

Южно-Уральский государственный университет  
Кафедра оптоинформатики

ДРЯЗГОВ Михаил Александрович

**СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В ОПТИЧЕСКОЙ МИКРОСКОПИИ  
ПРИ ПОМОЩИ СУПЕРОСЦИЛЛЯЦИЙ**

Выпускная квалификационная работа

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н. Ю.В. Микляев

Челябинск 2019

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1 Обзор литературы</b>	<b>5</b>
1.1 Введение . . . . .	5
1.2 Сканирование с помощью отдельных частиц . . . . .	7
1.3 Флуоресцентная микроскопия . . . . .	11
1.4 Суперлинзы . . . . .	13
1.5 Оптические суперосцилляции . . . . .	17
1.5.1 Теория . . . . .	17
1.5.2 Практика . . . . .	20
<b>2 Теоретическое обоснование</b>	<b>25</b>
<b>3 Экспериментальная установка</b>	<b>29</b>
<b>4 Сканирование объекта оптическими суперосцилляциями</b>	<b>32</b>
<b>5 Обработка полученных результатов</b>	<b>35</b>
<b>Заключение</b>	<b>40</b>
<b>Список литературы</b>	<b>41</b>

# Введение

Развитие науки ежегодно улучшает жизнь человечества во многих аспектах, не обходя стороной и вопросы здоровья. Медицина значительно продлевает наши жизни, и многие болезни уже остались в прошлом. Однако, по-прежнему остаются области, где медицина бессильна - ВИЧ-инфекция, онкологические заболевания. Для поиска лекарств необходимо в полной мере понимать процессы, происходящие в живых клетках во время заражения и развития болезни. Следовательно, необходима визуализация быстро протекающих процессов в живых тканях. Для этих целей наиболее подходит оптическая микроскопия.

Оптическая микроскопия - это широко используемый исследовательский инструмент в биологии [1]. В ней используется видимое электромагнитное излучение для разрешения мелких объектов и динамических процессов в биологических образцах, с получением как двумерных [2], так и трёхмерных изображений [3]. Разрешающая способность всех оптических микроскопов связана с длиной волны используемого света [4].

В 1873 году немецким физиком-оптиком Эрнстом Карлом Аббе был открыт дифракционный предел [5]. Этим понятием был назван минимальный диаметр пятна, которое можно получить, фокусируя электромагнитное излучение. Данное пятно было названо "пятно рассеяния" - оно возникает при построении изображения точки с помощью оптической системы в следствии дифракции на оправах её компонентов.

Дифракционный предел находится по формуле:

$$d_{min} = \frac{\lambda}{2n}, \quad (1)$$

где  $d_{min}$  - минимальный размер пятна,  $\lambda$  - длина волны используемого излучения в вакууме,  $n$  - показатель преломления среды.

В оптических микроскопах используется формула

$$d_{min} = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}, \quad (2)$$

где  $\theta$  - апертурный угол, то есть угол между крайним пучком конического светового пучка на входе оптической системы и её оптической осью [6]. В

современных микроскопах  $\theta \approx 90^\circ$  [3,7], что приводит к упомянутому выше дифракционному пределу.

Это фундаментальный предел показывает, что невозможно различить две точки, находящиеся ближе, чем половина длина волны (в вакууме или воздухе). Это существенно снижает возможности оптических микроскопов. Особенно в тех случаях, когда использование других типов микроскопов (атомно-силовой или электронный) затруднено или невозможно: например, наблюдения за живыми тканями в режиме реального времени [3, 7].

Дифракционный предел не позволяет изготавливать методом фотолитографии какие-либо объекты меньше половины длины волны, что ограничивает минимальный размер микросхем, полученным таким методом. Также дифракционный предел не позволяет достигнуть большей плотности записываемой информации на оптических носителях. Это привело к постепенному устареванию и выходу из употребления оптических дисков.

Таким образом, в настоящее время дифракционный предел по-прежнему остаётся фундаментальным ограничением при использовании оптических систем.

Конечно, существуют способы несколько уменьшить данное ограничение. Как видно из формулы, зависимость дифракционного предела от длины волны прямая. Это означает, что если использовать в несколько раз меньшую длину волны, то и дифракционный предел уменьшится во столько же раз. Это решение ограничено тем, что исследуемые образцы могут быть повреждены рентгеновским или гамма-излучением. С другой стороны, зависимость от показателя преломления среды обратная. Это даёт возможность уменьшить дифракционный предел, изменив среду, в которой происходят наблюдения, на другую с большим показателем преломления. Однако, этот способ также имеет недостатки: исследуемый образец можно испортить и существует не так много сред с большим показателем преломления, пригодных для использования в микроскопии.

Становится очевидно, что требуется принципиально новый подход к данной проблеме.

Ранее [8] была показана возможность создания оптических суперосцилляций с помощью 3-х точечных источников. Они имели вытянутую форму и периодический характер.

