное ускорение, не равное нулю, – ускорение силы земного тяготения. Из этого опыта должен быть сделан вывод, что с помощью акселерометров нельзя измерить ускорение, возникающее под действием гравитационных сил. Измеряются только негравитационные ускорения, связанные с силой тяги ракетных двигателей, подъемной аэродинамической силой, силами сопротивления атмосферы и др. Сумма всех ускорений ракеты, за исключением ускорения, вызванного силой тяжести, носит название кажущегося ускорения. Акселерометры измеряют кажущееся ускорение. Интеграл от кажущегося ускорения определяет кажущуюся скорость ракеты [7].

Поскольку гравитационное ускорение не может быть измерено с помощью акселерометров, оно должно быть вычислено и прибавлено к выходному сигналу акселерометров. Сумма составит полное ускорение, интегрирование которого только и может дать действительную, а не кажущуюся скорость ракеты и пройденный ею путь. Гравитационное поле Земли хорошо изучено и ускорение силы тяжести может быть достаточно точно определено по известным координатам объекта. Если траектория задана, то ускорение силы тяжести во всех ее точках можно рассчитать еще до пуска ракеты.

Другая особенность инерциальных систем управления связана с тем, что гиростабилизированная платформа, изображённая на рисунке 1.4 сохраняет постоянную ориентацию не относительно Земли, а относительно звезд (в инерциальном пространстве). Будем считать, что Земля представляет собой по форме правильную сферу. Тогда ускорение силы тяжести во всех точках траектории направлено вдоль радиуса Земли, т.е. перпендикулярно плоскости горизонта [8].

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Лист 17



Рисунок 1.4 – Изменение положения гиростабилизированной платформы относительно Земли в двух точках траектории (вращение Земли не учитывается)

На рисунке 1.4 показана гиростабилизированная платформа, которая в точке старта (точке 1) установлена горизонтально. В точке 2 на траектории положение платформы в инерциальном пространстве не изменилось, но относительно Земли платформа оказалась наклоненной на угол α , так как линия местного горизонта в точке 2 не совпадает с линией горизонта в точке 1. Аналогичные явления вызываются и вращением Земли.

На рисунке 1.5 показано положение гиростабилизированной платформы в одной и той же точке земной поверхности, но в различные моменты времени t_1 и t_2 . Платформа, установленная в момент времени t_1 в горизонтальном положении, в момент t_2 из-за вращения Земли оказалась отклоненной от линии местного горизонта.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Лист 18



Рисунок 1.5 – Изменение положения гиростабилизированной платформы относительно Земной поверхности из-за вращения Земли

Можно увидеть, что вектор гравитационного ускорения относительно гиростабилизированной платформы системы (относительно инерциальной координат) в различных точках траектории занимает различные положения. Очевидно, что это явление должно быть учтено при построении системы управления. Для такого учета требуется знание координат ракеты и текущего времени полета. Например, можно непрерывно удерживать платформу в строго горизонтальном положении. Тогда оси чувствительности двух акселерометров располагаются перпендикулярно направлению силы тяжести И отпадает необходимость учитывать в этих каналах составляющие гравитационного ускорения. Однако, устройство С другой стороны, усложняется платформы, гиростабилизированной положение должно так как ee корректироваться в полете.

На рисунке 1.6 представлена функциональная схема инерциальной системы управления. Она включает в себя три акселерометра, размещенные на

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 Π 3	10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		19

гиростабилизированной платформе, которой с помощью гироскопов придается заданное положение в инерциальном пространстве. Интеграторы, входящие в аппаратуру системы управления, позволяют получить составляющие скорости ракеты в направлении осей инерциальной системы координат и путь, пройденный ракетой вдоль этих осей. Команды для управления полетом вырабатывает вычислительное устройство. В него должна быть заранее введена заданная программа движения ракеты [6].



Рисунок 1.6 – Схема инерциальной системы управления

участке полета может быть Траектория ракеты на активном задана программами изменения трех проекций кажущейся скорости центра тяжести на оси какой-либо прямоугольной системы координат и программами для углов тангажа, рыскания и крена. В качестве опорных осей для задания составляющих скорости можно выбрать ось $O_1 x_1$, связанной системы координат (т.е. продольную ось ракеты), программное направление связанной оси O_1y_1 и связанную ось O_1z_1 , В перпендикулярную плоскости прицеливания. этом случае программы получаются простыми: угол крена γ , угол рыскания φ , боковая скорость v_{z_1} , (составляющая скорости вдоль оси $O_1 z_1$) и нормальная скорость v_{v1} (составляющая скорости вдоль оси $O_1 y_1$) должны выдерживаться равными нулю, а траектория ракеты может быть задана двумя программами – угла тангажа $\vartheta(t)$ и продольной составляющей кажущейся скорости $v_{r1}(t)$, заложенными в виде функций времени в бортовом программно-временном устройстве. Управление полетом заключается в измерении трех составляющих скорости ракеты и трех углов, определяющих ее положение относительно центра тяжести, сравнении измеренных величин с

					24.04.02.2019.211.00 ПЗ
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

появлении ошибок формировании программными значениями И при бортовыми управляющих сигналов. Эти задачи решаются приборами, образующими три канала автомата угловой стабилизации – каналы тангажа, рыскания и крена. Аппаратура управления движением центра тяжести образует еще три канала, управляющие изменением боковой, нормальной и продольной составляющих скорости – канал боковой стабилизации, канал нормальной стабилизации и канал регулирования кажущейся скорости [1].

Канал боковой стабилизации предназначен для управления боковой скоростью ракеты. При сохранении на протяжении всего активного полета программного значения скорости $v_{z1} = 0$ сама ракета удерживается в заданной плоскости прицеливания. Акселерометр канала боковой стабилизации устанавливается на гиростабилизированной платформе перпендикулярно плоскости прицеливания. Интегрирование сигналов акселерометра дает кажущуюся скорость v_{z1} и кажущийся путь (отклонение от плоскости прицеливания). Выходные напряжения интеграторов используются для формирования управляющих воздействий на рули. Канал нормальной стабилизации построен аналогично, за исключением того, что требуемое направление связанной оси O_1y_1 изменяется в полете в соответствии с программой угла тангажа $\vartheta(t)$, которая задается бортовым программно-временным устройством. Поэтому, если акселерометр канала нормальной стабилизации установлен на гиростабилизированной платформе, его ось чувствительности должна разворачиваться по закону $\vartheta(t)$.

Канал регулирования кажущейся скорости предназначен для управления величиной тяги двигательной установки, т.е. продольной составляющей v_{x1} кажущейся скорости ракеты. Программа изменения скорости $v_{x1}(t)$ задается бортовым программно-временным устройством, а ось чувствительности измерителя продольной скорости располагается вдоль оси O_1x_1 связанной системы координат. Разность между измеренным и программным значениями скорости используется для регулирования тяги (изменения секундного расхода компонентов топлива в камерах сгорания).

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Завершающая операция всей системы управления состоит в том, чтобы выключить двигатель ракеты и отделить ее головную часть в такой точке пространства, чтобы головная часть после свободного полета на пассивном участке траектории попала бы в цель. Эта важная задача решается автоматом отделения головной части. Головная может достигнуть часть цели. двигаясь ПО бесчисленному множеству различных траекторий. Но метод управления, описанный ранее, предполагает, что отклонения параметров движения ракеты от номинальных значений в конце активного участка траектории малы, т.е. что реальная траектория головной части лежит вблизи от расчетной. При этом условии автомат, управляющий отделением головной части, получается сравнительно простым, но для осуществления полета ракеты по траектории, лежащей вблизи от расчетной, необходимо контролировать изменения углов $\varphi, \vartheta, \gamma$ и составляющих скорости v_{x1}, v_{y1}, v_{z1} как это было описано выше. Таким образом, можно сказать, что каналы регулирования трех углов и трех составляющих скорости обеспечивают функционирование автомата, управляющего отделением головной части. Если снизить требования к точности выдерживания программы полета на активном участке траектории (например, исключить регулирование тяги), то аппаратура системы управления усложнится, в частности, на ракете потребуется установка более сложного вычислительного устройства – цифровой (электронной) вычислительной машины [9].

Рассмотренный пример функциональной схемы далеко не исчерпывает всего разнообразия существующих инерциальных систем управления баллистическими ракетами, однако в нашем случае – он полностью удовлетворяет всем требованиям.

1.3 Характеристики траекторий баллистических ракет

Баллистическим ракетам свойственны эллиптические траектории, пересекающиеся с земной поверхностью у цели. Характеристики траекторий: дальность полета, время полета, высота подъема ракеты на пассивном участке и др. – определяются параметрами движения ракеты в граничной точке.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	22
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		22

Траектории баллистических ракет (от граничной точки до точки падения на Землю) представляют собой эллипсов, расположенные в области апогея: вершина траектории совпадает с апогеем эллипса. На рисунке 1.7 изображена одна из таких траекторий. Здесь ось полярной системы координат проведена через граничную точку (точку траектории, в которой выключается двигательная установка) [4].



Рисунок 1.7 – Эллиптическая траектория баллистической ракеты

Прямую линию, проходящую через вершины A и B, называют линией апсид, а сами эти вершины – апсидами, причем апсида B, менее удалённая от центра Земли, называется перигеем, апсида A, более удалённая от центра Земли – апогеем.

Полярными координатами какой-либо точки траектории будут: текущее значение полярного угла φ, заключенного между радиусом-вектором ρ точки В и радиусом-вектором ρ_н граничной точки A, и длина радиуса-вектора ρ.

Форма траектории ракеты зависит от начальных условий полета на пассивном участке – от координат ракеты и вектора ее скорости в момент выключения двигателя. Положение ракеты в момент выключения двигательной установки

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	22
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		23

можно определить длиной начального радиуса-вектора $\rho_{\rm H}$ или начальной высотой $h_{\rm H}$ ракеты над поверхностью Земли:

$$h_{\rm H} = \rho_{\rm H} - R, \qquad (1.5)$$

где R – радиус Земли.

Вектор начальной скорости ракеты лежит в плоскости траектории, поэтому для его определения нужно задать только две величины: значение начальной скорости $v_{\rm H}$ и угол $\vartheta_{\rm H}$, между вектором начальной скорости и горизонтом в граничной точке. Пока будем считать, что вектор скорости $v_{\rm H}$ направлен точно по продольной оси ракеты, а угол наклона вектора скорости к горизонту в граничной точке будем называть короче – начальным углом наклона траектории.

При исследовании траекторий баллистических ракет часто наиболее удобен следующий вид уравнения эллипса (в соответствии с рисунком 1.7):

$$\frac{\rho_{\rm H}}{\rho} = \frac{1 - \cos\varphi}{\nu_{\rm H} \cdot \cos^2\vartheta_{\rm H}} + \frac{\cos(\varphi + \vartheta_{\rm H})}{\cos\vartheta_{\rm H}}.$$
(1.6)

При такой записи в уравнение в явном виде входят начальные параметры движения – величины *v*_н, *ρ*_н и h_н.

Дальность полета баллистической ракеты удобно определять углом Ф, заключенным между радиусами-векторами, проведенными из центра Земли в граничную точку и в точку падения головной части ракеты изображенными на рисунке 1.8.

Угловую дальность легко пересчитать в линейную. Плоскость траектории пересекает поверхность Земли по дуге большого круга. Поэтому для получения линейной дальности L нужно умножить угловую дальность Φ на средний радиус Земли (R = 6371 км):

$$L = R \cdot \Phi. \tag{1.7}$$

Линейную дальность можно рассчитать по формуле:

$$L = 111, 2 \cdot \Phi, \tag{1.8}$$

где дальность L выражена в километрах, а угол Ф в градусах.

						Лисп
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	21
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		24



Рисунок 1.8 – Угловая и линейная дальность полёта

Длину окружности экватора или меридиана приближенно можно считать равной 40000 км. Тогда каждой тысяче километров линейной дальности будет соответствовать 9° дуги, и, например, линейная дальность L = 10000 км составит четвертую часть окружности ($\Phi = 90^\circ$) [10].

Полная дальность полета баллистической ракеты от пусковой установки до цели складывается из двух величин (см. рисунок 1.8): дальности свободного полета L и начальной дальности $l_{\rm H}$, соответствующей активному участку траектории:

$$L_{\text{полн}} = L + l_{\text{H}}.\tag{1.9}$$

Для предварительных расчетов в диапазоне значений $L_{\text{полн}}$ от 8000 до 12000 километров начальную дальность $l_{\text{н}}$ можно принимать равной 5% дальности свободного полета ракеты.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	25
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		25

Дальность свободного полета зависит от трех параметров: начальной скорости $v_{\rm H}$, начальной высоты $h_{\rm H}$ (или начального радиуса-вектора $\rho_{\rm H}$) и начального угла наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$ (см. рисунок 1.7). Заданную дальность можно получить при различных сочетаниях этих параметров. Для расчета можно применить уравнение (1.6). Воспользуемся тем, что, когда аргумент φ принимает значение $\varphi = \Phi$, траектория пересекает поверхность Земли, т.е. в точке пересечения справедливо равенство $\rho = R$. Подставив эти условия в уравнение (1.6), найдем соотношение для расчета дальности полета:

$$1 + \frac{h_{\rm H}}{R} = \frac{1 - \cos\Phi}{\nu_{\rm H} \cdot \cos^2\vartheta_{\rm H}} + \frac{\cos(\Phi + \vartheta_{\rm H})}{\cos\vartheta_{\rm H}}.$$
 (1.10)

Для приближенных расчетов можно пользоваться более простой формулой. Высота граничной точки над поверхностью Земли $h_{\rm H}$ обычно мала. по сравнению с радиусом Земли R. Поэтому, пренебрегая в выражении (1.10) величиной $h_{\rm H}/{\rm R}$ по сравнению с единицей, после необходимых преобразований получим:

$$tg\frac{\Phi}{2} = \frac{v_{\rm H} \cdot \sin\theta_{\rm H} \cdot \cos^2\theta_{\rm H}}{1 - v_{\rm H} \cdot \cos^2\theta_{\rm H}}.$$
(1.11)

По формуле (1.11) с учетом соотношения (1.7) рассчитан график, представленный на рисунке 1.9. График отображает зависимость между начальной скоростью ракеты $v_{\rm H}$ и начальным углом наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$ при различных дальностях полета ракеты.

Точками на графике показаны оптимальные значения углов наклона траекторий $\vartheta_{\rm H}$ и оптимальные значения начальных скоростей $v_{\rm H}$ баллистических ракет для соответствующих значений дальностей полёта (8, 10 и 12 тысяч километров).

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	26
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		20



Рисунок 1.9 – Зависимость между дальностью полёта L, начальной скоростью $v_{\rm H}$ и начальным углом наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$

Поскольку дальность L полета баллистической ракеты зависит от трех параметров, можно поставить задачу: как выбрать начальный угол наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$, чтобы при заданных значениях двух других параметров $v_{\rm H}$ и $h_{\rm H}$ получить наибольшую возможную дальность полета. Можно поставить задачу подругому: как выбрать угол $\vartheta_{\rm H}$, чтобы обеспечить полет ракеты на заданную дальность при минимальной начальной скорости. Эта задача имеет большое практическое значение, так как увеличение начальной скорости требует большего запаса топлива, т.е. увеличения стартового веса ракеты. Поэтому целесообразно выбирать такие условия полета на активном участке траектории, чтобы заданная дальность достигалась при минимальной начальной скорости [4].

Угол $\vartheta_{\rm H}$, при котором обеспечивается наибольшая дальность полета при определенной начальной скорости или достигается заданная дальность при минимальной скорости, называется оптимальным углом наклона траектории. Он обозначается в дальнейшем как $\vartheta_{\rm H}^{*}$.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 Π 3	27
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		27

Траекторию, получаемую при запуске ракеты под углом ϑ_{H}^{*} , называют оптимальной траекторией. Оптимальные углы наклона траектории отмечены кружками (см. рисунок 1.9).

Траектории баллистических ракет при постоянной начальной скорости и различных начальных углах наклона траектории изображены на рисунке 1.10. Траектории, получающиеся при начальных углах наклона, больших оптимального, называют навесными траекториями, а при углах наклона, меньших, чем оптимальный – настильными [11].



Рисунок 1.10 – Траектории ракеты при различных начальных углах наклона θ_н и постоянной начальной скорости v_н:

1 – навесная; 2 – оптимальная; 3 – настильная.

Задача определения оптимального угла ϑ_{H}^{*} является задачей на отыскание минимума функции $v_{H}(\vartheta_{H})$ при постоянной дальности *L*. Для этого нужно найти с помощью соотношения (1.10) производную dv_{H}/dv_{H} и приравнять ее нулю. Из полученного выражения может быть найден угол ϑ_{H} , который и будет оптимальным углом наклона траектории. После выполнения необходимых операций запишем:

$$tg2 \,\vartheta_{\rm H}^* = \frac{\sin\Phi}{1 + \frac{h_{\rm H}}{R} - \cos\Phi}.\tag{1.12}$$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	20
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		20

Оптимальный угол $\vartheta_{\rm H}^*$ зависит от начальной высоты $h_{\rm H}$. Однако анализ формулы (1.12) показывает, что для дальностей полета, больших 6 – 8 тысяч километров и высотах граничной точки, не превышающих 120 – 250 километров (примерно такие высоты граничной точки характерны для баллистических ракет с дальностью полета от 8000 до 12000 км), зависимость угла $\vartheta_{\rm H}^*$ от начальной высоты $h_{\rm H}$ можно не учитывать. Тогда, пренебрегая величиной $h_{\rm H}$ /R в знаменателе выражения (1.12), после несложных преобразований получим формулу:

$$\vartheta_{\rm H}^* = 45^{\circ} - \frac{\Phi}{4}.$$
 (1.13)

Оптимальный угол ϑ_{H}^* тем меньше, чем больше угловая дальность полета. При малых дальностях этот угол приближается к 45°.

