

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБОБЩЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ТОПКЕ КОТЕЛЬНОГО АГРЕГАТА – ПАРАДИГМА ТЕПЛООБМЕНА

Е.В. Торопов, К.В. Осинцев

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

На основе закона сохранения энергии сформулирован баланс тепловых потоков в дивергентной форме для двух механизмов переноса теплоты дисперсионного и диссипативного видов. Дисперсионный приход теплоты в топку определяется физической теплотой потока газов из зоны интенсивного горения и химической энергией несгоревшего топлива. Диссипативный расход теплоты определяется различными механизмами переноса градиентной формы, аналогично законам Фурье и Фика. При определении коэффициентов переноса каждого из механизмов формулируется обобщенное уравнение сохранения энергии, которое представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных, допускающее решение методом разделения переменных. Применение граничных условий третьего рода и неизменной в пространстве начальной температуры позволило определить константы интегрирования и разделения переменных и записать обобщенное уравнение температурного поля в интегральной форме, в том числе в безразмерном виде. Совокупность физико-математических приемов, приводящих от фундаментального закона сохранения энергии к конкретной форме температурного поля, определяется как парадигма теплообмена в топках. Полученное решение для пространственного температурного поля характеризует интенсивность теплообмена в топке, зависит от обобщенного числа Нуссельта и далее адаптируется к топкам различного поперечного сечения.

Ключевые слова: топка, теплообмен, температурное поле, метод Фурье.

Введение

Совершенствованию характеристик котельного оборудования мировая энергетика уделяет постоянное внимание, выделяя значительные средства для повышения качества материалов и разработки методов расчета и проектирования котельных агрегатов (КА), так как эти вопросы тесно связаны с экономическими и экологическими показателями работы электростанций. Эта тенденция отражена в международной программе THERMIE-II и работах ведущей фирмы Alstom [1], где основные теоретические направления – это усовершенствование конструкции КА с помощью комплекса программ ANSYS и улучшение свойств термостойких материалов [2]. В РФ приняты нормативные методики расчета КА [3], разработанные В.Н. Тимофеевым (ВТИ) с учетом работ А.М. Гурвича (ЦКТИ) и С.Н. Шорина (ЭНИИ); за более чем полувековую практику применения нормативов они неоднократно уточнялись и совершенствовались на основе обширной экспериментальной и производственной практики.

В области численного моделирования процессов в КА в РФ известны работы Томского политехнического университета [4] под названием FIRE 3D, а также работы, выполненные в Казахстане и Новосибирске в отношении Hi-Tech проектирования [5]. Однако при использовании мощных вычислительных средств в решении этих задач можно столкнуться со значительными трудностями,

связанными со сложностью математической формулировки реальных явлений. В этом случае рационально использование методов системного анализа, позволяющего производить декомпозицию сложной математической модели на более простые части, сформулировать математическое описание в конкретных условиях, установить связь между отдельными частями сложной системы, а затем синтезировать частные решения в направлении полного решения задачи [6–10]. Ниже излагается этот метод в применении к разработке математической модели основного объема топки КА.

1. Формулировка задачи и получение дифференциального уравнения температурного поля в топке

Закон сохранения энергии в виде баланса тепловых потоков для объема топочной среды V в канале топки котельного агрегата для условий стационарного во времени теплового режима можно записать в виде

$$\text{div} \vec{q}_k + \text{div} \vec{q}_T + \text{div} \vec{q}_L = 0. \quad (1)$$

В этом уравнении: $\vec{q}_k = \vec{w} \rho c_p T_{об}$ – вектор конвективного переноса энтальпии топочной среды, Вт/м²; $\vec{q}_T = -\lambda_T \nabla T_{об}$ – вектор диффузионного переноса энергии теплопроводными турбулентным и молекулярным механизмами, Вт/м²; $\vec{q}_L = -\lambda_L \nabla T_{об}$ – вектор диффузионного лучевого (радиационного)

переноса энергии топочной среды, Вт/м². Коэффициентами теплопроводного и лучевого переноса являются $\lambda_{\Gamma} = \lambda_{\text{мол}} + \lambda_{\text{турб}}$, Вт/м·К, и $\lambda_{\text{л}} = 16\sigma_0 T^3 / 3k_{\text{ср}}$, Вт/м·К, где $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$, Вт/м²·К⁴ – коэффициент излучения абсолютно черного тела, $k_{\text{ср}}$ – средний по объему топочной среды коэффициент ослабления, 1/м. Перенос теплоты также возможен совместно с переносом массы вещества в условиях температурного градиента $\nabla T_{\text{об}}$ с коэффициентом переноса $D\rho c_p \equiv \lambda_{\text{м}}$, Вт/м·К, при этом плотность теплового потока составит $\bar{q}_{\text{м}} = -\lambda_{\text{м}} \nabla T_{\text{об}}$, Вт/м², D – коэффициент массовой диффузии, м²/с. Это позволяет все диффузионные механизмы объединить с помощью равенства $\lambda_{\text{об}} = \lambda_{\text{мол}} + \lambda_{\text{турб}} + \lambda_{\text{л}} + \lambda_{\text{м}}$, тогда $\bar{q}_{\text{об}} = -\lambda_{\text{об}} \nabla T_{\text{об}}$.