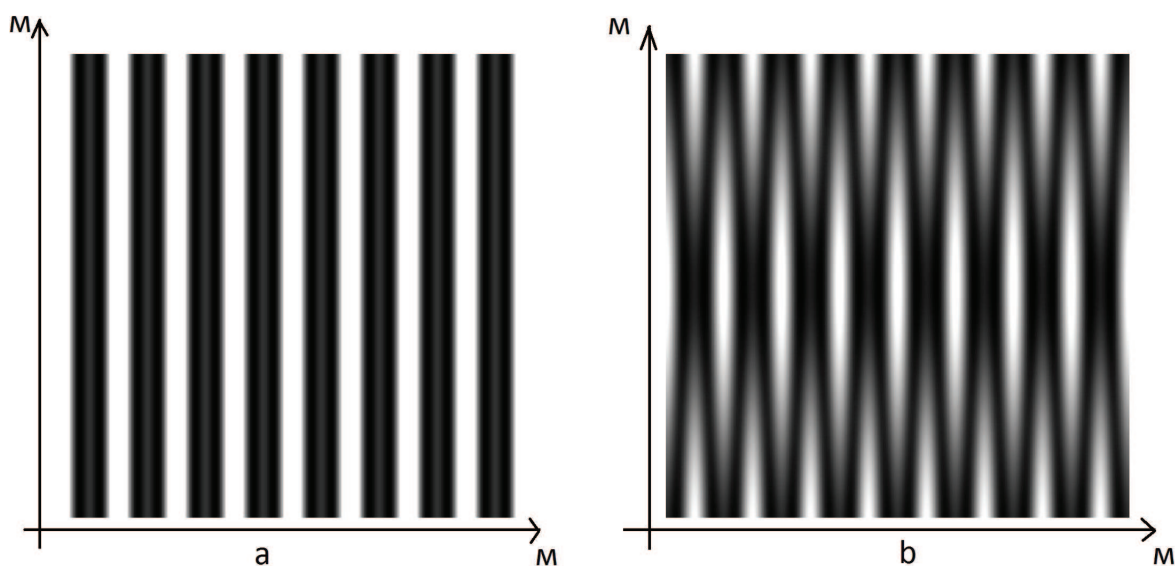


Рисунок 1 – оптические суперосцилляции, полученные с помощью 3-х точечных источников.

Возникает вопрос: возможно ли использование полученных таким простым способом и имеющих двумерный вид оптических суперосцилляций для сканирования каких-либо объектов?

Целью работы является разработка нового способа микроскопии со сверхразрешением, основанном на сканировании объекта суперосцилляциями.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Теоретическое обоснование возможности сканирования объекта оптическими суперосцилляциями
2. Создание экспериментальной установки.
3. Получение изображений при сканировании суперосцилляциями тестового объекта (маски, состоящей из параллельных непрозрачных полосок на стекле)
4. Анализ полученных результатов. Обработка изображений просканированных полос для подтверждения достижения сверхразрешения.

## Заключение

Были описаны теоретические основы возможности сканирования объекта оптическими суперосцилляциями, полученными интерференцией трёх компланарных волн. Было описано, что не смотря на неразрешимость оптических суперосцилляций, возможно использовать характерные скачки интенсивности для определения размеров сканируемых объектов.

Была собрана и съюстирована оптическая установка исходя из условий задачи. Был описан каждый узел оптической схемы и его функциональность. Были получены наборы изображений сканирования маски полос оптическими суперосцилляциями. В дальнейшем эти наборы изображений были программно обработаны.

После обработки были полученные массивы данных, представленных в виде графиков изменения интенсивности. На данных графиках были отмечены характерные скачки интенсивности, что говорит о принципиально возможном сканировании оптическими суперосцилляциями любых объектов. Также были исследованы фурье-спектры полученных графиков и было доказано достижение сверхразрешения. Было показано, что предложенный метод работает только при использовании люминесценции.

В итоге были использованы оптических суперосцилляций, полученные интерференцией трёх компланарных волн, для сканирования объекта простой формы.

Были решены следующие задачи:

1. Теоретически обоснована возможность сканирования объекта оптическими суперосцилляциями.
2. Создана экспериментальная установка для реализации метода.
3. Получены изображения при сканировании суперосцилляциями тестового объекта (маски, состоящей из параллельных непрозрачных полосок на стекле).
4. Проанализированы полученные результаты. Обработаны изображения просканированных полос. Доказана необходимость использования люминесценции для работоспособности метода. Подтверждено достижение сверхразрешения.