Если траектория оптимальная, то дальность полета можно рассчитать по формуле, которая выводится из соотношений (1.11) и (1.13):

$$sin\frac{\Phi}{2} = \frac{v_{\rm H}}{2 - v_{\rm H}}.$$
 (1.14)

На рисунке 1.11 представлен график, позволяющий определить дальность полета L или начальную скорость ракеты $v_{\rm H}$, при оптимальной траектории и $h_{\rm H} = 0$.



Рассмотрим случай, когда граничная точка находится на относительно небольшой высоте и можно считать $h_{\rm H} = 0$. При этом эллиптическая траектория ракеты начинается и заканчивается на поверхности Земли и вершина траектории (апогей) будет находиться посредине между точкой старта и целью. Следовательно, высоту апогея $h_{\rm a}$ можно найти из уравнения (1.6), подставив в него условия: $\rho_{\rm H} = R$, $\varphi = \Phi/2$, $\rho = R + h_{\rm a}$. Тогда для расчета величины $h_{\rm a}$ может быть получена формула:

$$\frac{R}{R+h_{a}} = \frac{1-\cos\frac{\Phi}{2}}{\nu_{H}\cdot\cos\vartheta_{H}} + \frac{\cos\left(\frac{\Phi}{2}+\vartheta_{H}\right)}{\cos\vartheta_{H}}.$$
(1.15)

Высота апогея оптимальной траектории определяется соотношением

$$h_{\rm a} = \frac{R}{2} \left(\sin \frac{\Phi}{2} + \cos \frac{\Phi}{2} - 1 \right). \tag{1.16}$$

Легко показать, беря производную от выражения (1.16) и приравнивая ее нулю, что высота апогея для оптимальных траекторий имеет максимум при $\Phi = 90^{\circ}$. Величина этого максимума равна $h_{a (макс)} \cong 1320$ километров. На рисунке 1.12 приведён график, по которому можно определить высоту апогея оптимальной траектории для различных дальностей баллистических ракет.



На рисунке 1.13 изображены кривые, которые позволяют определить время T полета ракеты от граничной точки до цели для различных дальностей L и различных начальных углов наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$. На рисунке кружками отмечены оптимальные углы наклона траектории $\vartheta_{\rm H}^*$. График построен в предположении, что $h_{\rm H} = 0$, т.е. граничная точка находится на поверхности Земли.



Рисунок 1.13 – Время полёта ракеты

По кривым (см. рисунок 1.13) видно, что время полета до цели, удаленной на заданное расстояние, падает с уменьшением начального угла наклона траектории. Полное время полета складывается из времени полета на активном $(t_{\rm H})$ и пассивном (T) участках траектории:

$$T_{\text{полн}} = T + t_{\text{H}}.$$
 (1.17)

Продолжительность полета межконтинентальных баллистических ракет на активном участке траектории составляет приблизительно 2 – 4 минуты. Она зависит от величины скорости, которую ракета должна развить за время

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	21
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		31

работы двигательной установки (т.е. от заданной дальности до цели), и ускорения ракеты (силы тяги двигателей) [1].

Мы рассматриваем движение ракеты на пассивном участке траектории в системе координат, которую называют инерциальной (абсолютной), т.е. в системе координат, неподвижной или перемещающейся прямолинейно и равномерно относительно удаленных («неподвижных») звезд. Изучая движение ракет и околоземных космических объектов, удобно пользоваться прямоугольной системой, начало которой находится в центре Земли и движется вместе с Землей по орбите, а оси имеют неизменное направление относительно неподвижных звезд (не участвуют в суточном вращении Земли). Такую систему координат также можно считать инерциальной системой [8].

Баллистическая ракета после выключения двигательной установки летит в плоскости, занимающей постоянное положение в инерциальном пространстве. Одновременно с движением ракеты. все точки земной поверхности, в том числе и цель, из-за вращения Земли перемещаются относительно плоскости траектории с запада на восток. В этом состоит первая особенность движения баллистических ракет, обусловленная вращением Земли. Если пустить ракету так, чтобы плоскость траектории в момент выключения двигательной установки проходила через цель, то ракета упадет западнее цели. Величина смещения точки падения зависит от продолжительности полета и географической широты цели. Очевидно, что это смешение должно быть учтено при выполнении прицеливания перед пуском.

Земля совершает один оборот вокруг оси за 23 ч 56 мин 4,09 сек среднего солнечного времени и значит, угловая скорость вращения земного шара $\Omega_0 = 7,292 \cdot 10^{-5}$ рад/сек. Для приближенных расчетов можно принимать $\Omega_0 = 15$ град/ч. Линейная скорость движения по окружности параллели какой-либо точки A на земной поверхности равна произведению угловой скорости Ω_0 на радиус окружности O₁A изображённой на рисунке 1.14.

Для цели, расположенной на широте a_{μ} , этот радиус составит R·cos a_{μ} (где R = OA – радиус Земли) и линейная скорость будет равна Ω_0 ·R·cos a_{μ} .

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	22
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		32



Рисунок 1.14 – Скорость движения цели, обусловленная вращением Земли

Полет ракеты до цели займет время *T*. За это время цель сместится к востоку на $\Omega_0 \cdot T \cdot R \cdot \cos a_{\mu}$. Следовательно, ракету нужно направлять в другую точку, лежащую восточнее цели. Плоскость траектории выбирается так, чтобы в момент падения ракеты на Землю цель оказалась в этой плоскости.

Вторая особенность движения ракеты, вызываемая вращением Земли, заключается в следующем. Вращение Земли влияет на величину и направление вектора начальной скорости ракеты для пассивного участка траектории. Благодаря вращению Земли ракета еще до старта, находясь на пусковой установке, обладает линейной скоростью $v_{ct} = \Omega_0 \cdot \mathbf{R} \cdot \cos a_{ct}$, где a_{ct} – географическая широта точки старта. Вектор этой скорости расположен перпендикулярно к плоскости меридиана в точке старта и направлен с запада на восток как показано на рисунке 1.15. Его величина изменяется от нуля на полюсе ($a_{ct} = 90^\circ$) до 465 м/сек на экваторе ($a_{ct} = 0$). Скорость v_{ct} суммируется со скоростью $v_{\rm H}$, сообщаемой ракете двигательной установкой. В результате образуется вектор абсолютной начальной скорости $v_{\rm H,a}$ в инерциальной системе координат [4].

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	22
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		55



Рисунок 1.15 – Начальная скорость ракеты с учетом вращением Земли

Вектор $v_{\text{H,a}}$ определяет положение плоскости траектории ракеты, т.е. направление ее полета. От величины этого вектора и угла старта между ним и горизонтом $\vartheta_{\text{H,a}}$ зависит дальность полета. Очевидно, что в общем случае и величина и направление вектора $v_{\text{H,a}}$ будут отличаться от величины и направления вектора скорости ракеты v_{H} , рассчитанных без учета вращения Земли. Следовательно, вращение земного шара может повлиять и на направление, и на дальность полета баллистической ракеты. Степень этого влияния зависит от координат точки старта и направления полета ракеты.

Результирующая дальность полета может быть найдена по формуле (1.11) или с помощью кривых, приведенных на рисунке 1.9, если выбрать величины $v_{\rm H}$ и $\vartheta_{\rm H}$ с поправками на вращение Земли.

Таким образом, вращение Земли влияет, во-первых, на начальные условия свободного движения ракеты, т.е. на величину и направление вектора начальной скорости *v*_{н.а} для пассивного участка траектории, и, во-вторых, на положение точки, в которой эллиптическая, траектория ракеты пересечется с поверхностью Земли.

						Лисп
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	21
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		54

1.4 Точность попадания в цель

Баллистические ракеты предназначены для поражения целей, многие из которых имеют сравнительно небольшие размеры. Ракеты могут выполнить свое назначение и поразить малоразмерную цель лишь в том случае, если они имеют высокую точность. Точность попадания баллистических ракет в основном зависит от характеристик системы управления, однако в известной степени она определяется и выбранной траекторией. При этом управление движением баллистической ракеты заканчивается в граничной точке, т.е. в самом начале полета, а ошибку попадания нужно: определить в момент падения головной части ракеты на Землю – на значительном расстоянии от граничной точки и спустя большое время после завершения процесса управления.

Решение задачи облегчается тем, что возмущения, которые испытывают головные части баллистических ракет на пассивном участке траектории, малы, так что ими можно пренебречь. Эти возмущения возникают в основном только на заключительном (атмосферном) отрезке пассивного участка траектории и вызываются разбросом реальных характеристик атмосферы (ее плотности), влиянием ветра, разбросом весовых и геометрических характеристик головных частей в момент их входа в плотные слои атмосферы [3].

Если отбросить возмущения на пассивном участке траектории, то траектория свободного полета головной части ракеты и точка ее падения на Землю будут полностью определяться координатами граничной точки, в которой выключается двигательная установка, и скоростью ракеты в этой точке. Другими словами, точка падения ракеты на Землю в этих условиях зависит только от значений параметров движения в граничной точке.

Для начала рассмотрим движение ракеты, считая Землю идеальной сферой. Вращением земного шара вначале тоже пренебрежем. К параметрам, определяющим движение ракеты в граничной точке, относятся параметры, изображённые на рисунке 1.16.

						Лисп
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	25
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		30



Рисунок 1.16 – Параметры движения ракеты в граничной точке и ошибки $\Delta l_{\rm H}, \Delta h_{\rm H}, \Delta z_{\rm H}$:

А – точка старта ракеты; В – расчётная точка выключения двигателя;

В₁ – действительная точка выключения двигателя

Расстояние граничной точки в плоскости заданной траектории от некоторого начала отсчета. Если дальность полета ракеты измерять от точки старта A, то заданное положение граничной точки B будет характеризоваться углом $\varphi_{\rm H}$ или расстоянием вдоль поверхности Земли: $l_{\rm H} = R \cdot \varphi_{\rm H}$. Дальность свободного полета L будем отсчитывать от заданного положения граничной точки, т.е. принимать расчетную граничную точку за начало отсчета дальности L. Тогда действительное положение граничной точки и ошибка системы управления, проявляющаяся в том, что двигательная установка ракеты оказалась выключенной раньше или позже, чем ракета пришла в расчетную точку, могут быть охарактеризованы углом $\Delta \varphi_{\rm H}$ или расстоянием $\Delta l_{\rm H}$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Высота граничной точки над поверхностью Земли. Расчетное значение этой величины равно $z_{\rm H}$. Ошибка системы управления, связанная с тем, что действительная граничная точка оказалась выше или ниже расчетной, обозначена на рисунке 1.16 через $\Delta h_{\rm H}$.

Расстояние граничной точки от плоскости расчетной траектории в поперечном направлении $z_{\rm H}$. В идеальном случае граничная точка должна лежать в плоскости расчетной траектории, т.е. $z_{\rm H} = 0$. Ошибка $\Delta z_{\rm H}$ возникает за счет неточной работы системы управления [4].

Начальная скорость ракеты. Расчетное значение начальной скорости равно $v_{\rm H}$, ошибку в задании скорости обозначим через $\Delta v_{\rm H}$.

Начальный угол наклона траектории. Этот угол имеет расчетное значение $\vartheta_{\rm H}$ (см. рисунок 1.7). Ошибку в задании угла будем обозначать через $\Delta \vartheta_{\rm H}$.

Угол между вектором начальной скорости и плоскостью расчетной траектории $\varphi_{\rm H}$. В идеальном случае вектор скорости $v_{\rm H}$ совпадает с плоскостью заданной траектории и $\varphi_{\rm H} = 0$. На рисунке 1.17 показана ошибка $\Delta \varphi_{\rm H}$, вызванная неточной работой системы управления, а также боковая скорость $v_{z\rm H}$ и угол между плоскостью расчетной траектории и действительной траектории ракеты $\Delta \varphi_{\rm H}/\cos \vartheta$ н. Построение (см. рисунок 1.17) выполнено в прямоугольной системе координат O_{xyz} , у которой координатная плоскость O_{xy} совмещена с плоскостью заданной траектории. Эта система координат будет использоваться и в дальнейшем.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Лист 37



Рисунок 1.17 – Погрешность в установке направления вектора начальной скорости и боковая скорость *v*_{zн}

Погрешности задания начальных условий в граничной точке приводят к отклонению точки падения головной части ракеты от цели. Различают ошибку попадания по дальности ΔL (недолет или перелет) и ошибку в боковом направлении ΔZ (точка падения правее или левее цели) изображенные на рисунке 1.18. Рассмотрим, как повлияют на точность попадания ошибки задания каждого из шести параметров, т. е. начальные отклонения $\Delta l_{\rm H}, \Delta h_{\rm H}, \Delta z_{\rm H}, \Delta v_{\rm H}, \Delta \theta_{\rm H}, \Delta \phi_{\rm H}.$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.211.00 ПЗ

Лист


Рисунок 1.18 – Ошибки попадания в цель ΔL и ΔZ

Очевидно, что если горизонтальная дальность полета на активном участке траектории $l_{\rm H}$ и высота $h_{\rm H}$ будут заданы с погрешностями, то это повлечет за собой ошибку по дальности ΔL и не вызовет бокового отклонения точки падения ΔZ . Напротив, поперечная ошибка в граничной точке $\Delta z_{\rm H}$ приведет к боковому отклонению и не повлияет на дальность полета. Точно так же ошибки задания величины начальной скорости $\Delta v_{\rm H}$ и угла наклона траектории $\Delta \vartheta_{\rm H}$ приведут у цели только к ошибке по дальности, а погрешность $\Delta \varphi_{\rm H}$ – только к боковому отклонению точки падения. Из приведенных соображений вытекает, что каждый из шести параметров, влияющих на точность попадания, определяет либо только ошибку по дальности ΔL , либо только боковое отклонение точки падения ΔZ . Этот вывод мы сделали, считая, что Земля имеет строго шарообразную форму и не вращается вокруг своей оси [11].

Ошибка попадания ΔL .

Дальность полета ракеты является функцией четырех переменных. Если истинные значения этих переменных отличаются от расчетных значений на $\Delta v_{\rm H}$, $\Delta \theta_{\rm H}$, $\Delta h_{\rm H}$ и $\Delta l_{\rm H}$, то ракета полетит по траектории, которая будет отличаться от расчетной. В результате воз- никнет ошибка у цели ΔL . Эту ошибку можно

					24.04.02.2019.211.00 П
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

определить, если разложить функцию $L(v_{\rm H}, \vartheta_{\rm H}, h_{\rm H}, l_{\rm H})$ в расчетной точке выключения двигателя в ряд Тейлора. Начальные отклонения $\Delta v_{\rm H}, \Delta \vartheta_{\rm H}, \Delta h_{\rm H}$ и $\Delta l_{\rm H}$ в реальных системах управления достаточно малы. Поэтому можно пренебречь членами ряда Тейлора, содержащими начальные отклонения в степени выше первой. При таком условии для отклонения дальности полета от величины, соответствующей расчётной траектории, запишем:

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial \nu_{\rm H}} \Delta \nu_{\rm H} + \frac{\partial L}{\partial \vartheta_{\rm H}} \Delta \vartheta_{\rm H} + \frac{\partial L}{\partial h_{\rm H}} \Delta h_{\rm H} + \frac{\partial L}{\partial l_{\rm H}} \Delta l_{\rm H}.$$
(1.18)

Частные производные функции $L(v_{\rm H}, \vartheta_{\rm H}, h_{\rm H}, l_{\rm H})$ в этой формуле должны быть взяты для расчетной траектории и для расчетной точки выключения двигателя.

Из соотношения (1.18) видно, что ошибка по дальности ΔL зависит от начальных отклонений $\Delta v_{\rm H}$, $\Delta \vartheta_{\rm H}$, $\Delta h_{\rm H}$ и $\Delta l_{\rm H}$, характеризующих точность работы системы управления ракетой на активном участке траектории.

В формулу входят также частные производные: $\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}}$, $\frac{\partial L}{\partial \delta_{\rm H}}$, $\frac{\partial L}{\partial l_{\rm H}}$, $\frac{\partial L}{\partial l_{\rm H}}$, которые определяются выбранной траекторией свободного полета головной части ракеты. Частные производные в формуле носят название коэффициентов ошибок. Они определяют степень влияния на ошибку попадания в цель каждого из начальных отклонений и численно равны величинам отклонений по дальности ΔL , возникающих при ошибках $\Delta v_{\rm H}$, $\Delta \vartheta_{\rm H}$, $\Delta h_{\rm H}$ или $\Delta l_{\rm H}$, равных единице. Начальные отклонения считаем независимыми друг от друга [4].

Коэффициенты ошибок можно найти, дифференцируя соотношение для дальности полета (1.10) с учетом зависимости (1.7). Далее определим эти коэффициенты ошибок.

Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}}$.