Первое слагаемое уравнения (1) характеризует дисперсионный механизм прихода энергии в объем V , два других относятся к диссипативным механизмам, связанным с потерями энергии, что и отражено знаками минус. Поступление энергии в основной объем топки с конвективным потоком из зоны интенсивного горения (ЗИГ) идет с температурой $T_{\text{н}}$, скоростью w_x и степенью химического недожога ξ . Начальная температура связана с коэффициентом сохранения теплоты в ЗИГ $\varphi_{\text{ЗИГ}}$ и может быть определена по зависимости $T_{\text{н}} = \varphi_{\text{ЗИГ}} T_{\text{ад}}$, где $T_{\text{ад}}$ – адиабатическая температура горения, определяемая по теплоте сгорания топлива и дополнительно внешнему поступлению теплоты с компонентами горения. Коэффициент $\varphi_{\text{ЗИГ}}$ определяется расчетом теплообмена в ЗИГ согласно [7]; степень химического недожога ξ можно определить по методике [8].

Таким образом, с учетом принятых уточнений уравнение энергии (1) преобразуется к виду

$$\rho c_p \bar{w} \nabla T_{\text{об}} - \text{div}(\lambda_{\text{об}} \nabla T_{\text{об}} + \rho c_p D \nabla T_{\text{об}}) = 0. \quad (2)$$

Далее, при делении на ρc_p , замене \bar{w} на w_x и введении относительной температуры $\theta = T_{\text{об}} - T_{\text{ст}}$, где $T_{\text{ст}}$ – температура тепловоспринимающих поверхностей в этой части топки КА, возможен переход к каноническому виду дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{w_x}{a_{\text{об}}} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0. \quad (3)$$

В уравнении (3) $a_{\text{об}} \equiv \lambda_{\text{об}} / \rho c_p$ – обобщенный коэффициент температуропроводности, м²/с. Кроме того, принято, что изменение температуры вдоль координаты y связано только с градиентно-диссипативным вторым слагаемым в (2), а изменение $T_{\text{об}}$ вдоль координаты x связано только с конвективно-дисперсионным первым слагаемым в (2).

Изложенная выше методика формирования уравнения энергии допускает расширенное применение в виде включения других источников или стоков энергии в потоке топочной среды. Главным критерием отнесения дополнительных ис-

точников к конвективно-дисперсионной или к градиентно-диссипативной части уравнения (2) является не знак источника (плюс или минус), а форма его участия в уравнении (2) – с $\text{grad } T_{\text{об}}$ или с $\text{div grad } T_{\text{об}}$. Аддитивная форма уравнения энергии также позволяет учесть подачу потока газов рециркуляции путем разделения всей длины канала топки на участки, причем выходные из первого участка параметры являются входными для второго с учетом материального и теплового баланса места ввода.

Решение полученного уравнения энергии методом Фурье

В допущении принципа мультипликативного представления искомой температурной функции $\theta = \theta_x \cdot \theta_y$, можно применить метод разделения переменных, что приводит к системе из двух линейных дифференциальных уравнений с решениями:

$$\theta_x'' - \frac{w_x}{a_{\text{об}}} \theta_x' + k^2 \theta_x = 0, \quad (4)$$

$$\theta_x = C_1 \exp(\gamma_1 x) + C_2 \exp(\gamma_2 x);$$

$$\theta_y'' - k^2 \theta_y = 0, \quad (5)$$

$$\theta_y = C_3 \sin(ky) + C_4 \cos(ky).$$

Константы $C_{1,2,3,4}$ и k определяются условиями однозначности, а параметры γ_1 и γ_2 – по формуле $\gamma_{1,2} = w_x / 2a_{\text{об}} \pm (w_x^2 / 4a_{\text{об}}^2 + k^2)^{0,5}$.

Первым условием однозначности следует принять симметричность относительно оси x процесса распространения энергии вдоль оси y

$$\left. \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad (6)$$

что приводит к выводу относительно константы $C_3 = 0$, и общее решение уравнения энергии будет иметь вид

$$\theta = \theta_x \theta_y = C_1 C_4 \exp(\gamma_1 x) \cos(ky) + C_2 C_4 \exp(\gamma_2 x) \cos(ky). \quad (7)$$

Вторым условием однозначности принимается граничное условие III рода на поверхности тепловосприятия $y = \delta$

$$\left. \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \right|_{y=\delta} = -\frac{\alpha}{\lambda_{\text{об}}} \theta_{y=\delta},$$