## Список литературы

- [1] Jaque Daniel, Vetrone Fiorenzo. Luminescence nanothermometry // *Nanoscale*. — 2012. — Vol. 4, no. 15. — P. 4301–4326.
- [2] Accessing the third dimension in localization-based super-resolution microscopy / Bassam Hajj, Mohamed El Beheiry, Ignacio Izeddin et al. // *Phys. Chem. Chem. Phys.* — 2014. — Vol. 16, no. 31. — P. 16340–16348.
- [3] Lidke D. S., Lidke Keith a. Advances in high-resolution imaging - techniques for three-dimensional imaging of cellular structures // *Journal of Cell Science*. — 2012. — Vol. 125, no. 11. — P. 2571–2580.
- [4] Lord Rayleigh. On the theory of optical images, with special reference to the microscope // *Transactions of the Society*. — 1903. — P. 474–482.
- [5] Rogers Edward T F, Zheludev Nikolay I. Optical super-oscillations: sub-wavelength light focusing and super-resolution imaging // *Journal of Optics*. — 2013. — sep. — Vol. 15, no. 9. — P. 094008.
- [6] Dhara Prajit, Sivadasan A. K. Near Field Scanning Optical Imaging of Gold Nanoparticles in the Sub-Wavelength Limit. — 2017. — may. — 1705.07416.
- [7] Lindberg Jari. Mathematical concepts of optical superresolution // *Journal of Optics*. — 2012. — aug. — Vol. 14, no. 8. — P. 083001.
- [8] Метод получения оптических суперосцилляций на основе трехволновой интерференции // *Вестник ЮУрГУ. Серия Математика. Механика. Физика*. — 2017. — Vol. 9, no. 4. — P. 59–63.
- [9] Woodward By P M, Lawson J D. The theoretical precision with which an arbitrary radiation-pattern may be obtained from a source of finite size. — 1948. — no. 2.
- [10] Overcoming diffraction limit: From microscopy to nanoscopy / Sunae So, Minkyung Kim, Dasol Lee et al. // *Applied Spectroscopy Reviews*. — 2018. — apr. — Vol. 53, no. 2-4. — P. 290–312.

- [11] Bechhoefer John. What is superresolution microscopy? // American Journal of Physics. — 2015. — Vol. 83, no. 1. — P. 22–29. — 1405.1118.
- [12] Datta Anurup. PRODUCING NANOSCALE LASER SPOT AND ITS APPLICATIONS // School of Mechanical Engineering. — 2018. — no. August.
- [13] Scanning superlens microscopy for non-invasive large field-of-view visible light nanoscale imaging / Feifei Wang, Lianqing Liu, Haibo Yu et al. // Nature Communications. — 2016. — dec. — Vol. 7, no. 1. — P. 13748.
- [14] Observing the cell in its native state: Imaging subcellular dynamics in multicellular organisms / Tsung-Li Liu, Srigokul Upadhyayula, Daniel E. Milkie et al. // Science. — 2018. — apr. — Vol. 360, no. 6386. — P. eaaq1392.
- [15] Miyata Masashi, Hatada Hideaki, Takahara Junichi. Full-Color Subwavelength Printing with Gap-Plasmonic Optical Antennas // Nano Letters. — 2016. — Vol. 16, no. 5. — P. 3166–3172.
- [16] Immersed transparent microsphere magnifying sub-diffraction-limited objects / Seoungjun Lee, Lin Li, Zengbo Wang et al. // Applied Optics. — 2013. — oct. — Vol. 52, no. 30. — P. 7265.
- [17] Sheppard Colin J.R. Resolution and super-resolution // Microscopy Research and Technique. — 2017. — Vol. 80, no. 6. — P. 590–598.
- [18] Sparsity-based single-shot subwavelength coherent diffractive imaging / A. Szameit, Y. Shechtman, E. Osherovich et al. // Nature Materials. — 2012. — may. — Vol. 11, no. 5. — P. 455–459. — 1112.4707.
- [19] Meyer Gerhard, Amer Nabil M. Erratum: Novel optical approach to atomic force microscopy [Appl. Phys. Lett. 53 , 1045 (1988)] // Applied Physics Letters. — 1988. — dec. — Vol. 53, no. 24. — P. 2400–2402.
- [20] WATSON M L. Staining of tissue sections for electron microscopy with heavy metals. II. Application of solutions containing lead and barium. // The Journal of biophysical and biochemical cytology. — 1958. — nov. — Vol. 4, no. 6. — P. 727–30.



- [21] Coltharp Carla, Xiao Jie. Superresolution microscopy for microbiology // Cellular Microbiology. — 2012. — Vol. 14, no. 12. — P. 1808–1818. — NIHMS150003.
- [22] Huszka Gergely, Gijs Martin A.M. Super-resolution optical imaging: A comparison // Micro and Nano Engineering. — 2018. — dec. — P. 1–84.
- [23] Direct high-resolution label-free imaging of cellular nanostructure dynamics in living cells / Chaejeong Heo, Sohee Lee, Si Young Lee et al. // Journal of Biomedical Optics. — 2013. — Vol. 18, no. 6. — P. 066016.
- [24] Sengupta Prabuddha, van Engelenburg Schuyler B., Lippincott-Schwartz Jennifer. Superresolution Imaging of Biological Systems Using Photoactivated Localization Microscopy // Chemical Reviews. — 2014. — mar. — Vol. 114, no. 6. — P. 3189–3202. — NIHMS150003.
- [25] Precisely and accurately localizing single emitters in fluorescence microscopy / Hendrik Deschout, Francesca Cella Zanacchi, Michael Mlodzianoski et al. // Nature Methods. — 2014. — feb. — Vol. 11, no. 3. — P. 253–266.
- [26] Superresolution microscopy in far-field by near-field optical random mapping nanoscopy / Yu V. Miklyaev, S. A. Asselborn, K. A. Zaytsev, M. Ya Darscht // Applied Physics Letters. — 2014. — Vol. 105, no. 11.
- [27] Maslov Alexey V., Astratov Vasily N. Optical nanoscopy with contact Mie-particles: Resolution analysis // Applied Physics Letters. — 2017. — jun. — Vol. 110, no. 26. — P. 261107.
- [28] Far-field imaging beyond diffraction limit using single sensor in combination with a resonant aperture / Lianlin Li, Fang Li, Tie Jun Cui, Kan Yao. — 2015. — Vol. 23, no. 1. — P. 18688–18697.
- [29] Miklyaev Yu. V., Asselborn S. A., Gerasimov A. M. Optical near-field scanning by microparticles suspended in immersion fluid // Technical Physics Letters. — 2014. — Vol. 40, no. 8. — P. 640–643.