Ошибка по дальности, возникающая из-за отклонения начальной скорости ракеты от расчетного значения, составит

$$\Delta L_1 = \frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}} \cdot \Delta v_{\rm H}.$$
(1.19)

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		40

Коэффициент ошибки найдем, дифференцируя соотношение (1.10). При этом положим $h_0 = 0$. Тогда для коэффициента ошибки получим формулу:

$$\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}} = \frac{2R}{v_{\rm H}} \cdot \left[\sin\Phi + \operatorname{ctg}\vartheta_{\rm H} \cdot (1 - \cos\Phi)\right]. \tag{1.20}$$

Зависимость коэффициента ошибки (1.20) от угла наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$ при различных значениях дальности полета представлена на рисунке 1.19. Кружками на кривых обозначены оптимальные значения угла наклона траектории.



Рисунок 1.19 – Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial v_{u}}$

Кривые, (см. рисунок 1.19), говорят о том, что ошибка в задании начальной скорости проявляется более заметно для ракет с большой дальностью полета. При постоянной дальности ошибка $\Delta v_{\rm H}$ оказывает меньшее влияние на точность попадания в цель при более крутых (навесных) траекториях. Менее крутые (настильные) траектории дают более заметную ошибку попадания при неизменном значении начального отклонения $\Delta v_{\rm H}$.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 Π 3	11
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		41

Таким образом, выбрав начальный угол наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$ большим, чем оптимальный угол, мы увеличим точность попадания в цель при одинаковых ошибках $\Delta v_{\rm H}$. Однако ракета должна иметь при этом большую начальную скорость. Допустимое отклонение скорости можно найти выразив $\Delta v_{\rm H}$ из формулы (1.19):

$$\Delta v_{\rm H} = \frac{\Delta L_1}{\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}}}.$$
(1.21)

После анализа кривых (см. рисунок 1.19) можно сделать вывод, что выбрав начальный угол наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$ который будет несколько больше оптимального угла, не придется существенно увеличивать начальную скорость. Вместе с тем снижение требований к точности измерения начальной скорости делает такой выбор угла $\vartheta_{\rm H}$ целесообразным, так как наибольшие технические трудности при создании баллистических ракет связаны не с получением заданной начальной скорости, а с достижением высокой точности попадания в цель [12].

Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial q_{u}}$.

Отклонение дальности полета от расчетного значения, вызванное погрешностью установки начального угла наклона траектории, будет равно

$$\Delta L_2 = \frac{\partial L}{\partial \vartheta_{\rm H}} \cdot \Delta \vartheta_{\rm H}.$$
(1.22)

Коэффициент ошибки определим из уравнения (1.10) путем дифференцирования. После упрощений, полагая $h_0 = 0$, получим

$$\frac{\partial L}{\partial \vartheta_{\rm H}} = 2R \cdot \left[\frac{\sin(\Phi + 2\vartheta_{\rm H})}{\sin 2\vartheta_{\rm H}} - 1 \right]. \tag{1.23}$$

На рисунке 1.20 представлена зависимость коэффициента ошибки от угла наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$ при различных дальностях полета. Характерным для кривых, изображенных на рисунке, является то, что при оптимальных углах $\vartheta_{\rm H}^*$ коэффициент ошибки для всех дальностей обращается в ноль (так как при $\vartheta_{\rm H} = \vartheta_{\rm H}^*$ дальность имеет максимальную величину).

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		42



Рисунок 1.20 – Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial \vartheta_{u}}$

С увеличением или уменьшением угла наклона траектории абсолютная величина коэффициента ошибки возрастет.

Также можно заметить (см. рисунок 1.20), что погрешности в установке расчетного значения угла $\vartheta_{\rm H}$ в большей степени сказываются на точности попадания в цель при значительных дальностях полета ракеты (если траектория не оптимальная).

В целом требования к точности установки угла $\vartheta_{\rm H}$ будут достаточно жесткие.

Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial h_{\rm H}}$.

Ошибка попадания в цель, возникающая из-за начального отклонения $\Delta h_{\rm H}$ выражается формулой:

$$\Delta L_3 = \frac{\partial L}{\partial h_{\rm H}} \cdot \Delta h_{\rm H}.$$
 (1.24)

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		43

Коэффициент ошибки, который можно получить дифференцированием уравнения (1.10), определяется формулой:

$$\frac{\partial L}{\partial h_{\rm H}} = 2\operatorname{ctg}\vartheta_{\rm H} - \frac{\cos(\Phi + \vartheta_{\rm H})}{\sin\vartheta_{\rm H}}.$$
(1.25)

Зависимость коэффициента ошибки от угла наклона траектории представлена графически на рисунке 1.21.



Рисунок 1.21 – Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial h}$.

Из рисунка видно, что пуск ракет под большими углами $\vartheta_{\rm H}$ (использование навесных траекторий) снижает ошибку ΔL_3 .

Таким образом, если выбрать траекторию ракеты так, чтобы начальный угол наклона $\vartheta_{\rm H}$ был несколько больше, чем оптимальный угол $\vartheta_{\rm H}^*$ то точность попадания в цель по сравнению с оптимальной траекторией будет меньше зависеть от погрешностей $\Delta v_{\rm H}$ и $\Delta h_{\rm H}$. С другой стороны, выбор $\vartheta_{\rm H} > \vartheta_{\rm H}^*$, требует увеличения

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	11
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		44

начальной скорости ракеты для преодоления заданной дальности и ведет к росту влияния на точность попадания в цель (по сравнению с оптимальной траекторией) ошибок установки угла $\vartheta_{\rm H}$ [4].

Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial l_{\rm H}}$.

Четвертым параметром, определяющим точность попадания, является начальная дальность $l_{\rm H}$. Дальность свободного полета от величины $l_{\rm H}$ не зависит, но мы условились отсчитывать ее от расчетной точки выключения двигателей, а при таком отсчете в величину *L*, очевидно, входит погрешность $\Delta l_{\rm H}$.

Если выключение двигательной установки произойдет в точке, отстоящей на $\Delta l_{\rm H}$ от расчетной точки, то возникнет ошибка попадания в цель

$$\Delta L_4 = \frac{\partial L}{\partial l_{\rm H}} \cdot \Delta l_{\rm H}.$$
 (1.26)

Коэффициент ошибки в формуле (1.26) равен единице, так как изменение продольного положения точки выключения двигателей на $\Delta l_{\rm H}$. приведет к смещению на эту же величину (к повороту вокруг центра Земли) всего пассивного участка траектории.

В целом отметим, что требования к точности измерения величины $l_{\rm H}$ можно выполнить относительно легко.

Ошибка попадания ΔZ .

Боковое смещение точки падения головной части ракеты может быть рассчитано по формуле, аналогичной (1.18), где частные производные представляют собой коэффициенты ошибок:

$$\Delta Z = \frac{\partial Z}{\partial z_{\rm H}} \Delta z_{\rm H} + \frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}} \Delta \varphi_{\rm H}.$$
(1.27)

Будем считать, что погрешности $\Delta z_{\rm H}$ и $\Delta \varphi_{\rm H}$ не большие по величине и взаимно независимы.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	15
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		40

Коэффициент ошибки $\frac{\partial Z}{\partial z_{\text{H}}}$.

Обратимся к рисунку 1.22, который относится к случаю, когда граничная точка имеет боковое отклонение $\Delta z_{\rm H}$ от плоскости расчетной траектории, а угол $\Delta \varphi_{\rm H} = 0$. Точки *A* и *A*₁ обозначают заданное (*A*) и действительное (*A*₁) положения точки выключения двигателей. Предполагается, что высота точек *A* и *A*₁ над поверхностью Земли во много раз меньше, чем радиус земного шара.



Рисунок 1.22 – Боковое отклонение точки падения ракеты,

вызванное ошибкой $\Delta z_{\rm H}$

Из-за бокового смещения граничной точки истинная траектория A_1B_1 будет отличаться от заданной траектории AB и ракета упадет на Землю в точке B_1 , отстоящей от точки B в боковом направлении на ΔZ_1 . Линии BC и B_1C_1 (см. рисунок 1.22) являются проекциями расчетной и действительной траекторий ракеты на сферическую поверхность Земли. Они представляют собой дуги большого круга и пересекаются в точке D, образуя два сферических треугольника BB_1D и CC_1D . Точки C и C_1 – это проекции заданной и действительной точек выключения двигателей. Точка D, в которой пересекаются обе дуги, отстоит от точки C или C_1 на четверть окружности большого круга, т.е. на 90° [3].

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	16
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		40

Зависимость между величинами $\Delta z_{\rm H}$ и $\Delta Z_{\rm 1}$ можно найти по формуле:

$$\Delta Z_1 = \cos \, \Phi \cdot \Delta z_{\rm H},\tag{1.28}$$

где Ф – угловая дальность свободного полёта.

По формуле (1.28) можно рассчитать первую составляющую бокового смещения точки падения ракеты. Согласно соотношению (1.28) отклонение ΔZ_1 при каком-либо определенном значении $\Delta z_{\rm H}$ ($\Phi < 90^{\circ}$) тем меньше, чем дальше расположена цель. Если угловая дальность до цели составляет 90° ($L \cong 10000$ км), то $\Delta Z_1 = 0$. В справедливости этого, может быть, несколько неожиданного вывода легко убедиться, взглянув на глобус. Пусть граничная точка находится на экваторе и задано направление полета ракеты на север (по меридиану). Если граничная точка сместится относительно расчетной вправо или влево, то ракета полетит в плоскости соседнего меридиана, все более приближаясь к плоскости расчетной траектории, так как меридианы сходятся у полюсов. При $\Phi > 90^{\circ}$ ошибка ΔZ_1 , от дальности полета Φ справедлива при любом географическом положении точки старта и любых направлениях полета ракеты. Мы выбрали эту точку на экваторе только для наглядности [6].

Коэффициент ошибки $\frac{\partial Z}{\partial z_{\rm H}}$ можно определить, если воспользоваться соотношением (1.28):

$$\frac{\partial Z}{\partial z_{\rm H}} = \cos \Phi. \tag{1.29}$$

Коэффициент ошибки $\frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}}$.

Второй причиной бокового отклонения точки падения головной части ракеты может явиться то, что вектор начальной скорости $v_{\rm H}$ не совпадает с плоскостью расчетной траектории, а отклонен от нее на угол $\Delta \varphi_{\rm H}$, как показано на рисунке 1.23.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	17
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		41



Рисунок 1.23 – Боковое отклонение точки падения ракеты, вызванное ошибкой Δ*φ*_н

Рассмотрим зависимость между боковым смещением точки падения ракеты ΔZ_2 и вызвавшей его ошибкой по положению вектора скорости $\Delta \varphi_{\rm H}$. Кривая AB_1 (см. рисунок 1.23) представляет собой действительную траекторию ракеты, линия CB_1 – ее проекцию на поверхности Земли. Боковое отклонение ΔZ_2 можно рассчитать воспользовавшись формулой:

$$\Delta Z_2 = \frac{R \sin \Phi}{\cos \vartheta_{\rm H}} \cdot \Delta \varphi_{\rm H}.$$
(1.30)

Возникновение угла $\Delta \varphi_{\rm H}$ эквивалентно появлению боковой составляющей скорости ракеты $v_{z{\rm H}}$ (см. рисунок 1.17). Угол $\Delta \varphi_{\rm H}$ мал, поэтому можно считать

$$\Delta \varphi_{\rm H} = \frac{v_{Z\rm H}}{v_{\rm H}},\tag{1.31}$$

и вместо соотношения (1.30) записать:

$$\Delta Z_2 = \frac{R\sin\Phi}{v_{\rm H}\cdot\cos\vartheta_{\rm H}}\cdot v_{\rm ZH}.$$
(1.32)

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		40

Согласно формулам (1.30) и (1.32) ошибка ΔZ_2 с увеличением дальности до цели сначала нарастает, достигает наибольшего значения при $\Phi = 90^{\circ}$, а затем начинает уменьшаться и при $\Phi = 180^{\circ}$ ($L \approx 20000$ км) становится равной нулю. В справедливости этого вывода легко убедиться с помощью сетки меридианов глобуса. На этот раз для наглядности точку пуска нужно поместить на один из полюсов. Коэффициент ошибки, определяющий точность попадания в цель, согласно соотношению (1.30) будет равен:

$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}} = \frac{R \sin \Phi}{\cos \vartheta_{\rm H}}.$$
(1.33)

Ошибка $\Delta \varphi_{\rm H}$ приводит к тем большему отклонению точки падения, чем больше дальность полета ракеты на пассивном участке траектории. Скорость движения ракеты вдоль земной поверхности определяется горизонтальной составляющей вектора начальной скорости, которая равна $v_{\rm H} \cdot \cos \vartheta_{\rm H}$. Угол между горизонтальной составляющей скорости и заданным направлением полета равен $\Delta \varphi_{\rm H}/\cos \vartheta_{\rm H}$ (см. рисунок 1.17) [4].

Из формулы (1.28) видно, что для межконтинентальных дальностей (порядка 8 – 12 тысяч километров) требования к точности измерения начального отклонения $\Delta z_{\rm H}$ могут быть нежесткими. Поэтому для межконтинентальных дальностей полета будем рассчитывать только допустимую величину ошибки $\Delta \varphi_{\rm H}$.

Поправки на вращение и несферичность Земли.

Вращение Земли служит дополнительной причиной появления ошибок попадания в цель: они могут возникнуть из-за отклонения от расчетного значения времени полета ракеты. Если, например, время полета на ΔT больше расчетного, то цель не будет находиться в плоскости траектории в момент падения ракеты на Землю: за время ΔT земной шар дополнительно повернется вокруг своей оси на угол $\Omega_0 \Delta T$, цель сместится к востоку от плоскости траектории на $\Omega_0 R \Delta T \cdot \cos a_{\rm q}$ и точка падения окажется западнее цели.

Отклонение времени полета ракеты от расчетного значения может быть связано, в частности, с неточной установкой начальных параметров движения в граничной

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	10
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		49

точке. Следовательно, вращение Земли ведет к тому, что ошибки в задании начальных условий $\Delta v_{\rm H}$, $\Delta \vartheta_{\rm H}$, $\Delta h_{\rm H}$ и $\Delta l_{\rm H}$ порождают не только отклонение точки падения ракеты по дальности ΔL , но и боковое отклонение ΔZ .

Кроме вращения Земли, на траекторию ракеты влияет то, что форма Земли отличается от шара. Известно, что Земля сплюснута вдоль оси вращения и ее полярный радиус приблизительно на 21 км меньше экваториального. Поэтому поле земного тяготения не является центральным, как предполагалось выше.

Если учесть несферичность Земли, то окажется, что траектория ракеты отличается от траектории в центральном поле тяготения. Отклонение дальности полета межконтинентальных ракет от величины, рассчитанной без учета несферичности, может составить целые километры. Кроме того, несферичность Земли приводит к появлению сил, направленных перпендикулярно плоскости траектории, т.е. ведет к пространственной кривизне траектории и возникновению боковой ошибки. Величина этой ошибки зависит от координат точки старта, а также от направления на цель и дальности до цели [13].

На траекторию баллистическое ракеты влияют также аномалии гравитационного поля Земли, которые обусловлены рельефом местности пли неравномерным распределением масс в земной коре вдоль трассы полета баллистической ракеты. Эти аномалии могут изменить координаты точки падения головной части ракеты на десятки и сотни метров.

Если учесть все сказанное, то будет понятно, что отклонение точки падения ракеты от цели по дальности ΔL и боковое отклонение ΔZ завтсят от каждого из шести параметров движения ракеты в граничной точке. Поэтому вместо выражений (1.18) и (1.27) можно записать:

$$\Delta L = \sum_{i=1}^{6} \frac{\partial L}{\partial \rho_{i\mathrm{H}}} \cdot \Delta q_{i\mathrm{H}}, \qquad (1.34)$$

$$\Delta Z = \sum_{i=1}^{6} \frac{\partial Z}{\partial \rho_{i\mathrm{H}}} \cdot \Delta q_{i\mathrm{H}}.$$
(1.35)

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	50
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		50

Здесь через $\Delta q_{i_{\rm H}}$ обозначены начальные отклонения

$$\Delta q_{i\mathrm{H}} = q_i - q_{i\mathrm{H}},\tag{1.36}$$

где q_{ih} – расчетное значение одного из параметров движения в граничной точке, q_i – действительное значение этого параметра в момент выключения двигательной установки.

В качестве шести параметров, характеризующих движение ракеты обычно выбирают: $q_1 = v_{\rm H}, q_2 = \vartheta_{\rm H}, q_3 = h_{\rm H}, q_4 = l_{\rm H}, q_5 = z_{\rm H}, q_6 = \varphi_{\rm H}.$

В формулах (1.34) и (1.35) используют коэффициенты ошибок, вычисленные без учёта вращения Земли. Таким образом, расчет траекторий баллистических ракет в предположении, что Земля представляет собой идеальный шар и обладает центральным полем тяготения, способен дать лишь приближенные координаты точки падения. Формулы и графики, приведенные выше, предназначены для предварительных подсчетов. Точные расчеты, выполняемые при боевом применении ракет, требуют введения многих поправок, при учете которых сложность исследования движения ракеты и определения ее траектории увеличивается во много раз. Задача выполнения точных расчетов выходит за рамки текущей работы, и мы ограничимся лишь базовой моделью погрешностей, однако в дальнейшем можно будет поэтапно дополнять эту модель и уточнять расчёты.

1.5 Определение требований к чувствительным элементам гиростабилизатора

Исходя из требований технического задания по дальности полета ракеты (L = 10000 км), линейной точности попадания ($\Delta L = 0,5 \text{ км}$), боковой точности попадания ($\Delta Z = 0,5 \text{ км}$) – необходимо определить требования к ч. э. гиростабилизатора, но для начала нужно сделать предварительные расчёты.