откуда

$$\frac{k\delta}{Nu_{\text{об}}} = \text{ctg}(k\delta). \quad (8)$$

Граничные условия III рода в форме (8), решаемые графически или численно, дают возможность при известной глубине топки 2δ и числе Нуссельта $Nu_{\text{об}} \equiv \alpha\delta / \lambda_{\text{об}}$ определить константу разделения k . Корни уравнения (8) $k\delta = \mu_i$ представляют сходящийся ряд собственных чисел краевой задачи при $i = 1, 2, 3, \dots, n$; решения уравнения (8) достаточно подробно изучены в математическом

анализе в применении к краевым задачам теплопроводности. Единственным параметром, влияющим на решение уравнения (8), является число $Nu_{об}$, в задачах теплопроводности таким фактором является число Bi ; при замене числа Bi на число $Nu_{об}$ можно воспользоваться обширным справочным материалом [11] по ряду корней при $n \leq 6$, при $n > 6$ можно воспользоваться рекуррентным соотношением $\mu_{n+1} \approx \mu_n + \pi$.

По определению число Нуссельта представляет собой отношение двух сопротивлений переносу теплоты: внутреннего по отношению к топочной среде $\delta/\lambda_{об}$ и внешнего $1/\alpha_c$, связанного с теплоотдачей на поверхность тепловосприятия: $Nu_{об} = (\delta/\lambda_{об})/(1/\alpha_c)$. Численное значение $Nu_{об}$ определяет характер распределения температуры и условий теплопереноса по объему топки КА: при низких значениях $Nu_{об} < 1,0$, что означает $1/\alpha_c > \delta/\lambda_{об}$, появляется необходимость интенсификации тепловосприятия поверхности охлаждения, то есть увеличения α_c . При $Nu_{об} > 1,0$, когда $1/\alpha_c < \delta/\lambda_{об}$, необходимо либо уменьшать размер δ , например, размещением ширм или двухсветных экранов в объеме топки, либо увеличивать $\lambda_{об}$, что представляет определенные теплофизические трудности.

Теплоотдача на экранную поверхность α_c , Вт/м²·К, происходит двумя механизмами – излучением α_l и конвекцией α_k : $\alpha_c = \alpha_l + \alpha_k$; так как в топках основная роль принадлежит излучению, рационально вклад конвекции привести к радиационному теплопереносу с помощью системы корректирующих множителей. Достаточно обширный и достоверный материал в этом направлении отражен в котельных нормах в виде рекомендаций по расчету коэффициента тепловой эффективности экранов ψ_3 , учитывающего их загрязнение и участие в поверхностном теплообмене $\psi_3 = (q_{пад} - q_{отр})/q_{пад}$. Результирующий тепловой поток на экранную поверхность, таким образом, определяется по зависимости $q_{рез} = \psi_3 \cdot q_{пад}$, Вт/м², а суммарный коэффициент теплоотдачи рассчитывается по формуле $\alpha_c = q_{рез}/(T - T_{ст})$. Далее, результирующий тепловой поток рационально определять через радиационный q_l с учетом вклада конвекции $q_{рез} = q_l(Bo + 1)$, где $Bo = q_k/q_l$ – число Больцмана.

Для радиационного теплового потока излучающей среды на экран с поглощательной способностью $A_{ст}$ можно применить формулу [12, 13]

$$q_l = \frac{\sigma_0(T^4 - T_{ст}^4)}{(1/A_{ст} - 1/2)} \quad (9)$$

и с учетом изложенных выше выводов

$$q_{рез} = \frac{\psi_3 \sigma_0(T^4 - T_{ст}^4)(Bo + 1)}{(1/A_{ст} - 1/2)} \quad (10)$$

получаем зависимость для определения суммарного коэффициента теплоотдачи на поверхность топочных экранов

$$\alpha_c = \frac{\psi_3 \sigma_0(Bo + 1)(T^4 - T_{ст}^4)}{(1/A_{ст} - 1/2)(T - T_{ст})} = \frac{\psi_3 \sigma_0(Bo + 1)T^3}{(1/A_{ст} - 1/2)} F(T), \quad (11)$$

где $F(T) = [1 + (T_{ст}/T) + (T_{ст}/T)^2 + (T_{ст}/T)^3]$. В работах [12, 13] отмечается, что многочлен $F(T)$ близок к единице и его можно не учитывать, но численный анализ показывает, что величина этого множителя снижается от 3,75 до 2,75 при увеличении $\theta = T - T_{ст}$ от 0 до 400 К; поэтому можно принять среднее значение $F(T)_{ср} = 3,25$, так как введение функции $F(\theta) = 3,75 - 2,5 \cdot 10^{-3} \theta$ делает задачу нелинейной. Также рационально $A_{ст}$ заменить на ψ_3 и привести $\lambda_{об}$ к λ_l посредством коэффициента $b_{об} = \lambda_{об}/\lambda_l$, где $\lambda_{об}$ может включать все диссипативные механизмы, описываемые диффузионными соотношениями типа законов Фурье и Фика. Таким образом, число Нуссельта можно определить по формуле

$$Nu_{об} = \frac{\alpha_c \delta}{\lambda_{об}} = \frac{3}{16} \frac{\psi_3 k_{ср} \delta (Bo + 1) \sigma_0 T^3 F(T)_{ср}}{(1/\psi_3 + 1/2) \sigma_0 T^3 b_{об}} = 0,61 \bar{B} \bar{u} \frac{\psi_3}{(1/\psi_3 + 1/2)} \frac{(Bo + 1)}{b_{об}} \quad (12)$$

