

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное Государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет»  
(национальный исследовательский университет)  
Институт естественных и точных наук  
Факультет «Математика, механика и компьютерные технологии»  
Кафедра «Вычислительная механика»

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ  
Заведующий кафедрой ВМ,  
д.ф.-м.н., профессор  
\_\_\_\_\_/Ю.М.Ковалев  
\_\_\_\_\_ 2019 г.

**Особенности деформирования металлов в ударных волнах  
и волнах разрежения**

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА  
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ  
ЮУрГУ–01.03.03.2019.129-21 ПЗ ВКР

Руководитель  
к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМ  
\_\_\_\_\_/И.Р. Макеева  
\_\_\_\_\_ 2019 г.

Автор работы  
Студент группы ЕТ-410  
\_\_\_\_\_/М.А.Юферов  
\_\_\_\_\_ 2019г.

Нормконтролер  
к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМ  
\_\_\_\_\_/Н.Л. Клиначева  
\_\_\_\_\_ 2019г.

## АННОТАЦИЯ

Юферов М. А. Особенности деформирования металлов в ударных волнах и волнах разрежения. – Челябинск: ЮУрГУ, ЕТ-410, 49 с., 28 ил., библиогр. Список – 52 наим., 2 прил.

В дипломной работе изучены поведение ударных волны и волн разрежения для металлов. Реализован программный комплекс «Wave» позволяющий рассчитать точное решение для ударных волн и волн разгрузки для любого вещества и уравнения состояния.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1.1 АКТУАЛЬНОСТЬ .....	4
1.2 ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ .....	5
2. СДВИГОВАЯ ПРОЧНОСТЬ УДАРНО СЖАТЫХ МЕТАЛЛОВ.....	6
2.1 ДЕФОРМИРОВАНИЕ МЕТАЛЛОВ В УДАРНЫХ ВОЛНАХ И ВОЛНАХ РАЗГРУЗКИ .....	6
2.2 ПОЛИМОРФНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ. УДАРНЫЕ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ .....	11
3 ОПИСАНИЕ АДИАБАТЫ ГЮГОНИО ДЛЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ И УРАВНЕНИЯ ИЗЕНТРОПЫ ДЛЯ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ.....	25
3.1 ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «WAVE».....	25
3.1.1 Оценка точности.....	25
3.2 УДАРНАЯ ВОЛНА В ГАЗАХ И КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЕЩЕСТВАХ.....	25
3.2.1 Постановка задачи для газа .....	26
3.2.2 Результаты расчетов.....	26
3.3 УДАРНАЯ ВОЛНА В МЕТАЛЛАХ .....	29
3.3.1 Постановка задачи для металла .....	29
3.3.2 Результаты расчетов.....	29
3.4 ВОЛНА РАЗРЕЖЕНИЯ В МЕТАЛЛАХ.....	32
3.4.1 Постановка задачи для металлов.....	33
3.4.2 Результаты расчетов.....	33
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	36
ЛИТЕРАТУРА .....	37
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	42
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	46

# ВВЕДЕНИЕ

## 1.1 Актуальность

Математическое моделирование является самостоятельным направлением в науке, играющим важнейшую роль в ускорении темпов научно-технического прогресса, характеризующегося непрерывным процессом внедрения новой техники и технологии, организации производства и труда на основе достижений и реализации научных знаний, без которых развитие жизни общества просто невозможно. Именно поэтому широкое распространение вычислительной техники создало необходимые условия для применения математического моделирования во всех областях человеческой деятельности. Существует множество способов применения математического моделирования. Однако все области успешного применения перечислить довольно трудно. К тому же уровень развития математическая модель позволяет прогнозировать различные сложные явления. Их изучение более удобно именно этим способом, т. к. изучение другими способами сильно затруднено или просто невозможно.

В данной работе представлен метод для моделирования ударных волн и волн разрежения в металле. В будущем это позволит использовать данный метод в научных целях для быстрого расчета или в качестве эталонного решения. Поскольку разработанный программный комплекс основан на аналитическом методе, можно сделать вывод, что и результаты вычисления будут сверхточными. Применении математического и компьютерного моделирования очень важно адекватно оценивать точность компьютерных моделей, которую, в том числе, определяет точность входящих в их состав численных методов. Одним из способов оценки точности численного метода является сравнение результатов расчета с аналитическими и точными решениями.

При моделировании поведения металлов под воздействием высокоинтенсивных нагрузок – ударных волн (УВ) и волн разрежения (ВР) – существенную роль играет сдвиговая прочность, которая определяет двух

волновую конфигурацию УВ и ВР, когда по веществу при определенных амплитудах нагружения сначала распространяется упругий предвестник, а затем пластическая волна. Конкретная конфигурация определяется свойствами вещества, которые при математическом моделировании описываются уравнениями состояния (УРС) и моделями упругопластического деформирования.

В данной работе представлен метод построения ударной адиабаты и изоэнтропической волны разрежения для произвольных УРС, а также аналитическое решение для описания распространения ударных волн и волн разрежения в металлах. Разработанные алгоритмы могут быть использованы, во-первых, в численных методах, в которых необходимо решать уравнения Гюгонио-Ренкина для произвольных веществ и уравнений состояния, и, во-вторых, для оценки точности численных методов.

## **1.2 Цель и задачи работы**

Целью данной работы является разработка алгоритмов описания распространения ударной волны и волны разгрузки в веществе со сдвиговой прочностью. Алгоритмы и реализация должны быть универсальными, адаптированными для расчетов с произвольными УРС, упругопластическими характеристиками вещества и начальными данными о состоянии среды.

Задачи:

1. Изучение поведения ударных волн в металле и волн разрежения;
2. Разработка алгоритмов для расчета ударной адиабаты для произвольного УРС;
3. Разработка алгоритма интегрирования уравнения изэнтропы для произвольного УРС;
4. Разработка и реализация программного модуля для описания распространения УВ в среде, имеющей сдвиговую прочность;
5. Проведение расчетов для металлов.

## 2. СДВИГОВАЯ ПРОЧНОСТЬ УДАРНО СЖАТЫХ МЕТАЛЛОВ

### 2.1 Деформирование металлов в ударных волнах и волнах разгрузки

Присутствие у металлов прочностных свойств существенно влияет на их поведение в динамических процессах. Вещество ведет себя упруго при высокоскоростном деформировании в ударных волнах до того времени, пока разность главных напряжений не превосходит динамического допустимого значения текучести. С дальнейшим повышением амплитуды ударной волны, в материале сначала развиваются пластические деформации, после чего он плавится. У свинца плавление наступает при напряжении  $\sigma_{xx} \approx 30-40$  ГПа, у алюминия при 120-150 ГПа, у меди при 250 ГПа, у металла при 300 ГПа. Если  $\sigma_{xx}$  выше напряжения плавления на ударной волне, вещество становится жидкостью с значительно иными прочностными свойствами.

При макроскопическом рассмотрении вещества, по которому распространяется плоская взрывная волна, претерпевает одномерную деформацию в направлении распространения волны, совпадающая с направлением нормали к плоскости ударного разрыва. В области волнового фронта деформации  $\varepsilon_{yy}$ ,  $\varepsilon_{zz}$  равны нулю. Такой характер деформации при макроскопическом подходе имеет место, при усилении с расширением ударно сжатого материала в одномерных волнах разгрузки. Совместим ось  $x$  с направлением нормали к фронту ударной волны, которая, в свою очередь, совпадает с одним из ведущих направлений тензоров напряжений и деформаций. Поэтому два иных главных направления лежат в области фронта. Для одномерной деформации в ударной волне, как следует, имеем

$$\varepsilon_1 \neq 0, \varepsilon_2 = 0, \varepsilon_3 = 0. \quad (2.1)$$

Из уравнения (2.1) и

$$P = -\frac{1}{3}I_1 = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3);$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\tau_k \quad \text{где } \tau_k \text{ – константа материала}$$

полагая, что среднее напряжение и давление положительны при сжатии твердого материала, получаем связь между главными напряжениями, давлением и динамическим пределом текучести  $Y_d$  в виде

$$\sigma_1 = P + \frac{2}{3}Y_d, \quad (2.2)$$



$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)), & \gamma_{12} &= \frac{\tau_{12}}{2G}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)), & \gamma_{23} &= \frac{\tau_{23}}{2G}, \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} (\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)), & \gamma_{31} &= \frac{\tau_{31}}{2G}.\end{aligned}$$

Из закона Гука и (2.1) вытекает связь между основными напряжениями:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_1, \quad (2.5)$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{1-2\mu}{1-\mu} \sigma_1. \quad (2.6)$$

Обратимся к идеализированной схеме поведения упругопластических материалов в процессах ударного сжатия и дальнейшего увеличения в ширь [1,2] (Рис. 2.1). Рассмотрим процесс хода ударного сжатия среды, находящейся в состоянии  $P=0$ ,  $\sigma_1=0$ ,  $V=V_0$ . При небольших напряжениях  $\sigma_1 < \sigma_{HE}$  деформации вещества происходят упруго вдоль отрезка ОНЕ на рис. 1. С повышением напряжения выше величины  $\sigma_{HE}$  происходит пластическая деформация вещества включительно до точки плавления ПЛ. При  $\sigma_1=P \neq \sigma_{ПЛ}$  металл ведет себя как жидкость. Величина  $\sigma_{HE}$ , именуемая динамическим пределом упругости Гюгонио, связана с  $Y_d$  соотношением, последующим из (2.6):

$$\sigma_{HE} = \frac{1-\mu}{1-2\mu} Y_d. \quad (2.7)$$

В области напряжения  $\sigma_{HE} < \sigma_1 < \sigma_{ПЛ}$  на ударной адиабате (см. Рис 2.1) при фиксированном удельном объеме разница между главными напряжениями и давлением определяется уравнениями (2.2) и (2.3), где  $Y_d$  является функцией состояния вещества в ударно сжатом состоянии. Наличие сдвиговой прочности существенно влияет на процессы как ударного сжатия, так и расширения ударно сжатого тела. Твердые тела, находящиеся в сжатом состоянии в области пластического течения, при изменении направления деформации разгружаются упруго (отрезок ВС на рис. 2.1). В стадии упругого расширения, в случае если пренебречь результатом Баушингера, разность главных напряжений  $\sigma_1 - \sigma_2$ , равная сначала  $Y_d$ , - меняет личный знак на обратный и становится равной  $-Y_d$ . Из соотношений (2.2), (2.3) и (2.6) следует, что амплитуда упругой волны разгрузки  $\Delta\sigma_{упр} = \sigma_1(B) - \sigma_1(C)$  связана с динамическим пределом текучести  $Y_d$  надлежащей зависимостью:

$$Y_d(B) - Y_d(C) = \frac{1-2\mu}{1-\mu} (\sigma_1(B) - \sigma_1(C)). \quad (2.8)$$

Нередко предполагают, что состояния  $\sigma_1(B)$  и  $\sigma_1(C)$  удалены от состояния среднего напряжения на ту же величину по напряжению, и считают [3], что



динамический предел текучести  $Y_d$  в положении за фронтом ударной волны приближенно равен полу сумме динамических границ текучести в точках В и С, т. е.

$$Y_d \approx \frac{1}{2} (Y_d(B) + Y_d(C)). \quad (2.9)$$

Из (2.8) и (2.9) находим нередко применяемую зависимость:

$$\Delta\sigma_{упр} = \frac{2(1-\mu)}{1-2\mu} Y_d. \quad (2.10)$$

Упругая разгрузка, которая обрела начало в точке В (см. рис. 2.1), завершается в точке С. При последующем увеличении  $V$  разгрузка происходит пластически вдоль траектории CD.

Непростой вид ударной адиабаты нагрузки приводит к сложной волновой картине. При  $\sigma_1 \leq \sigma_{HE}$ , в веществе распространяется упругая взрывная волна. При  $\sigma_1 > \sigma_{HE}$  в веществе распространяется пластическая взрывная волна. В случае если  $\sigma_{HE} < \sigma_1 < \sigma_A$  то взрывная волна расщепляется на упругую ударную волну с напряжением на фронте  $\sigma_1 = \sigma_{HE}$  и на пластическую ударную волну, на фронте которой напряжение скачком изменяется от  $\sigma_1 = \sigma_{HE}$  до  $\sigma_{HE} < \sigma_1 < \sigma_A$ . Точка А определяется как точка пересечения ударной адиабаты с лучом ОНЕ.

