

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет»  
(национальный исследовательский университет)  
Факультет «Математика, механика и компьютерные технологии»  
Кафедра «Вычислительная механика»

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой  
ВМ, д.ф.-м. н., профессор  
\_\_\_\_\_/Ю.М. Ковалев  
\_\_\_\_\_ 2019 г.

**Вязкий механизм образования горячей точки**

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА  
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ  
ЮУрГУ – 01.03.03.2019.129-17 ПЗ ВКР

Руководитель к.ф.-м.н.,  
доцент кафедры ВМ  
\_\_\_\_\_/Е.С. Шестаковская  
\_\_\_\_\_ /2019 г.

Автор работы студент  
группы ЕТ-410  
\_\_\_\_\_/А.П. Рузанова  
\_\_\_\_\_ /2019 г.

Нормоконтролер  
к.ф.-м.н., доцент кафедры  
ВМ  
\_\_\_\_\_/Н.Л. Клиначева  
\_\_\_\_\_ /2019 г.

Челябинск  
2019

## **АННОТАЦИЯ**

Рузанова А.П. Вязкий механизм  
образования горячей точки.

Челябинск: ЮУрГУ, ЕТ-410, 30с

библиографический список

9 наименований, 1 приложение.

В работе проведено математическое моделирование образования горячей точки в конденсированном взрывчатом веществе. Изучены зависимости динамики разогрева пористого вещества от теплофизических свойств материала, начального размера пор и амплитуды ударной волны. Разработан программный комплекс в пакете Matlab для решения поставленной задачи.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

АННОТАЦИЯ.....	2
ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.....	5
2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В БЕЗРАЗМЕРНОМ ВИДЕ.....	11
3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В БЕЗРАЗМЕРНОМ ВИДЕ .....	15
4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ .....	20
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	24
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	25
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	27

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность работы:**

Перспективное использование взрывных процессов в ряде отраслей современной техники тесно связано с решением вопросов обеспечения эффективных мер безопасности, защиты инженерных сооружений и технологического оборудования от действия ударных волн (УВ). Практический опыт обращения с взрывчатыми веществами (ВВ) свидетельствуют о том, что различные вещества характеризуются разной степенью чувствительности к механическим воздействиям. Чувствительность гетерогенных взрывчатых систем значительно выше, чем гомогенных. Это связано со схлопыванием пор под действием инициирующей УВ и образованием «горячих точек» - очагов реакции, которые при определенных критических параметрах приводят к взрыву ВВ. Поэтому, рассмотренная в данной работе математическая модель схлопывания пор и параллельного разогрева твердого взрывчатого вещества является актуальной.

### **Цель работы:**

Математическое моделирование образования горячей точки в конденсированном взрывчатом веществе.

### **Задачи работы:**

1. Исследовать влияние начального размера пор на характер разогрева вещества при ударном сжатии;
2. Изучить зависимость динамики разогрева пористого вещества от теплофизических свойств материала.

## 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

На создание представлений о тепловой природе чувствительности взрывчатого вещества оказали влияние идеи и методы теории теплового взрыва, разработанной Н.Н. Семеновым, Ю.Б. Харитоновым, Я.Б. Зельдовичем, Д.А. Франк-Каменецким и др., которая, в свою очередь, повлияла на развитие локально-тепловой (очаговой) теории инициирования взрыва. Согласно этой теории, энергия механического воздействия диссипирует не равномерно по всему объему взрывчатого вещества, а локализуется в отдельных участках (горячих точках), являющихся, как правило, физическими и механическими неоднородностями взрывчатого вещества.

В работе [1] рассматривается влияние начального размера пор на характер разогрева вещества при ударном сжатии, анализируется влияние амплитуды ударной волны, коэффициента вязкости и допустимого значения текучести на величину наибольшего разогрева. Исследования показали, что неравновесный характер нагрева вещества при ударной нагрузке имеет зависимость не только от начальной пористости, да и от начального размера пор. Динамика нестационарного нагрева вещества в окрестности неоднородности, связанная с конкуренцией процессов теплоотдачи за счет пластического и вязкого трения и отвода тепла за счет теплопроводности, определяется из совместного решения уравнения теплопроводности при наличии внутренних источников тепла и уравнения, описывающего движение вещества в окрестности поры. В рассматриваемой работе интенсивность ударной волны достаточно велика, чтобы в окрестности поры рассматривать вязкопластическое течение, но мала, чтобы твердое тело считать сжимаемым.

В работе [2] экспериментально исследованы эволюция и отражение ударных волн умеренной интенсивности от твердой границы в пористой

среде, насыщенной жидкостью с пузырьками растворимого газа. Проведено сравнение экспериментальных значений амплитуды и скорости отраженной волны с расчетами по математическим моделям. Изучено усиление ударных волн в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа при отражении от жесткой стенки, обусловленное ускоряющим схлопыванием газовых пузырьков за фронтом волны. Показано, что в случае малых радиусов пузырьков усиление отраженной ударной волны может происходить в среде с пузырьками слабо растворимого в жидкости воздуха. Проведено сравнение экспериментальных данных по отражению ударных волн с расчетами. Показано, что основным механизмом массообмена за ударной волной в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа, может быть диффузия за счет турбулентного движения жидкости. Для пузырьков достаточно больших размеров, когда происходит относительное движение пузырьков газа в жидкости, но отсутствует фрагментация пузырьков, основным механизмом массопереноса за ударной волной является конвективная диффузия.

В работе [3] исследуются некоторые параметры газа, разлетающегося от свободной поверхности пористого тела при выходе на нее ударной волны. Были проведены исследования ударного сжатия порошкообразного магния. Были получены скорость и яркостная температура паров магния. Установлено, что температура и скорость расширения паров магния увеличиваются с увеличением размера частиц и амплитуды ударных волн. Сделан вывод, что основная часть внутренней энергии, приобретаемой порошкообразным веществом в результате ударного сжатия, приходится только на поверхностные слои частиц. В работе предложен метод расчета параметров одномерной нестационарной волны сжатия, а также детонационной волны, инициируемой плоской ударной волной в заряде взрывчатого вещества при плавном

(вырожденном) характере развития взрыва, основанный на использовании экспериментального материала, полученного электромагнитным методом. Рассчитаны параметры (давление и удельный объем) для стекла и плавленого кварца. Построены фазовые траектории. По характеру фазовых траекторий можно судить о наличии области пластических течений и об эндотермическом характере следующих за ними фазовых переходов. Было высказано предположение, что основная доля внутренней энергии, приобретенной пористым веществом в результате ударного сжатия, приходится лишь на тонкие поверхностные слои частичек, разогрев которых происходит за время заполнения пустот пористого тела. Большая плотность тепловой энергии, приходящаяся на тонкие поверхностные слои частичек, приводит к очень сильному разогреву вещества, в результате чего вещество поверхностных слоев переходит в газообразное состояние.