Полученное соотношение для $Nu_{об}$, где в число Бугера введено давление в топке p , МПа, $\bar{B} \bar{u} = k_{ср} p \delta$, позволяет определять $Nu_{об}$ с использованием нормативных методов расчета [3].

При введении граничного условия при $x = 0$ определяется температура среды $T = T_n$ или $\theta_n = T_n - T_{ст}$, подстановка этих условий в решение (4) дает

$$C_1 + C_2 = \theta_n, \quad (13)$$

и решение уравнения (5) при $C_3 = 0$ с учетом совокупности корней μ_i приобретает вид

$$\theta_n = \sum_{i=1}^n A_i \cos(\mu_i Y), \quad (14)$$

где $Y = y/\delta$.

Коэффициенты A_i определяются при подчинении решения (13) условию $\theta_n = \text{const}$ с учетом четности функции косинуса

$$A_i = \frac{\theta_n \cdot 2 \sin \mu_i}{\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i}, \quad (15)$$

при этом решение уравнения (5) приобретает вид

$$\theta_y = \theta_n \sum \frac{2 \sin \mu_i}{\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i} \cos(\mu_i Y). \quad (16)$$

Для получения констант $C_{1,2}$ необходимо ввести граничные условия при $x = 0$ и $x = h$, где h – расстояние от выхода из ЗИГ до середины выходного окна топки, м. При $x = 0$ получено решение (13) $C_1 + C_2 = \theta_n$, при $x = h$ граничные условия III рода

$$\left. \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right|_{x=h} = -\frac{\alpha_c}{\lambda_{об}} \theta_{x=h},$$

или

$$\theta_{x=h} = -\frac{\lambda_{об}}{\alpha_c} \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)_{x=h}, \quad (17)$$

что при подстановке в уравнение (4) дает

$$\begin{aligned} C_1 \gamma_1 \exp(\gamma_1 h) + C_2 \gamma_2 \exp(\gamma_2 h) = \\ = -\frac{\alpha_c}{\lambda_{об}} [C_1 \exp(\gamma_1 h) + C_2 \exp(\gamma_2 h)]. \end{aligned} \quad (18)$$

Совместное решение уравнений (13) и (18) относительно C_1 и C_2 дает:

$$C_1 = -\frac{\theta_n (\beta_2/\beta_1) \exp(\gamma_2 h)}{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp(\gamma_2 - \gamma_1) h}, \quad (19)$$

$$C_2 = \theta_n - C_1 = \frac{\theta_n}{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp(\gamma_2 - \gamma_1) h}, \quad (20)$$

и решение для распределения температуры по оси x будет иметь вид

$$\begin{aligned} \theta_x = C_1 \exp(\gamma_1 x) + C_2 \exp(\gamma_2 x) = \theta_n \exp(\gamma_2 x) \times \\ \times \frac{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp[(\gamma_2 - \gamma_1)(h - x)]}{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp(\gamma_2 - \gamma_1) h}. \end{aligned} \quad (21)$$

В решении (21) введены сокращения: $\beta_1 = \alpha_c/\lambda_{об} + \gamma_1$; $\beta_2 = \alpha_c/\lambda_{об} + \gamma_2$, где γ_1 и γ_2 определяются из условий (4), (5), а θ_x и θ_y – из соотношений (16) и (21), причем $A_i = \theta_n D_i$. Таким образом, общее решение в безразмерном виде определяется перемножением θ_x и θ_y и делением на θ_n^2 :

$$\begin{aligned} \Theta = \frac{\theta_x \theta_y}{\theta_n^2} = \sum_{i=1}^n D_i \cos(\mu_i Y) \exp(\gamma_2 x) \times \\ \times \frac{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp[(\gamma_2 - \gamma_1)(h - x)]}{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp(\gamma_2 - \gamma_1) h}. \end{aligned} \quad (22)$$

Изложенную выше математическую модель процессов теплообмена в топке, включающую только основные факторы влияния, можно классифицировать как парадигму теплообмена в топках КА. Последующие анализ и адаптация основных положений модели к условиям реальных процессов позволяют выявить достоверность и надежность математической модели.