Выберем тип ракеты с твердотопливной двигательной установкой, как наиболее перспективный вариант ракеты стратегического назначения, тогда время полёта ракета на активном участке $t_{\rm H}$, которое для современных твердотопливных ракет лежит в пределах 150...250 секунд будет равно [21]:

$$t_{\rm H} = 180 \, {\rm cek}$$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 Π 3	51
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		51

При заданной в ТЗ дальности полёта баллистической ракеты *L* используя выражение (1.8) можно найти угловая дальность Ф:

$$\Phi = \frac{10000}{111,2} \cong 90^{\circ} (1,57 \text{ рад}).$$

Определим начальную дальность полёта $l_{\rm H}$:

Зададимся оптимальной траекторией полёта баллистической ракеты и выберем по графикам изображённым на рисунках 1.9 и 1.11 оптимальные параметры угла наклона траектории $\vartheta_{\rm H}$ и начальной скорости $v_{\rm H}$ в граничной точке:

$$\vartheta_{\rm H} = 23^{\circ} \ (0,4 \ {
m pag}),$$
 $v_{\rm H} = 7,2 \ {
m \kappam/cer.}$

Тогда высота апогея оптимальной траектории h_a и время полёта до цели *T* при оптимальной траектории можно найти по графикам на рисунках 1.12 и 1.13:

$$h_a = 1320$$
 км,
 $T = 32$ мин.

Достижимая точность инерциальных систем управления определяется в основном ошибками акселерометров и гироскопов, рассмотренными ранее в параграфе 1.4. Но также большое значение имеет и точное начальное ориентирование гиростабилизированной платформы с установленными на неё акселерометрами относительно горизонта и плоскости прицеливания (статическая ошибка гиростабилизированной платформы) [2].

Если, например, акселерометр, который должен быть расположен вдоль оси O_z (см. рисунок 1.3), отклонился от положения на угол γ , то на его выходной сигнал будет влиять составляющая ускорения, действующая вдоль оси O_y , т.е. ускорения силы тяжести $g \cdot \sin \gamma$ (точнее, составляющая силы, удерживающей чувствительную массу акселерометра на месте), что показано на рисунке 1.24.

					24.04.02.2019.211.00 ПЗ
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

_{Лист} 52



Рисунок 1.24 – Ошибка акселерометра при наклоне на угол γ После первого интегрирования погрешность для боковой скорости будет равна $\Delta \dot{z} = gt \sin \gamma.$ (1.37)

После второго интегрирования ошибка для бокового отклонения будет равна

$$\Delta z = \frac{1}{2}gt^2 \sin\gamma. \tag{1.38}$$

Погрешность нарастает с течением времени по линейному (для скорости) или по квадратичному (для отклонения центра тяжести) закону. Ошибка накапливается во время движения ракеты.

Погрешности по дальности Δl и $\Delta \dot{l}$, возникающие из-за статической ошибки гиростабилизатора могут быть найдены аналогичным образом, по зависимостям полученным в уравнениях (1.37) и (1.38).

Для уменьшения статической погрешности гиростабилизаторов приходится увеличивать крутизну характеристики канала разгрузочного устройства по координате α_1 , однако при этом следует иметь ввиду, что будет необходимо обеспечить устойчивость движения гиростабилизатора как системы автоматического регулирования, описываемого не усечёнными дифференциальными уравнениями его движения [2].

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	52
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		55

Определим значение статической погрешности гиростабилизатора исходя из реальных характеристик современных систем [5]:

$$\alpha_{\rm ct} = 0,02$$
 угл. мин (0,58 · 10⁻⁵ рад). (1.39)

Тогда по формулам (1.37) и (1.38) можно рассчитать ошибку в граничной точке для боковой составляющей скорости $\Delta \dot{z}$ и для бокового отклонения ракеты Δz , учитывая, что α_{ct} – малый угол, а по ТЗ перегрузка равна 10g, получаем:

$$\Delta \dot{z} = 10 g t_{\rm H} lpha_{
m cT} = 10 \cdot 9,81 \cdot 180 \cdot 0,58 \cdot 10^{-5} = 1,12$$
 м/сек, $\Delta z = 5 g t_{
m H}^2 lpha_{
m cT} = 5 \cdot 9,81 \cdot 180^2 \cdot 0,58 \cdot 10^{-5} = 9,22$ м.

Подставив полученные значения в выражения (1.28) и (1.32), и учитывая, что при заданной дальности полёта ракеты L = 10000 км, угловая дальность $\Phi = 90^{\circ}$, а траектория полёта выбрана оптимальной, получим:

$$\Delta Z_{2\text{ct}} = \frac{R \sin \Phi}{v_{\text{H}} \cdot \cos \vartheta_{\text{H}}} \cdot v_{\text{ZH}} = \frac{6371000 \cdot \sin(1.57)}{7200 \cdot \cos(0.4)} \cdot 1.12 = 26.74 \text{ M}$$

При угловой дальности $\Phi = 90^{\circ}$ составляющая ΔZ_1 обращается в ноль, что можно увидеть из выражения (1.28).

По условиям технического задания ошибка бокового смещения ΔZ не должна превышать 500 метров, а значит $\Delta Z_2 = \Delta Z - \Delta Z_{2ct} = 473,26$ м.

Воспользовавшись соотношением (1.33) найдём коэффициент ошибки $\frac{\partial Z}{\partial w}$:

$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}} = \frac{6371 \cdot \sin(1,57)}{\cos(0,4)} = 6,89$$
 км/мрад.

Тогда допустимая ошибка $\Delta \varphi_{\rm H}$, накопленная за время работы $t_{\rm H}$ будет равна:

$$\Delta \varphi_{\rm H} = \frac{\Delta Z_2}{\frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}}} = \frac{0,476}{6,89} = 0,0388$$
 мрад $\approx 0,00223$ град

Вычислим требования к максимальному дрейфу гироскопа в [°/ч]:

$$\omega_{\text{др.г.(макс)}} = \frac{\Delta \varphi_{\text{H}}}{t_{\text{H}}} \cdot 60 = \frac{0,00223}{3} \cdot 60 = 0,0446 \text{ °/ч}$$
(1.40)

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	51
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		54

Определим требуемую чувствительность акселерометра используя выражение (1.18) для нахождения ошибки попадания по дальности ΔL .

Как можно заметить из всех начальных параметров движения ракеты в граничной точке только погрешность начальной скорости ракеты $\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}} \Delta v_{\rm H}$ формируется непосредственно от показаний акселерометров и обычно составляет большую часть итоговой ошибки по дальности. Второй по влиянию на ошибку ΔL является погрешность установки начального угла наклона траектории $\frac{\partial L}{\partial \vartheta_{\rm H}} \Delta \vartheta_{\rm H}$, однако при оптимальном угле наклона траектории коэффициент этой ошибки стремится к нулю, что можно увидеть по кривым на рисунке 1.20.

Остальные составляющие ошибки ΔL оказывают гораздо меньшее влияние на результат, поэтому из итоговой ошибки попадания $\Delta L = 500$ м, заданной по T3, им суммарно можно выделить меньшую часть $\Delta L_{\rm M} = 50$ м.

Тогда на погрешность начальной скорости ракеты $\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}} \Delta v_{\rm H}$, для определения требований к акселерометрам, мы можем заложить большую часть общей ошибки $\Delta L_6 = 450$ м.

Воспользуемся формулой (1.20) и рассчитаем коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial u}$:

$$\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}} = \frac{2R}{v_{\rm H}} \cdot \left[\sin \Phi + \operatorname{ctg} \vartheta_{\rm H} \cdot (1 - \cos \Phi)\right] = \frac{2 \cdot 6371}{7,2} \cdot \left[\sin 90 + \operatorname{ctg} 23 \cdot (1 - \cos 90)\right] \cong 6 \,\mathrm{km} \cdot \operatorname{cek/m}.$$

Допустимое отклонение по скорости можно найти по формуле:

$$\Delta v_{\rm H} = \frac{\Delta L_6}{\frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}}} = \frac{0.45}{6} = 0.075 \,\,\text{m/c.} \tag{1.41}$$

Тогда допустимая относительная ошибка измерения скорости будет равна:

$$\frac{\Delta v_{\rm H}}{v_{\rm H}} = \frac{0.075}{7200} = 1.04 \cdot 10^{-5}$$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	55
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		00

Ошибка в измерении скорости акселерометрами в инерциальных системах управления имеет характер колебаний с периодом Шулера и амплитудой, пропорциональной величине измеряемого сигнала, поэтому можно записать [11]:

$$\Delta V_x = \frac{\delta a_x}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t_{\rm H}), \qquad (1.42)$$

где $\Delta V_{\chi} = \frac{\Delta v_{\text{H}}}{v_{\text{H}}} = 1,04 \cdot 10^{-5};$

 δa_x – погрешность акселерометра;

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}} = 0,00124 \text{ c}^{-1} - частота Шулера.$$

Выразим δ*a_x* из уравнения (1.42) и вычислим требования к необходимым точностным характеристикам акселерометров:

$$\delta a_{\chi} = \frac{\Delta V_{\chi} \cdot \omega_0}{\sin(\omega_0 \cdot t_{\rm H})} = \frac{1,04 \cdot 10^{-5} \cdot 0,00124}{\sin(0,00124 \cdot 180)} = 9,19 \cdot 10^{-5} \, g/{\rm Y} \tag{1.43}$$

Погрешность акселерометров δa_x характеризует дрейф нуля (ещё её называют зоной нечувствительности) и всегда входит в технические характеристики изделий.

Выводы по первому разделу: в качестве инерциальной системы управления баллистической ракетой большой дальности был выбран трехосный гироскопический стабилизатор, проанализированы характеристики траекторий баллистических ракет и выведены выражения для основных погрешностей, влияющих на точность их попадания в цель, исходя из полученных соотношений были предъявлены требования к погрешностям чувствительных элементов гиростабилизатора.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.211.00 ПЗ

^{Лист} 56

2 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХОСНОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

2.1 Выбор чувствительных элементов гиростабилизатора

Выбор динамически настраиваемых гироскопов (ДНГ).

Развитие систем автоматического управления подвижными объектами и навигационных систем летательных аппаратов требует применения малогабаритных прецизионных гироскопов относительно невысокой стоимости. Эти требования привели в своё время к поиску новых конструктивных решений в области проектирования гироприборов и созданию лазерных, волоконно-оптических, вибрационных, электростатических и других типов гироскопов.

Наибольшее применение в последнее время находят роторные вибрационные трехстепенные гироскопы с внутренним упругим вращающимся кардановым подвесом – динамически настраиваемые гироскопы. На коротком временном интервале после начала вращения основания в инерциальном пространстве их режим работы аналогичен режиму работы свободного гироскопа. При этом сигналы с датчиков угла пропорциональны малым углам поворота основания, на котором установлен прибор. В таком режиме ДНГ может применяться, например, в качестве чувствительного элемента индикаторного гиростабилизатора [14].

Включение обратной связи позволяет использовать ДНГ в качестве датчика угловой скорости (ДУС), и применять его при построении блока измерителей угловой скорости в бесплатформенных инерциальных навигационных системах.

При этом динамически настраиваемые гироскопы обладают рядом преимуществ по сравнению с другими типами гироскопов.

Рациональное использование объёма прибора благодаря переносу карданова подвеса внутрь маховика (на приводной вал), обеспечивает ДНГ меньшие габариты и массу (при равных кинетических моментах) по сравнению не только с трёхстепенными, но и с двухстепенными гироблоками с наружным кардановым подвесом. Вес гироплатформы на ДНГ в 3 – 8 раз меньше веса гироплатформы на двухстепенных гироблоках с шарикоподшипниковым подвесом или поплавковых гироскопах [15].

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Отсутствие жидкости позволяет создавать приборы с малым временем готовности, что выгодно отличает ДНГ от поплавковых гироскопов, а введение системы термостатирования, применение методов экстраполяции величины собственной скорости прецессии (ССП) гироскопа и компенсации её составляющих с помощью специальных алгоритмов, позволяет снизить время готовности до малых величин.

К недостаткам ДНГ можно отнести несколько меньшие ударостойкость и прочность по сравнению с некоторыми другими типами гироскопов. До недавнего времени ДНГ существенно уступал поплавковым гироблокам с газодинамической опорой ротора по ресурсным характеристикам [15].

Применение газодинамических скоростных опор значительно увеличивает ресурс работы прибора, что позволяет использовать его в системах управления КА с большим (до 15 лет) сроком активного существования. Кроме того, применение ГДО приводит к снижению уровня собственных вибраций по сравнению с шарикоподшипниковыми опорами и, следовательно, к улучшению точностных характеристик.

Достоинства ДНГ и определили их успешное использование. В настоящее время эти приборы широко применяются в качестве чувствительных элементов гиростабилизированных платформ (ГСП), бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), или бесплатформенных инерциальных блоков (БИБ), гиротахометров, систем бортовых курсовертикалей (СБКВ) и инклинометров.

Для обеспечения точности баллистической ракеты, уменьшения габаритов и массы управляющей системы, а вследствие и увеличение полезной нагрузки – в качестве чувствительных элементов выберем динамически настраиваемые гироскопы с газодинамической опорой ротора КИНД05-091, удовлетворяющие нас по рассчитанным (1.40) точностным характеристикам [16].

Технические и метрологические характеристики ДНГ с ГДО КИНД05-091 приведены в таблице 2.1.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	50
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		50

Характеристика	Значение
Масса, г	125
Габаритные размеры, мм	Ø32 x 37
Рабочий диапазон температур окружающей среды, °С	-60+60
Диапазон измеряемых угловых скоростей, °/с	± 10
Стабильность масштабного коэффициента, %	0,01
Случайное значение скорости дрейфа, °/ч	0,02
Ресурс, тыс. часов	145

Таблица 2.1 – Основные характеристики ДНГ КИНД 05-091

Как можно увидеть из таблицы 2.1 – характеристики КИНД 05-091 даже несколько лучше рассчитанных в главе 1, в выражении (1.40), а значит точность попадания должна быть выше расчётной.

На рисунке 2.1 представлена конструкция динамически настраиваемого гироскопа с газодинамической опорой ротора КИНД 05-091 [11].



Рисунок 2.1 – Конструкция ДНГ с ГДО ротора КИНД 05-091

					24.04.02.2019.211.00 ПЗ
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

С целью повышения технологичности сборки, а также удобства регулировки в приборе принята следующая конструктивно-компоновочная схема: консольная однодвигательная, с разделением полости двигателя от полости маховика стенкой корпуса, являющейся одновременно магнитным экраном [17].

Корпус прибора с закреплёнными на нём статором двигателя 14 и статорами датчиков момента (ДМ) 17 и торцевых датчиков угла (ДУ) 18 представляет собой блок статоров 1.

В корпус блока статоров вклеена втулка газодинамической опоры 3. На валу опоры с одной стороны приклеен ротор двигателя 4, а с другой – установлен маховик 2. Между фланцем вала и маховиком установлена прокладка 13, предназначенная для регулирования зазора датчиков угла. Маховик закреплён на валу с помощью гайки 7. Гайка имеет поясок легкоплавкого сплава для осуществления балансировки. Со стороны маховика ГДО закрыта крышкой 11.

С одной стороны, корпус прибора закрывается кожухом 9, а с другой – крышкой 10, к которой приклеена планка 12 с заводским номером прибора. Кожух и крышка служат для герметизации прибора и экранирования от внешних магнитных полей. В кожухе имеется отверстие, через которое производится обезгаживание и газозаполнение гироскопа. Герметизация обеспечивается заглушкой 8, которая припаивается к кожуху.

На корпус прибора и на кожух наклеены нагреватели 5, 6.

Корпус состоит из трёх частей: корпусной детали, входящей в блок статоров, кожуха и крышки. Они выполнены из магнитомягкого материала, поэтому корпус обеспечивает защиту прибора от внешнего магнитного поля. Детали корпуса соединяются лазерной сваркой. Внутренняя полость прибора заполняют гелием, создавая давление 380 мм рт. ст.

В целях обеспечения герметичности для связи между внутренними и внешними участками цепей питания и сигнальных цепей используются миниатюрные стеклянно-коваровые гермовыводы [16].

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.211.00 ПЗ

Лист

Для точного базирования гироскопа по месту установки в его корпус вставлено два упора, закрепление осуществляется по трём отверстиям во фланце корпуса.

В приборе применён трёхфазный синхронный гистерезисный двигатель. Частота вращения – 30 000 об/мин при питании частотой 1000 Гц. Использование синхронного двигателя обеспечивает стабильность кинетического момента [16].

Пакет статора клееный, статор имеет две пары полюсов. Для сведения к минимуму газообмена между статором двигателя и рабочим зазором ГДО обмотка статора пропитана малогазящим компаундом и закрыта кожухом.

Ротор расположен на ведущем валу, его пакет – паяный. Ротор имеет элемент динамической балансировки в виде кольцевого пояска легкоплавкого сплава.

Маховик является главным элементом динамически настраиваемого гироскопа. Ротор закреплён на валу через внутренний карданов подвес, который выполнен из единого куска специально разработанного сплава методом электроэрозионной обработки и содержит два промежуточных кольца, так что такой двухколечный подвес представляет собой по существу два параллельно работающих идентичных кардана, развернутых один относительно другого на 90° вокруг оси вала. Ротор имеет возможность отклоняться относительно вала благодаря деформации упругих перемычек подвеса. Угол наклона маховика ограничивается кольцевым упором, который приклеен к подвесу.