Локализация деформации в окрестности неоднородностей при высокоскоростном нагружении пористого вещества может приводить к появлению локальных областей, для которых свойственны большие градиенты скорости, вязкостные эффекты и значительные разогревы. В работе [4] исследуются закономерности схлопывания поры в вязкопластическом материале и динамика разогрева материала в окрестности поры в ходе схлопывания. Показано влияние противодействия газа на характер деформирования. Получены соотношения, определяющие предельные величины наиболее вероятного разогрева материала вследствие вязкопластических диссипативных процессов развития. Проведенный анализ демонстрирует, что возникновение существенных температурных градиентов в окрестности поры при её схлопывании обусловлено вязкопластическими диссипативными процессами.

Достаточно подробно механизм образования «горячих точек» описан в работе [5]. Авторы дают теоретические оценки, которые выражают высокую эффективность вязкопластического механизма образования

горячих точек при воздействии инициирующей ударной волны на твердые взрывчатые вещества высокой плотности, содержащие поры микроразмера. В проблеме ударно-волновой чувствительности твердых взрывчатых веществ центральное место занимает механизм образования «горячих точек», то есть очаг реакции, возникающих за фронтом инициирующей ударной волны. Разогрев вещества при схлопывании полости за фронтом инициирующей ударной волны ограничивается действием волн разрежения, которые приводят к быстрому выравниванию давления и охлаждению очага. В данной работе рассмотрен вязкопластический механизм образования горячих точек, обладающий большей эффективностью, чем гидродинамический механизм. Особенности механизма показывают, что при пластических деформациях ударными волнами твердые взрывчатые вещества демонстрируют высокую эффективную вязкость. Вследствие чего, поры деформируются в сильновязком режиме, при котором не возникают пульсации, столкновения стенок и рост давления в очаге. Разогрев очага ограничен теплопроводностью, следовательно, критический размер полости перемещается в область меньших диаметров. Отличительная черта вязкопластического механизма заключается в том, что условия, необходимые для воспламенения поверхностных слоев поры, возникают уже на ранней стадии деформирования, когда размер прогретого слоя вокруг поры еще мал и сравним с радиусом поры.

Основы теории детонации подробно рассмотрены в книге Я.Б. Зельдовича и А.С. Компанеца [6]. **Детонация — это сложное гидродинамическое явление** заключающие в себе разогрев газа в ударной волне, вызывающей взрывную реакцию, энергия которой поддерживается распространением волны. Отличительные особенности детонации взрывчатых веществ, так же как и взрыва смесей некоторых газов, становятся более ясными, если сравнить это явление с горением различных



химических соединений. Гидродинамическая теория смогла объяснить фундаментальное свойство нормальной детонационной волны взрывчатого вещества или смеси.

В работе [7] описываются основы газовой динамики и теория ударных волн. Изучаются термодинамические и оптические свойства вещества при высоких температурах и давлениях. При высоких температурах в газах протекают разнообразные физические и физико-химические процессы: возбуждение молекулярных колебаний, диссоциация, химические реакции. Эти процессы влияют на термодинамические свойства газов, а при достаточно быстрых движениях и достаточно быстрых изменениях состояния вещества на движение оказывает влияние и кинетика указанных процессов. Особенно важную роль при очень высоких температурах играют процессы, связанные с испусканием и поглощением излучения.

Структура ударного фронта, зависимость объема расплава от амплитуды волны рассмотрены в работе [8]. Эксперименты с пористыми веществами показали, что вязкопластическое течение вещества в ударной волне наиболее интенсивно протекает в окрестности сильных неоднородностей. Локальные температуры заметно превосходят среднюю температуру в ударной волне. В данной работе выводится распределение внутренней энергии в окрестности неоднородности и на основе этого распределения анализируется характер кумуляции энергии и эффекты плавления при ударном сжатии пористых тел. Авторы исследуют влияние теплового расширения вещества и изучают поведение аномальных адиабат пористых сред в диапазоне давлений, сравнимых с прочностью вещества. Рассмотрены ударные волны, амплитуда которых мала по сравнению со сжимаемостью твердого тела, но намного больше, чтобы в окрестностях пор возникло вязкопластическое течение. В данном диапазоне давлений ширина ударного фронта намного больше размера неоднородностей, а твердое тело считают несжимаемым, так как плотность среды меняется за

счет пластического затекания пор. Авторы данной работы получили расчеты распределения энергии в окрестности пустот при ударном сжатии пористых тел, определили характер кумуляции энергии в окрестности неоднородностей, где диссипация энергии происходит намного лучше на поверхности пустот.

В настоящее время конденсированным взрывчатым веществам находят все более широкое применение. Что объясняет растущий интерес к явлению детонации. Основные идеи и развитие представлений о механизме детонации принадлежат советским ученым: Я.Б. Зельдовичу, Ю.Б. Харитону, К.И. Щёлкину. В книге [9] изложены основные задачи исследования детонации конденсированных взрывчатых веществ, теоретические исследования детонации конденсированных сред, заключающиеся в определении связи основных характеристик детонационной волны.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В БЕЗРАЗМЕРНОМ ВИДЕ

В задаче рассматривается поведение пористого вещества при распространении стационарной ударной волны слабой интенсивности на основе модели сферических ячеек (рис.1).



Рис. 1. Схема расчетной области.

Уравнения неразрывности и движения при сферически - симметричном сжатии ячейки в системе координат, связанной с центром поры, когда имеется только радиальное движение и все параметры зависят от эйлеровой координаты  $r$  и времени  $t$ , имеют вид

$$\frac{\partial \rho_T}{\partial t} + \frac{r^{-2} \partial(\rho_T r^2 v)}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_T \left( \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v \partial v}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \left( \frac{2}{r} \right) (\sigma_r - \sigma_\theta), \quad (2)$$

где:  $\rho_T$  – плотность твердого вещества,  $v$  – скорость радиального движения,  $r$  – эйлерова координата,  $\sigma_r, \sigma_\theta$  – компоненты тензора напряжения.