Анализ и адаптация математической модели

При подстановке предельных значений аргументов x и y решения должны приводить к исходным условиям однозначности. При подстановке $x = 0$ решение (20) дает очевидный результат $\theta_x \equiv \theta_n$. В выходном сечении топки при $x = h$ получается температура, которая в принятых методиках расчета определяется как «температура газов в конце топки $t''_г$ », но для более точной адаптации этого фактора необходимо определить среднюю по сечению выходного сечения температуру.

Средняя по сечению температура при заданных условиях однозначности определяется интег-

рированием функции распределения температуры по координате y :

$$\bar{\theta}_y = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \cos(\mu_i y/\delta) dy = \frac{\sin \mu_i}{\mu_i}, \quad (23)$$

и далее определяется безразмерная средняя температура по выходному сечению топки при $x = h$:

$$\begin{aligned} \Theta_{cp} = \sum_{i=1}^n \frac{2 \sin^2 \mu_i}{\mu_i^2 + \mu_i \sin \mu_i \cos \mu_i} \times \\ \times \left[\exp(\gamma_2 h) \frac{1 - \beta_2/\beta_1}{1 - \exp[(\gamma_2 - \gamma_1)h] \beta_2/\beta_1} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Определенная по формуле (24) температура $t_{cp} = \theta_n^2 \cdot \Theta_{cp}/\theta_x + t_{ст}$ должна в той или иной мере соответствовать размерной температуре $t''_г$.

Для адаптации полученного решения (22) к реальному температурному полю топки КА необходимо граничные условия III рода (8) привести к безразмерному виду

$$-\left. \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=1} = Nu_{об} \Theta_{Y=1}. \quad (25)$$

Причем производная по безразмерной температуре на поверхности теплоотдачи имеет собственный знак минус, так как в направлении y температура топочной среды снижается, и продолжение касательной к температурной кривой пересекает плоскость $\Theta = 0$ в точке A , расположенной на расстоянии Y_A от поверхности теплоотдачи. Так как эти соображения построены без учета продольной координаты x , то следует признать, что все касательные к температурным кривым пересекаются в одной точке A . Определив тангенс угла наклона касательных через геометрическое отношение ($\Theta_{Y=1}$): Y_A , получим

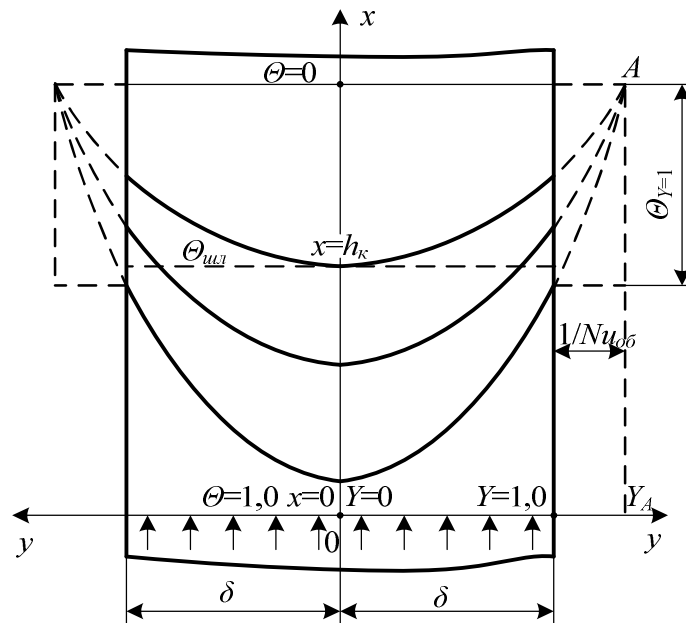
$$Nu_{об} \Theta_{Y=1} = \Theta_{Y=1}/Y_A$$

и далее

$$Y_A = 1/Nu_{об}. \quad (26)$$

Из соотношения (26) следует важный вывод: обобщенное число Нуссельта оказывает существенное влияние посредством расположения точки схождения всех касательных к температурным кривым – точки A , на форму температурных кривых в топке и характеризует эффективность теплообмена в топке КА. При низких числах Нуссельта $Nu_{об} \rightarrow 0$ координата точки A стремится к бесконечности $Y_A \rightarrow \infty$ и все изотермы в топке стремятся стать параллельными прямыми; это говорит о низких значениях α_c и поперечного размера топки δ , а также о высоких значениях обобщенного коэффициента теплопроводности $\lambda_{об}$. При высоких значениях $Nu_{об} \rightarrow \infty$ все изотермы в топке сходятся в одну точку, расположенную на поверхности теплоотдачи при ее пересечении с линией $\Theta = 0$, то есть при $t = t_{ст}$ (см. рисунок). Рекомендации относительно α_c , δ и $\lambda_{об}$ при этом противоположны предыдущим.