Маховик одновременно выполняет роль роторов датчиков момента и торцевых датчиков угла (ДУ). Для этого он содержит кольцевой постоянный магнит, закрытый кожухом, и втулку из магнитомягкого материала – ротор ДМ, а также деталь ротора ДУ, которая защищена от магнитных полей рассеяния датчиков момента экраном [15].

Для динамической настройки в кольцах подвеса предусмотрены отверстия для грузов, которые вставляются в подвес без люфта и фиксируются лазерной сваркой. Балансировка осуществляется снятием материала в канавках на боковой поверхности ротора.

В приборе применена газодинамическая опора ротора, что позволило увеличить его точность и повысить ресурс.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	61
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		01

В рабочем режиме между подвижной и неподвижной поверхностями опоры создается газовый зазор, который исключает непосредственный контакт между поверхностями подвеса. При этом отсутствует износ деталей опоры, следовательно, не изменяется балансировка вращающейся части, и, кроме того, отсутствует сухое трение.

Рабочие поверхности опоры – полусферические. Втулка с внутренней полусферической поверхностью неподвижна, вклеена в корпус. Рабочие поверхности покрыты износостойким покрытием из нитрида титана. Полусферы ГДО закреплены на валу посредством клеевого соединения. На их поверхности напылены износостойкие покрытия из нитрида титана и алмазоподобного углерода, методом электроэрозии на полусферах ГДО нанесены локсодромические профилирующие канавки (глубиной 3 – 4 мкм), обеспечивающие в заданных условиях осевую несущую способность и устойчивость вращения ротора.

Распорная втулка обеспечивает требуемый осевой зазор в опоре. Радиальный зазор получают подбором полусфер и втулки по радиусам рабочих поверхностей. Рабочий зазор составляет 1,5 – 2,0 мкм. Для обеспечения работы опоры во всём диапазоне температур (-60...+60) °С все детали ГДО выполнены из одного материала [16].

В гироскопе установлены магнитоэлектрические датчики момента. Датчики по обеим осям имеют общий ротор, представляющий собой монолитный кольцевой магнит, входящий в состав маховика.

Статоры датчиков момента приклеены к латунной детали, закреплённой на корпусе, и служащей для отвода тепла от обмоток ДМ при работе гироскопа в условиях больших скоростей, т.е. при больших токах. Каждый из статоров датчика момента состоит из двух последовательно соединенных катушек основной (измерительной) обмотки и так же соединённых катушек вспомогательной обмотки. Основная обмотка используется в режиме измерения, а дополнительная задействуется при испытаниях.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Лист

Для регулировки крутизны датчиков момента служат прокладки между статором и латунной деталью.

Для регистрации угла поворота маховика в гироскопе применены индуктивные датчики угла. Неподвижная (статорная) часть датчика угла представляет собой Побразный сердечник из металлокерамики, на который намотаны две одинаковые катушки, соединённые последовательно. ДУ по каждому из каналов содержит два таких сердечника с катушками, расположенные диаметрально. Датчики угла 2,5 В питаются напряжением частотой 32 кГц. Обмотки вместе С балансировочными резисторами образуют мостовую схему, съём выходного сигнала датчика угла осуществляется с её диагонали, образованной средними точками обмоток [14].

Статоры датчиков угла наклеены на корпус, кольцевой ротор – общий для всех датчиков – входит в состав маховика. Величина крутизны ДУ регулируется прокладкой между фланцем вала и маховиком.

При центральном положении маховика воздушные зазоры между ротором и сердечниками датчика угла равны, индуктивности обмоток одинаковы и мост сбалансирован. При наклоне маховика указанные воздушные зазоры изменяются: для одного сердечника воздушный зазор увеличивается, а для другого – уменьшается. При этом индуктивность одной обмотки уменьшается, а другой – увеличивается. В результате баланс моста нарушается и на выходной диагонали мостовой схемы появляется напряжение, пропорциональное углу поворота маховика. Изменение направления поворота маховика вызывает изменение фазы выходного напряжения на 180°, т. е. характеристика датчика угла является реверсивной.

Используемые датчики угла не создают относительно измерительной оси момента сухого трения, т. к. являются бесконтактными, а моменты, обусловленные силами притяжения ротора к сердечникам, направлены в противоположные стороны и поэтому почти полностью взаимно компенсируются.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.211.00 ПЗ

^{Лист} 63 Выбор акселерометров.

Изм.

Лист

№ докум.

Дата

Акселерометры инерциальных систем, предназначенных для управления баллистическими ракетами, должны измерять ускорения с высокой степенью точности и в широком диапазоне значений от тысячных или десятитысячных долей g до величины более 10 g.

Принцип действия акселерометра, рассмотренный ранее (см. рисунок 1.2), может быть реализован во многих вариантах. В некоторых конструкциях чувствительная масса т перемещается вдоль оси чувствительности прибора на величину, пропорциональную ускорению. Акселерометры, сконструированные по этому принципу, называют линейными. Существуют также маятниковые акселерометры, у которых чувствительный элемент выполнен в виде маятника. В этом случае ускорение будет измеряться по угловому отклонению подвижной системы прибора. На рисунке 2.2 показана схема, поясняющая принцип действия маятникового акселерометра, у которого противодействующий момент создается электромагнитными силами [18].



Чувствительный элемент прибора выполнен в виде маятника длиной l, плоскость колебаний которого совпадает с плоскостью *Оуz* инерциальной системы координат. Ось *Оу* проведена через точку подвеса маятника и центр тяжести чувствительной массы m, когда она находится в нейтральном положении. Тогда прибор будет измерять ускорение ω , направленное вдоль оси *Oz*.

На оси вращения маятника закреплены роторы двух датчиков: датчика угла *1* и датчика момента *2*. Датчик угла вырабатывает сигнал, пропорциональный отклонению подвижной системы акселерометра от нейтрального положения – углу φ :

$$u_1 = k_1 \varphi.$$

Выходное напряжение усилителя равно

$$u_2 = k_2 u_1.$$

Датчик момента представляет собой прибор, который создает вращающий момент, определяемый входным напряжением усилителя:

$$M_{\rm BD} = k_3 u_2.$$

Здесь k_1 и k_3 – коэффициенты пропорциональности, зависящие от конструкции датчиков, k_2 – коэффициент усиления усилителя.

Момент, обусловленный действием на маятник ускорения ω , равен произведению $ml\omega$. В установившемся состоянии, если пренебречь трением, моменты $ml\omega$ и $M_{\rm Bp}$ должны уравновесить друг друга:

$$M_{\rm BD} = m l \omega.$$

Из этих уравнений можно найти:

$$u_2 = \frac{ml}{k_3}\omega; \quad \varphi = \frac{ml}{k_1k_2k_3}\omega.$$

Напряжение u_2 пропорционально ускорению ω и может служить выходным сигналом акселерометра. Вместе с тем угол φ , на который, отклоняется подвижная система, при достаточно большом произведении коэффициентов $k_1k_2k_3$ может

						Jiucn
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	65
Изл	. Лист	№ докум.	Подпись	Дата		05

быть малым. Если не выполнено это условие, прибор будет измерять не ускорение ω , а его составляющую $\omega \cos \varphi$.

В конструкции акселерометра, схематически изображенной на рис. 2.2, действие пружины заменено электромагнитными силами, возникающими в датчике момента. Это обеспечивает высокую точность прибора в широком диапазоне изменения ускорений. В реальной конструкции подвижная система выполнена в виде поплавка, взвешенного в жидкости. Этим уменьшается трение в подшипниках и повышается точность прибора, а также увеличивается его устойчивость против ударов и вибраций [17].

Кроме описанных ранее, известно много других принципов измерения ускорений, которые могут быть реализованы в инерциальных системах. Для практического использования выбирают лишь те принципы, которые могут обеспечить наилучшие характеристики систем управления, а в первую очередь – их высокую точность.

На практике в инерциальных системах управления баллистическими ракетами используют только 2 классических вида акселерометров: осевые и маятниковые. Такие акселерометры показывают наилучшие характеристики по точности, помехозащищённости, стабильности показаний и др.

Однако у маятниковых акселерометров есть большой недостаток: как описано выше – они измеряют не само ускорение ω , а его составляющую $\omega \cos \varphi$, что влечёт возникновение дополнительных погрешностей.

Поэтому для проектируемой инерциальной системы управления баллистической ракеты выберем именно акселерометр осевого вида.

Выберем акселерометр А-18, который удовлетворяет всем условиям эксплуатации баллистической ракеты, имеет малые габариты и вес, а также соответствует рассчитанным ранее в выражении (1.43) точностным характеристикам.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Технические и метрологические характеристики линейного акселерометра А-18 приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Основные характеристики акселерометра А-18

Характеристика	Значение
Масса, г	45
Габаритные размеры, мм	Ø24 x 21
Рабочий диапазон температур окружающей среды, °С	-60+80
Диапазон измерения, <i>g</i>	25
Крутизна по току, <i>mA/g</i>	0,5
Дрейф нулевого сигнала, <i>g</i> /ч	7.10-5

Как можно увидеть из таблицы 2.2 – характеристики акселерометра A-18 даже несколько лучше рассчитанных в главе 1, в выражении (1.43), а значит точность попадания должна быть выше расчётной.

На рисунке 2.3 представлена конструкция осевого акселерометра А-18 компенсационного типа [11].



Рисунок 2.3 – Конструкция осевого акселерометра А-18

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	67
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		07

На рисунке 2.3 обозначены: 1 – чувствительная масса (каркас), 2 – катушка силового магнитоэлектрического преобразователя; 3 – емкостной датчик перемещений; 4 – плоская пружина упругого подвеса; 5 – постоянный магнит, намагниченный в осевом направлении.

В данном акселерометре величина тока в магнитоэлектрическом датчике соответствует измеряемому ускорению *a*.

Здесь инерционная сила и сила, возникающая от взаимодействия тока в катушке с полем постоянного магнита, уравновешивают друг друга. При действии ускорения \vec{a} подвижная часть акселерометра (поз. 1, 2), закреплённая на плоских пружинах малой жесткости 4, отклоняется. Катушка обратной связи 2 находится в равномерном магнитном поле, созданным постоянным магнитом 5. Сигнал, пропорциональный перемещению чувствительной массы, под действием ускорения снимается емкостным датчиком перемещения 3 и подаётся на усилитель-преобразователь, с которого ток, пропорциональный величине действующего ускорения, поступает в катушку обратной связи. Ток, протекающий по катушке, взаимодействует с полем магнита и создаёт силу, равную и противоположную инерционной силе, вызванной ускорением.

В цепи обратной связи ставится сопротивление R, с которого снимается сигнал в виде напряжения *U*_{вых} [14].

2.2 Выбор кинематической схемы трехосного гиростабилизатора

Чувствительными элементами углового движения, разрабатываемого трёхосного гиростабилизатора для системы управления баллистической ракеты большой дальности, являются динамически настраиваемые гироскопы с газодинамической опорой ротора.

Применение в гироскопических стабилизаторах ДНГ в качестве чувствительного элемента позволяет повысить точность и ресурс работы [14].

Для определения углов ориентации объекта (курс, крен, тангаж) без применения внешнего преобразователя координат оси подвеса ГС располагаются следующим образом: дополнительной наружной осью карданова подвеса вдоль оси крена (по

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	69
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		00

продольной оси самолета), наружной осью – вдоль оси тангажа. Кинематическая схема трехосного ГС представлена на рисунке 2.4.



Рисунок 2.4 – Кинематическая схема трехосного гиростабилизатора

Основной частью трехосного гиростабилизатора является стабилизированная платформа (далее платформа), имеющая посадочные поверхности для монтажа гироскопов стабилизации (ДНГ), ньютонометров или гироинтеграторов системы управления, уровней (маятников) и оптических устройств начальной выставки. Платформа имеет три степени свободы относительно корпуса прибора, для чего она помещена в трехосный карданов подвес, состоящий из внутренней рамы, наружной рамы, дополнительной рамы и корпуса прибора. Дополнительная рама такого подвеса с помощью цапф, образующих внешнюю ось подвеса, установлена Наружная рама цапфами, подшипниках корпуса. представляющими В промежуточную внешнюю ось подвеса, укреплена в подшипниках дополнительной рамы. Внутренняя рама своими цапфами, представляющими промежуточную

Изм.	Лист	№ док∨м.	Подпись	Дата

внутреннюю ось подвеса, укреплена в подшипниках наружной рамы. Платформа цапфами, образующими внутреннюю ось подвеса, установлена в подшипниках внутренней рамы [2].

Для изоляции платформы от углового движения объекта в схеме используется наружный карданов подвес. Это позволяет обеспечить высокую точность взаимной выставки гироскопов и достичь неограниченной свободы углового маневра объекта относительно наружной и внутренней осей подвеса платформы, так как при совершении таких маневров ортогональность осей подвеса нарушается.

При широком маневрировании объекта по всем трем осям в обычном кардановом подвесе происходит складывание рамок, и платформа теряет одну из степеней свободы. Для ликвидации этого явления «складывания» карданов подвес дополняют еще одной рамой. При помощи следящей системы наружная рама приводится в положение, когда ось ее цапф перпендикулярна плоскости внутренней рамы. Этим достигается перпендикулярность всех трех осей карданова подвеса платформы и работоспособность системы при любых возможных маневрах объекта [20].

Чувствительными элементами рассматриваемого ГС являются ДНГ, установленные на платформе. ДНГ имеет две оси чувствительности измерения углов, но так как нам надо стабилизировать лишь три оси, то один канал ДНГ остается не занятым и может использоваться в качестве дублирующего. Кроме того по этим осям осуществляется измерение абсолютных углов поворота осей платформы. Для измерения угловых отклонений платформы каждый ДНГ снабжен датчиками углов [2].

Для управления маневренным объектом необходима информация об углах отклонения от заданной траектории, которая определяется с помощью датчиков углов ДУ1, ДУ2, ДУ3, в качестве которых используются синусно-косинусные вращающиеся трансформаторы.

Для компенсации возмущающих моментов по осям стабилизации служат двигатели стабилизации ДС1, ДС2 и ДС3 соответственно.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	70
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		70

Управление (коррекция) углового положения платформы осуществляется с помощью датчиков момента, установленных на каждом ДНГ.

ДНГ, Датчики угла усилители И двигатели стабилизации образуют систему регулирования, осуществляющую стабилизацию автоматическую платформы. В такой системе регулирования ДНГ является чувствительным элементом, измеряющим отклонения платформы. Возмущающие моменты, приложенные к платформе, уравновешиваются в установившемся режиме моментами двигателей стабилизации, которые формируются регуляторами на основе информации об отклонения платформы – сигналов с датчиков угла ДНГ.

При поворотах ракеты система стабилизации ГС при отсутствии преобразователя координат неработоспособна. Стабилизирующие двигатели вырабатывают моменты относительно «чужих» осей платформы. Карданов подвес трехосного ГС вносит искажения в систему управления ракетой или систему стабилизации ГС. Возникают кардановые погрешности. И поэтому необходимо преобразовывать сигналы внутренним преобразователем координат. Устройством, выполняющим преобразования, может быть синусно-косинусный вращающийся трансформатор (СКВТ) [19].

2.3 Разработка математической модели трехосного гиростабилизатора

Для оценки работоспособности и получения динамических характеристик ГС необходимо получить математическую модель. Математическая модель представляет собой систему дифференциальных уравнений движения трехосного ГС, которую необходимо вывести. Исследование динамики ГС производится с помощью уравнений движения нагруженного канала [2].

Вывод уравнений движения трехосного ГС.

Для описания положения платформы, внутренней рамы и наружной рамы (см. рисунок 2.4) относительно основания гиростабилизатора, а также их взаимного расположения введены в рассмотрение системы координат, которые представлены на рисунке 2.5.

14000	П	No Pourus		П анаа
ИЗМ.	JIUCT	Ν≌ ΟΟΚΥΜ.	і юопись	дата

Лист 71



Рисунок 2.5 – Системы координат и повороты элементов ГС

 $O\xi\eta\zeta$ – система координат, связанная с объектом, $Ox_{\rm Bp}, y_{\rm Bp}, z_{\rm Bp}$ – система координат, связанная с внутренней рамой, $Ox_{\rm Hp}, y_{\rm Hp}, z_{\rm Hp}$ – система координат, связанная с наружной рамой, $Ox_{\rm n}, y_{\rm n}, z_{\rm n}$ – система координат, связанная с платформой. Также для описания расположения ДНГ относительно платформы рассмотрим системы координат $Ox_i, y_i, z_i, i = \overline{1,2}$, связанные с ДНГ, которые представлены на рисунке 2.6.

Введем следующие обозначения:

*α*₁ – угол поворота наружной рамы относительно основания;

*α*₂ – угол поворота внутренней рамы относительно наружной рамы;

*α*₃ – угол поворота платформы относительно внутренней рамы;

 $\alpha_{r1}, \beta_{r1}, \alpha_{r2}, \beta_{r2}$ – углы поворотов ДНГ;

 $J_{x_{\rm Hp}}, J_{y_{\rm Hp}}, J_{z_{\rm Hp}}$ — моменты инерции наружной рамы относительно соответствующих осей;

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	72
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		12

 $J_{x_{\rm Bp}}, J_{y_{\rm Bp}}, J_{z_{\rm Bp}}$ – моменты инерции внутренней рамы относительно соответствующих осей;

 $J_{x_{n}}, J_{y_{n}}, J_{z_{n}}$ – моменты инерции платформы относительно соответствующих осей.