Используя предположение о несжимаемости материала твердой фазы ( $\rho_T = \text{const}$ ), определим первый и второй интегралы уравнения (2) в виде

$$v = \dot{a}(a/r)^2, \quad r^3 - r_0^3 = a^3 - a_0^3, \quad (3)$$

где точка означает дифференцирование по времени.

Влияние вязкости на процесс при этом будет проявляться только через граничные условия, которое с учетом (3) запишется в виде

$$p_T|_{r=a} = 2Y/3 - 4\eta a/\alpha. \quad (4)$$

Интегрируя уравнение (2) по радиусу от  $\alpha$  до  $r$  и учитывая (4) получим распределение давления, которое по объему твердого тела сферической ячейки позволяет определить **среднее макроскопическое давление в твердой фазе пористого вещества:**

$$p_1 = -\rho_T \left[ a(1 - \varphi_1)\ddot{a} - \frac{3}{2}(1 - \varphi_2)\dot{a}^2 \right] - \frac{4\eta\dot{a}}{a} - \frac{2Y\alpha}{3} \ln \frac{\alpha - 1}{\alpha},$$

где

$$\varphi_1 = \frac{3 \left( m^{\frac{1}{3}} - m \right)}{2(1 - m)}, \quad \varphi_2 = \frac{m^{\frac{1}{3}}(2 + m) - 3m}{1 - m}, \quad m = \frac{\alpha - 1}{\alpha}.$$

**Локальный разогрев вещества при схлопывании пор,** связанный с конкуренцией процессов тепловыделения за счет пластического и вязкого трения и теплоотвода вследствие тепловыделения, определяется из решения следующего уравнения:

$$c_T \rho_T \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\lambda_T}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{2}{3} (\sigma_r - \sigma_\theta) \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right), \quad (5)$$

где  $c_T$  – коэффициент теплоемкости,  $T$  – температура,  $\lambda_T$  – коэффициент теплопроводности.

Приведем уравнение (5) к безразмерному виду, позволяющему получить набор универсальных решений, не зависящих от выбора системы единиц. Обезразмеривание уравнения происходит с помощью следующих безразмерных переменных и параметров:

$$\tau = \frac{t}{a_0} \left( \frac{p}{\rho_T} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \beta = Y/p,$$

$$R = \frac{r}{a_0}, \quad R_1 = \frac{a}{a_0}, \quad R_2 = \frac{b}{a_0},$$

$$w_1 = \dot{a}(p/\rho_T)^{1/2}, \quad Re = \frac{a_0 \sqrt{p\rho_T}}{\eta},$$

$$Pr = \frac{c_T \eta}{\lambda_T} = \frac{\eta}{\kappa_T \rho_T}, \quad \theta = \frac{c_T \rho_T}{p} (T - T_0),$$

где  $\kappa_T$  – коэффициент температуропроводности твёрдого тела,  $w_1$  – скорость движения границы поры,  $R_1$  – радиус поры,  $R_2$  – радиус сферической ячейки,  $Re$  – число Рейнольдса, характеризует вязкие свойства вещества,  $Pr$  – числа Прандтля, характеризует соотношение между количеством теплоты, выделившимся в результате вязкого трения, и количеством теплоты, отведенным теплопроводностью,  $\beta$  – параметр, характеризующий пластические свойства вещества.

С учетом безразмерных величин, **уравнение, описывающее нестационарный разогрев вещества в окрестности поры**, примет следующий вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w_1 \left( \frac{R_1}{R} \right)^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} - \frac{1}{Pr Re R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) - 2\beta \frac{w_1 R_1^2}{R^3} + \frac{12 w_1^2 R_1^4}{Re R^6}.$$

**Уравнение, описывающее закон изменения радиуса поры  $R_1$ :**

$$(1 - \varphi_1) \frac{dw_1}{d\tau} = - \frac{3(1 - \varphi_2)}{2R_1} w_1^2 - \frac{4w_1}{ReR_1^2} - \frac{\alpha}{R_1} \left[ 1 + \frac{2\beta}{3} \ln \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right],$$

где  $\alpha$  – макроскопический параметр пористости в новых переменных

$$\alpha = 1 + R_1^3(\alpha_0 - 1),$$

где  $\alpha_0$  – параметр начальной пористости.

**Закон изменение скорости движения границы поры:**

$$\frac{dR_1}{d\tau} = w_1.$$

Начальные и граничные условия в безразмерной форме имеют вид:

$$R_1(0) = 1, \quad w_1(0) = 0, \quad \theta(0, R) = 0,$$

$$\partial\theta/\partial R |_{R=R_1} = 0, \quad \partial\theta/\partial R |_{R=R_2} = 0.$$

### 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В БЕЗРАЗМЕРНОМ ВИДЕ

Для решения задачи в безразмерной форме следует решить следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + w_1 \left( \frac{R_1}{R} \right)^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} - \frac{1}{PrReR^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) - 2\beta \frac{w_1 R_1^2}{R^3} + \frac{12 w_1^2 R_1^4}{Re R^6}$$

С начальными и граничными условиями:

$$R_1(0) = 1, \quad w_1(0) = 0, \quad \theta(0, R) = 0, \\ \partial \theta / \partial R |_{R=R_1} = 0, \quad \partial \theta / \partial R |_{R=R_2} = 0.$$

Для решения задачи перейдем в подвижную систему координат с использованием переменной

$$\xi = (R - R_1) / (R_2 - R_1), \quad \xi \in [0, 1].$$

Используя формулы преобразования

$$\frac{\partial}{\partial R} = \frac{1}{R_2 - R_1} \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \left( \frac{\partial}{\partial \tau} \right)_R = \left( \frac{\partial}{\partial \tau} \right)_\xi + \frac{[\xi(\dot{R}_1 - \dot{R}_2) - \dot{R}_1]}{R_2 - R_1} \frac{\partial}{\partial \xi}$$

и учитывая, что  $\dot{R}_1 = w_1$  и  $\dot{R}_2 = w_1(R_1/R_2)^2$ , получим следующее уравнение

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + f_1(\tau, \xi) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = f_2(\tau) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + f_3(\tau, \xi), \quad (6)$$