Для предотвращения шлакования поверхно-



Температурное поле в топке котельного агрегата в стационарном режиме: $\Theta = \theta_x \theta_y / \theta_n^2$, $Y = y/\delta$, $x = h_\kappa$ – координата выходного сечения топки (симметричная задача)

стей нагрева в пароперегревателе при сжигании твердого топлива ограничивается температура на выходе из топки t''_T , на газомазутных котлах эту температуру ограничивают по условиям надежной работы металла пароперегревателя и по экономическим соображениям. Разработанная математическая модель теплообмена позволяет достаточно быстро определить надежную относительно шлакования высоту топки $h_{шл}$. При определении $\Theta_{шл} = (t_{шл} - t_{ct}) / (t_n - t_{ct})$ можно сформулировать условие отсутствия шлакования так: $\Theta_{шл} \geq \Theta_{y=0}^{x=h}$, так как максимальная температура наблюдается на оси потока при $y = 0$, а условие $x = h$ соответствует выходному сечению топки. При подстановке этих условий в соотношение (22) и решение его относительно h получается зависимость

$$h_{шл} = \ln \left[\Theta_{шл} - M_1 \exp \gamma_2 - M_2 \exp (\gamma_2 - \gamma_1) \right] - \ln (M_1 + M_2), \quad (27)$$

где $M_1 = D_1 [1 - (\beta_2/\beta_1)]$, $M_2 = \Theta_{шл} (\beta_2/\beta_1)$; также содержание величин γ_1 , γ_2 , β_1 , β_2 раскрывается в зависимостях (4), (5), (21). Примененный в формуле (27) первый корень уравнения (8) точно соответствует малым числам Нуссельта, при увеличении $Nu_{об}$ появляется необходимость учета корней $\mu_2 \dots \mu_n$.

Решение для топок призматической и цилиндрической форм

Разработанная математическая модель (22) описывает стационарное двумерное температурное поле в объеме топки $t = f(x, y)$ при условии отсутствия теплоотвода в направлении оси z , чтобы учесть теплоотвод в этом направлении по анало-

гии с осью y , необходимо установить ряд условий. Геометрия размещения поверхностей теплового приятия в направлении z должна быть аналогична таковой в направлении y , но коэффициенты теплоотдачи в общем случае могут быть разными $\alpha_{c,z} \neq \alpha_{c,y}$. Температуры поверхностей теплового приятия должны быть одинаковыми $t_{ct,z} = t_{ct,y}$, так же как и начальные температуры потока среды $t_{n,z} = t_{n,y}$, иначе не соблюдается естественный масштаб температур. При соблюдении этих условий температурное поле в направлении оси z можно описать уравнением, аналогичным уравнению (16),

$$\theta_z = \theta_n \sum_{i=1}^n \frac{2 \sin \mu_i}{\mu_i + \sin \mu_i \cdot \cos \mu_i} \cos (\mu_i Z) = \theta_n F(z). \quad (28)$$

Корни характеристического уравнения, иначе собственные числа краевой задачи μ_i , можно определить при $Nu_{об} = Nu_{об,y}$ по зависимости (8), если числа Нуссельта по осям y и z различаются, то нет формальных препятствий для расчета $Nu_{об,z}$ и решения уравнения, аналогичного (8), но для оси z . В результате трехмерное температурное поле в топке призматической формы можно описать зависимостью

$$\theta = \theta_x \theta_y \theta_z = \theta_n^3 F(x) F(y) F(z), \quad (29)$$

или в безразмерном виде

$$\Theta = \frac{\theta_x \theta_y \theta_z}{\theta_n^3} F(x) F(y) F(z), \quad (30)$$

где функции координат определяются по зависимостям:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \exp(\gamma_2 x) \times \frac{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp[(\gamma_2 - \gamma_1)(h-x)]}{1 - (\beta_2/\beta_1) \exp(\gamma_2 - \gamma_1)h}, \quad (31)$$

$$F(y) = \sum_{i=1}^n \frac{2 \sin \mu_i}{\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i} \cos(\mu_i Y), \quad (32)$$

$$F(z) = \sum_{i=1}^n \frac{2 \sin \mu_i}{\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i} \cos(\mu_i Z). \quad (33)$$

Для осесимметричного потока среды в канале цилиндрической топке КА дифференциальное уравнение переноса теплоты имеет вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{w_x}{a_{об}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0, \quad (34)$$

что дает возможность написать с применением метода разделения переменных уравнение для θ , вместо (5):

$$\theta_r'' + \frac{1}{r} \theta_r' + k^2 \theta_r = 0 \quad (35)$$

с решением

$$\theta_r = C_5 I_0(kr) = C_5 I_0\left(\frac{\varepsilon r}{r_0}\right). \quad (36)$$

В этих зависимостях координаты цилиндрической системы: $0 \leq x \leq h$ – продольная координата, $0 \leq r \leq r_0$ – радиальная координата, угловая координата ψ не учитывается, так как температура по окружности не изменяется вследствие осевой симметрии $\partial\theta/\partial\psi = 0$. Для θ_x сохраняются форма уравнения и решение (4). В уравнении (29) I_0 – четная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, в аргумент которой входит корень $\varepsilon = kr_0$, определяемый граничными условиями III рода на цилиндрической поверхности охлаждения при $r = r_0$:

$$\left. \frac{\partial \theta_r}{\partial r} \right|_{r=r_0} = -\frac{\alpha_c}{\lambda_{об}} \theta_{r=r_0}. \quad (37)$$