Следуя [3], сделаем анализ описанные процессов в области  $\sigma_1, \sigma_2$ . Исключив Р в (2.2), (2.3), получим:

$$\sigma_1 = \sigma_2 + Y_d.$$

На рис. 2 биссектриса ОПЛ соответствует гидростатическому напряженному состоянию с  $Y_d = 0$ . В точке ПЛ начинается плавление и  $\sigma_1 = \sigma_2 = P$ . Кривые ОВПЛ и ОСПЛ представляют собой наибольшие поверхности текучести. Как правило считают [3], что при напряжениях однократного ударного сжатия, превосходящих упругий предел Гюгонио  $\sigma_{HE}$ , состояния среды лежат на верхней предельной плоскости пластического течения. Поведение ударно сжатой среды относительно последующего направления деформации разное. В случае если дальнейшая деформация совпадает с направлением предшествующей деформации, как это имеет место при последовательном сжатии вещества 2-мя ударными волнами, первоначальное положение удаляется в направлении больших  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  по верхней кривой предельной поверхности текучести на право и вверх от точки В (см. рис. 2). В случае если дальнейшая деформация имеет обратный знак, предшествующей деформации, как имеет место при расширении ударно сжатого материала, то первоначальное состояние В упруго разгружается до состояния С на нижней наибольшей поверхности пластического течения

(см. Рис. 2.2). Дальнейшее обратное пластическое течение при разгрузке происходит по нижней кривой влево и вниз от точки С.

Итоги теоретически описанных исследований, свидетельствующие о непростом характере реологического поведения материалов при скоростном деформировании, совершенно подтверждаются экспериментально. Индивидуальности ударно-волнового нагружения металлов заключаются не только лишь в большой скорости деформирования и вероятно допустимых структурных изменениях, но и в повышении температуры, которое особенно ощутимо при больших напряжениях  $\sigma_1$ . Оценки приращения температуры в ударных волнах по уравнениям состояния предоставляют последующие приращения температурной среды: при  $\sigma_1 = 50$  ГПа  $\Delta T = 400^\circ\text{C}$  для Fe,  $300^\circ\text{C}$  для Cu и  $770^\circ\text{C}$  для Al; при  $\sigma_1 = 100$  ГПа  $\Delta T = 1.5 \cdot 10^3^\circ\text{C}$  для Fe,  $1.3 \cdot 10^3^\circ\text{C}$  для Cu и  $3 \cdot 10^3^\circ\text{C}$  для Al. Зависимость прочности металлов от скорости деформирования имеет место быть различным образом. Механические свойства меди (отжиг) остаются постоянными при растяжении со скоростью  $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$  (статические испытания) и скоростной деформации со скоростью  $\varepsilon = 5 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$  [4]. Малозначительное повышение относительного предела текучести  $Y_{0.2}$  зарегистрировано в той же работе при таких же критериях проверочных тестирований для АМгб (отжиг) при растяжении и для АМгб в положении подставки при сжатии. В то же время для твердой меди в пластической области отмечается увеличение предела текучести приблизительно на 40% при сравнении результатов высокоскоростной деформации сжатия ( $\varepsilon = 3 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ ) и статического сжатия [4].

В согласии [5], эффекты интенсивности скоростной деформирования играют заметную роль в районе сравнительно низких напряжений — до нескольких гигапаскалей. В районе напряжений  $\sigma_1 > 10$  ГПа и  $\varepsilon = 10^5 \text{ c}^{-1}$  эти эффекты становятся малозначительными и ими можно

пренебречь при построении определяющих уравнений. Стремительное уменьшение эффектов скорости деформации с увеличением амплитуды напряжений  $\sigma_1$  в [5] связывается с увеличиваем температуры ударно сжатого материала. По аналогии с жидкостью, где эффекты, обусловленные вязкостью, экспоненциально падают с увеличением температуры, можно ожидать аналогично похожей сильной температурной зависимости эффектов деформации еще для ударно сжатых металлов.

Преобразование прочностных качеств меди и свинца вдоль ударной адиабаты разъясняется в [6] зависимостью динамического предела текучести от давления и температуры. В [1] предполагается, что кроме давления и

температурной среды на прочность оказывает влияние скоростная интенсивность деформации.

Как отмечалось в [1], в упругопластической области характеристики металлов характеризуются допустимому значению текучести  $Y_d$ , модулем Юнга  $E$ , модулем объемного сжатия  $K$ , модулем сдвига  $G$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$ . Последние четыре свойства взаимосвязаны, и достаточно задать из четверки значений параметров  $E$ ,  $K$ ,  $G$  и  $\mu$  две любые. Ни одна из них конкретно в ударно-волновых экспериментальных исследованиях не измеряется. Любая из этих характеристик выражается через упругую продольную  $c_L$  и объемную  $c_B$  скорости звука:

$$K = \rho c_B^2 \mu = \frac{3 - (\frac{c_L}{c_B})^2}{3 + (\frac{c_L}{c_B})^2},$$

$$E = \rho c_L^2 \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{(1-\mu)}, G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (2.11)$$

Для подобных металлов, как алюминий, медь, железо, упругая и объемная скорости звука измерены в широком спектре напряжений  $\sigma_1$ , что разрешает проследить ход зависимостей  $E$ ,  $K$ ,  $G$  и  $\mu$  вдоль ударной адиабаты. Модуль всестороннего сжатия  $K$  и коэффициент Пуассона  $\mu$  в области твердого состояния монотонно вырастают с увеличением амплитуды ударной волны, а модуль сдвига  $G$  сначала растет с ростом  $\sigma_1$ , а позже начиная с некоего значения  $\sigma_1^*$  резко уменьшается с предстоящим ростом  $\sigma_1$ , обращаясь в нуль при  $\sigma_1 = \sigma_{пл}$  [3]. В этом положении коэффициент Пуассона  $\mu = 0.5$ .

## 2.2 Полиморфные превращения при ударном сжатии твердых тел.

### Ударные волны разрежения

Вещества при разных условиях могут пребывать в различных агрегатных состояниях: твердом, жидком, газообразном. При неких температурных режимах и давлениях, связанных определенной зависимостью, в твердых веществах вероятны переходы из одной кристаллической структуры в другую, именуемые полиморфными превращениями. Полиморфные превращения, плавление твердого тела и испарение являются фазовыми превращениями первого рода.

Применение ударных волн дает возможность получить широкий спектр положений ( $p$ ,  $v$ ,  $T$ ) вещества и реализовать условия протекания тех либо других фазовых превращений.

Раньше мы рассматривали течения в средах, уравнения состояния которых удовлетворяют условию  $\left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial v^2}\right)_s > 0$ . При аномальном ходе энтропии и ударных

адиабат, когда есть участки на которых  $\left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial v^2}\right)_s < 0$ , где адиабата обращена выпуклостью кверху, теоретически вполне вероятно появление скачков разрежения. Примером вещества, способного испытать полиморфные превращения, может служить железо. Режим с образованием скачков разрежения в железе, имеющем полиморфный фазовый период при давлении 12.8 ГПа [2], изучался в [7], где получено экспериментальное подтверждение существования ударной волны разрежения.

Остановимся подробно на качественном анализе возникающих одномерных течений в средах, испытывающих полиморфные фазовые превращения при ударно-волновом нагружении, рассказанный Я.Б. Зельдовичем в [8].

В некоем диапазоне давлений по телу, способному испытать полиморфные превращения, распространяются не одна, а две ударные волны, последующие одна за другой. Такое разделение ударной волны связано с аномальным ходом ударной адиабаты вещества в районе фазового перехода. При не очень больших давлениях в ударной волне происходит малозначительное повышение энтропии, поэтому ударная адиабата близка к изэнтропы, и при рассмотрении заданного явления можно исходить из стандартной адиабаты. Адиабата вещества, испытывающего полиморфное превращение схематически показан на рис. 2.3

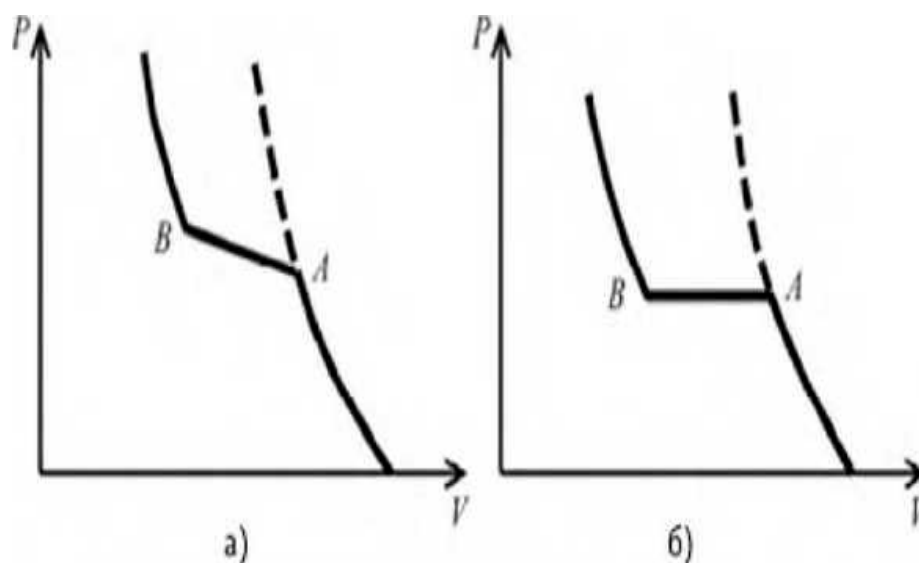


Рис. 2.3 - Изэнтропы (обычная адиабата) вещества, испытывающего полиморфное превращение: а) при отличной от нуля температуре  $T > 0$ ; б) при абсолютном нуле  $T = 0$

При сжатии от нормального объема по достижении некоего состояния  $L$  наступает переход из фазы I в фазу II. Кристаллическая решетка перестраивается

таким образом, что новые равновесные расположения атомов соответствуют меньшим межатомным расстояниям, в следствии этого сокращение объема в области перехода требует значительно меньшего увеличения давления, чем в исходной фазе I (при абсолютном нуле температурной среды фазовым переход I-II происходит при неизменном давлении, и участок АВ адиабаты  $S=0$  - это прямая горизонтальная линия, как показано на рисунке 2.3б. Если бы перестройки не было, кривая давления продолжалась бы от точки А вверх так, как это показано на рисунке 2.15 пунктиром. В области АВ вещество находится в двухфазном Положении. Полная перестройка решетки и полное перевоплощение вещества из фазы I в фазу II завершается к моменту В. после этого адиабата второй фазы опять вновь круто идет вверх. Сжимаемость вещества в различных фазах неодинакова, и наклоны кривых, соответствующих однофазному состоянию в точках А и В, вообще говоря, различны.

Теперь представим себе тело, ударная адиабата которого принадлежит к описанному типу, и допустим, что в начальный момент к его поверхности приложено неизменное давление  $p$  (рассматриваем одномерный плоский случай). Станем считать, что это давление достаточно велико для такого,

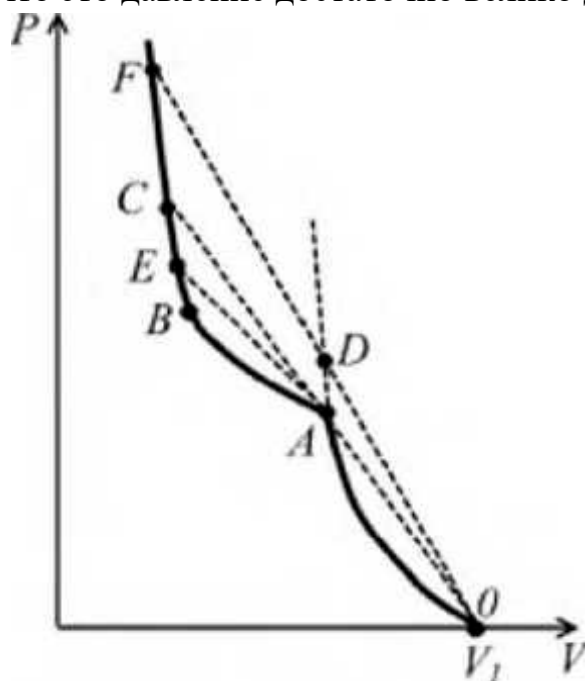


Рис. 2.4 - Диаграмма ударного сжатия твердого тела при наличии фазового перехода чтоб можно было пренебречь эффектами прочности и считать давление гидростатическим, т.е. отвлечемся от вероятного существования "упругой" волны полагая, что ударная волна - "пластическая".

Пусть ударная адиабата вещества, испытывающего полиморфный переход, имеет вид, показанный на рис. 2.4. Участок  $OA$  ударной адиабаты отвечает ударной адиабате первой (исходной) фазы. При сжатии по достижении состояния  $A$  наступает переход из первой во вторую, более плотную фазу, который полностью заканчивается в положении  $B$ . Таким образом, участок  $AB$  ударной адиабаты соответствует двухфазному состоянию вещества. Выше состояния  $B$  ударная адиабата второй фазы круто поднимается вверх.