где

$$f_1(\tau, \xi) = \frac{1}{R_2 - R_1} \left[ w_1 \left\{ \xi \left[ 1 - \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right] + \left( \frac{R_1}{R} \right)^2 - 1 \right\} - \frac{2}{PrReR} \right],$$

$$f_2(\tau) = [PrRe(R_2 - R_1)^2]^{-1},$$

$$f_3(\tau, \xi) = -2\beta \frac{w_1 R_1^2}{R^3} + \frac{12 w_1^2 R_1^4}{Re R^6},$$

$$R(\xi) = R_1 + \xi(R_2 - R_1).$$

Начальные и граничные условия запишутся в виде

$$R_1(0) = 1, \quad R_2(0) = (1 - \alpha_0^{-1})^{-\frac{1}{3}}, \quad w_1(0) = 0, \quad \theta(0, \xi) = 0,$$

$$\partial\theta/\partial\xi |_{\xi=0} = 0, \quad \partial\theta/\partial\xi |_{\xi=1} = 0.$$

Для определения профиля температуры  $\theta(\tau, \xi)$  проведем следующий расчет. На каждом временном шаге  $\Delta\tau$  из системы уравнений

$$(1 - \varphi_1) \frac{dw_1}{d\tau} = -\frac{3(1 - \varphi_2)}{2R_1} w_1^2 - \frac{4w_1}{ReR_1^2} - \frac{\alpha}{R_1} \left[ 1 + \frac{2\beta}{3} \ln \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right],$$

$$\frac{dR_1}{d\tau} = w_1,$$

вычисляются функции  $R_1(\tau)$ ,  $w_1(\tau)$ ,  $R_2(\tau) = [1 + R_1^{-3}(\alpha_0 - 1)^{-1}]^{1/3}$ , которые выглядят следующим образом:

$$w_1^{n+1} = \frac{\left( -\frac{3(1 - \varphi_2)}{2R_1} w_1^2 - \frac{4w_1}{ReR_1^2} - \frac{\alpha}{R_1} \left[ 1 + \frac{2\beta}{3} \ln \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right] \right)}{(1 - \varphi_1)} * dt + w_1^n,$$

$$R_1^{n+1} = R_1^n + w_1^{n+1} * dt,$$

$$R_2(\tau) = [1 + R_1^{-3}(\alpha_0 - 1)^{-1}]^{1/3},$$

где значение функции на каждом временном шаге выражается через значения функций на предыдущем шаге. Например, при начальных значениях равных  $Re = 0,1$ ,  $Pr = 10^5$ ,  $R_1 = 1$ ,  $w_1 = 0$  графики скорости движения границы поры, ее радиус и ячейки вещества имеют вид:



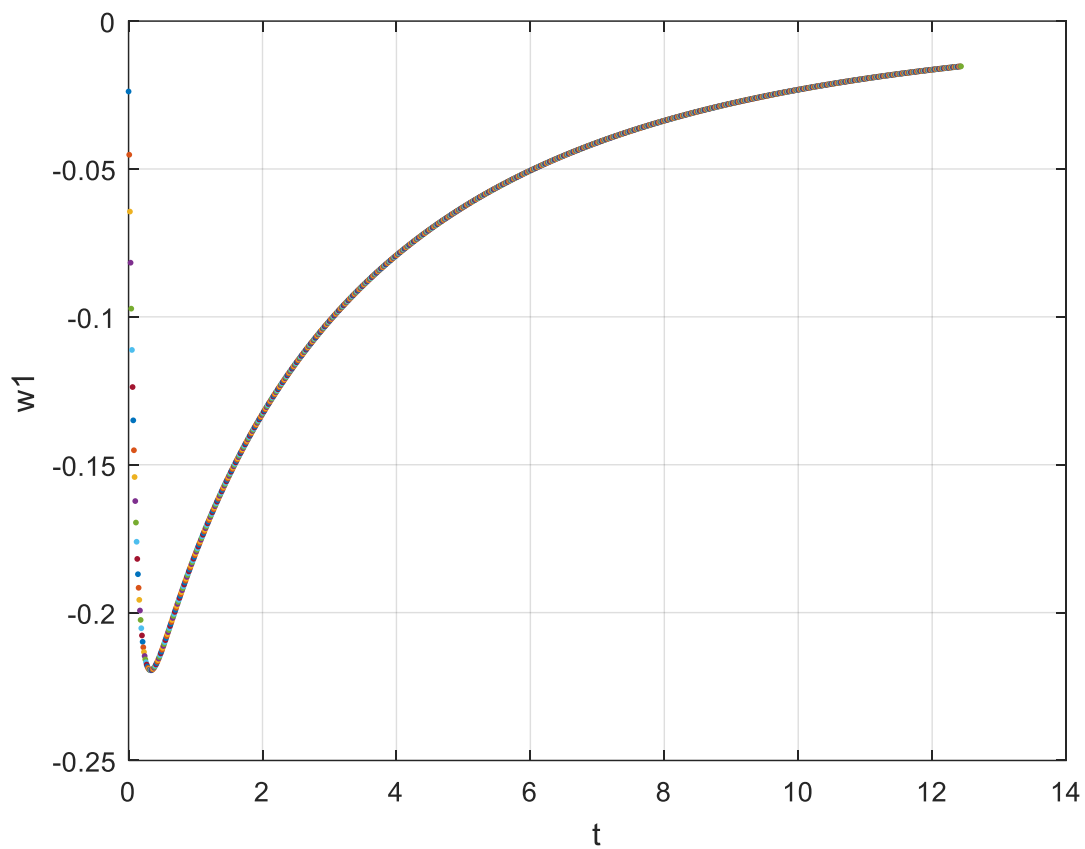


Рис.2 График изменения скорости границы поры.