При подстановке в уравнение (37) решения (36) получаем характеристическое уравнение для определения констант ε , что приводит к сходящемуся ряду чисел ε_i , определяемых через фактор $Nu_{об} = \alpha_c r_0 / \lambda_{об}$,

$$\varepsilon_i = Nu_{об} \frac{I_0(\varepsilon_i)}{I_1(\varepsilon_i)}. \quad (38)$$

В знаменателе уравнения (38) записана нечетная функция Бесселя первого рода первого порядка, определяемая по зависимости $I_1(\varepsilon_i) = -\partial I_0/\partial r$. Все отмеченные выше особенности чисел μ_i характерны и для ε_i .

Рассмотренная выше математическая модель основана на процессах в однородной топке, имеющей неизменное сечение по оси x с однородными граничными условиями. Но нет формальных препятствий для расширенного применения при

рассмотрении неоднородных по оси x топок – в этом случае необходимо высоту топки разбивать на зоны с однородными условиями по схеме, предложенной в [9] и реализованной в [6–8, 10]. Уравнения (22) и (27) допустимо использовать для определения высоты топки и по другим, кроме вопросов шлакования, ограничениям: по термической стойкости металла в поверхностях теплообмена, по режиму теплообмена пароводяной среды в трубах, по технико-экономическим соображениям при оптимизации и т. п.

Заключение

Применение нового метода математического описания теплообмена в основном объеме топке КА, определяемого как парадигма теплообмена в топках, позволило сформулировать и решить двух- и трехпараметрическую математическую модель теплообмена, связанную с коэффициентами переноса и температурным полем в объеме топке.

Идентификация основных характеристик температурного поля как расчетных параметров нормативного метода [3] позволяет достоверно определить эти характеристики для различных типов КА и видов применяемого топлива. Обобщенное число Нуссельта определяет характер температурного поля и интенсивность теплообмена в объеме топке КА; в качестве расширенного применения парадигмы теплообмена показано применение ее для топок призматической и цилиндрической форм.

Литература

1. Alstom. – <http://www.alstom.com> (дата обращения: 01.11.2016).
2. Моделирование Программные продукты / ANSYS. – <http://www.ansys.com/products> (дата обращения: 01.11.2016).
3. Тепловой расчет котлов. Нормативный метод. – Изд. 3-е перераб. и доп. – СПб.: НПО ЦКТИ-ВТИ, 1998. – 256 с.
4. Численное исследование аэротермохимических процессов при различных схемах сжигания подмосковного угля в топках котлов БКЗ-220 / Р.Г. Аношин, К.А. Григорьев, Б.В. Лебедев и др. // Горение твердого топлива: сб. докл. VI Всерос. конф. – Новосибирск: Изд-во Института теплофизики СО РАН, 2006. – Ч. 1. – С. 81–87.
5. Коняшкин, В.Ф. Моделирование физических процессов в кольцевой топке с помощью программы FLUENT / В.Ф. Коняшкин // Горение твердого топлива: сб. докл. VI Всерос. конф. – Новосибирск: Изд-во Института теплофизики СО РАН, 2006. – Ч. 1. – С. 170–177.
6. Торопов, Е.В. Адаптация дифференциального уравнения энергии к условиям топочных процессов в котельных агрегатах / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2015. – Т. 15, № 1. – С. 5–10. DOI: 10.14529/power150101

7. Торопов, Е.В. Концепция факельного континуума для зоны интенсивного горения котельного агрегата / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2015. – Т. 15, № 3. – С. 5–10. DOI: 10.14529/power150301

8. Торопов, Е.В. Математическая модель теплообмена в зоне интенсивного горения котельного агрегата / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2015. – Т. 15, № 4. – С. 19–25. DOI: 10.14529/power150403

9. Toropov, E.V. The Systemically Structured Adaptation of Heat Transfer in Boilers / E.V. Toropov // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2016. – Т. 16, № 1. – С. 19–23. DOI: 10.14529/power160103

10. Торопов, Е.В. Основные характеристики факельного континуума в зоне интенсивного горения котельного агрегата / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2016. – Т. 16, № 2. – С. 14–22. DOI: 10.14529/power160202

11. Телегин, А.С. Теплообмен / А.С. Телегин, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2002. – 455 с.

12. Шорин, С.Н. Теплопередача. – М.: Высшая школа, 1964. – 490 с.

13. Исаченко, В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.

Торопов Евгений Васильевич, д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ, профессор кафедры «Промышленная теплоэнергетика», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; evtor@mail.ru.

Осинцев Константин Владимирович, канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой «Промышленная теплоэнергетика», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; osintsev2008@yandex.ru.