- [30] Bettiol Andrew A., Mi Zhaohong, Watt Frank. High-resolution fast ion microscopy of single whole biological cells // *Applied Physics Reviews*. — 2016. — Vol. 3, no. 4.
- [31] Swimming Microrobot Optical Nanoscopy / Jinxing Li, Wenjuan Liu, Tianlong Li et al. // *Nano Letters*. — 2016. — oct. — Vol. 16, no. 10. — P. 6604–6609.
- [32] Laser-nanomachining by microsphere induced photonic nanojet / Yangdong Wen, Feifei Wang, Haibo Yu et al. // *Sensors and Actuators A: Physical*. — 2017. — may. — Vol. 258. — P. 115–122.
- [33] Combination of scanning probe technology with photonic nanojets / Martí Duocastella, Francesco Tantussi, Ali Haddadpour et al. // *Scientific Reports*. — 2017. — dec. — Vol. 7, no. 1. — P. 3474.
- [34] Super-Resolution Imaging of a Dielectric Microsphere Is Governed by the Waist of Its Photonic Nanojet / Hui Yang, Raphaël Trouillon, Gergely Huszka, Martin A.M. Gijs // *Nano Letters*. — 2016. — Vol. 16, no. 8. — P. 4862–4870.
- [35] Sub-wavelength image stitching with removable microsphere-embedded thin film / Bintao Du, Yong-Hong Ye, Jinglei Hou et al. // *Applied Physics A*. — 2016. — jan. — Vol. 122, no. 1. — P. 15.
- [36] Maslov Alexey V., Astratov Vasily N. Imaging of sub-wavelength structures radiating coherently near microspheres // *Applied Physics Letters*. — 2016. — feb. — Vol. 108, no. 5. — P. 051104.
- [37] Synthesis of High Refractive Index and Shape Controllable Colloidal Polymer Microspheres for Super-Resolution Imaging / Haie Zhu, Min Chen, Shuxue Zhou, Limin Wu // *Macromolecules*. — 2017. — Vol. 50, no. 2. — P. 660–665.
- [38] Super-resolution microscopy by movable thin-films with embedded microspheres: Resolution analysis / Kenneth W. Allen, Navid Farahi, Yangcheng Li et al. // *Annalen der Physik*. — 2015. — Vol. 527, no. 7-8. — P. 513–522.

- [39] Microsphere-coupled scanning laser confocal nanoscope for sub-diffraction-limited imaging at 25 nm lateral resolution in the visible spectrum / Yinzhou Yan, Lin Li, Chao Feng et al. // ACS Nano. — 2014. — Vol. 8, no. 2. — P. 1809–1816.
- [40] Huszka Gergely, Gijs Martin A. M. Turning a normal microscope into a super-resolution instrument using a scanning microlens array // Scientific Reports. — 2018. — dec. — Vol. 8, no. 1. — P. 601.
- [41] Role of the immersion medium in the microscale spherical lens imaging / Ling Yao, Yong-Hong Ye, Hui Feng Ma et al. // Optics Communications. — 2015. — jan. — Vol. 335. — P. 23–27.
- [42] Spider Silk: Mother Nature’s Bio-Superlens / James N. Monks, Bing Yan, Nicholas Hawkins et al. // Nano Letters. — 2016. — sep. — Vol. 16, no. 9. — P. 5842–5845.
- [43] Optical super-resolution imaging by high-index microspheres embedded in elastomers / Arash Darafsheh, Consuelo Guardiola, Averie Palovcak et al. // Optics Letters. — 2015. — Vol. 40, no. 1. — P. 5.
- [44] Spectrum analysis of liquid immersion to transparent microsphere based optical nanoscopy / Hui Pang, Axiu Cao, Chunlei Du et al. // Optik. — 2015. — nov. — Vol. 126, no. 21. — P. 3079–3083.
- [45] Superresolved nanoscopy using Brownian motion of fluorescently labeled gold nanoparticles / Tali Ilovitsh, Asaf Ilovitsh, Omer Wagner, Zeev Zalevsky // Applied Optics. — 2017. — feb. — Vol. 56, no. 5. — P. 1365.
- [46] Allen John R., Ross Stephen T., Davidson Michael W. Single molecule localization microscopy for superresolution // Journal of Optics. — 2013. — sep. — Vol. 15, no. 9. — P. 094001.
- [47] The 2015 super-resolution microscopy roadmap / Stefan W. Hell, Steffen J. Sahl, Mark Bates et al. // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2015. — Vol. 48, no. 44. — P. 443001. — 1711.04999.