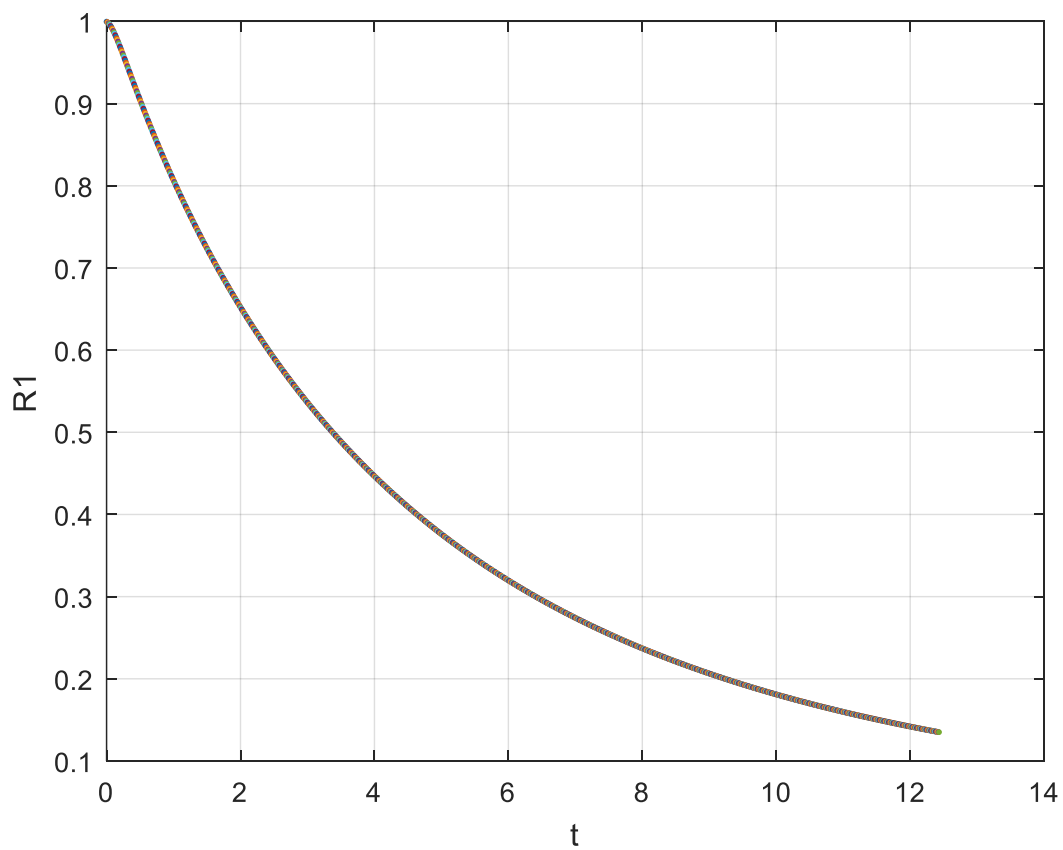


Рис. 3. График изменения радиуса поры.

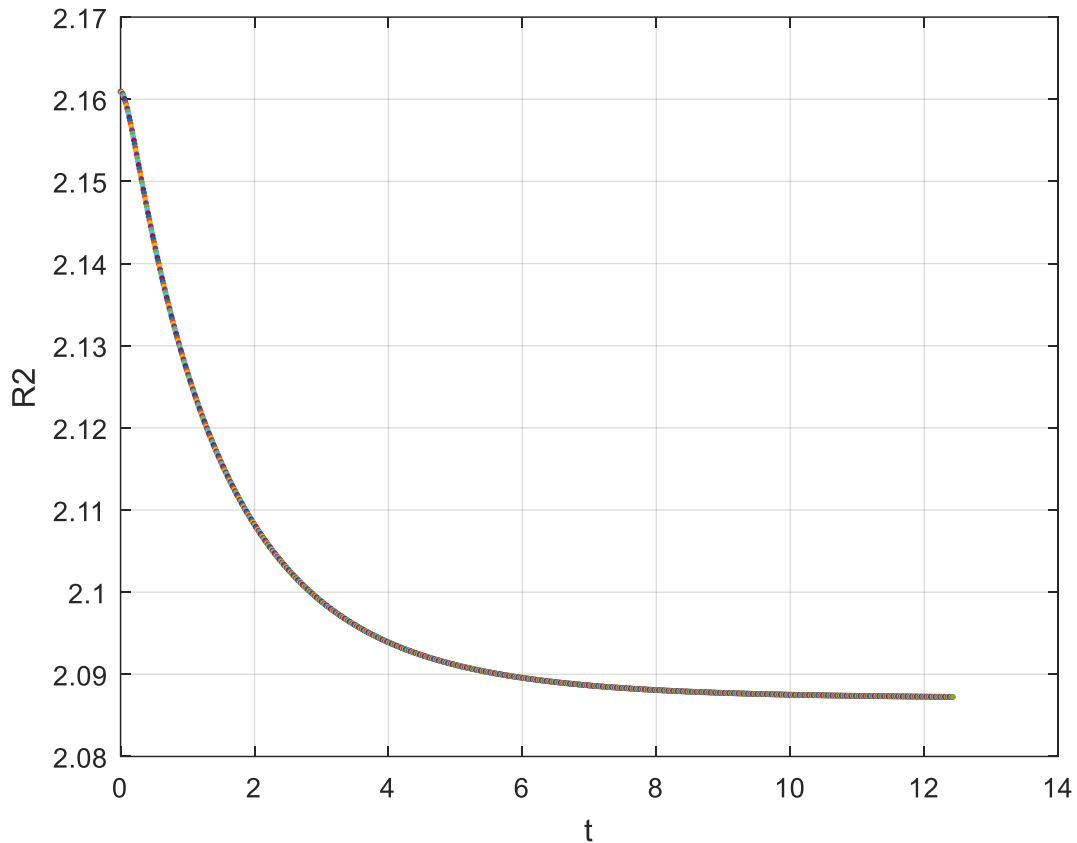


Рис. 4. График изменения радиуса сферической ячейки конденсированного вещества.

Решение уравнения (6) произведено методом прогонки, для реализации которого необходимо получить прогоночные коэффициенты и привести к трехдиагональной матрице путем преобразования уравнений.