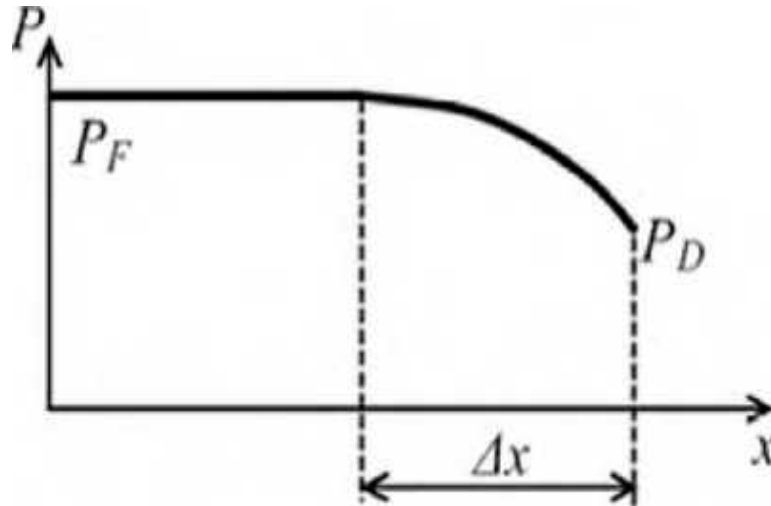


Рис. 2.5. Профиль давления в ударной волне с релаксацией фазового перехода

Сжимаемость вещества в различных фазах различна, и в следствии этого различны наклоны кривых, соответствующих однофазному состоянию в точках  $A$  и  $B$ .

Рассмотрим структуру ударной волны в среде, претерпевающей полиморфное превращение при ударно-волновом нагружении, зависимо от амплитуды ударной волны, входящей в тело.

В случае если приложенное давление  $p$  ниже  $p_A$  начала (разового перехода), то по среде станет распространяться единственная взрывная волна, за фронтом которой вещество находится в первой фазе.

В случае если давление  $p$  превышает  $p_A$ , которому соответствует волновой луч  $OAC$ , проходящий через точку излома  $A$ , по телу также распространяется единственная взрывная волна. За её фронтом реализуется положение  $p_F$ , и вещество за фронтом располагаться во второй фазе. Переход из первой фазы во вторую происходит во фронте ударной волны. Непосредственное ударное

сжатие приводит к промежуточному состоянию D, лежащему на экстраполированной ударной адиабате OD первой фазы в точке пересечения с волновым лучом OF. Позже начинается фазовый переход, ширина фронта  $\Delta x$  которого определяется временем релаксации перехода. Профиль давления в ударной волне показан на рис. 2.5. Точка, отвечающая состоянию в расширенной зоне  $\Delta x$  фронта волны, пробегает при этом по отрезку DF (см. рис. 2.4)

Обратимся теперь к случаю, когда амплитуда  $\rho_E$  ударной волны, вводимой в тело, заключена между  $\rho_A$  и  $\rho_C$ . В этом интервале давлений реализующееся положение вещества неустойчиво, взрывная волна расщепляется на две независимые. Они распространяются друг за другом и среда подвергается двукратному сжатию. Первая взрывная волна с амплитудой  $\rho_A$  сжимает вещество до состояния  $v_A$ , и скоростью распространения по невозмущенному веществу определяется наклоном прямой OA:

$$D_1 = v_0 \sqrt{\frac{\rho_A - \rho_0}{v_0 - v_A}}. \quad (2.12)$$

Скорость первой взрывной волны относительно состояния за ее фронтом равняется:

$$D_1 = (D-u) = v_A \sqrt{\frac{\rho_A - \rho_0}{v_0 - v_A}} \quad (2.13)$$

Скорость второй ударной волны, бегущей по сжатому и движущемуся веществу, определяется наклоном прямой AE (см. рис. 2.4):

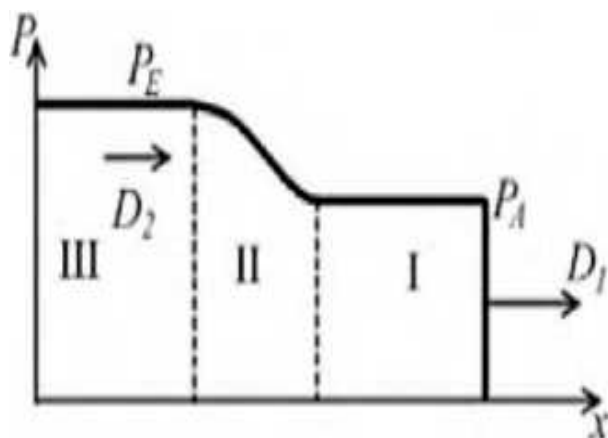
$$D_2 = v_A \sqrt{\frac{\rho_E - \rho_A}{v_A - v_E}}. \quad (2.14)$$

Из соотношений (2.65) и (2.66) следует, что  $D_1 > D_2$ , т.е. первая волна распространяется с большей скоростью:

$$(\rho_A - \rho_0)/(v_0 - v_A) > (\rho_E - \rho_A)/(v_A - v_E).$$

Во фронте второй ударной волны происходит фазовый переход. В положении вещество находится либо в двухфазном положении (если  $\rho_E < \rho_B$ ), либо во второй фазе ( $\rho_E > \rho_B$ ). В силу конечности времени фазового превращения фронт второй ударной волны оказывается сильно размытым, в сравнение от тонкого фронта первой ударной волны.

Профиль давления если расщепления ударной волны на две независимые схематично показан на изображении на рис. 2.6. С течением времени расстояние между фронтами волн возрастает, так как скорости их различны, но распределение давления во второй волне является стационарным, и профиль во второй волне распространяется как целое.



Рис, 2.6. Профиль давления при расщеплении ударной волны. I - первая фаза; II - смесь двух фаз; III - вторая фаза

Качественно картина течения в среде с фазовым переходом при сжатии подобна картине, возникающей при упругопластическом переходе. Поводом появления двух волн (в последнем случае упругой и пластической волн сжатия) является аномальное поведение ударной адиабаты, при котором на адиабате имеется область, обращенная выпуклостью вверх. Область давлений  $\rho_A < p < \rho_C$  - является областью существования двух волновой конструкции ударной волны. Экспериментальные изучения состояния именно в этой области демонстрируют большой интерес для изучения фазовых превращений.

Мы рассмотрели твердые тела в гидродинамическом приближении, полагая, что они сопротивляются лишь изменению удельного объема. В случае если вещество, претерпевающее полиморфный переход, является упругопластическим, то при точно установленных напряжениях  $\sigma_x$  возможно образование системы из трех волн сжатия (рис. 2.7). Первая из них - упругий предвестник - распространяется со скоростью продольных упругих возмущений. Для армко-железа такая конфигурация ударной волны сжатия (рис. 2.7) зарегистрирована манганиновым датчиком [\*]. На том же рисунке показан зафиксированный тем же способом профиль ударной волны если, когда ее амплитуда  $\sigma_x$  менее напряжения  $\sigma_A$  фазового превращения. В этом случае профиль волны соответствует упругопластическому поведению армко-железа. На адиабате вещества, испытывающего полиморфное превращение, в точке излома в районе точки излома А (рис. 2.3) ход адиабаты аномален. Во всех точках, где адиабата не имеет особых свойств, вторая производная  $\frac{\partial^2 \rho}{\partial v^2} > 0$ , тем не менее имеется участок в районе точки А, где хорда, соединяющая две каких-



нибудь точки 1 и 2, целиком лежит ниже адиабаты (рис.2.6).

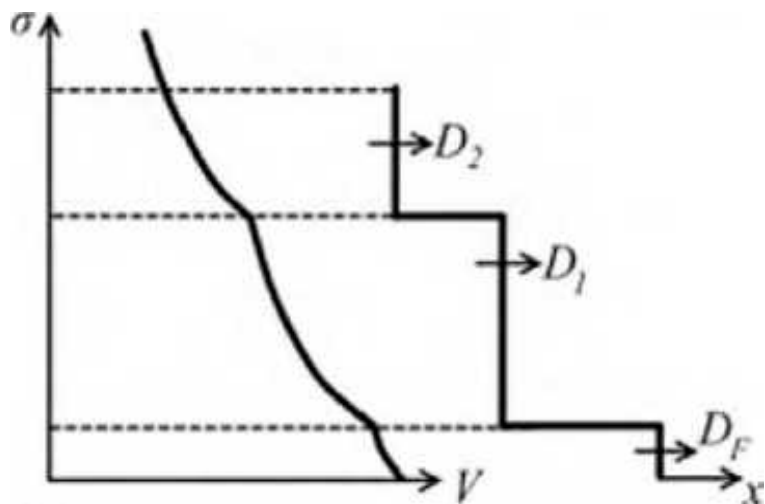


Рис. 2.7. Тройная волна в упругопластической среде

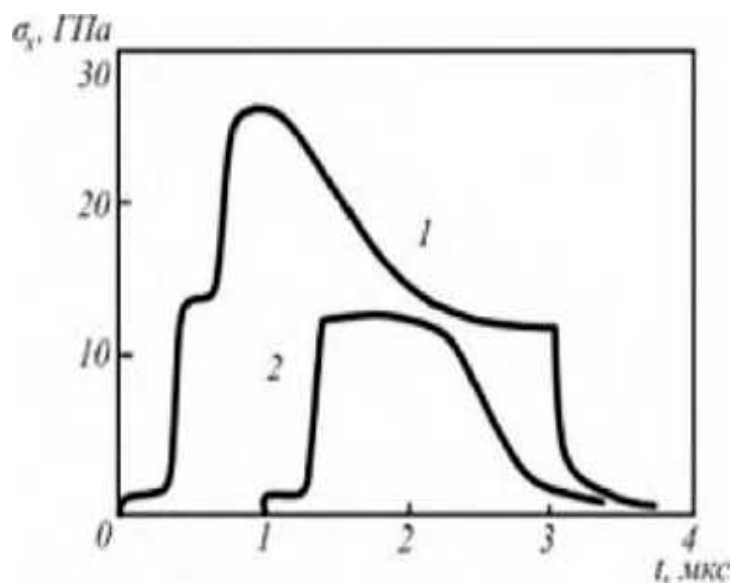


Рис. 2.8. Профили импульсов сжатия в армко-железе: 1 –  $\sigma_x > \sigma_A$ , 2 –  $\sigma_x < \sigma_A$

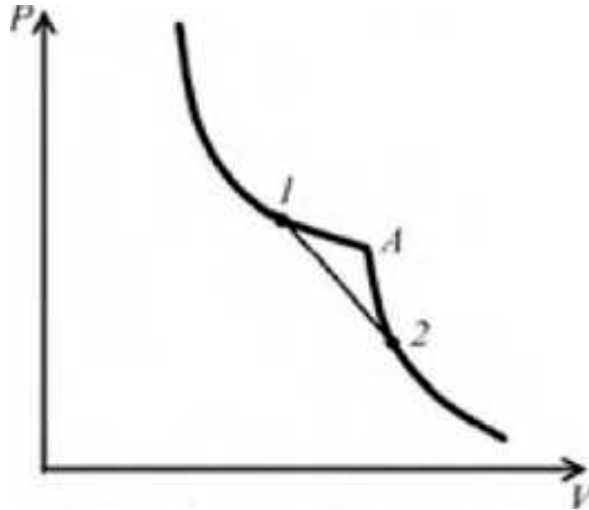


Рис. 2.9. Аномальный участок адиабаты

Это является следствием того, что среднее значение второй производной на участке 1-2 отрицательно:

$$\left\langle \frac{\partial^2 p}{\partial v^2} \right\rangle_{12} = \left[ \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_2 - \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_1 \right] / (v_2 - v_1) < 0.$$

Как известно из общей теории, конкретно такое состояние и приводит к аномалиям в гидродинамических закономерностях.

Распространение ударных волн сжатия в сжимаемом веществе рассматривалось выше.

Теперь рассмотрим разгрузку вещества, заранее сжатого ударной волной. Допустим, что в момент  $t = 0$  в теле, прежде сжатом ударной волной до состояния 1 ( $\rho_1, v_1$ ), имеется область разрежения, в которой давление и объем плавно изменяются до величин  $\rho_2$  и  $v_2$  (состояние 2;  $\rho_2 < \rho_1, v_2 > v_1$ ). Изначальное распределение давления по координате показано на рисунке 2.22. Допустим, что точки исходного и конечного состояний 1 и 2, а также все промежуточные точки в плавном распределении лежат на изэнтропы, и процесс хода адиабатичен. Кое-какие из соответствующих точек обозначены на рисунке 2.10 и адиабате (рис. 2.23) одинаковыми буквами и цифрами. Станем считать волну разрежения простой, распространяющейся на право по сжатому веществу. Для того чтобы волна была простой, необходимо, чтобы исходные распределения давления и скорости по координате  $p(x, 0)$  и  $v(x, 0)$  удовлетворяли условию постоянства инварианта Римана  $I_\beta(x, 0) = \text{const}$ . И тогда в последующие моменты времени  $I_\beta(x, t) = \text{const}$ .