- [48] Photocontrollable Fluorescent Proteins for Superresolution Imaging / Daria M Shcherbakova, Prabuddha Sengupta, Jennifer Lippincott-Schwartz, Vladislav V Verkhusha // *Annu. Rev. Biophys.* — 2014. — Vol. 43. — P. 303–29. — NIHMS150003.
- [49] Optimized localization analysis for single-molecule tracking and super-resolution microscopy / Kim I Mortensen, L Stirling Churchman, James A Spudich, Henrik Flyvbjerg. — 2010. — Vol. 7, no. 5.
- [50] Rust Michael J., Bates Mark, Zhuang Xiaowei. Sub-diffraction-limit imaging by stochastic optical reconstruction microscopy (STORM) // *Nature Methods.* — 2006. — oct. — Vol. 3, no. 10. — P. 793–796. — nmeth929.
- [51] STED microscopy reveals crystal colour centres with nanometric resolution / Eva Rittweger, Kyu Young Han, Scott E. Irvine et al. // *Nature Photonics.* — 2009. — mar. — Vol. 3, no. 3. — P. 144–147.
- [52] Jia Shu, Vaughan Joshua C., Zhuang Xiaowei. Isotropic three-dimensional super-resolution imaging with a self-bending point spread function // *Nature Photonics.* — 2014. — apr. — Vol. 8, no. 4. — P. 302–306. — 15334406.
- [53] Allen John R, Ross Stephen T, Davidson Michael W. Structured illumination microscopy for superresolution. // *Chemphyschem : a European journal of chemical physics and physical chemistry.* — 2014. — Vol. 15, no. 4. — P. 566–76.
- [54] easySTORM : a robust , lower-cost approach to localisation and TIRF microscopy / Kwasi Kwakwa, Alexander Savell, Timothy Davies et al. — 2016. — Vol. 10. — P. 1–10.
- [55] Zhang Xiang, Liu Zhaowei. Superlenses to overcome the diffraction limit // *Nature Materials.* — 2008. — jun. — Vol. 7, no. 6. — P. 435–441.
- [56] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction. — 2001. — Vol. 292, no. April.

- [57] Grbic Anthony, Eleftheriades George V. Overcoming the Diffraction Limit with a Planar Left-Handed Transmission-Line Lens. — 2004. — no. March. — P. 1–4.
- [58] Subwavelength Resolution in a Two-Dimensional Photonic-Crystal-Based Superlens / E. Cubukcu, K. Aydin, E. Ozbay et al. // Physical Review Letters. — 2003. — nov. — Vol. 91, no. 20. — P. 207401.
- [59] Subwavelength imaging in photonic crystals / Chiyan Luo, Steven G. Johnson, J. D. Joannopoulos, J. B. Pendry // Physical Review B. — 2003. — jul. — Vol. 68, no. 4. — P. 045115.
- [60] Planar Diffractive Lenses: Fundamentals, Functionalities, and Applications / Kun Huang, Fei Qin, Hong Liu et al. // Advanced Materials. — 2018. — Vol. 30, no. 26. — P. 1–22.
- [61] Imaging Properties Of / Nicholas Fang, Xiang Zhang, Westwood Plaza, Los Angeles. — 2002. — P. 0–3.
- [62] Fang Nicholas. Sub-Diffraction-Limited Optical Imaging with a Silver Superlens // Science. — 2005. — apr. — Vol. 308, no. 5721. — P. 534–537. — 0607277.
- [63] Belov Pavel A, Hao Yang. layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime. — 2006. — P. 1–4.
- [64] Wood B, Pendry J B, Tsai D P. Directed subwavelength imaging using a layered metal–dielectric system. — 2006. — P. 1–8.
- [65] Salandrino Alessandro, Engheta Nader. Far-field subdiffraction optical microscopy using metamaterial crystals: Theory and simulations // Physical Review B. — 2006. — aug. — Vol. 74, no. 7. — P. 075103.
- [66] Development of optical hyperlens for imaging below the diffraction limit / Hyesog Lee, Zhaowei Liu, Yi Xiong et al. // Optics Express. — 2007. — Vol. 15, no. 24. — P. 15886.
- [67] Far-Field Optical Hyperlens Magnifying Sub-Diffraction-Limited Objects / Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong et al. // Science. — 2007. — mar. — Vol. 315, no. 5819. — P. 1686–1686.