Запишем уравнение (6) в разностной форме:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\Delta\tau} + \frac{f_1(\tau, \xi)}{2} \left[ \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{\Delta\xi} + \frac{\theta_i^n - \theta_{i-1}^n}{\Delta\xi} \right] \\ = \frac{f_2(\tau)}{2} \left[ \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{(\Delta\xi)^2} + \frac{\theta_{i+1}^n - 2\theta_i^n + \theta_{i-1}^n}{(\Delta\xi)^2} \right] + f_3(\tau, \xi). \end{aligned}$$

Члены полученного уравнения были сгруппированы следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \theta_i^{n+1} \left( 1 + \frac{f_1(\tau, \xi)\tau}{2\Delta\xi} + \frac{f_2(\tau)\tau}{(\Delta\xi)^2} \right) + \theta_{i+1}^{n+1} \left( -\frac{f_2(\tau)\tau}{2(\Delta\xi)^2} \right) \\
& - \theta_{i-1}^{n+1} \left( -\frac{f_1(\tau, \xi)\tau}{2\Delta\xi} - \frac{f_2(\tau)\tau}{(\Delta\xi)^2} \right) \\
& = \theta_i^n + f_3(\tau, \xi)\tau \\
& + \frac{\tau}{2} \left[ -\frac{\theta_i^n - \theta_{i-1}^n}{\Delta\xi} f_1(\tau, \xi) + \frac{\theta_{i+1}^n - 2\theta_i^n + \theta_{i-1}^n}{(\Delta\xi)^2} f_2(\tau) \right].
\end{aligned}$$

Откуда были выражены коэффициенты:

$$A = -\frac{f_1(\tau, \xi)\tau}{2\Delta\xi} - \frac{f_2(\tau)\tau}{(\Delta\xi)^2},$$

$$B = 1 + \frac{f_1(\tau, \xi)\tau}{2\Delta\xi} + \frac{f_2(\tau)\tau}{(\Delta\xi)^2},$$

$$C = \frac{f_1(\tau, \xi)}{\Delta\xi} - \frac{f_2(\tau)}{(\Delta\xi)^2},$$

$$D = \theta_i^n + f_3(\tau, \xi)\tau + \frac{\tau}{2} \left[ -\frac{\theta_i^n - \theta_{i-1}^n}{\Delta\xi} f_1(\tau, \xi) + \frac{\theta_{i+1}^n - 2\theta_i^n + \theta_{i-1}^n}{(\Delta\xi)^2} f_2(\tau) \right].$$

Реализовав метод прогонки, были получены результаты, позволяющие проанализировать поведение пористого вещества при распространении стационарной ударной волны.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Степень влияния теплопроводности на разогрев пористого вещества характеризуется значением числа Прандтля, которое показывает соотношение между количеством теплоты, выделившимся в результате вязкого трения, и количеством теплоты, отведенным теплопроводностью. Пусть здесь и далее, параметр начальной пористости  $\alpha_0 = 1,11$ , параметр, характеризующий пластические свойства вещества  $\beta = 0,1$ . Число Рейнольдса  $Re = 5$ , а число Прандтля  $Pr$  изменяется в диапазоне от 2 до 200. На рис. 5 представлены результаты расчета, из которых видно, что уменьшение числа Прандтля, что соответствует увеличению коэффициента теплопроводности, приводит к уменьшению температуры на поверхности поры.

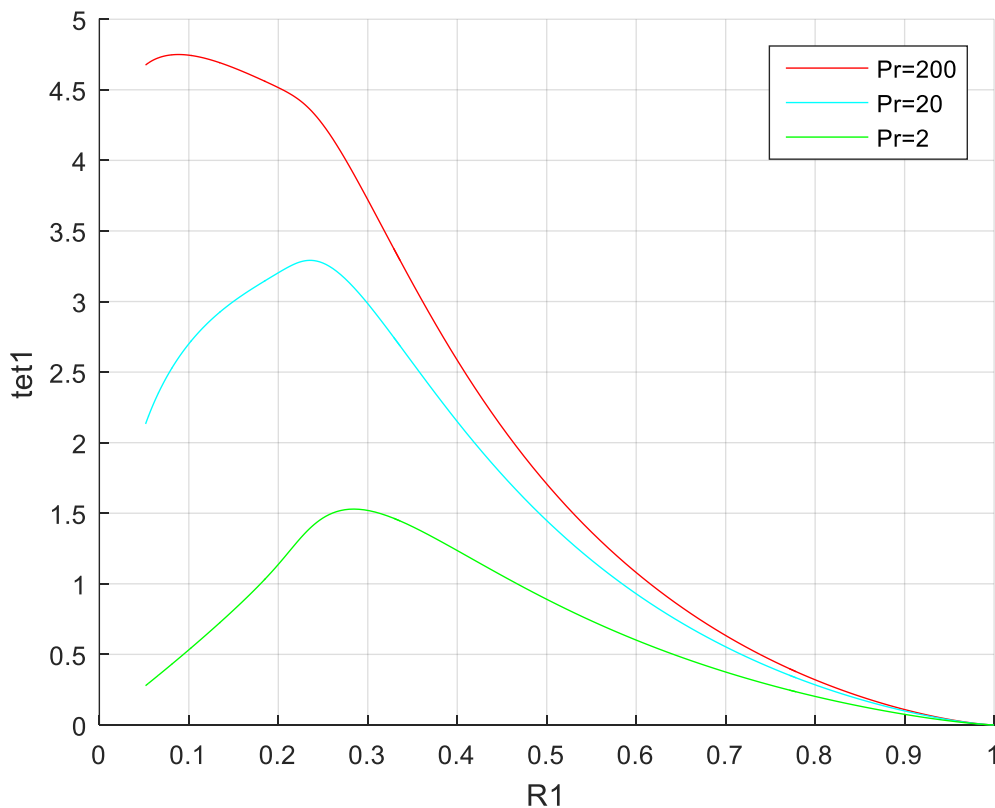


Рис. 5. График изменения безразмерной температуры на поверхности поры в зависимости от числа Прандтля.

Число Рейнольдса показывает влияние пластического и вязкого трения на динамику разогрева вещества, а число Прандтля - теплоотвода за счет теплопроводности. Для оценки конкурирующего влияния на динамику разогрева пористого вещества этих процессов тепловыделения, нами была проведена серия расчетов для фиксированного числа Рейнольдса  $Re = 1$  и двух чисел Прандтля  $Pr = 10, Pr = 1000$ . На рис. 6 представлены профили температур для следующих радиусов поры  $R_1 = 0,2; 0,32; 0,6$ .