Допустим, что это условие выполнено. Как понятно, в простой волне, распространяющейся на право,  $\alpha$ -характеристики представляют собой прямые линии на плоскости  $x, t$ ; вдоль них переносятся неизменные значения давления и иных величин. Рассмотрим, что произойдет с нашим исходным профилем

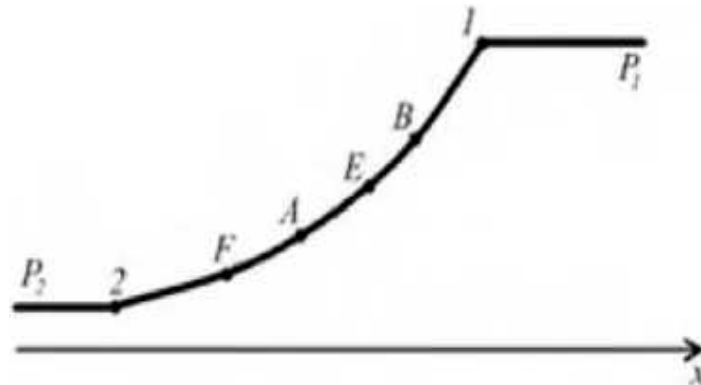


Рис. 2.10. К вопросу об эволюции области разрежения; начальный профиль давления

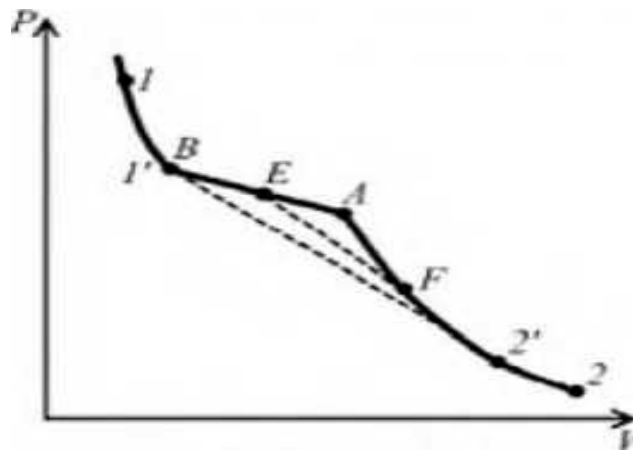


Рис. 2.11. К вопросу об эволюции области разрежения: состояния на диаграмме  $P, V$  соответствуют профилю, изображенному на рисунке 2.10

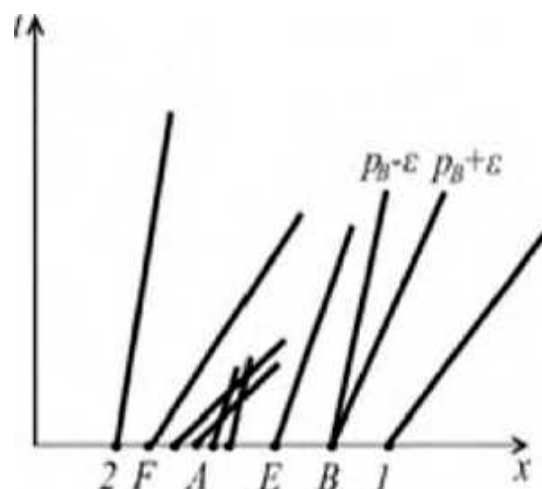


Рис. 2.12. Диаграмма  $t-x$ , иллюстрирующая эволюцию начального разрежения в веществе с аномальной адиабатой давления в последующие моменты времени.

Чтобы достичь желаемого результата проведем на плоскости  $x, t$  (рис. 2.12)  $\alpha$ -характеристики: прямые с наклонами  $dx/dt = u+c$ . Скорости распространения возмущений ("скорости звука") в разных точках исходного распределения определяются наклонами касательных к адиабате в соответственных точках. В двух точках излома А и В скорость звука испытывает скачок (зависимость скорости звука от объема показана на рис. 2.13).

Скорость вещества, равная в силу условия:

$$I_B = \text{const},$$

$$u = - \int c \frac{\partial \rho}{\rho} + \text{const}$$

непрерывна в точках А и В, так что наклоны характеристик скачкообразно изменяются совместно со скачками скорости звука.

Из "нормальной" точки излома В выходят две  $\alpha$ -характеристики с различными наклонами, несущие схожие величины давления, но разные значения скорости звука. Эти скорости звука соответствуют величинам по обе направления излома па адиабате, при этом чуть большее величина давления  $\rho_B + \varepsilon$  ( $\varepsilon$  - бесконечно малая) распространяется быстрее, чем чуть меньшее  $\rho_B - \varepsilon$ . Другое состояние в "аномальной" точке излома А. Тут из точки А еще выходит сразу две характеристики, но большее давление  $\rho_A + \varepsilon$  распространяется медленнее, чем меньшее  $\rho_A - \varepsilon$ . Характеристики, проведенные из точек, соседних с А, стремятся пересечься (см. рис. 2.12), а предельные характеристики, выходящие из самой точки А, как бы пересеклись уже с самого начала. Это обозначает, что в исходном распределении давления в точке А с самого начала образуется маленький разрыв (в пределе  $t \rightarrow 0$  бесконечно малый), который растет с течением времени. Распространение волны разрежения и профили давления в поочередные моменты времени изображены схематически на рисунке 2.14. "Плато" давления  $P_B$  ограничено характеристиками, выходящими из точки В на рисунке 2,12. Скачок - взрывная волна разрежения, образовавшаяся в точке А, растет в соответствии с пересечением характеристик. Скачок возрастает.

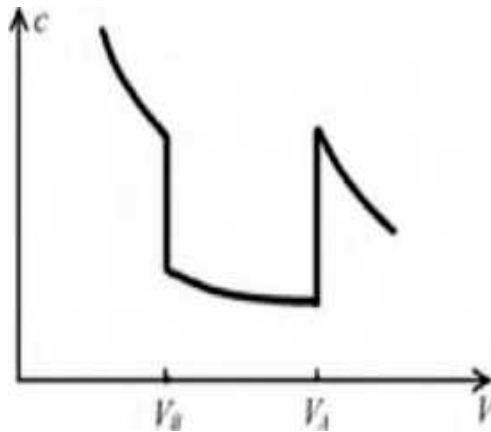


Рис. 2.13. Зависимость скорости звука от объема, соответствующая адиабате, изображенной на рис. 2.11

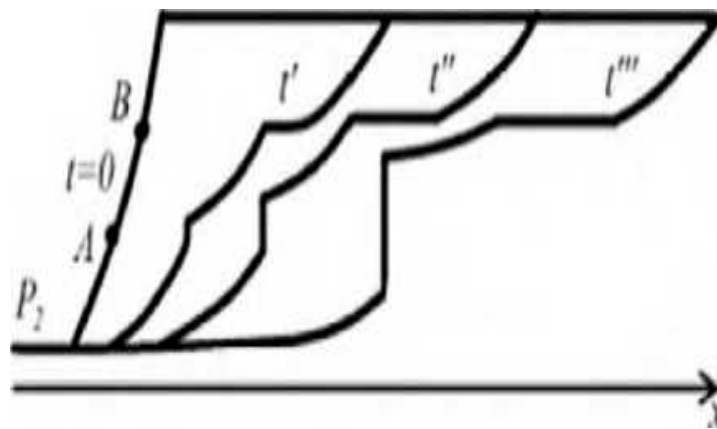


Рис. 2.14. Эволюция профиля давления в волне разрежения; образование ударной волны разрежения.  $t = 0, t', t'', t'''$  - последовательные моменты времени

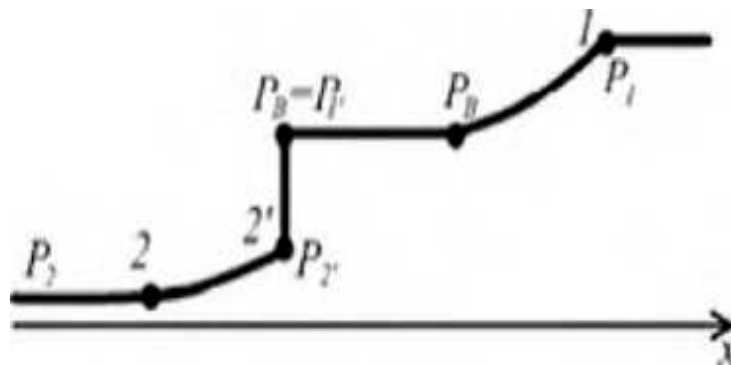


Рис. 2.15. Характер окончательного распределения давления в волне разрежения. Распределение растягивается с течением времени, не меняя своей формы

т.е. верхнее, изначальное давление увеличивается, а нижнее, конечное - снижается до тех пор, пока верхняя точка скачка бежит по веществу перед скачком со сверхзвуковой скоростью, а нижняя - бежит по веществу за скачком с дозвуковой скоростью. При всем этом верхняя граница скачка как бы "съедает" участки плавного возрастающего распределения давления, а возмущения разрежения снизу за скачком догоняют скачок, усиливая разрыв. Процесс роста скачка закончится, когда верхнее давление достигнет давления в плато, а скорость распространения нижней границы по веществу за скачком становится звуковой.

Установившееся состояние разрыва (точки 1' - 2' на адиабате, рис. 2.11) и профиль давления в волне разрежения показаны на рисунке 2.15.

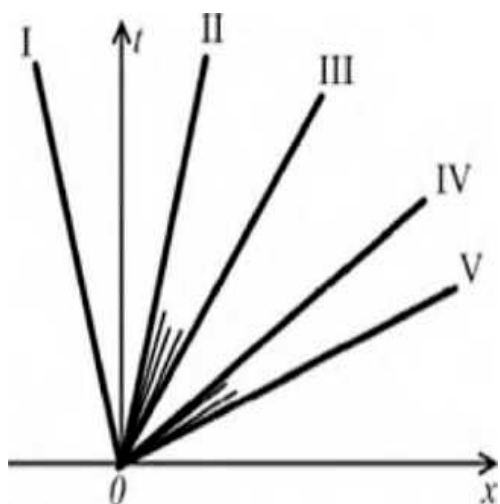
Скорости распространения разрыва 1' - 2' по веществу перед ним -  $u_1$  и по веществу за ним - определяются наклоном прямой 1' - 2':

$$u_1^2 = v_1' \frac{\rho_1' - \rho_2'}{v_2' - v_1'}, \quad u_2^2 = \frac{\rho_1' - \rho_2'}{v_2' - v_1'}$$

Эти формулы следуют из законов сохранения массы и импульса на разрыве и идентично справедливы как для скачков сжатия, так и скачков разрежения.

Из рисунка 2.11 видно, что точка 2' определяется условием касания прямой 1' - 2' с адиабатой, так как при всем этом  $u_2 = c_2'$ . Скорость распространения разрыва по веществу перед ним -  $u_1$  - меньше верхней скорости звука в точке излома В, но больше нижней: прямая 1' - 2' идет более полого и круто, чем соответственные касательные к адиабате в точке В.

На практике волна разрежения обычно возникает, когда ударная волна выходит на свободную поверхность тела. При этом режим автомодельный, все  $\alpha$  характеристики на плоскости  $x, t$  выходят из одной точки и весь "установившийся" профиль давления, изображенный на рисунке 2.15, образуется с самого начала, как в обычной волне разрежения. Таким образом, волна разрежения имеет сложный профиль, состоящий из двух участков плавного понижения давления, плато давления (все эти три участка растягиваются с течением времени в соответствии с автомодельностью режима) и скачка ударной волны разрежения (если поверхность тела свободная, точка 2 конечного состояния отвечает нулевому давлению). Диаграмма  $t-x$  для центрированной волны разрежения показана на рис. 2.16.