Поступила в редакцию 8 ноября 2016 г.

DOI: 10.14529/power170101

MATHEMATICAL MODEL OF GENERALIZED HEAT TRANSFER INSIDE BOILER UNIT FURNACE – HEAT EXCHANGE PARADIGM

E.V. Toropov, evtor@mail.ru,

K.V. Osintsev, osintsev2008@yandex.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

Based on the energy conservation law the balance of heat flows in the divergent form for the two dispersion and dissipative heat transfer mechanisms is formulated. Dispersion heat entrance into the furnace is determined by the physical heat of gas flow from the area of intense burning and the chemical energy of the unburned fuel. Dissipative use of heat is determined by a variety of gradient transfer mechanisms, similar to the Fourier and Fick laws. When determining the transfer coefficients for each of the mechanisms one needs to set a generalized equation of energy conservation, which is a second order differential equation in partial derivatives, allowing for the solution with separation of variables. The application of boundary conditions of the third kind and constant initial temperature in space lets us determine the constants of integration and separation of variables and set a generalized temperature field equation in the integral form, including the dimensionless form. The set of physical and mathematical methods that put the fundamental law of energy conservation to a specific form of the temperature field from is defined as a paradigm of heat in the furnace of a boiler unit. The result of the solution for spatial temperature field characterizes the intensity of the heat in the furnace and depends on the generalized Nusselt number and then is adapted to the furnaces with the different cross-sectional area.

Keywords: furnace, heat transfer, temperature field, the Fourier method.

References

1. Alstom. – Available at: <http://www.alstom.com> (accessed 01.11.2016).
2. Simulation Software Products. ANSYS. – Available at: <http://www.ansys.com/products> (accessed 01.11.2016).

3. *Teplovoj raschet kotlov. Normativnyj metod* [Thermal Calculation of Boilers. Normative Method]. Saint Petersburg, NPO TSKTI-VTI Publ., 1998. 256 p.
4. Anoshin R.G., Grigor'ev K.A., Lebedev B.V. et al. [Numerical Study of Aerothermochemical Processes in Different Schemes at Various Combustion Schemes Near Moscow Coal in the Boiler Furnaces BKZ-220]. *Gorenie tverdogo topliva* [Burning Solid Fuels]. Novosibirsk, Institut Teplofiziki SO RAN Publ., 2006. pp. 81–87. (in Russ.)
5. Konyashkin V.F. [Modeling of Physical Processes in a Ring Furnace Using FLUENT Program]. *Gorenie tverdogo topliva* [Burning Solid Fuels]. Novosibirsk, Institut Teplofiziki SO RAN Publ., 2006. pp. 170–177. (in Russ.)
6. Toropov E.V., Osintsev K.V. [Adaptation of Differential Equation of the Energy to the Conditions of Furnace Processes in Boiler Units]. *Bulletin of South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2015, vol. 15, no. 1, pp. 5–10. (in Russ.) DOI: 10.14529/power150101
7. Toropov E.V., Osintsev K.V. [The Concept of the Flame Continuum for Zone of Intense Burning of Boiler Unit]. *Bulletin of South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2015, vol. 15, no. 3, pp. 5–10. (in Russ.) DOI: 10.14529/power150301
8. Toropov E.V., Osintsev K.V. [Mathematical Model of Heat Transfer into Zone the Intensive Burning Zone of Steam Generator]. *Bulletin of South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2015, vol. 15, no. 4, pp. 19–25. (in Russ.) DOI: 10.14529/power150403
9. Toropov, E.V. [The Systemically Structured Adaptation of Heat Transfer in Boilers]. *Bulletin of South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 19–23. DOI: 10.14529/power160103
10. Toropov E.V., Osintsev K.V. [Main Characteristics of Flame Continuum Within Active Combustion Area of Boiler Unit]. *Bulletin of South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2016, vol. 16, no. 2, pp. 14–22. (in Russ.) DOI: 10.14529/power160202
11. Telegin A.S., Shvydkij V.S., Yaroshenko Yu.G. *Teplomassoperenos* [Heat and Mass Transfer]. Moscow, Akademkniga Publ., 2002. 455 p.
12. Shorin S.N. *Teploperedacha* [Heat Transfer]. Moscow, Higher School Publ., 1964. 490 p.
13. Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Energoizdat Publ., 1981. 416 p.

Received 8 November 2016

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Торопов, Е.В. Математическая модель обобщенного теплообмена в топке котельного агрегата – парадигма теплообмена / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2017. – Т. 17, № 1. – С. 5–12. DOI: 10.14529/power170101

FOR CITATION

Toropov E.V., Osintsev K.V. Mathematical Model of Generalized Heat Transfer Inside Boiler Unit Furnace – Heat Exchange Paradigm. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2017, vol. 17, no. 1, pp. 5–12. (in Russ.) DOI: 10.14529/power170101