- [68] An Investigation of Influencing Factors on Practical Sub-Diffraction-Limit Focusing of Planar Super-Oscillation Lenses / Yiting Yu, Wenli Li, Haoyong Li et al. // *Nanomaterials*. — 2018. — mar. — Vol. 8, no. 4. — P. 185.
- [69] Huang Fu Min, Zheludev Nikolay I. Super-Resolution without Evanescent Waves 2009. — 2009.
- [70] Localized plasmonic structured illumination microscopy with an optically trapped microlens / Anna Bezryadina, Jinxing Li, Junxiang Zhao et al. // *Nanoscale*. — 2017. — Vol. 9, no. 39. — P. 14907–14912.
- [71] Creation of subwavelength light needle, equidistant multi-focus, and uniform light tunnel / Tao Liu, Jiubin Tan, Jian Liu, Jie Lin // *Journal of Modern Optics*. — 2013. — mar. — Vol. 60, no. 5. — P. 378–381.
- [72] Super-oscillatory optical needle / Edward T.F. Rogers, Salvatore Savo, Jari Lindberg et al. // *Applied Physics Letters*. — 2013. — Vol. 102, no. 3.
- [73] Shaping a far-field optical needle by a regular nanostructured metasurface / Tao Liu, Qiang Liu, Shuming Yang et al. // *Optics Communications*. — 2017. — Vol. 393, no. January. — P. 72–76.
- [74] Shaping a subwavelength needle with ultra-long focal length by focusing azimuthally polarized light / Fei Qin, Kun Huang, Jianfeng Wu et al. // *Scientific Reports*. — 2015. — Vol. 5, no. May. — P. 1–9.
- [75] Planar super-oscillatory lens for sub-diffraction optical needles at violet wavelengths / Guanghui Yuan, Edward T F Rogers, Tapashree Roy et al. // *Scientific Reports*. — 2014. — Vol. 4. — P. 1–7.
- [76] Subwavelength light focusing using random nanoparticles / Jung Hoon Park, Chunghyun Park, Hyeonseung Yu et al. // *Nature Photonics*. — 2013. — Vol. 7, no. 6. — P. 454–458.
- [77] Roy Tapashree, Rogers Edward T F, Zheludev Nikolay I. Sub-wavelength focusing meta-lens. — 2013. — Vol. 21, no. 6. — P. 1–6.

- [78] Creation of a longitudinally polarized subwavelength hotspot with an ultra-thin planar lens: vectorial Rayleigh–Sommerfeld method / Huapeng Ye, Cheng-Wei Qiu, Kun Huang et al. // *Laser Physics Letters*. — 2013. — jun. — Vol. 10, no. 6. — P. 065004.
- [79] Biologically enabled sub-diffractive focusing / E. De Tommasi, A. C. De Luca, L. Lavanga et al. // *Optics Express*. — 2014. — nov. — Vol. 22, no. 22. — P. 27214.
- [80] Point spread function of the optical needle super-oscillatory lens / Tapashree Roy, Edward T F Rogers, Guanghui Yuan et al. — 2014. — Vol. 231109.
- [81] Super-oscillation focusing lens based on continuous amplitude and binary phase modulation / Zhongquan Wen, Yinghu He, Yuyan Li et al. — 2014. — Vol. 22, no. 18. — P. 152–157.
- [82] Super-oscillatory focusing of circularly polarized light by ultra-long focal length planar lens based on binary amplitude-phase modulation / Gang Chen, Yuyan Li, Anping Yu et al. // *Scientific Reports*. — 2016. — sep. — Vol. 6, no. 1. — P. 29068.
- [83] Subwavelength focusing by binary multi-annular plates: Design theory and experiment / Tao Liu, Tong Shen, Shuming Yang, Zhuangde Jiang // *Journal of Optics (United Kingdom)*. — 2015. — Vol. 17, no. 3. — P. 35610.
- [84] Ultrabroadband superoscillatory lens composed by plasmonic metasurfaces for subdiffraction light focusing / Dongliang Tang, Changtao Wang, Zeyu Zhao et al. // *Laser and Photonics Reviews*. — 2015. — Vol. 9, no. 6. — P. 713–719.
- [85] A Supercritical Lens Optical Label-Free Microscopy: Sub-Diffraction Resolution and Ultra-Long Working Distance / Fei Qin, Kun Huang, Jianfeng Wu et al. // *Advanced Materials*. — 2017. — feb. — Vol. 29, no. 8. — P. 1602721.

- [86] Yuan Guang Hui, Rogers Edward TF, Zheludev Nikolay I. Achromatic super-oscillatory lenses with sub-wavelength focusing // *Light: Science & Applications*. — 2017. — sep. — Vol. 6, no. 9. — P. e17036. — 1701.06863.
- [87] Controllable design of super-oscillatory planar lenses for sub-diffraction-limit optical needles / Jinshuai Diao, Weizheng Yuan, Yiting Yu et al. // *Optics Express*. — 2016. — feb. — Vol. 24, no. 3. — P. 1924.
- [88] Super-resolution optical telescopes with local light diffraction shrinkage / Changtao Wang, Dongliang Tang, Yanqin Wang et al. // *Scientific Reports*. — 2015. — Vol. 5. — P. 1–8.
- [89] Controllable design of super-oscillatory lenses with multiple sub-diffraction-limit foci / Muyuan Li, Wenli Li, Haoyong Li et al. // *Scientific Reports*. — 2017. — Vol. 7, no. 1. — P. 1–9.
- [90] Groever Benedikt, Chen Wei Ting, Capasso Federico. Meta-Lens Doublet in the Visible Region // *Nano Letters*. — 2017. — aug. — Vol. 17, no. 8. — P. 4902–4907.
- [91] A broadband achromatic polarization-insensitive metalens consisting of anisotropic nanostructures / Wei Ting Chen, Alexander Y. Zhu, Jared Sisler et al. // *Nature Communications*. — 2019. — dec. — Vol. 10, no. 1. — P. 355.
- [92] Wong Alex M H, Eleftheriades George V. Adaptation of schelkunoff's superdirective antenna theory for the realization of superoscillatory antenna arrays // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. — 2010. — Vol. 9. — P. 315–318.
- [93] Bouwkamp, C.J.; de Bruijn N.G. The problem of optimum antenna current distribution // *Philips Research Reports*. — 1945. — sep.
- [94] Di Francia G. Toraldo. Super-gain antennas and optical resolving power // *Il Nuovo Cimento*. — 1952. — mar. — Vol. 9, no. S3. — P. 426–438.
- [95] Bucklew James a., Saleh Bahaa E. a. Theorem for high-resolution high-contrast image synthesis // *Journal of the Optical Society of America A*. — 1985. — Vol. 2, no. 8. — P. 1233–1236.