- I*      $p = p_2$
- II*     $p = p_2$
- III*    $p'_1 = p_B, p'_2$
- IV*     $p = p_B + \varepsilon$
- V*      $p_1$

Рис. 2.16. Диаграмма t-x для автомодельной волны разрежения, образующейся при выходе ударной волны на поверхность, I - линия свободной поверхности, II - хвост волны разрежения, III - линия скачка разрежения, IV - начало плато давления, V - голова волны разрежения

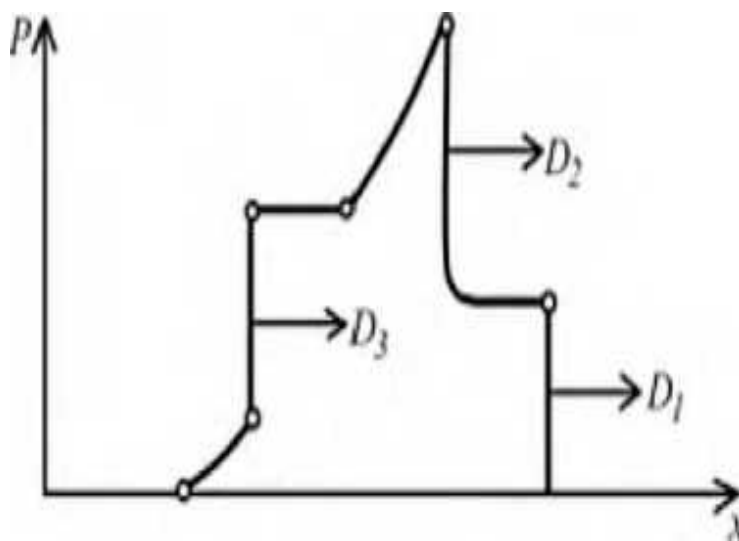


Рис. 2.17. Профиль волны при взрывном нагружении железа :  $O_1$  - ударная волна сжатия фазы I;  $D_2$  - волна фазового превращения;  $D_3$  - ударная волна разрежения

Ударные волны разрежения зарегистрированы в олове, армо-железе, ряде сталей, КС1 и иных материалах. Профиль волны, распространяющейся по металлу (стали) при взрывном нагружении, показан на рис. 2.17. Как и тогда нагружения соударением (см. рис. 2.8), профиль волны, зафиксированный

экспериментально. имеет особенности, следом идущие из теоретического рассмотрения. (В случае соударения зафиксирован упругий предвестник).

Этот профиль состоит из двух (трех, включая упругий предвестник) ударных волн сжатия, ударной волны разрежения и двух простых волн расширения.

Образование двух волновой конфигурации сжатия (девиатора пренебрегаем) и ударной волны разрежения является наглядным и убедительным свидетельством обратимого полиморфного перехода в импульсе сжатия. Для регистрации профиля, содержащего комбинацию ударных волн и волн расширения, более максимально эффективными представляются способы действий постоянно неизменной регистрации параметров волн ( $p$  либо  $u$ ) во внутренних сечениях образца из исследуемого материала. В волнах разгрузки в ударно сжатом твердом теле, претерпевшем полиморфное превращение, происходит обратная перекристаллизация в начальную фазу.

Этот процесс носит гистерезный характер. Характеристики начала обратного перехода различаются от характеристик прямого фазового перехода в волне сжатия не только по давлению, но и по удельному объему: давление обратного перехода ниже, а удельный объем - меньше.



## 3 ОПИСАНИЕ АДИАБАТЫ ГЮГОНИО ДЛЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ И УРАВНЕНИЯ ИЗЭНТРОПЫ ДЛЯ ВОЛНЫ РАЗРЕЖЕНИЯ.

### 3.1 Описание программного комплекса «wave»

Для проведения расчетов ударной волны в различных веществах, был выбран программный комплекс «MATLAB R2017a», разработанный для различных физических и математических уравнений.

#### 3.1.1 Оценка точности

Для оценки точности были проведены множество вычислений с различными начальными параметрами и проверены вручную. Результаты расчетов всегда были согласованы с минимальной погрешностью  $\varepsilon$ . Для повышения точности мы всегда можем уменьшить  $\varepsilon$ . Рекомендуемое значение  $\varepsilon \leq 0.0001$ .

### 3.2 Ударная волна в газах и конденсированных веществах

Рассмотрим вещество, с начальными параметрами  $P_-, V_-, E_-, U_-$  которые не изменяются со временем. В начальный момент  $t_0$  левая граница вещества моментально начинает двигаться с положительной постоянной скоростью и от нее в вещество поступит ударная волна. Уравнения (3.1)-(3.3) связывают состояние вещества перед скачком  $P_- = P_0, E_- = E_0, U_- = U_0$  с состоянием за скачком  $P = P_+, \rho = \rho_+, E = E_+, U = U_+$  и со скоростью разрыва  $W$ .

$$(V_+ - V_-) \cdot W = -(U_+ - U_-) \quad (3.1)$$

$$(U_+ - U_-) \cdot W = P_+ - P_- \quad (3.2)$$

$$E_- - E_+ + 0.5(P_+ + P_-)(V_- - V_+) = 0 \quad (3.3)$$

Где  $V = 1/\rho$

Этих неизвестных величин больше чем в уравнениях (3.1)-(3.3) вместе с уравнением состояния. Чтобы найти решение этой системы уравнения нужно одну величину взять в качестве параметра. Будем считать что задано одно из интенсивных величин  $P_+$  или  $U_+$ . Рассмотрим случай, когда задано  $U_+$  и любое уравнение состояние в виде функции вида

$$P = P(\rho, E)$$

Для решения этой системы уравнения зададим примерные границы от  $a$  до  $b$  для  $\rho_+$  и далее методом половинного деления будем искать значение  $\rho_+$

Из уравнения (3.1)-(3.3) перейдем к зависимости  $W$  от  $U$  и остальных величин с индексом «0»

$$W = -\frac{U_+ - U_-}{\frac{1}{\rho_+} - V_-}, \quad (3.4)$$

Затем зная  $W$  найдем давления  $P_+$  и объема  $V_+$

$$P_+ = W(U_+ - U_-) + P_- \quad (3.5)$$

$$V_+ = V_- - \frac{(U_+ - U_-)}{W} \quad (3.6)$$

и, наконец,  $E_+$

$$E_+ = E_- + \frac{(P_+ + P_-)(U_+ - U_-)^2}{2(P_+ - P_-)} \quad (3.7)$$

Вычисления продолжаются до тех пор, пока найденные параметры за ударной не будут удовлетворять УРС с некоторой заданной точностью  $\varepsilon$ .

### 3.2.1 Постановка задачи для газа

Рассматривается слабая ударная волна в конденсированном веществе. В области  $0 \leq x_0 \leq 1$  в момент  $t=0$  находится вещество с УРС  $P=(n-1) \rho E + \rho^{-1}$  с параметрами  $n=3$ ,  $P_0 = 4$ ,  $\rho_0 = 1$ ,  $E_0 = 2$ ,  $U_0 = 0$ . При  $t>0$  на левой границе задана скорость  $U_g(t) = 1$ , на правой границе  $U=0$ .

Величины за фронтом ударной волны, и скорость фронта  $W$  определяются из уравнений (1)-(3). На рис. 3.1-3.4 представлено графическое решение на момент времени  $t= 0.10545$

### 3.2.2 Результаты расчетов

В результате решения задачи в момент  $t= 0.10545$  были найдены следующие значения

$$P=8.74166, \rho = 1,26726, E=3,34359, U=1,0 \quad \text{при } x_0 \leq 0,5$$

$$P=4, \rho=1, E=2, U=0 \quad \text{при } x_0 \leq 0,5$$

На рисунке 3.1-3.4 приведены зависимости  $P(x_0)$ ,  $U(x_0)$ ,  $\rho(x_0)$ ,  $E(x_0)$ , в момент  $t=0.105448$