Рисунок 2.6 – Системы координат ДНГ, связанные с платформой

При появлении угловой скорости $\dot{\alpha}_1$, которая направлена по оси ξ , система координат $O\xi\eta\zeta$ совершает поворот на угол α_1 . Появляется система координат $Ox_{\rm hp}, y_{\rm hp}, z_{\rm hp}$, связанная наружной рамой. Далее совершается поворот внутренней рамы относительно наружной на угол α_2 при действии угловой скорости $\dot{\alpha}_2$, которая направлена по оси $y_{\rm hp}$. При действии угловой скорости $\dot{\alpha}_3$, которая направлена по оси $z_{\rm bp}$, возникает поворот платформы относительно внутренней рамы на угол α_3 . В итоге получается система координат $Ox_{\rm n}, y_{\rm n}, z_{\rm n}$, связанная с платформой.

Пусть объект движется с угловой скоростью ω , проекциями которой на оси системы координат $O\xi\eta\zeta$, связанную с основанием, будут ω_{ξ} , ω_{η} и ω_{ζ} . В таком случае проекции абсолютных угловых скоростей наружной рамы, внутренней рамы и платформы на связанные оси будут иметь вид:

					24.04.02.2019.211.00 ПЗ
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

Лист 73

$$\begin{split} \omega_{x_{Hp}} &= \omega_{\xi} + \dot{\alpha}_{1}; \\ \omega_{y_{Hp}} &= \omega_{\eta} \cos\alpha_{1} + \omega_{\zeta} \sin\alpha_{1}; \\ \omega_{z_{Hp}} &= \omega_{\zeta} \cos\alpha_{1} - \omega_{\eta} \sin\alpha_{1}; \\ \omega_{x_{Bp}} &= \omega_{x_{Hp}} \cos\alpha_{2} - \omega_{z_{Hp}} \sin\alpha_{2}; \\ \omega_{y_{Bp}} &= \omega_{y_{Hp}} + \dot{\alpha}_{2}; \\ \omega_{z_{Bp}} &= \omega_{z_{Hp}} \cos\alpha_{2} + \omega_{x_{Hp}} \sin\alpha_{2}; \\ \omega_{x_{\Pi}} &= \omega_{x_{Bp}} \cos\alpha_{3} + \omega_{y_{Bp}} \sin\alpha_{3}; \\ \omega_{y_{\Pi}} &= \omega_{y_{Bp}} \cos\alpha_{3} - \omega_{x_{Bp}} \sin\alpha_{3}; \\ \omega_{z_{\Pi}} &= \omega_{z_{Bp}} + \dot{\alpha}_{3}. \end{split}$$

$$(2.1)$$

Запишем уравнения движения ДНГ [5]: первый динамически настраиваемый гироскоп:

$$(B + b_{1})\ddot{\alpha}_{r1} + \Omega(A + 2b)\dot{\beta}_{r1} + k_{d}\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\Omega\beta_{r1} =$$

= $-(A + a + b - c)\Omega\omega_{x_{n}} - (B + b)\dot{\omega}_{z_{n}}\beta_{r1}$
 $(B + b_{1})\ddot{\beta}_{r1} - \Omega(A + 2b)\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\dot{\beta}_{r1} - k_{d}\Omega\alpha_{r1} =$
= $(A + a + b - c)\Omega\omega_{z_{n}} - (B + b)\dot{\omega}_{x_{n}};$

второй динамически настраиваемый гироскоп:

$$(B + b_{1})\ddot{\alpha}_{r2} - \Omega(A + 2b)\dot{\beta}_{r2} + k_{d}\dot{\alpha}_{r2} - k_{d}\Omega\beta_{r2} =$$

= $(A + a + b - c)\Omega\omega_{y_{n}} - (B + b)\dot{\omega}_{z_{n}};$
 $(B + b_{1})\ddot{\beta}_{r2} + \Omega(A + 2b)\dot{\alpha}_{r2} + k_{d}\dot{\beta}_{r2} + k_{d}\Omega\alpha_{r2} =$
= $-(A + a + b - c)\Omega\omega_{z_{n}} - (B + b)\dot{\omega}_{y_{n}}.$

При выводе уравнений движения гиростабилизатора будем пользоваться методом кинетостатики.

Для получения уравнений движения платформы рассмотрим рисунок 2.7.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись Д	Дата		74


Рисунок 2.7 – К выводу уравнения движения платформы Запишем суммы динамических моментов по осям платформы:

$$M_{x_{\Pi}} = -J_{x_{\Pi}}\dot{\omega}_{x_{\Pi}} + (J_{y_{\Pi}} - J_{z_{\Pi}})\omega_{y_{\Pi}}\omega_{z_{\Pi}};$$

$$M_{y_{\Pi}} = -J_{y_{\Pi}}\dot{\omega}_{y_{\Pi}} + (J_{z_{\Pi}} - J_{x_{\Pi}})\omega_{z_{\Pi}}\omega_{x_{\Pi}};$$

$$M_{z_{\Pi}} = -J_{z_{\Pi}}\dot{\omega}_{z_{\Pi}} + (J_{x_{\Pi}} - J_{y_{\Pi}})\omega_{x_{\Pi}}\omega_{y_{\Pi}};$$
(2.2)

Теперь можно записать уравнение движения гироплатформы относительно оси x_{n} , которое будет имеет вид:

$$\sum mom x_{\pi} = 0;$$

$$M_{x_{\pi}} - h_3 \dot{\alpha}_3 + M_{c3} + M_{13} = 0,$$
(2.3)

^{Лист} 75

где $M_{c3} = K_3 \alpha_{r1}$.

Для вывода уравнений движения внутренней рамы рассмотрим рисунок 2.8.

					24 04 02 2010 211 00 02
					24.04.02.2019.211.00113
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	



Рисунок 2.8 – К выводу уравнения движения внутренней рамы Запишем сумму динамических моментов по осям внутренней рамы:

$$M_{x_{\rm Bp}} = -J_{x_{\rm Bp}}\dot{\omega}_{x_{\rm Bp}} + \left(J_{y_{\rm Bp}} - J_{z_{\rm Bp}}\right)\omega_{y_{\rm Bp}}\omega_{z_{\rm Bp}} + M_{x_{\rm Bp}}\cos\alpha_{3} - M_{y_{\rm Bp}}\sin\alpha_{3}; \quad (2.4)$$

$$M_{y_{\rm Bp}} = -J_{y_{\rm Bp}} \dot{\omega}_{y_{\rm Bp}} + \left(J_{z_{\rm Bp}} - J_{x_{\rm Bp}}\right) \omega_{z_{\rm Bp}} \omega_{x_{\rm Bp}} + M_{y_{\rm H}} \cos \alpha_3 + M_{x_{\rm H}} \sin \alpha_3; \quad (2.5)$$

$$M_{Z_{\rm BP}} = -J_{Z_{\rm BP}} \dot{\omega}_{Z_{\rm BP}} + \left(J_{X_{\rm BP}} - J_{y_{\rm BP}}\right) \omega_{X_{\rm BP}} \omega_{y_{\rm BP}} - M_{\rm c3}; \qquad (2.6)$$

Тогда уравнение движения платформы относительно оси *у*_{вр} имеет вид:

$$\sum mom y_{Bp} = 0;$$

$$M_{y_{Bp}} - h_2 \dot{\alpha}_2 + M_{c2} + M_{12} = 0,$$
(2.7)

где $M_{c2} = K_2 \beta_{r1} sin \alpha_3 - K_2 \beta_{r2} cos \alpha_3.$

Для вывода уравнений движения наружной рамы рассмотрим рисунок 2.9.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	76
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		70



где $M_{c1} = K_1 \beta_{r1} cos \alpha_3 + K_1 \beta_{r2} sin \alpha_3.$

Подставляя выражение (2.2) в уравнение (2.3), получаем уравнения движения трехосного гиростабилизатора относительно платформы:

$$-J_{Z_{\Pi}}\dot{\omega}_{Z_{\Pi}} + (J_{X_{\Pi}} - J_{y_{\Pi}})\omega_{X_{\Pi}}\omega_{y_{\Pi}} - h_{3}\dot{\alpha}_{3} + M_{c3} + M_{13} = 0;$$

$$(B + b_{1})\ddot{\alpha}_{r1} + \Omega(A + 2b)\dot{\beta}_{r1} + k_{A}\dot{\alpha}_{r1} + k_{A}\Omega\beta_{r1} =$$

$$= -(A + a + b - c)\Omega\omega_{X_{\Pi}} - (B + b)\dot{\omega}_{Z_{\Pi}};$$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	77
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		//

$$(B+b_1)\ddot{\beta}_{r1} - \Omega(A+2b)\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\dot{\beta}_{r1} - k_{d}\Omega\alpha_{r1} =$$
$$= (A+a+b-c)\Omega\omega_{z_{n}} - (B+b)\dot{\omega}_{x_{n}}.$$

Подставляя выражение (2.5) в уравнение (2.7), получаем уравнения движения трехосного гиростабилизатора относительно внутренней рамы:

$$\begin{split} -J_{y_{Bp}}\dot{\omega}_{y_{Bp}} + \left(J_{z_{Bp}} - J_{x_{Bp}}\right)\omega_{z_{Bp}}\omega_{x_{Bp}} + M_{y_{\Pi}}cos\alpha_{3} + M_{x_{\Pi}}sin\alpha_{3} - h_{2}\dot{\alpha}_{2} + M_{c2} + M_{12} = 0;\\ (B+b_{1})\ddot{\alpha}_{r2} - \Omega(A+2b)\dot{\beta}_{r2} + k_{A}\dot{\alpha}_{r2} - k_{A}\Omega\beta_{r2} = \\ &= (A+a+b-c)\Omega\omega_{y_{\Pi}} - (B+b)\dot{\omega}_{z_{\Pi}};\\ (B+b_{1})\ddot{\beta}_{r2} + \Omega(A+2b)\dot{\alpha}_{r2} + k_{A}\dot{\beta}_{r2} + k_{A}\Omega\alpha_{r2} = \\ &= -(A+a+b-c)\Omega\omega_{z_{\Pi}} - (B+b)\dot{\omega}_{y_{\Pi}}. \end{split}$$

Подставляя выражения (2.5) и (2.6) в уравнение (2.8), получаем уравнения движения трехосного ГС относительно наружной рамы:

$$\begin{split} -J_{x_{\rm Hp}}\dot{\omega}_{x_{\rm Hp}} + \left(J_{z_{\rm Hp}} - J_{y_{\rm Hp}}\right)\omega_{y_{\rm Hp}}\omega_{z_{\rm Hp}} + \\ + \left[-J_{y_{\rm Bp}}\dot{\omega}_{y_{\rm Bp}} + \left(J_{z_{\rm Bp}} - J_{x_{\rm Bp}}\right)\omega_{z_{\rm Bp}}\omega_{x_{\rm Bp}} + M_{y_{\rm H}}cos\alpha_{3} + M_{x_{\rm H}}sin\alpha_{3}\right]cos\alpha_{2} + \\ + \left[-J_{z_{\rm Bp}}\dot{\omega}_{z_{\rm Bp}} + \left(J_{x_{\rm Bp}} - J_{y_{\rm Bp}}\right)\omega_{x_{\rm Bp}}\omega_{y_{\rm Bp}} - M_{\rm C3}\right]sin\alpha_{2} - h_{1}\dot{\alpha}_{1} - M_{\rm c1} + M_{11} = 0; \\ (B + b_{1})\ddot{\alpha}_{r1} + \Omega(A + 2b)\dot{\beta}_{r1} + k_{A}\dot{\alpha}_{r1} + k_{A}\Omega\beta_{r1} = \\ = -(A + a + b - c)\Omega\omega_{x_{\rm H}} - (B + b)\dot{\omega}_{z_{\rm H}}; \\ (B + b_{1})\ddot{\beta}_{r1} - \Omega(A + 2b)\dot{\alpha}_{r1} + k_{A}\dot{\beta}_{r1} - k_{A}\Omega\alpha_{r1} = \\ = (A + a + b - c)\Omega\omega_{z_{\rm H}} - (B + b)\dot{\omega}_{z_{\rm H}}. \end{split}$$

24.04.02.2019.211.00 ПЗ	79
Изм. Лист № докум. Подпись Дата	70

Рассмотрим динамику трехосного гиростабилизатора на неподвижном основании, т.е. при $\omega_{\xi} = \omega_{\eta} = \omega_{\zeta} = 0$. В этом случае выражения (2.1) будут в виде:

$$\omega_{x_{Hp}} = \dot{\alpha}_{1};$$

$$\omega_{y_{Hp}} = \omega_{z_{Hp}} = 0;$$

$$\omega_{x_{Bp}} = \dot{\alpha}_{1} \cos \alpha_{2};$$

$$\omega_{y_{Bp}} = \dot{\alpha}_{2};$$

$$\omega_{z_{Bp}} = \dot{\alpha}_{1} \sin \alpha_{2};$$

$$\omega_{x_{\Pi}} = \dot{\alpha}_{1} \cos \alpha_{2} \cos \alpha_{3} + \dot{\alpha}_{2} \sin \alpha_{3};$$

$$\omega_{y_{\Pi}} = \dot{\alpha}_{2} \cos \alpha_{3} - \dot{\alpha}_{1} \cos \alpha_{2} \sin \alpha_{3};$$

$$\omega_{z_{\Pi}} = \dot{\alpha}_{1} \sin \alpha_{2} + \dot{\alpha}_{3}.$$
(2.9)

Уравнения движения гиростабилизатора при $\alpha_1(0) = \alpha_2(0) = \alpha_3(0) = 0$ запишутся в следующем виде:

$$-J_{z_{n}}\ddot{\alpha}_{3} - h_{3}\dot{\alpha}_{3} + K_{3}\alpha_{r1} + M_{13} = 0;$$

$$B\ddot{\alpha}_{r1} + H\dot{\beta}_{r1} + k_{a}\dot{\alpha}_{r1} + k_{a}\Omega\beta_{r1} = -H\dot{\alpha}_{1} - B\ddot{\alpha}_{3};$$

$$B\ddot{\beta}_{r1} - H\dot{\alpha}_{r1} + k_{a}\dot{\beta}_{r1} - k_{a}\Omega\alpha_{r1} = H\dot{\alpha}_{3} - B\ddot{\alpha}_{1};$$

$$-J_{y_{Bp}}\ddot{\alpha}_{2} - J_{y_{n}}\ddot{\alpha}_{2} - h_{2}\dot{\alpha}_{2} - K_{2}\beta_{r2} + M_{12} = 0;$$

$$B\ddot{\alpha}_{r2} - H\dot{\beta}_{r2} + k_{a}\dot{\alpha}_{r2} - k_{a}\Omega\beta_{r2} = H\dot{\alpha}_{2} - B\ddot{\alpha}_{3};$$

$$B\ddot{\beta}_{r2} + H\dot{\alpha}_{r2} + k_{a}\dot{\beta}_{r2} + k_{a}\Omega\alpha_{r2} = -H\dot{\alpha}_{3} - B\ddot{\alpha}_{2};$$

$$-J_{x_{Hp}}\ddot{\alpha}_{1} - J_{x_{Bp}}\ddot{\alpha}_{1} - J_{x_{n}}\ddot{\alpha}_{1} - h_{1}\dot{\alpha}_{1} - K_{1}\beta_{r1} + M_{11} = 0;$$

$$B\ddot{\alpha}_{r1} + H\dot{\beta}_{r1} + k_{a}\dot{\alpha}_{r1} + k_{a}\Omega\beta_{r1} = -H\dot{\alpha}_{1} - B\ddot{\alpha}_{3};$$

$$B\ddot{\beta}_{r1} - H\dot{\alpha}_{r1} + k_{a}\dot{\beta}_{r1} - k_{a}\Omega\alpha_{r1} = H\dot{\alpha}_{3} - B\ddot{\alpha}_{1}.$$

Система уравнений (2.10) является системой автоматического регулирования с линейными перекрестными связями, обусловленными демпфированием по осям динамически настраиваемого гироскопа [14].

					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	70
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		19

Оценим влияние перекрестных связей на динамику ГС. Для этого перепишем уравнения (2.10) в следующем виде:

$$A_{1}\ddot{\alpha}_{1} + h_{1}\dot{\alpha}_{1} + K_{1}\beta_{r1} = M_{11};$$

$$B\ddot{\alpha}_{r1} + H\dot{\beta}_{r1} + k_{d}\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\Omega\beta_{r1} + H\dot{\alpha}_{1} + B\ddot{\alpha}_{3} = 0;$$

$$B\ddot{\beta}_{r1} - H\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\dot{\beta}_{r1} - k_{d}\Omega\alpha_{r1} - H\dot{\alpha}_{3} + B\ddot{\alpha}_{1} = 0;$$

$$A_{2}\ddot{\alpha}_{2} + h_{2}\dot{\alpha}_{2} + K_{2}\beta_{r2} = M_{12};$$

$$B\ddot{\alpha}_{r2} - H\dot{\beta}_{r2} + k_{d}\dot{\alpha}_{r2} - k_{d}\Omega\beta_{r2} - H\dot{\alpha}_{2} + B\ddot{\alpha}_{3} = 0;$$

$$B\ddot{\beta}_{r2} + H\dot{\alpha}_{r2} + k_{d}\dot{\beta}_{r2} + k_{d}\Omega\alpha_{r2} + H\dot{\alpha}_{3} + B\ddot{\alpha}_{2} = 0;$$

$$A_{3}\ddot{\alpha}_{3} + h_{3}\dot{\alpha}_{3} - K_{3}\alpha_{r1} = M_{13};$$

$$B\ddot{\alpha}_{r1} + H\dot{\beta}_{r1} + k_{d}\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\Omega\beta_{r1} + H\dot{\alpha}_{1} + B\ddot{\alpha}_{3} = 0;$$

$$B\ddot{\beta}_{r1} - H\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\beta_{r1} - k_{d}\Omega\alpha_{r1} - H\dot{\alpha}_{3} + B\ddot{\alpha}_{1} = 0.$$

Так как коэффициент демпфирования $k_{\rm d}$ имеет малую величину, можно предположить, что полученные перекрестные связи мало влияют на точность ГС. Для проверки этого предположения необходимо провести дополнительные исследования, после которых можно будет сделать окончательный вывод о влиянии перекрестных связей [5].