- [96] Berry M. Evanescent and real waves in quantum billiards and Gaussian beams This // J. Phys. A: Math. Gen. — 1994.
- [97] Leggett A. J. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin  $-1/2$  particle can turn out to be 100 // Physical Review Letters. — 1989. — may. — Vol. 62, no. 19.
- [98] Kempf Achim, Ferreira Paulo J S G. Unusual properties of superoscillating particles // Journal of Physics A: Mathematical and General. — 2004. — dec. — Vol. 37, no. 50. — P. 12067–12076. — 0305148.
- [99] Calder Matt S., Kempf Achim. Analysis of superoscillatory wave functions // Journal of Mathematical Physics. — 2005. — jan. — Vol. 46, no. 1. — P. 012101. — 0405065.
- [100] Berry M V, Popescu S. Evolution of quantum superoscillations and optical superresolution without evanescent waves // Journal of Physics A: Mathematical and General. — 2006. — Vol. 39, no. 22. — P. 6965–6977.
- [101] Ferreira Paulo J S G, Kempf Achim. Superoscillations: Faster than the Nyquist rate // IEEE Transactions on Signal Processing. — 2006. — Vol. 54, no. 10. — P. 3732–3740.
- [102] Super-resolution and reconstruction of sparse images carried by incoherent light / Yoav Shechtman, Snir Gazit, Alexander Szameit et al. // Optics Letters. — 2010. — apr. — Vol. 35, no. 8. — P. 1148. — 0911.0981.
- [103] Far field subwavelength focusing using optical eigenmodes / Jörg Baumgartl, Sebastian Kosmeier, Michael Mazilu et al. // Applied Physics Letters. — 2011. — Vol. 98, no. 18.
- [104] Optical eigenmodes; exploiting the quadratic nature of the energy flux and of scattering interactions. / M Mazilu, J Baumgartl, S Kosmeier, K Dholakia // Optics express. — 2011. — Vol. 19, no. 2. — P. 933–945. — 1010.3491.
- [105] Amineh Reza K, Eleftheriades George V. 2D and 3D sub-diffraction source imaging with a superoscillatory filter // Optics Express. — 2013. — Vol. 21, no. 7. — P. 8142.

- [106] Ogura Yusuke, Aino Masahiko, Tanida Jun. Design and demonstration of fan-out elements generating an array of subdiffraction spots // *Optics Express*. — 2014. — oct. — Vol. 22, no. 21. — P. 25196.
- [107] Flat super-oscillatory lens for heat-assisted magnetic recording with sub-50nm resolution / Guanghui Yuan, Edward T. F. Rogers, Tapashree Roy et al. // *Optics Express*. — 2014. — mar. — Vol. 22, no. 6. — P. 6428.
- [108] Wong Alex M H, Eleftheriades George V. Superoscillations without Sidebands: Power-Efficient Sub-Diffraction Imaging with Propagating Waves // *Scientific reports*. — 2015. — Vol. 5.
- [109] Far-field imaging beyond diffraction limit using single sensor in combination with a resonant aperture / Lianlin Li, Fang Li, Tie Jun Cui, Kan Yao. — 2015. — Vol. 23, no. 1. — P. 18688–18697.
- [110] Chojnacki Leilee, Kempf Achim. New methods for creating superoscillations // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. — 2016. — Vol. 49, no. 50. — P. 505203. — 1608.03121.
- [111] Kozawa Yuichi, Matsunaga Daichi, Sato Shunichi. Superresolution imaging via superoscillation focusing of a radially polarized beam // *Optica*. — 2018. — feb. — Vol. 5, no. 2. — P. 86.
- [112] Optimising superoscillatory spots for far-field super-resolution imaging / Katrine S. Rogers, Konstantinos N. Bourdakos, Guang Hui Yuan et al. // *Optics Express*. — 2018. — apr. — Vol. 26, no. 7. — P. 8095.
- [113] Brakenhoff G. J., Blom P., Barends P. Confocal scanning light microscopy with high aperture immersion lenses // *Journal of Microscopy*. — 1979. — nov. — Vol. 117, no. 2. — P. 219–232.
- [114] Wong Alex M H, Eleftheriades George V. Sub-wavelength focusing at the multi-wavelength range using superoscillations: An experimental demonstration // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. — 2011. — Vol. 59, no. 12. — P. 4766–4776.