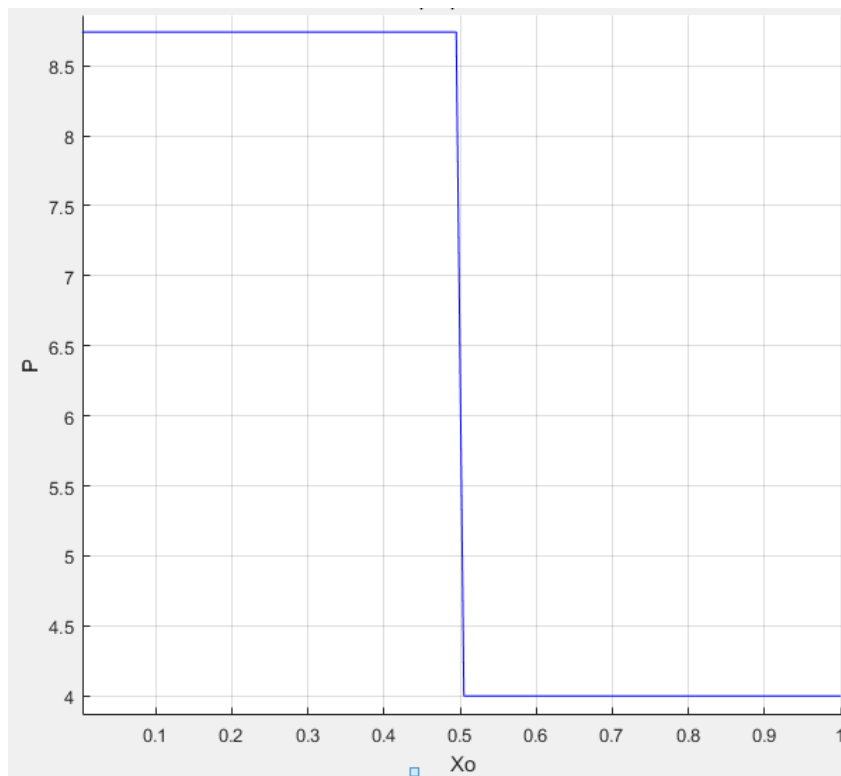


Рис.3.1 - Зависимость  $P(X_0)$  в момент  $t= 0.10545$

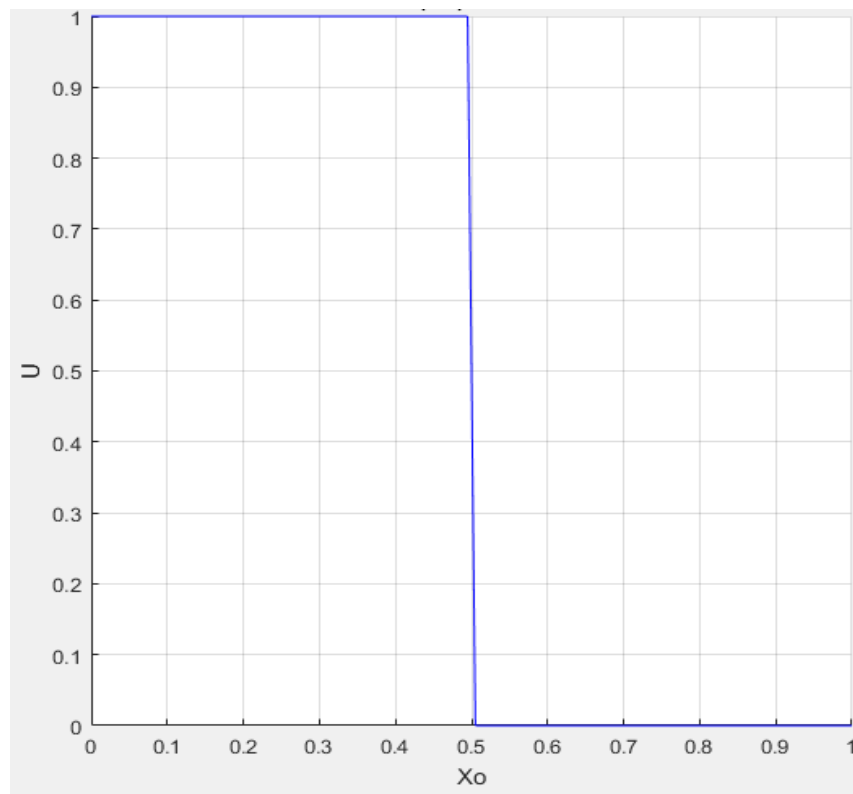


Рис. 3.2 - Зависимость  $U(X_0)$  в момент  $t= 0.10545$

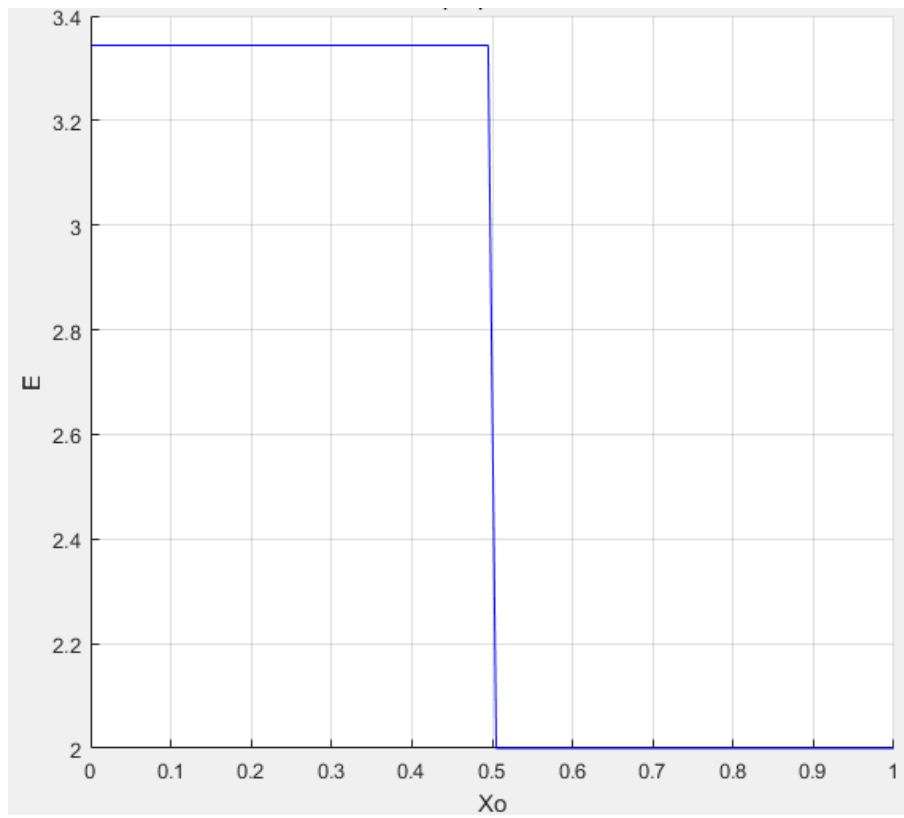


Рис. 3.3 - Зависимость  $\rho(X_0)$  в момент  $t=0.10545$

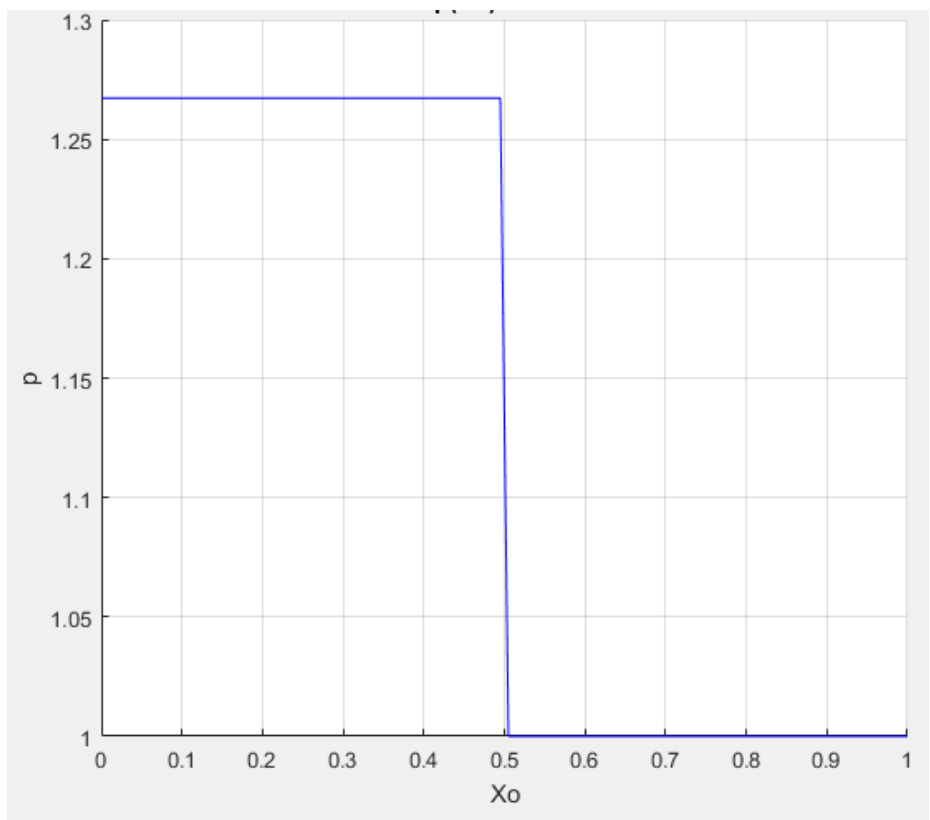


Рис. 3.4 - Зависимость  $E(X_0)$  в момент  $t=0.10545$

### 3.3 Ударная волна в металлах

В отличие от газов в металлах при больших нагрузках металл начинает плавиться. В результате при  $\sigma_{HE} < \sigma_1 < \sigma_A$  взрывная волна расщепляется на упругую ударную волну с напряжением на фронте  $\sigma_1 = \sigma_{HE}$  и на пластическую ударную волну, на фронте которой напряжение скачком изменяется от  $\sigma_1 = \sigma_{HE}$  до  $\sigma_{HE} < \sigma_1 < \sigma_A$ . Поэтому при разработке программного комплекса нам надо это учитывать сам алгоритм решения не меняется. Плавление наступает при давлении равному напряжению:

$$P = \sigma_{HE} = \frac{1-\mu}{1-2\mu} Y_D.$$

Упругая волна распространяется со скоростью  $W$  вычисляемая по формуле(3.4), а пластическая со скоростью звука  $C_{0k}$  для заданного металла.

#### 3.3.1 Постановка задачи для металла

Возьмем в качестве исследуемого металла алюминий а УРС будет уравнение Ми-Грюнейзена вида:

$$P = P_x + (y - 1)(E - E_x) * \rho \quad (3.8)$$

где

$$\delta = \frac{p}{\rho_{0k}}$$

$$P_x = \frac{p_{0k} * C_{0k}^2}{n} * (\delta^n - 1)$$

$$E_x = \frac{C_{0k}^2}{n} * \left( \frac{\delta^{n-1} - n}{n-1} + \frac{1}{\delta} \right)$$

с параметрами:  $p_{0k} = 2,7 \text{ г/см}^3$ ,  $C_{0k} = 5000 \text{ м/с}$ ,  $n=3$ ,  $y=3$ ,  $Y_D=50 \text{ МПа}$ .

При  $t=0$  алюминий имеет следующие характеристик  $\rho_0 = 1$ ,  $E_0=20$ ,  $U_0=0$ ,  $P_0=95$ . При  $t>0$  на левой границе при  $x_0 = 0$  задана скорость  $U_g = 2.8$ , на правой границе при  $x_0 = 1$   $U=0$ . Представить решение проставленной задачи на момент времени  $t=1$ .

#### 3.3.2 Результаты расчетов

В результате решения задачи в момент  $t= 0.10545$  были найдены следующие значения

$P=8.74166, \rho =1,26726, E=3,34359, U=1,0$	при $x_0 \leq 4447$
$P=4, \rho =1, E=2, U=0$	при $4447 \leq x_0 \leq 5000$
$P=4, \rho =1, E=2, U=0$	при $x_0 \geq 5000$

На рисунке 3.5-3.8 приведены зависимости  $P(x_0), U(x_0), p(x_0), E(x_0)$ , в момент  $t=0.105448$