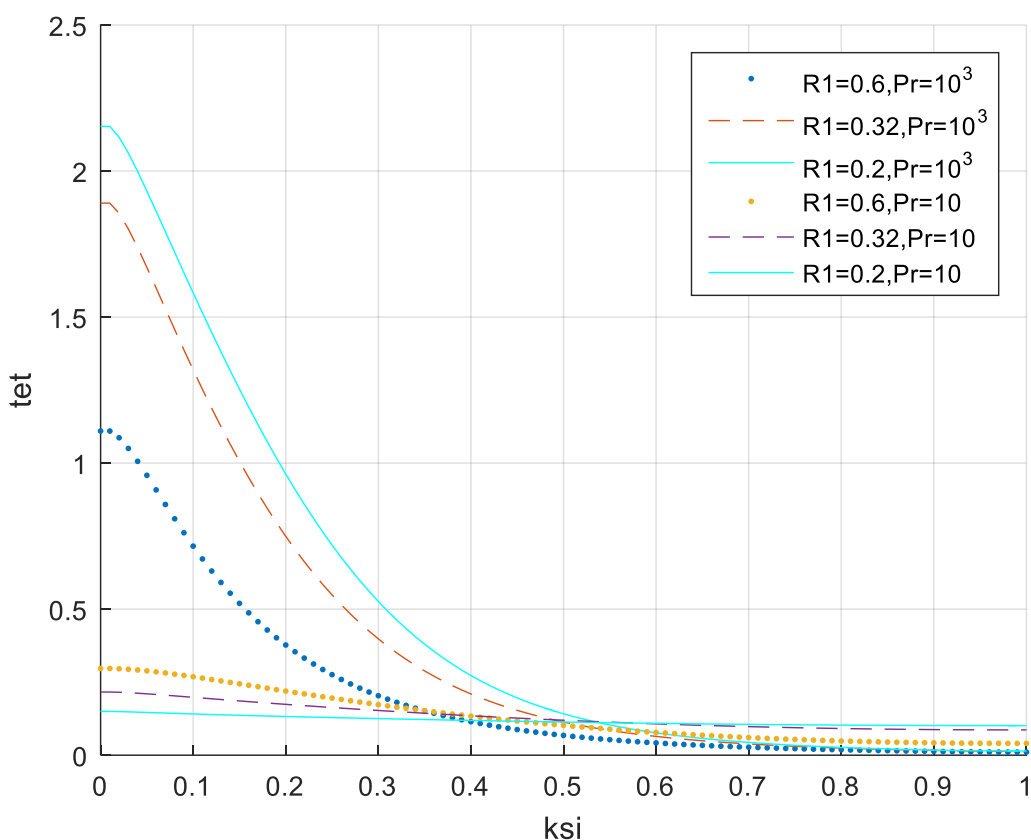


Рис. 6. График изменения безразмерной температуры пористого вещества при фиксированном числе Рейнольдса.

При числе Прандтля  $Pr = 1000$  скорость тепловыделения оказывает ключевое влияние, приводящее к характерным температурным градиентам в окрестности поры и, как следствие, к значительной неравномерности разогрева пористого вещества. При числе Прандтля  $Pr = 10$  скорость

теплоотода оказывает большее влияние по сравнению со скоростью тепловыделения, что приводит к выравниванию температуры внутри пористого вещества уже на начальной стадии процесса схлопывания поры.

Степень влияния начального радиуса поры учитывается с помощью числа Рейнольдса. Уменьшение числа Рейнольдса в диапазоне от 1 до 0.01, что эквивалентно уменьшению радиуса поры от  $a_0=10^{-4}$  м до  $a_0=10^{-6}$  м, приводит к существенному уменьшению конечного значения температуры на поверхности поры (рис. 7).

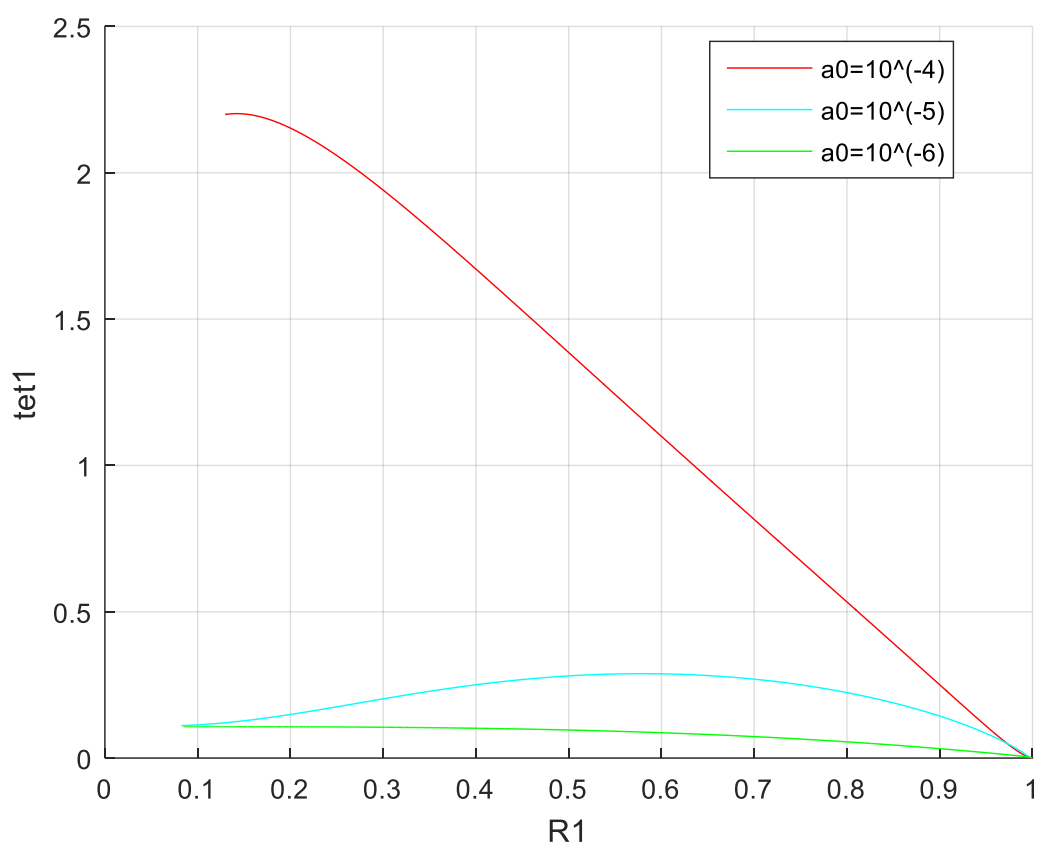


Рис. 7. График изменения безразмерной температуры на поверхности поры в зависимости от числа Рейнольдса.