- [115] Wong Alex M H, Eleftheriades George V. An Optical Super-Microscope for Far-field, Real-time Imaging Beyond the Diffraction Limit // Scientific reports. — 2013. — Vol. 3.
- [116] Experimental generation of arbitrarily shaped diffractionless superoscillatory optical beams / Elad Greenfield, Ran Schley, Ilan Hurwitz et al. // Optics express. — 2013. — Vol. 21, no. 11.
- [117] Wong Alex M. H., Eleftheriades George V. Broadband superoscillation brings a wave into perfect three-dimensional focus // Physical Review B. — 2017. — feb. — Vol. 95, no. 7. — P. 075148. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.95.075148>.
- [118] Experimental realization of optical eigenmode super-resolution / Kevin Piché, Jonathan Leach, Allan S. Johnson et al. // Optics Express. — 2012. — Vol. 20, no. 24. — P. 26424–26433.
- [119] A super-oscillatory lens optical microscope for subwavelength imaging / Edward T F Rogers, Jari Lindberg, Tapashree Roy et al. // Nature materials. — 2012. — Vol. 11, no. 5. — P. 432–5.
- [120] Particle manipulation beyond the diffraction limit using structured superoscillating light beams / Brijesh K. Singh, Harel Nagar, Yael Roichman, Ady Arie // Light: Science & Applications. — 2017. — sep. — Vol. 6, no. 9. — P. e17050. — 1609.08858.
- [121] Wong Alex M. H., Eleftheriades George V. Superdirectivity-based superoscillatory waveform design: A practical path to far-field sub-diffraction imaging // The 8th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2014). — 2014. — apr. — Vol. 0, no. EuCAP. — P. 1340–1344.
- [122] Enhanced cell transfection using subwavelength focused optical eigenmode beams [Invited] / Xanthi Tsampoula, Michael Mazilu, Tom Vettenburg et al. // Photonics Research. — 2013. — jun. — Vol. 1, no. 1. — P. 42.

- [123] Oliva Maxime, Steuernagel Ole. Structures far below the sub-Planck scale in quantum phase space through superoscillations // *Physical Review A*. — 2017. — may. — Vol. 95, no. 5. — P. 052112. — 1704.08174.
- [124] Metalenses at visible wavelengths: Diffraction-limited focusing and subwavelength resolution imaging / Mohammadreza Khorasaninejad, Wei Ting Chen, Robert C. Devlin et al. // *Science*. — 2016. — Vol. 352, no. 6290. — P. 1190–1194. — 1605.02248.
- [125] Creation of Sub-diffraction Longitudinally Polarized Spot by Focusing Radially Polarized Light with Binary Phase Lens / An-ping Yu, Gang Chen, Zhi-hai Zhang et al. // *Scientific Reports*. — 2016. — dec. — Vol. 6, no. 1. — P. 38859.
- [126] Generation of a sub-diffraction hollow ring by shaping an azimuthally polarized wave / Gang Chen, Zhi-xiang Wu, An-ping Yu et al. // *Scientific Reports*. — 2016. — dec. — Vol. 6, no. 1. — P. 37776.
- [127] Ogura Yusuke, Aino Masahiko, Tanida Jun. Diffractive fan-out elements for wavelength-multiplexing subdiffraction-limit spot generation in three dimensions // *Applied Optics*. — 2016. — aug. — Vol. 55, no. 23. — P. 6371.
- [128] Superoscillating electron wave functions with subdiffraction spots / Roei Remez, Yuval Tsur, Peng-Han Lu et al. // *Physical Review A*. — 2017. — mar. — Vol. 95, no. 3. — P. 031802. — 1604.05929.
- [129] Synthesis of sub-diffraction quasi-non-diffracting beams by angular spectrum compression / Shuo Zhang, Hao Chen, Zhixiang Wu et al. // *Optics Express*. — 2017. — oct. — Vol. 25, no. 22. — P. 27104.
- [130] Sub-diffraction limit focusing through a complex medium by virtual Fourier filtering / Antoine Boniface, Mickael Mounaix, Baptiste Blochet et al. — 2017. — feb. — Vol. 10073. — P. 1007309.
- [131] Superresolution far-field imaging of complex objects using reduced superoscillating ripples / Xiao Han Dong, Alex M. H. Wong, Minseok Kim, George V. Eleftheriades // *Optica*. — 2017. — sep. — Vol. 4, no. 9. — P. 1126.

- [132] Breaking the Temporal Resolution Limit by Superoscillating Optical Beats / Yaniv Eliezer, Liran Hareli, Lilya Lobachinsky et al. // Physical Review Letters. — 2017. — Vol. 119, no. 4. — P. 1–5. — 1607.02352.
- [133] A subwavelength spot and a three-dimensional optical trap formed by a single planar element with azimuthal light / Jian Guan, Jie Lin, Yuan Ma et al. // Scientific Reports. — 2017. — Vol. 7, no. 1. — P. 1–8.
- [134] Three-dimensional visible-light capsule enclosing perfect supersized darkness via antiresolution / Chao Wan, Kun Huang, Tiancheng Han et al. // Laser and Photonics Reviews. — 2014. — Vol. 8, no. 5. — P. 743–749.