Уравнения движения и передаточные функции канала ГС.

Для получения необходимых параметров ГС и построения амплитудно-фазовых частотных характеристик необходимо вывести уравнения движения и передаточные функции самого нагруженного канала. В разрабатываемом ГС наиболее нагруженным каналом является ось наружной рамы.

Уравнения движения канала с учетом малости углов получаем из выражения (2.10), отбрасывая перекрестные связи и уравнения по двум другим осям, а, следовательно, получаем:

$$A_{1}\ddot{\alpha}_{1} + h_{1}\dot{\alpha}_{1} - K_{1}\beta_{r1} = M_{11};$$

$$B\ddot{\alpha}_{r1} + H\dot{\beta}_{r1} + k_{d}\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\Omega\beta_{r1} = -H\dot{\alpha}_{1};$$

$$B\ddot{\beta}_{r1} - H\dot{\alpha}_{r1} + k_{d}\dot{\beta}_{r1} - k_{d}\Omega\alpha_{r1} = 0.$$
(2.12)

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	<u>م</u> م
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		00

Составим структурную схему канала ГС для чего перепишем уравнения (2.12) в следующем виде:

$$A_{1}p^{2}\alpha_{1}(p) + h_{1}p\alpha_{1}(p) - K_{1}\beta_{r1}(p) = M_{11}(p);$$

$$Bp^{2}\alpha_{r1}(p) + Hp\beta_{r1}(p) + k_{d}p\alpha_{r1}(p) + k_{d}\Omega\beta_{r1}(p) + Hp\alpha_{1}(p) = 0; \quad (2.13)$$

$$Bp^{2}\beta_{r1}(p) - Hp\alpha_{r1}(p) + k_{d}p\beta_{r1}(p) - k_{d}\Omega\alpha_{r1}(p) = 0.$$

Составим структурную схему канала гиростабилизатора, которая представлена на рисунке 2.10.



Рисунок 2.10 – Структурная схема канала трехосного ГС

Для получения передаточных функций воспользуемся правилом Крамера [8]. Используя уравнения (2.13) запишем главный определитель системы и определители замещения по углам $\alpha_1(p)$, $\alpha_{r1}(p)$ и $\beta_{r1}(p)$:

$$\begin{split} \Delta(p) &= \begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & 0 & -K_1 \\ Hp & Bp^2 + k_A p & Hp + k_A \Omega \\ 0 & -Hp - k_A \Omega & Bp^2 + k_A p \end{vmatrix}; \\ \Delta_{\alpha_1}(p) &= \begin{vmatrix} M_{11}(p) & 0 & -K_1 \\ 0 & Bp^2 + k_A p & Hp + k_A \Omega \\ 0 & -Hp - k_A \Omega & Bp^2 + k_A p \end{vmatrix}; \\ \Delta_{\alpha_{r1}}(p) &= \begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & M_{11}(p) & -K_1 \\ Hp & 0 & Hp + k_A \Omega \\ 0 & 0 & Bp^2 + k_A p \end{vmatrix}; \\ \Delta_{\beta_{r1}}(p) &= \begin{vmatrix} A_1 p^2 + h_1 p & M_{11}(p) & -K_1 \\ Hp & 0 & Hp + k_A \Omega \\ 0 & 0 & Bp^2 + k_A p \end{vmatrix}; \end{split}$$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	01
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись ,	Дата		01

откуда получим следующие передаточные функции:

$$\begin{split} W_{\alpha_{1},M_{11}}(p) &= \frac{\alpha_{1}(p)}{M_{11}(p)} = \\ &= \frac{B^{2}p^{4} + 2Bk_{\mu}p^{3} + k_{\mu}^{2}p^{2} + H^{2}p^{2} + 2Hk_{\mu}\Omega p + k_{\mu}^{2}\Omega^{2}}{(A_{1}p^{2} + h_{1}p)(B^{2}p^{4} + 2Bk_{\mu}p^{3} + k_{\mu}^{2}p^{2} + H^{2}p^{2} + 2Hk_{\mu}\Omega p + k_{\mu}^{2}\Omega^{2}) + K_{1}H^{2}p^{2} + K_{1}Hk_{\mu}\Omega p}; (2.14) \\ W_{\alpha_{r1},M_{11}}(p) &= \frac{\alpha_{r1}(p)}{M_{11}(p)} = \\ &= \frac{Hp(Bp^{2} + k_{\mu}p)}{(A_{1}p^{2} + h_{1}p)(B^{2}p^{4} + 2Bk_{\mu}p^{3} + k_{\mu}^{2}p^{2} + H^{2}p^{2} + 2Hk_{\mu}\Omega p + k_{\mu}^{2}\Omega^{2}) + K_{1}H^{2}p^{2} + K_{1}Hk_{\mu}\Omega p}; (2.15) \\ W_{\beta_{r1},M_{11}}(p) &= \frac{\beta_{r1}(p)}{M_{11}(p)} = \\ &= \frac{Hp(-Hp - k_{\mu}\Omega)}{(A_{1}p^{2} + h_{1}p)(B^{2}p^{4} + 2Bk_{\mu}p^{3} + k_{\mu}^{2}p^{2} + H^{2}p^{2} + 2Hk_{\mu}\Omega p + k_{\mu}^{2}\Omega^{2}) + K_{1}H^{2}p^{2} + K_{1}Hk_{\mu}\Omega p}. (2.16) \end{split}$$

Свободный оператор *p* в знаменателе передаточной функции (2.14) характеризует наличие угловой скорости дрейфа. Она определяется следующим образом:

$$\dot{\alpha}_{1}(p=0) = \frac{k_{A}^{2} \Omega^{2} M_{11}}{K_{1} H k_{A} \Omega} = \omega_{Ap}.$$
(2.17)

Так как $H = A\Omega$, где A – осевой момент инерции ДНГ и $k_{\rm d} \approx \frac{A}{T}$, где T – постоянная времени, то выражение (2.17) примет вид

$$\dot{\alpha}_1(p=0) = \frac{M_{11}}{T \cdot K_1} = \frac{\alpha_{1\text{ct}}}{T}$$

При действии постоянного возмущающего момента M_{11} по координате α_1 возникает статическая ошибка [1]. Для определения статической ошибки α_{1cr} примем, что коэффициент демпфирования k_{d} в передаточной функции (2.14) равен нулю, следовательно:

$$\alpha_{1\rm cr} = \frac{M_{11}H^2p^2}{K_1H^2p^2} = \frac{M_{11}}{K_1}.$$
(2.18)

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	02
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		02

Формула (2.18) используется для определения коэффициента усиления *K*₁ цепи стабилизации [14].

Выводы по второму разделу: выведены уравнения движения канала трехосного гиростабилизатора, получены передаточные функции и по ним определены выражения для угловой скорости дрейфа и статической ошибки, которые позволят в дальнейшем исследовать динамику проектируемого трехосного ГС.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	02
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		03

3 УСТОЙЧИВОСТЬ СПРОЕКТИРОВАННОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

Во втором разделе получена математическая модель трехосного ГС и его нагруженного канала. Для получения динамических характеристик нужно определить необходимые параметры ГС, такие, как масса, моменты инерции, коэффициент усиления, коэффициент демпфирования двигателя стабилизации.

3.1 Определение возмущающих моментов по осям стабилизации

На основании выбранной во второй главе кинематической схемы и в соответствии с требованиями технического задания (по массе, габаритам и углам поворота объекта) в прикладном пакете Компас-3D была спроектирована твердотельная модель трехосного гиростабилизатора, которая изображена на рисунке 3.1 [21].



						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	Q 1
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		04

По спроектированной модели трехосного ГС были определены необходимые в дальнейших расчётах параметры:

масса ГС (наружная + внутренняя рамы и платформа): m = 5,3 кг;
 моменты инерции ГС по осям рамок подвеса: J_{x_{нp}} = 3,34 H · см · с², J_{x_{вp}} = 2,48 H · см · с²,

$$J_{x_{\rm II}} = 1,75 \,\mathrm{H} \cdot \mathrm{cm} \cdot \mathrm{c}^2.$$

 $D_{n\omega} = 1,3$ см.

Исходя из полученной массы рамок и в соответствии с заданным по ТЗ значением перегрузок в качестве опор были выбраны шариковые подшипники 6017-2RS [3], имеющие следующие важные для расчётов параметры:

- диаметр шарика: $D_{\omega} = 0,3969 \, \mathrm{см};$
- номинальный диаметр:

Теперь можно рассчитать возмущающий момент M_{BO3} , который представляет собой сумму основных моментов: $M_{BO3} = M_{Tp} + M_{T\Pi} + M_{H6}$, где M_{Tp} – момент трения, $M_{T\Pi}$ – момент тяжения токоподводов, M_{H6} – момент небаланса. Момент трения определяется по формуле [9]:

$$M_{\rm rp} = M_0 + [(1,5Fa + 1,25Fr)\mu \cdot D_{p\omega}/D_{\omega}],$$

где $M_0 = 4 * 10^{-3}$ H · см – момент сил трения ненагруженного шарикового подшипника (ШП), определяемый классом точности ШП и диаметром посадочного отверстия внутреннего кольца;

 $\mu = 4 * 10^{-4}$ см – коэффициент трения качения,

Fa = 462 H и *Fr* = 462 H – осевая и радиальная нагрузки.

Подставив табличные значения и произведя расчёты получаем:

$$M_{\rm TD} = 1 \, \mathrm{H} \cdot \mathrm{cm}.$$

В связи с тем, что статическая балансировка в реальных системах производится с точностью до момента трения, принимаем $M_{\rm H6} = M_{\rm Tp} = 1~{\rm H}\cdot{\rm cm}.$

Момент тяжения токоподводов возьмём $M_{\text{тп}} = 0,2 \text{ H} \cdot \text{см.},$ тогда:

 $M_{\text{BO3}} = 1 + 1 + 0.2 = 2.2 \text{ H} \cdot \text{cm}.$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	95
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		00

В качестве двигателя стабилизации (ДС) был выбран двигатель МД50-1, обладающий следующими характеристиками [8]:

• максимальный синхронизирующий момент $M_{max} = 8 \text{ H} \cdot \text{см};$

• частота вращения холостого хода $\omega_{xx} = 100 \text{ об/мин} = 10,47 \text{ рад/с.}$ Внешний вид двигателя МД50-1 показан на рисунке 3.2.



Рисунок 3.2 – Двигатель стабилизации МД50-1

Максимальный синхронизирующий момент (M_{max}) двигателя МД50-1 в несколько раз больше возмущающего момента ($M_{воз}$), а значит подобранный двигатель с запасом справится с задачей стабилизации и положительно повлияет на итоговые характеристики гиростабилизатора.

В качестве датчиков углов были выбраны индукционные первичные преобразователи угла ИПУ-Г класса синус-косинусных вращающихся трансформаторов, удовлетворяющие рассчитанным требованиям по точности.

3.2 Определение параметров цепи стабилизации и выбор корректирующего контура гиростабилизатора

Для исследования динамики разрабатываемого трехосного ГС необходимо вычислить его параметры, такие, как: коэффициент усиления цепи стабилизации, коэффициент демпфирования ДС. Для оценки устойчивости трехосного ГС необходимо построить амплитудно-частотную характеристику нагруженного канала, и, если канал не устойчив – требуется выбрать корректирующий контур и его параметры [2].

						Лис
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	86
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		00

Найдем параметры трехосного ГС, необходимые для получения динамических характеристик.

Коэффициент усиления для всех трёх каналов будет одинаковым, в связи с идентичностью используемых в них конструктивных элементов: $K = K_1 = K_2 = K_3.$

Выразив К из формулы (2.18) получаем выражение:

$$K = \frac{M_{11}}{\alpha_{1CT}}$$

где $\alpha_{1ct} = 0,02$ угл. мин = 5,81 · 10⁻⁵ рад – расчётная точность стабилизации; приложенный момент равен максимальному $M_{11} = M_{B03}$.

$$K = \frac{M_{\text{воз}}}{\alpha_{1\text{ст}}} = \frac{2,2 \text{ H} \cdot \text{см}}{5,81 \cdot 10^{-5} \text{ рад}} = 37866 \frac{\text{H} \cdot \text{см}}{\text{рад}}.$$

Теперь используя характеристики двигателя стабилизации МД51-1 можно рассчитать коэффициент демпфирования ДС:

$$h = \frac{M_{max}}{\omega_{xx}} = \frac{8 \text{ H} \cdot \text{см}}{10,47 \text{ рад/с}} = 0,76 \text{ H} \cdot \text{см} \cdot \text{с}.$$

По определенным параметрам цепи стабилизации построим модель самого нагруженного канала стабилизации в пакете VisSim, используя систему дифференциальных уравнений (2.10). Модель канала, построенная в пакете VisSim, представлена в ПРИЛОЖЕНИИ А.

С помощью модели канала стабилизации получим логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) гиростабилизатора, изображённую на рисунке 3.3.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	07
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		07



Рисунок 3.3 – ЛАЧХ нагруженного канала гиростабилизатора

Динамические свойства ДНГ проявляются на частоте нутационных колебаний, которую можно найти из выражения:

$$v = \frac{A\Omega}{B} = 6005$$
 рад/с,

где А и В – моменты инерции по осям ДНГ.

По рисунку 3.3 мы видим, что частота нутационных колебаний ДНГ лежит намного правее частоты среза, а значит они не будут оказывать влияние на устойчивость канала.

ЛАЧХ нагруженного канала пересекает ось частот с наклоном –40 дБ/дек, однако из теории автоматического управления следует, что для обеспечения необходимых запасов устойчивости в цепи стабилизации нужно, чтобы ЛАЧХ пересекала ось частот с наклоном –20 дБ/дек [16]. Протяженность участка должна быть равна примерно одной декаде. Исходя из данных соображений выбираем корректирующий контур, который состоит из форсирующего и апериодического звеньев. Передаточная функция такого контура будет иметь следующий вид [6]:

$$W_{\rm \tiny KK}(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.04.02.2019.211.00 ПЗ

Лист

После небольших расчётов и подбора параметров получим следующие значения постоянных времени: $T_1 = 0,125$ с, $T_2 = 0,0125$ с.

После включения в модель нагруженного канала трехосного ГС рассчитанного корректирующего контура получим следующие ЛАЧХ и ЛФЧХ изображенные на рисунках 3.4 и 3.5 соответственно.



Рисунок 3.4 – ЛАЧХ канала гиростабилизатора с корректирующим контуром



По рисунку 3.4 можно увидеть, что характеристика уменьшила свой наклон в точке пересечения нулевой линии до –20 дБ/дек, протяжённость участка с этим наклоном составляет почти декаду, а значит можно сделать вывод, что спроектированный трехосный гиростабилизатор по всем трём каналам будет иметь необходимые запасы устойчивости, так как в остальных каналах используются идентичные конструктивные элементы, при существенно меньшем внешнем возмущающем моменте.

Анализируя рисунки 3.4 и 3.5 можно сделать вывод, что спроектированный трехосный гиростабилизатор будет устойчив, так как на участке частот, при которых асимптотическая ЛАЧХ положительная (то есть до частоты среза) – ЛФЧХ не пересекает фазовой линии –180°, а исходя из теории автоматического управления это значит, что замкнутая система будет устойчива.

3.3 Исследование динамики спроектированного трехосного гиростабилизатора

Для того, чтобы оценить характеристики разработанного трехосного ГС, необходимо исследовать его динамику, т.е. рассмотреть переходные процессы. Для этого достаточно рассмотреть динамику одного из самых нагруженных каналов – канала наружной рамы. Но для получения полной картины и дальнейшего анализа динамики спроектированного трехосного гиростабилизатора построим математические модели всех трёх каналов.

В настоящее время математические модели можно построить в таких пакетах, как MathCAD, Mathematic, VisSim и т.д. Для решения поставленной задачи удобнее будет воспользоваться пакетом VisSim.

По уравнениям движения трехосного ГС (2.10), приведенным в разделе 2, построим математическую модель трехосного ГС в пакете VisSim, модель представлена в ПРИЛОЖЕНИЯХ Б и В.

Результаты моделирования трехосного ГС при действии возмущающих моментов по осям стабилизации представлены на рисунке 3.6.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	00
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		90



По графикам можно определить время переходных процессов:

$$t_{\pi\pi1} \approx 0.5 \text{ c}; t_{\pi\pi2} \approx 0.5 \text{ c}; t_{\pi\pi3} \approx 0.5 \text{ c}.$$

Из графиков видно, что при работе не происходит перерегулирование:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \%.$$

Для оценки влияния перекрестных связей на точность спроектированного трехосного ГС, в построенной ранее математической модели гиростабилизатора будем подавать возмущающий момент лишь по одной раме и рассмотрим реакции оставшихся двух каналов, обусловленные этими перекрестными связями. Результаты моделирования представлены на рисунках 3.7, 3.8 и 3.9.