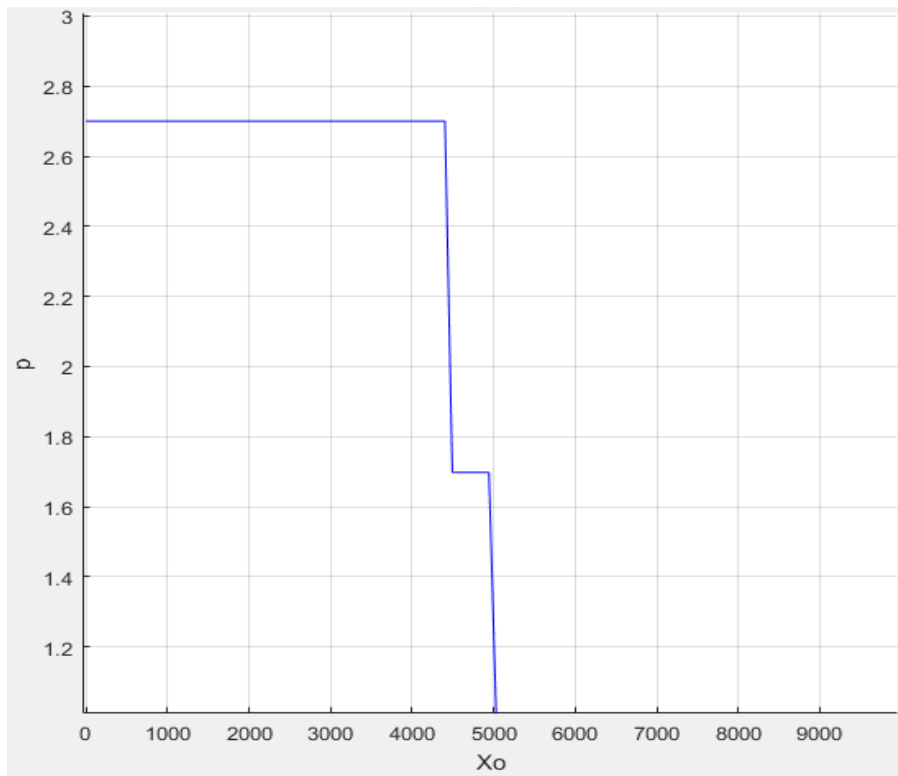


Рис.3.5 - Зависимость  $P(X_0)$  в момент  $t= 1$

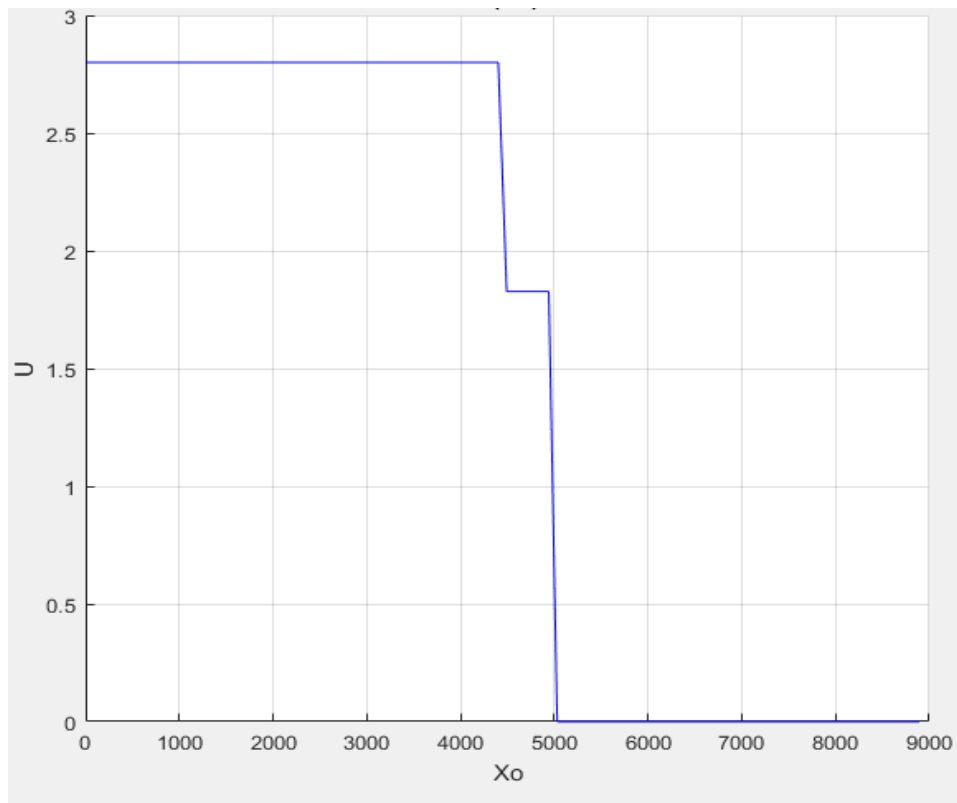


Рис.3.6 - Зависимость  $U(X_0)$  в момент  $t=1$

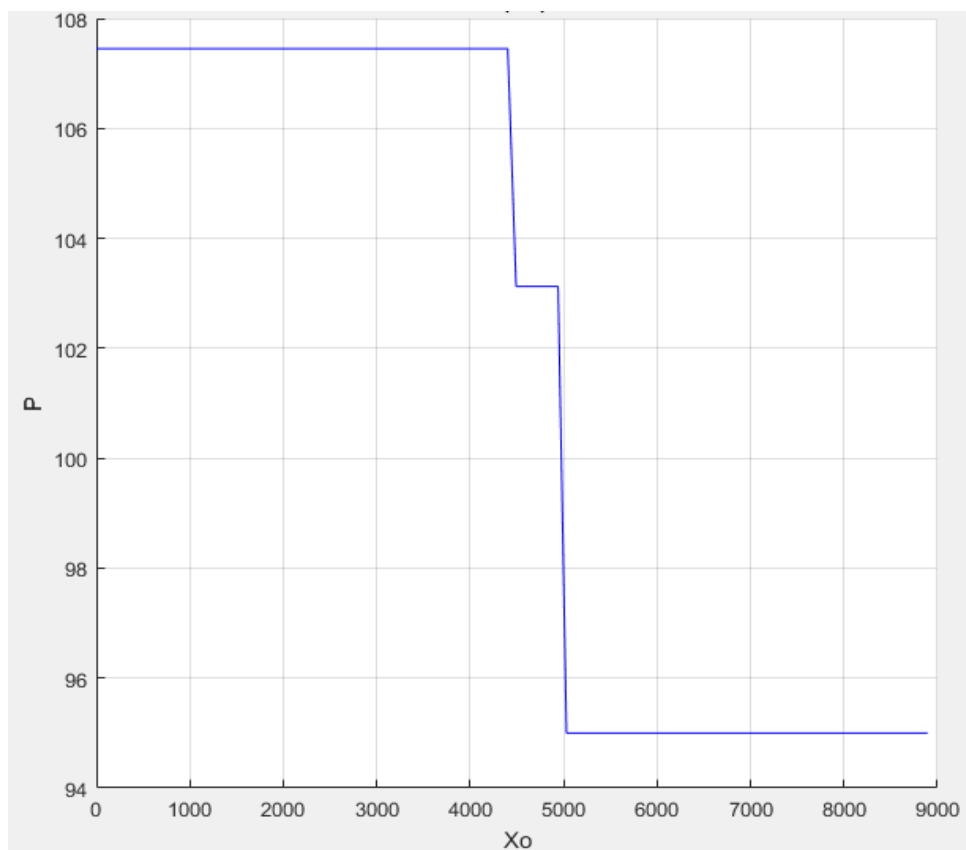


Рис.3.7 - Зависимость  $\rho(X_0)$  в момент  $t=1$

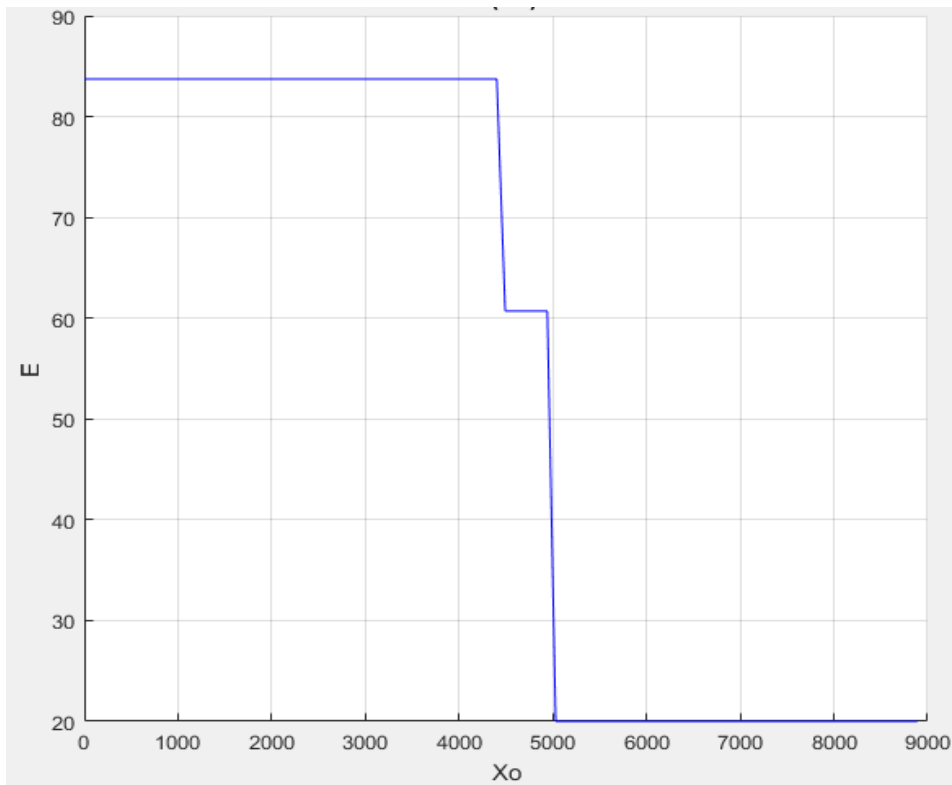


Рис.3.8 - Зависимость  $E(X_0)$  в момент  $t= 1$

### 3.4 Волна разрежения в металлах

$$E^{n+1} - E + \int_{V^n}^{V^{n+1}} P(V, E) dV = 0 \quad (4)$$

Уравнение (4) может быть решено разными способами. Самый простой из них заключается в следующем. Промежуток  $V^{n+1} \leq V \leq V^n$  разбивается на  $N$  более мелких промежутков. Значения  $V$  на концах этих промежутков обозначим индексом  $v$ . Тогда

$$V^{v+1} = V^v + \frac{1}{N} (V^{n+1} - V^n).$$

Значению  $v=0$  соответствует исходная точка, в которой величины  $P^{v=0} = P^n$ ,  $V^{v=0} = V^n$ ,  $E^{v=0} = E^n$  известны. Значение  $E^{v+1}$ , соответствующее удельному объёму  $V^{v+1}$ , находится по формуле прямоугольников  $E = E^v - P^v(V^v, E^v)(V^{v+1} - V^v)$ .

Затем по УРС находится значение давления  $P(V^{v+1}, E)$ . Для контроля точности значения  $E$  и  $P$  пересчитываются по формулам

$$\begin{aligned} E^{v+1} &= E^v - \frac{1}{2} ((P^v(V^v, E^v) + P(V^{v+1}, E))(V^{v+1} - V^v), \\ P^{v+1} &= P(V^{v+1}, E^{v+1}). \end{aligned}$$

Разность  $|E - E^{v+1}|$  есть погрешность. Если она мала, то можно переходить к расчету  $P^{v+2}, E^{v+2}$ . Если же она велика, то следует уменьшить шаги по  $V$ , например в 2 раза и продолжить интегрирование, начиная с точки  $V=V^v$  с новым шагом  $\Delta V$ .



Волна разрежения в металлах при достижении нормального напряжения  $\sigma_1 = \sigma_{HE}$  разгрузка в рассматриваемой области происходит в две стадии. На первой из начального состояния на ударной адиабате до выхода на нижнюю предельную поверхность пластичности металл разгружается упругим образом, а последующая стадия разгрузки — пластическая. Отношение упругой скорости звука к пластической

$$\frac{C_L}{C_B} = \sqrt{\frac{8(1 - \mu)}{1 + \mu}}$$

т. е. для металла в твердой фазе ( $\mu < 0.5$ ) всегда  $C_L > C_B$ . «Голова» упругой волны разгрузки распространяется относительно состояния перед ней со скоростью, равной упругой скорости звука  $C_B$ . «Голова» пластической волны расширения распространяется относительно состояния перед ней со скоростью, равной объемной скорости звука св. Поскольку  $C_L > C_B$ , то упругая волна разгрузки опережает пластическую волну расширения.

Таким образом, при расширении ударно сжатой упругопластической среды, так же как и при ее ударном сжатии  $\sigma_A < \sigma_1 < \sigma_{HE}$ , реализуется двух волновая конфигурация, в которой первая волна — упругая, а вторая — пластическая.

### 3.4.1 Постановка задачи для металлов

Волна разрежения распространяется в хрупком металле с параметрами  $\gamma = 3$ ,  $\rho_{ок} = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $C_{ок} = 4000 \text{ м/с}$ ,  $n=3$ ,  $Y_d=20 \text{ МПа}$ . В качестве УРС возьмем (3.8), Начальные значения параметров в области  $0 \leq x \leq 1$   $\rho_0 = 1$ ,  $E_0 = 22.5$ ,  $U_0=0, P_0=45$ . На правой границе ( $x=0.84$ ) задано давление  $P=1.1664$ , на левой границе  $P=45$ . Представить решение изэнтропы на момент времени  $t=0.1$

### 3.4.2 Результаты расчетов

В результате решения задачи в момент  $t= 0.1$  были найдены следующие значения графические значения:

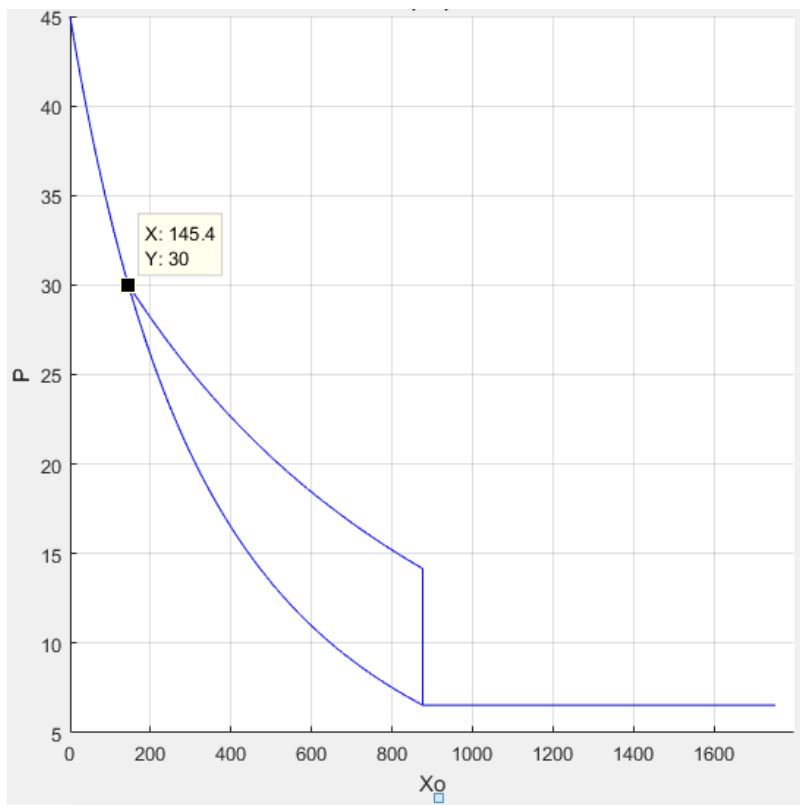


Рис.3.9 - Зависимость  $P(X_0)$  в момент  $t= 0.1$

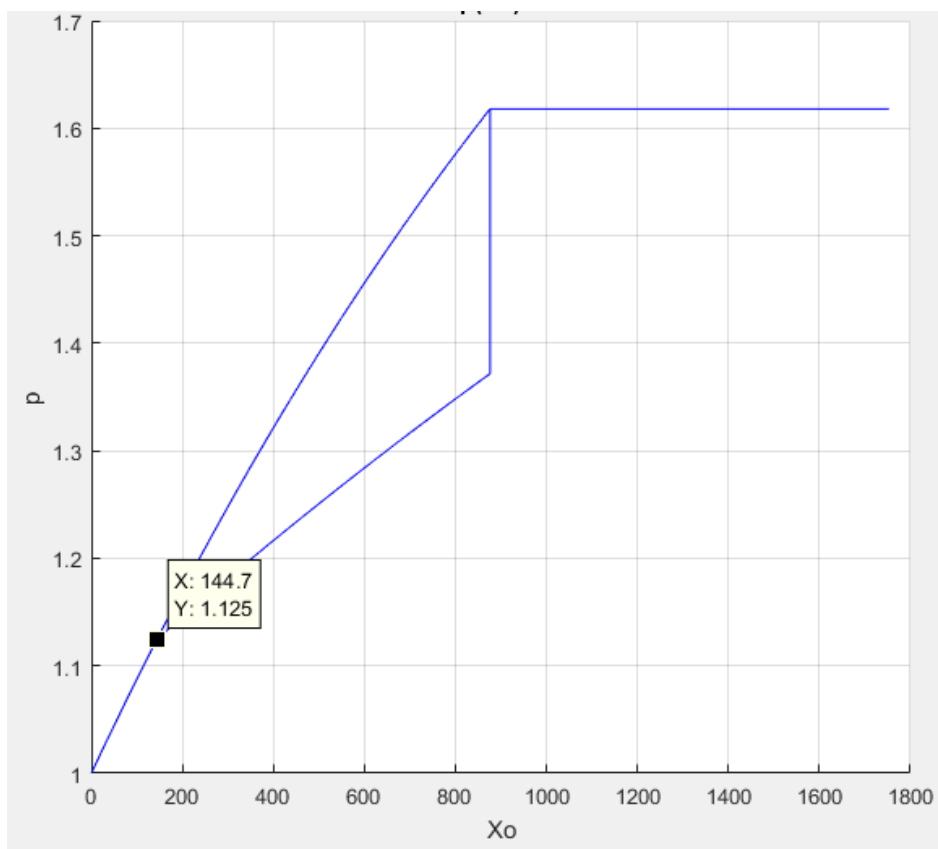


Рис.3.10 - Зависимость  $\rho(X_0)$  в момент  $t= 0.1$

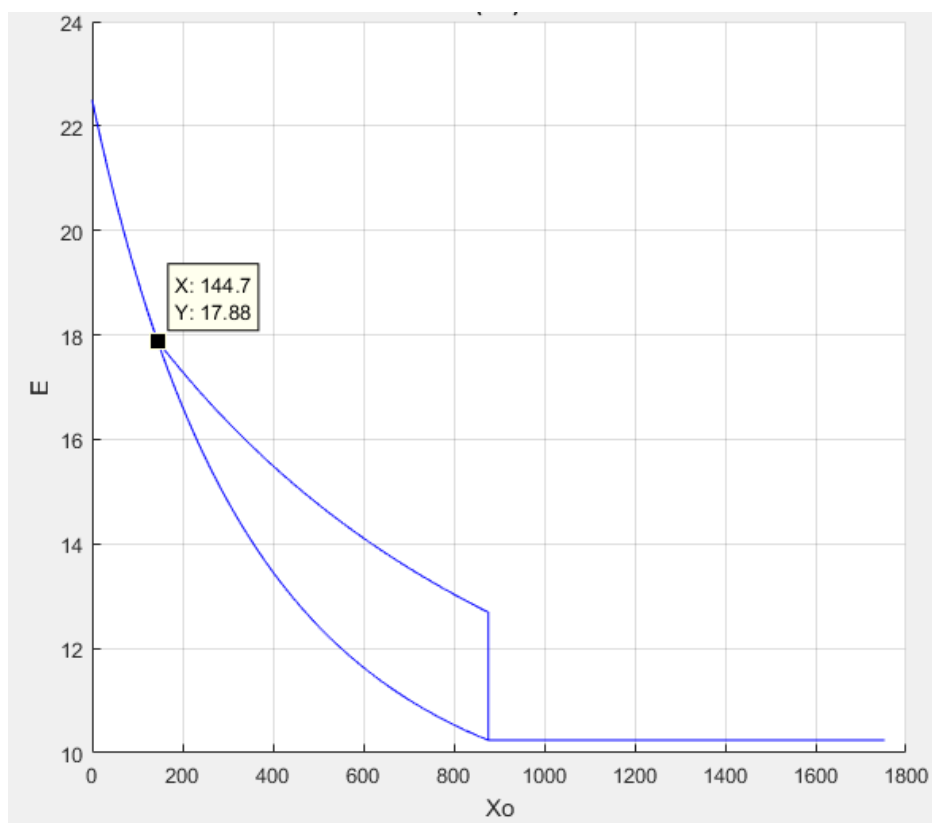


Рис.3.11 - Зависимость  $E(X_0)$  в момент  $t=0.1$

Из рис.3.9-3.11 мы видим что в определенный момент времени ( $x_0 > 145$ ) в металле у нас распространяются 2 волны разрежения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы была изучена литература по математическому моделированию материалов при динамических нагрузках.

Была изучена теория распространения ударных и волн разрежения в металлах и газах. Для расчета задачи о распространении ударных волн в металлах, в среде MATLAB реализован программный модуль, позволяющий проводить расчет для любых параметров и уравнения состояния.

Корректность расчёта была проверена путем сравнения результатов с экспериментальными данными. Сравнение показало хорошее описание экспериментально полученных данных значений при выставленной погрешности  $\varepsilon \leq 0.0001$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Fowles G. R. Shock wave compression of hardened and Annealed 2024 Aluminum / J. Appl. Phys.— 1961.— V. 32. N 8.— P. 1475—1487.
2. Альт шулер Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений // УФН.— 1965.— № 85, вып. 2.— С. 197—258.
3. Альтшулер Л. В., Бражник М. И., Телегин Г. С. Прочность и упругости, железа и меди при высоких давлениях ударного сжатия / ПМТФ.— 1971.— № 6.— С. 159—166.
4. Большаков А. П., Новиков С. А., Сеницын В. А. Исследование динамических диаграмм одноосного растяжения и сжатия меди и сплава АМгб / Проблемы прочности.— 1979.— № 10.— С. 87—88
5. Steinberg D. J., Cochran S. G., Guinan M. W. A constitutive model for metal-s applicable at high-stroun rate // J. Appl. Phys.— 1980.— V. 51, N 3.— P. 1498—1504.
6. Новиков С. А., Сеницына Л. М. О влиянии давления ударного сжатия на величину критических напряжений сдвига // ПМТФ.— 1970.— № 6.— С. 107—110.
7. Дремин А. Н., Канель Г. И. Волны сжатия и разрежения в ударно-сжатых металлах // ПМТФ.— 1976.— № 2.—С. 146—152.
8. Зельдович Я.Б., Баренблагт Г.И., Математическая теория горения и взрыва // М.: Наука, 1980. — 478 с.: ил.
8. Lipkin J., Assay J. R. Reshock and release of Shock-compressed 6061-T6 Aluminium // J. Appl. Phys.-1977.-V. 48, N 1.—P. 182-189.
9. Гильман Дж. Дж. Динамика- дислокаций и поведение материалов при ударном воздействии / Механика: Сб. переводов.— М.: Мир, 1970.-№2А20) .С. 96—134.
10. Johnson J. N4 Barker L. M. Dislocation Dynamics and Steady Plastic Wave Profiles in 6061-T6 Aluminium // J. Appl. Phys.— 1969.— V. 40, N 11.-P. 4321—4334.
11. Нигматулин Р. И., Холин Н. И. К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования // Изв. АН СССР. МТТ.— 1974.— № 4.— С., 131—Мб.
12. Корнель Т. И. Модель кинетики пластической деформации металлов в условиях ударно-волнового нагружения // ПМТФ.—1982.—№ 2.—С. 105—110.
13. Глазырин В. П., Платова Т. М., Саженов А. П. Определение параметров

дислокационной модели и расчет на ее основе вязкости и эволюции ударных волн II III Все союз. симп. по импульсным давлениям: Тез. докл.— М.: ВНИИФТРИ, 1979.— С. 46—47.

14. Альтшулер Л. В., Чекин Б. С. Релаксационные параметры металлов за фронтом ударных волн Ц Детонация. Критические явления. Физико-химические превращения в ударных волнах.— Черноголовка, 1978.— С. 87—89.

15. Годунов С. К., Роменский Б. И. Нестационарные уравнения нелинейной теории упругости в эйлеровых координатах // ПМТФ.—1972.— № 6.— С. 124—144.

16. Годунов С. К., Козин Н. С. Структура ударных волн в упруговязкой среде с нелинейной зависимостью максвелловской вязкости от параметров вещества // ПМТФ.— 1974.— № 5.— С. 101—108.

17. Бахрах С. М., Иванов А. Г., Ковалев Н. П. и др. Прочность алюминия при упругопластическом сжатии в ударной волне // Детонация. Критические явления. Физико-химические превращения в ударных волнах.— Черноголовка, 1978.—С. 94-100.

18. Альтшулер Л. В., Чекин Б. С. Реология волновой деформации металлов // ФГВ.— 1985.— Т. 21, № 5.— С. 140—143.

19. Гулидов А. И., Фомин В. М., Яненко Н. Н. Структура волн сжатия в неупругих средах /I Изв. АН СССР. МТТ.— 1975.— № 5.— С. 92—98.

20. Фомин В. М., Хакимов Э. М. Численное моделирование волн сжатия и разрежения в металлах / ПМТФ.—1979.—№ 5.—С. 114—122.

21. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды.— М.: Наука, 1978.— С. 304.

22. Альтшулер Л. В., Чекин В. С. Структура ударных волн и определяющие уравнения металлов Ц ПМТФ.— 1987.— № 6.— С. 119—128.

23. Yasiv D., Rosenberg Z., Partom Y. Determination of the dependence of yield strength in 2024-A1 under dynamic loading with in-material manganimum gauges /I Mechanical Properties at high Rates of Strain: Proc. Third Conf. on the Mechanical Properties of materials at high Rates of Strain,— Oxford, 1984.- P. 105-109.

24. Kusubov A. S., Thiel M. Dynamic Yield Strength of 2024-A1 at 313 kbar / J. Appl. Phys.— 1969.— V. 40, N 2.— P. 893—894.
25. Rosenberg Z., Partom Y., Yaziv D. The use of in-material stress gauges for estimating the dynamic yield Strength of Shock loaded Solids // J. Appl. Phys.- 1984.- V. 56, N 1.- P. 143-146.
26. Chartagnac P. F. Determination of mean and deviatoric Stresses in Shock Loaded Solids // J. Appl. Phys.— 1982.—V. 53, N 2.—P. 948—953.
27. Батьков Ю. В., Новиков С. А., Сеницын В. А. и др. Исследование сдвиговых напряжений в металлах на фронте ударной волны // Проблемы прочности.—1981.—№ 5.—С. 56—59.
28. Альтшулер Л. В., Кормер С. В., Бражник Н. И. Изоэнтропическая сжимаемость меди, свинца и железа при высоких давлениях // ЖЭТФ.—< 1960.— Т. 38, вып. 4.-С. 1061-1073.
29. Эсей Дж. Р., Чэбилдас Л. К. Определение сдвиговой прочности алюминиевого сплава 6061-Т6, подвергнутого сжатию при ударном нагружении / Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов.— М.: Металлургия, 1984.—С. 110—120.
30. Assay J. R., Chabildas L, C, Dandekar D. R. Shear Strength of Shock-loaded polycrystalline tungsten // J. Appl. Phys — 1980.— V. 51, N 9.— P. 4774—4783.
31. Новиков С. А., Сеницын В. А., Иванов А. Г. и др. Упругопластические свойства ряда металлов при взрывном нагружении / ФММ.— 1966.— Т. 21, вып. 3.— С. 452—460.
32. Иванов А. Г., Новиков С. А., Сеницын В. А. Исследование упругопластических волн в железе и стали при взрывном нагружении / ФТТ.— 1963.:— Т. 5, вып. 1.— С. 269—278.
33. Макушин Р., Марш С, Тейлор Д. Н. и др. Уравнения состояния твердых тел по результатам исследования ударных волн / Высокоскоростные удар-

ные явления.— М.: Мир, 1978.— С. 299—427. <

34. Степанов Г. В. Упругопластическое деформирование металлов действием импульсных нагрузок.— Киев: Наук, думка, 1979.— С. 268.

35. Gills P. P., Hage K. C., Wasley R. J. Elastic Precursor decay in Tantalum / J. Appl. Phys.— 1971.— V. 42, N 5.— P. 2145—2146.

36. Arvidson T. E., Gupta J. M., Duvall G. F. Precursor decay in 1060 Aluminium / J. Appl. Phys.— 1975.— V. 46, N 10.— P. 4471—4478.

37. Taylor J. W., Rice M. N. Elastic-Plastic Properties of Iron // J. Appl. Phys.— 1963.- V. 34, N 2.- P. 364-371.

38. Mock W., Holt W. H. Shock reverberation in Tantalum // J. Appl. Phys.— 1983.— V. 54, N 11.—P. 6757—6758.

39. Авиационные материалы: Справочник/Под ред. А. Т. Туманова.— М.: ОНТИ, 1975.—Т. 1.—431 с.

40. Работнов Ю. М. Механика деформируемого твердого тела.— М.: Наука, 1979.— С. 744. ,

41. Клещевников О. А., Тюняев Ю. Н., Софронов В. Н. и др. Динамический предел текучести и удельная работа отрыва при отколе ряда конструкционных материалов / ФГВ.—1986.—Т. 22, № 4.—С. 102—106.

42. Новиков С. А., Сеницын В. А. О влиянии температуры на упругопластические свойства стали при взрывном нагружении // Проблемы прочности.— 1976.—№ 12.—С 104—106.

43. Morris C. E., Fritz J. N., Holian B. L. Quasielastic highpressure Waves in 2024,-Al and Copper // Shock Waves in condensed Matter-1981: Proc/AIP Conf.— N. Y., 1982.— P. 382—386.

44. Батьков Ю. В., Новиков С. А., Чернов А. В. Сдвиговая прочность твердых тел и ее влияние на распространение плоских УВ // ФГВ.—1986.— Т. 22, №2.-С. 114-120.

45. Урлин В. Д. Плавление при сверхвысоких давлениях, полученных в ударной волне / ЖЭТФ.— 1965.—Т. 49, вып. 2(8).—С. 435—492.



46. Верещагин Л. Ф. Синтетические алмазы и гидроэкструзия: Избр. тр.— М.: Наука, 1982.— С. 382.
47. Воробьев А. А., Дремин А. Н., Канель Г. И. Зависимости коэффициентов упругости алюминия от степени сжатия в ударной волне II ПМТФ.— 1974.-№ 5.—С. 94-100.
48. Curran D. R. Nonhydrodynamic Attenuation of Shock Waves in Al U J. Appl. Phys.— 1963.— V. 34, N 91— P. 2677—2690. u
49. Бордзиловский С. А., Караханов С. М. Вторичное сжатие и разгрузка дюралюминия за фронтом ударной волны Ц ФГВ.— 1986,— Т. 22, № 3.— С. 131— 136. ,
50. Erkman J. O., Christensen A. B. Attenuation of Shock Waves in Aluminium // J. Appl. Phys.— 1967.— V. 38, N 3.— P. 5395—5403.
51. McQueen R. G., Fritz J. N., Morris C. E. The velocity of sound behind strong Shock Waves in 2024-A1 / Shock Waves in condensed Matter-1983: Proc/ AIP Conf.— 1983.— N 4.— P. 95—98.
52. Brown J. M., McQueen R. G. Melting of- Iron under core conditions / Geophys. Res. Lett— 1980.— V. 7, N 7.— P. 533—536.