Уменьшение числа Рейнольдса приводит к увеличению степени влияния теплопроводности на динамику разогрева вещества и возрастанию конечного значения температуры. Влияние числа Прандтля на характер изменения температуры поверхности поры при числах Рейнольдса  $Re \ll 1$ ,

что соответствует максимально возможному разогреву вещества, показано на рис. 8. Расчеты проведены для чисел Рейнольдса  $Re = 0,1$  и  $Re = 0,5$  и соответствующих им чисел Прандтля  $Pr = 10^3; 10^4; 10^5$ .

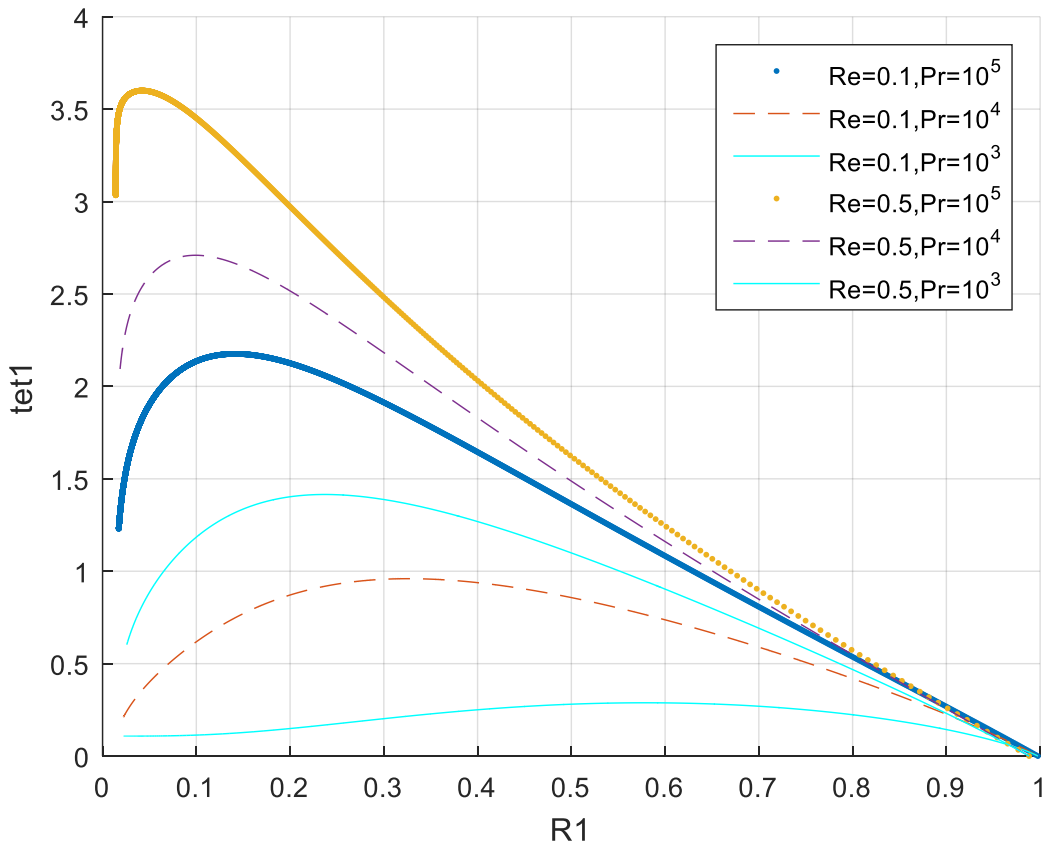


Рис. 8. График изменения безразмерной температуры на поверхности поры при числах Рейнольдса  $Re \ll 1$ .

Расчеты показывают, что одновременное уменьшение чисел Прандтля и Рейнольдса приводит к уменьшению конечного значения температуры внутри сферической ячейки пористого вещества.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Рассмотрена математическая модель образования горячей точки в конденсированном взрывчатом веществе. Для модели была разработана разностная схема, реализующая метод прогонки. Была разработана программа в пакете Matlab. Исследовано влияние начального размера поры на характер разогрева вещества при ударном сжатии. Показано, что уменьшение диаметра поры приводит к существенному уменьшению конечного значения температуры на поверхности поры. Изучена зависимость динамики разогрева пористого вещества от теплофизических свойств материала. Показано, что при высокой скорости тепловыделения пористое вещество разогревается неравномерно, в противоположном случае температура внутри пористого вещества выравнивается уже на начальных стадиях процесса. Полученные результаты подтверждают предположение о влиянии размера неоднородностей на условия образования зоны плавления и времени установления теплового равновесия в пористом веществе.



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. А. В. Аттетков. Влияние неравновесного разогрева на поведение пористого вещества при ударном сжатии / А. В. Аттетков, Л.Н. Власов, В.В. Селиванов, В.С. Соловьев // ПМТФ. - 1984. - №6. - С. 120-127.
2. С.З. Дунин. Структура фронта ударной волны в твердой пористой среде / С.З. Дунин, В.В. Сурков // ПМТФ. – 1979. - №5. – С. 106-114.
3. Г.В. Беляков. О разогреве пористого вещества при ударном сжатии / Г.В. Беляков, В.Н. Родионов, В.П. Самосадный // ФГВ. – 1977. - №4. – С. 614-619.
4. А. В. Аттетков. Локальный разогрев материала в окрестности поры при её схлопывании / А. В. Аттетков, Л.Н. Власов, В.В. Селиванов, В.С. Соловьев // ПМТФ. – 1984. - №2. - С. 128-132.
5. С.З. Дунин. Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел / С.З. Дунин, В.В. Сурков // ПМТФ. – 1982. - №1. – С. 131-142.
6. Б.А. Хасаинов. Вязкопластический механизм образования «горячих точек» в твердых гетерогенных ВВ / Б.А. Хасаинов, А.А. Борисов, Б.С. Ермолаев, А.И. Коротков // Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация.-Черноголовка: ОИХФ АН СССР. – 1981. – С.19-22.
7. Я.Б. Зельдович. Теория детонации / Я.Б. Зельдович, А.С. Компанеец. - Гостехизд, 1955. – 268 с.
8. Я.Б. Зельдович. Физика ударных волн высокотемпературных гидродинамических явлений / Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. - Издательство - Наука, 1966. – 686 с.

9. А.Н. Дремин. Детонационные волны в конденсированных средах / А.Н. Дремин, С.Д. Савров, В.С. Трофимов, К.К. Шведов. - Отв. ред. академики Н. Н. Семенов, Я. Б. Зельдович; АН СССР. Ин-т хим. физики. - Москва : Наука, 1970. - 163 с.