Полученные малые значения углов α_2 и α_3 говорят о малом влиянии перекрестной связи при действии постоянного возмущающего момента только по каналу наружной рамы на точность спроектированного трехосного ГС.





						Лисп
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	01
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		94



1.1 10.08-5 Из полученных малых значений углов α_1 и α_2 при действии постоянного возмущающего момента по каналу платформы следует малость влияния перекрестной связи по этому каналу на точность спроектированного трехосного гиростабилизатора.

3.4 Точность попадания баллистической ракеты со спроектированным трехосным гиростабилизатором в цель

Выше мы убедились, что спроектированная по требованиям технического задания твердотельная модель трехосного гиростабилизатора, с выбранными чувствительными и конструктивными элементами является устойчивой и обладает удовлетворительными динамическими характеристиками, однако при проектировании были заложены определенные требования по точности к чувствительным элементам гиростабилизатора, а точностные характеристики выбранных гироскопов и акселерометров оказались даже несколько лучше расчётных, а значит система будет точнее.

Получить фактическую точность попадания баллистической ракеты под управлением спроектированного трехосного гиростабилизатора можно используя зависимости для коэффициентов ошибок, полученные в первой главе, которые позволят рассчитать среднеквадратическое отклонение точки падения от цели. При этом в коэффициентах ошибок мы уже будем использовать параметры спроектированного гиростабилизатора.

Рассеивание ракет по дальности характеризуется средним квадратическим отклонением σL . Средние квадратические погрешности измерения и установки параметров движения в граничной точке обозначим: для начальной скорости – σv , для начального угла наклона траектории – $\sigma \vartheta$, для начальной высоты – σh , для начальной дальности – σl .

Формулы для расчета среднего квадратического отклонения точки падения по дальности получим из выражений (1.19), (1.22), (1.24) и (1.26):

$$\sigma L_1 = \frac{\partial L}{\partial v_{\rm H}} \cdot \sigma v_{\rm H},\tag{3.1}$$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	06
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		90

$$\sigma L_2 = \frac{\partial L}{\partial \vartheta_{\rm H}} \cdot \sigma \vartheta_{\rm H},\tag{3.2}$$

$$\sigma L_3 = \frac{\partial L}{\partial h_{\rm H}} \cdot \sigma h_{\rm H},\tag{3.3}$$

$$\sigma L_4 = \frac{\partial L}{\partial l_{\rm H}} \cdot \sigma l_{\rm H}. \tag{3.4}$$

Коэффициенты ошибок, входящие в эти формулы можно определить из выражений (1.20), (1.23), (1.25) и рисунков 1.19 – 1.21 соответственно. Коэффициент ошибки $\frac{\partial L}{\partial l_{\rm H}}$ равен единице, так как изменение продольного положения точки выключения двигателей на $\Delta l_{\rm H}$. приведет к смещению на эту же величину (к повороту вокруг центра Земли) всего пассивного участка траектории.

Тогда суммарная ошибка *σL* будет:

$$\sigma L = \sqrt{\sigma L_1^2 + \sigma L_2^2 + \sigma L_3^2 + \sigma L_4^2}$$
(3.5)

Такие же формулы могут быть записаны для среднего квадратического значения боковой ошибки σZ . Средние квадратические погрешности измерения и установки параметров движения в граничной точке обозначим: боковое отклонение граничной точки – σz , ошибка по положению вектора скорости – $\sigma \phi$.

Формулы для расчета среднего квадратического отклонения точки падения по боковому смещению можно получить из выражения (1.27):

$$\sigma Z_1 = \frac{\partial Z}{\partial z_{\rm H}} \sigma z_{\rm H},\tag{3.6}$$

$$\sigma Z_2 = \frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}} \sigma \varphi_{\rm H}.$$
(3.7)

Коэффициенты ошибок, входящие в эти формулы можно определить из выражений (1.29) и (1.33).

Тогда суммарная ошибка σZ будет:

$$\sigma Z = \sqrt{\sigma Z_1^2 + \sigma Z_2^2} \tag{3.8}$$

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	07
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		97

Учитывая, что ошибки спроектированного гиростабилизатора идентичны по всем трём осям и определяются ошибками акселерометров, которые были рассмотрены в 1 главе, можно переписать выражения для этих ошибок (1.37), (1.38) в следующем виде:

$$\sigma \dot{l}(\dot{z}) = 10 \cdot (g + g_{\text{H.a}}) \cdot t_{\text{H}} \cdot \sin \gamma, \qquad (3.9)$$

$$\sigma l(z) = 5 \cdot (g + g_{\text{H,a}}) \cdot t_{\text{H}}^2 \cdot \sin \gamma, \qquad (3.10)$$

где $\sigma l(z)$ — ошибка пути (или бокового отклонения) в граничной точке;

 $\sigma \dot{l}(\dot{z})$ — ошибка скорости (или боковой скрости)в граничной точке;

ү – максимальный угол ухода платформы в граничной точке;

 $g_{\rm д.a}$ – дрейф нуля акселерометра.

При этом максимальный угол ухода платформы будет складываться из угла, появляющегося вследствие дрейфа гироскопов на активном участке и статической ошибки спроектированного гиростабилизатора:

$$\gamma = \alpha_{
m cr} + \omega_{
m др.r.} \cdot t_{
m H} = 0,06$$
 угл. мин = (1,74 $\cdot 10^{-5}$ рад)

Теперь можно найти ошибки по пути и скорости спроектированного гиростабилизатора в граничной точке, используя выражения (3.9) и (3.10):

 $\sigma \dot{l}(\dot{z}) = 10 \cdot (9,80665 + 0,00007) \cdot 180 \cdot \sin(1,74 \cdot 10^{-5}) = 0,03278$ км/сек, $\sigma l(z) = 5 \cdot (9,80665 + 0,00007) \cdot 180^2 \cdot \sin(1,74 \cdot 10^{-5}) = 0,02748$ км.

Рассчитаем коэффициенты ошибок $\frac{\partial Z}{\partial z_{\rm H}}$ и $\frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}}$, входящие в выражения для нахождения σZ_1 и σZ_2 соответственно:

$$\frac{\partial Z}{\partial z_{\rm H}} = \cos(\Phi + \gamma) = \cos(1,571 + 0,001) = 0,001,$$
$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi_{\rm H}} = \frac{R\sin(\Phi + \gamma)}{\cos(\vartheta_{\rm H} + \gamma)} = \frac{6371 \cdot \sin(1,571 + 0,001)}{\cos(0,4 + 0,001)} = 6,911 \text{ KM/Mpag.}$$

Подставив найденные максимальные ошибки по скорости и пути (накопленные за время активного участка полёта ракеты), а также соответствующие им

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	00
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		90

коэффициенты ошибок в выражения (3.5) и (3.8) найдём суммарные ошибки по дальности и по боковому смещению точки падения ракеты:

$$\sigma L = \sqrt{(6,1 \cdot 0,03278)^2 + (1,07 \cdot 0,18)^2 + (5,9 \cdot 0,02748)^2 + (1 \cdot 0,02748)^2} = \sqrt{(0,1998)^2 + (0,1926)^2 + (0.1621)^2 + (0,0275)^2} \cong 0,3232 \text{ км.}$$
$$\sigma Z = \sqrt{(0,001 \cdot 0,02748)^2 + (6,911 \cdot 0,00175)^2} = \sqrt{(0,00002748)^2 + (0,241885)^2} \cong 0,2421 \text{ км.}$$

Из полученных значений средних квадратических отклонений σL и σZ видно, что спроектированный трехосный гиростабилизатор с запасом удовлетворяет требованиям технического задания по точности попадания баллистической ракеты большой дальности в цель.

Следует уточнить, что точностные характеристики были получены по результатам расчетов, произведенных с некоторыми допущениями, изложенными в первой главе, а такие расчёты являются лишь базовыми и далеки от выполняемых при реальном применении баллистических ракет, требующих введения многих поправок, при учёте которых сложность исследования движения ракеты возрастает во много раз.

Выводы по третьему разделу: с помощью разработанной математической модели получены динамические характеристики спроектированного трехосного гиростабилизатора. Рассмотрены реакции возмущающих моментов по каналам ГС. После анализа полученных графиков можно сделать вывод, что перекрестные связи практически не влияют на точность трехосного гиростабилизатора. По полученным характеристикам спроектированного трехосного гиростабилизатора была рассчитана точность попадания баллистической ракеты в цель, при использовании спроектированного ГС в качестве инерциальной системы управления.

					24.04.02.2019.211.00 <i>Π</i> 3
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

Лист

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве инерциальной системы управления баллистической ракеты большой дальности был выбран трехосный индикаторный гиростабилизатор аналитического типа.

После анализа траекторий полёта баллистических ракет и факторов, определяющих точность их попадания, были получены коэффициенты основных ошибок и рассчитаны требования к точности чувствительных элементов:

• дрейф гироскопов (*ω*_{др.г.}), не более......0,0446 °/ч;

Чувствительными элементами трехосного гиростабилизатора были выбраны:

- ДНГ с ГДО (КИНД 05-091), у которого ω_{др.г.} = 0,02°/ч;
- осевой акселерометр (A-18), у которого $\delta a_x = 7 \cdot 10^{-5} g/ч$.

Выбрана кинематическая схема трехосного гиростабилизатора с дополнительной рамой карданова подвеса и расположение осей стабилизации относительно осей объекта. Для управления угловым движением ракеты в схеме (вдоль оси тангажа) предусмотрен внешний преобразователь координат. Относительно связанных с ракетой осей тангажа, рыскания и вращения на платформе размещены чувствительные элементы.

По выбранной кинематической схеме и расположению чувствительных элементов была разработана математическая модель трехосного гиростабилизатора.

Учитывая требования технического задания в прикладном пакете Компас-3D спроектирована твердотельная модель трехосного гиростабилизатора со следующими массово-центровочными характеристиками (моментами инерции):

- по оси наружной рамы, Н · см · с² 3,34;

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	100
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		100

Исходя из полученных массо-габаритных характеристик спроектированного ГС и заданного в техническом задании значения перегрузки в качестве опор выбраны радиальные однорядные шариковые подшипники качения 6017-2RS.

По значениям трения в опорах, моменту небаланса и другим вредным моментам был рассчитан максимальный возмущающий момент ($M_{воз} = 2,2 \text{ H} \cdot \text{см}$) и в качестве двигателя стабилизации выбран двигатель МД50-1, обладающий следующими характеристиками:

• максимальный синхронизирующий момент $M_{max} = 8 \text{ H} \cdot \text{см};$

• частота вращения холостого хода $\omega_{xx} = 100$ об/мин.

По передаточной функции нагруженного канала, спроектированного трехосного гиростабилизатора, и полученному значению статической ошибки $\alpha_{ct} = 0,02$ угл. мин определен коэффициент усиления цепи стабилизации $K = 37866 \frac{\text{H}\cdot\text{см}}{\text{pag}}$. Выбраны структура и параметры корректирующего контура динамической системы, который имеет вид $W_{\text{кк}}(p) = \frac{0,125p+1}{0.0125p+1}$.

Проведено исследование динамики спроектированного трехосного ГС, анализируя результаты которого можно отметить, что перерегулирование по всем трем каналам гиростабилизатора отсутствует ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$).

Время переходных процессов по всем каналам ГС мало и практически одинаково: $t_{nn1} \approx t_{nn2} \approx t_{nn3} \approx 0,5$ с.

Заложенная при проектировании точность стабилизации соблюдается и составляет: $\alpha_{\rm ct} = 0,02$ угл. мин.

Для оценки влияния перекрестных связей на динамику ГС рассмотрены реакции постоянных возмущающих моментов раздельно по каналам на точность стабилизации и сделан вывод о малом влиянии перекрестных связей на точность ГС. Динамическая погрешность, обусловленная перекрестными связями, на 6 порядков меньше статической ошибки.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	101
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		101

Спроектированная по требованиям технического задания 3D модель трехосного гиростабилизатора, c выбранными чувствительными И конструктивными элементами является устойчивой И обладает удовлетворительными динамическими характеристиками, однако при проектировании были заложены требования определенные ПО точности к чувствительным элементам гиростабилизатора, а точностные характеристики выбранных гироскопов и акселерометров оказались лучше расчётных, поэтому спроектированная ИСУ должна быть точнее расчётной.

Подставляя полученные параметры спроектированного трехосного гиростабилизатора в выражения для ошибок по дальности и боковому смещению попадания баллистических ракет были рассчитаны фактические точностные характеристики спроектированного ГС:

- максимальная ошибка по дальности: ΔL ≅ 0,323 км;
- максимальная ошибка по боковому смещению: $\Delta Z \cong 0,242$ км.

Следует отметить, что все расчёты были произведены с некоторыми допущениями, указанными в первой главе, а именно: не учитывалась действительная форма земной поверхности, которая далека от правильного шара, не учитывалась реальная модель гравитационного поля земли, величина которого зависит не только от расстояния до центра земли, но и от материала земной коры, также в расчётах не учитывались баллистические свойства ракеты на атмосферном участке полёта.

Точные расчёты, выполняемые при реальном применении ракет, требуют введения многих поправок, при учёте которых сложность исследования движения ракеты и определения её траектории увеличивается во много раз. В работе были проделаны лишь базовые расчёты, которые можно будет дополнять в дальнейшем.

В прикладном пакете Компас-3D была разработана конструкторская документация для спроектированного трехосного гиростабилизатора и используемых в его составе чувствительных элементов.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Лист 102

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / под ред. Б.С. Алёшина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 424 с.

2 Лысов, А.Н. Теория гироскопических стабилизаторов: учебное пособие / А.Н. Лысов, А.А. Лысова. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2009. – 117 с.

3 Пельпор, Д.С. Расчёт и проектирование гироскопических стабилизаторов: монография / Д.С. Пельпор, Ю.А. Колосов, Е.Р. Рахтеенко. – М.: Высшая школа, 1986. – 423 с.

4 Жаков, А.М. Управление баллистическими ракетами и космическими объектами / А.М. Жаков – М.: Воениздат, 1974. – 261 с.

5 Дорф, Р.К. Современные системы управления / Р.К. Дорф, Р.Х. Бишоп; Пер. с англ. Б.И. Копылова. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. – 831 с.

6 Точность межконтинентальных баллистических ракет / Л.И. Волков, А.И. Прокудин, В.С. Гаврилов, Г.Н. Мохоров; под ред. Л.И. Волкова. – М.: Машиностроение, 1996. – 304 с.

7 Бесекерский, В.А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации: монография / В.А. Бессекерский, Е.А. Фабрикант. – М.: Судостроение, 1968. – 348 с.

8 Веремеенко, К.К. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под. Ред. Б.С Алёшина, К.К Веремеенко, А.И. Черноморского. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 424с.

9 Ишлинский, А.Ю. Механика гироскопических систем: монография / А.Ю. Ишлинский. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 362с.

10 Коновалов, С.Ф. Гироскопические системы: учебное пособие: часть 3 / С.Ф. Коновалов, Е.А. Никитин, Л.М. Селиванова. – М.: Высшая школа, 1980. – 128с.

11 Lawrence, A.N. Modern Inertial Navigation: Navigation Guidance, and Control. Second Edition / New-York: Springer, 1998. – 278 p.

						Лист
					24.04.02.2019.211.00 ПЗ	102
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		103

12 Никитин, Е.А. Гироскопические системы: монография / Е.А. Никитин, И.А. Михалёв, В.А. Бауман – М.: Высшая школа, 1971. – 488 с.

13 Веремеенко, К.К. Анализ состояния разработок интегрированных инерциально – спутниковых навигационных систем / К.К Перемеенко,
Б.В. Кошелев, Ю.А Соловьев // Новости навигации. – 2010. – 555 с.

14 Виниченко, Н.Т. Теория гироскопических приборов / Н.Т. Виниченко, Д.А. Кацай, А.А. Лысова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2010. – 141 с.

15 Матвеев, В.А. Гироскопические стабилизаторы на динамически настраиваемых вибрационных гироскопах: учебное пособие по курсу «Теория гироскопов и ГС» / В.А. Матвеев, В.П. Подчезерцев, В.В. Фатеев – М.: МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2005. – 103 с.

16 Пельпор, Д.С. Динамически настраиваемые гироскопы: монография / В.А. Матвеев, В.Д. Арсеньев – М.: Машиностроение, 1988. – 264 с.

17 Пат. 2248524 Российская Федерация, МПК⁷ G 01 C 19/02. Динамически настраиваемый гироскоп / Богатов А.Д., Игнатьев А.А., Кирюхин В.П., Коновченко А.А., Мезенцев А.П., Новиков Л.З., Славин В.С., Хромов Б.В. – № 2004113269/28; заявл. 29.04.04; опубл. 20.03.05, Бюл. № 8. – 8 с.

18 Детали и узлы гироскопических приборов: атлас конструкций / Г.А. Сломянский, А.В. Агапов, Е.М. Родионов, С.И. Румянцев, А.Д. Тимофеева – М.: Машиностроение, 1975. – 364 с.

19 Матвеев, В.В. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.В. Матвеев, В.Я. Распопов – СПб.: ГНЦ РФ ЩФЩ «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2009. – 280с.

20 Woodman O.J. An interoduction to inertial navigation // University of Cambridge Laboratory – 2007. – N_{2} 696. – P. 24 – 29.

21 Обзоры оружия и военной техники [Электронный ресурс]. – Режим доступа свободный: <u>https://warbook.club/voennaya-tehnika</u> – Загл. с экрана.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Лист 104





