

УДК 537.84 + 536.223

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЖИДКИХ СРЕДАХ

Н.А. Изгизьянова

Проведено качественное и количественное исследование электротермических процессов в энергетических установках, содержащих жидкие токопроводящие среды. Методы данного исследования основаны на принципах научной методологии в области электромагнитной гидродинамики и теплофизики. Численными исследованиями показано влияние геометрических и технологических параметров системы на величину электромагнитных сил и энергии, возникающих на постоянном токе в жидкостях.

Ключевые слова: жидкие неметаллические высокотемпературные среды, математическое моделирование, численные методы, электрический потенциал, электромагнитные силы, гидродинамика.

Неметаллические плавные материалы в технологии огнеупоров, например, плавный периклаз, шлаки в электрошлаковой сварке и в спецэлектрометаллургии, магма, которая представляет собой природный высокотемпературный неметаллический расплав – все это примеры жидких неметаллических высокотемпературных сред. Поскольку в технологиях, в которых эти и другие подобные среды являются основными, не решены многие как теоретические, так и практические задачи [1], то на единой теории исследования происходящих в них процессов и явлений необходимо сконцентрировать внимание ученых.

Так, например, специалисты электросталеплавильного производства приходят к решению по переводу дуговых и электрошлаковых печей переменного тока на питание постоянным током. Предполагалось и доказано экспериментально, что новая технология плавки металла уменьшает уровень загрязнения окружающей среды, снижает угар металла и улучшает его качество, уменьшает расход электродов и электроэнергии (до 15 %), в то же время позволяя быстро окупить произведенные затраты. Эта тенденция наметилась в последнее время для литейных цехов и машиностроительных заводов.

Однако в электрошлаковых технологиях такой переход сопровождается сильной и неконтролируемой дестабилизацией ванны расплава [2], поэтому он не осуществлен до настоящего времени ни в России, ни за рубежом. Одной из причин этого является недостаточная полнота теории жидких неметаллических токонесущих сред, остаются без ответа многие вопросы.

Несомненный научный интерес представляют дальнейшие исследования по анализу, оценке, природе сил, электромагнитных и тепловых полей, возникающих в таких средах, однако, их изучение экспериментальными методами очень дорого и трудоемко [3]. Весьма перспективным является исследование с использованием методов математического моделирования и компьютерных технологий, где в качестве основы взята фундаментальная электромагнитная модель Максвелла.

Описание математической модели электротермических процессов в жидкостях в векторно-дифференциальной форме:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \bar{E} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\bar{k}\right); \\ 2. \frac{1}{\mu_0}\left(\left(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial y} - \frac{\partial \bar{B}_y}{\partial z}\right)\bar{i} - \left(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial x} - \frac{\partial \bar{B}_x}{\partial z}\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial \bar{B}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{B}_x}{\partial y}\right)\bar{k}\right) = \bar{j}; \\ 3. \bar{j} = \sigma(E_x\bar{i} + E_y\bar{j} + E_z\bar{k}) + \\ + (v_y B_z - v_z B_y)\bar{i} - (v_x B_z - v_z B_x)\bar{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\bar{k}; \\ 4. Q = (\sqrt{I_x^2 + I_y^2 + I_z^2})^2 Rt; \\ 5. \left(\frac{\partial T}{\partial x}v_x + \frac{\partial T}{\partial y}v_y + \frac{\partial T}{\partial z}v_z\right) = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \frac{\bar{E}^2 \sigma}{\rho c}; \\ 6. \rho = \rho(p, T) \\ 7. \bar{f} = \frac{1}{\mu_0}\left((j_y H_z - j_z H_y)\bar{i} - (j_x H_z - j_z H_x)\bar{j} + (j_x H_y - j_y H_x)\bar{k}\right); \\ 8. 0 = \gamma\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}\bar{i} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}\bar{j} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\bar{k}\right) - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\bar{k}\right); \\ 9. \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0. \end{array} \right.$$

с принятыми обозначениями: U – потенциал электрического поля (B); \bar{E} – напряженность электрического поля (B/m); \bar{j} – плотность тока (A/m^2); σ – удельная электропроводность, ($(Om \cdot m)^{-1}$); \bar{H} – напряженность магнитного поля (A/m); I – сила тока (A); R – сопротивление среды (Om); μ_0 – магнитная постоянная (H/A^2); μ – магнитная проницаемость среды (H/A^2); t – время (c); γ – коэффициент кинематической вязкости (m^2/c); $\bar{v} = (v_1, \dots, v_n)$ – векторное поле скоростей (m/c); ρ – плотность жидкой среды ($кг/м^3$); p – давление ($Па$); T – температура ($^{\circ}C$); a – коэффициент температуропроводности (m^2/c); c – удельная теплоемкость ($Дж/(кг \cdot ^{\circ}C)$).

Уравнение неразрывности решается совместно с уравнением Навье-Стокса. В случае стационарного процесса все частные производные от скалярных и векторных функций равны нулю.

Граничные условия сводятся к заданию геометрической формы рассматриваемой области и значений электромагнитных характеристик на ее границах (рис. 1).

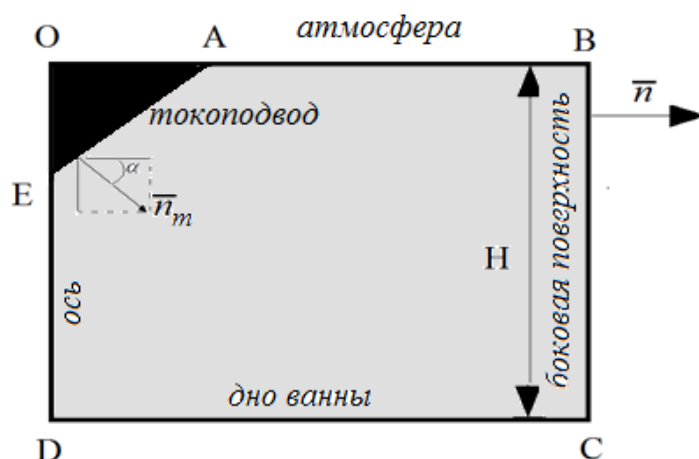


Рис. 1. Обозначения для граничных условий краевой задачи (половина осевого сечения жидкой ванны)

на свободной поверхности ванны:

1) границу «среда-атмосфера» (AB) считаем непроводящей электрический ток, поэтому здесь должно выполняться граничное условие 2-го рода:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial z} \right|_{AB} = 0;$$

2) на торце токоподвода (EA):

$$U|_{EA} = 0, \left. \frac{\partial U}{\partial E_n} \right|_{EA} = -\frac{j_\varphi}{\sigma}, (v_\varphi = \omega r, v_r = 0, v_z = 0);$$

j_φ – плотность тока на пятне электрода, $\text{кА}/\text{м}^2$;

3) на боковой поверхности ванны (CB):

выполняется условие равенства нулю градиента потенциала (стенка ток не проводит) и условие прилипания: $\left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{BC} = 0, \bar{j}_n = 0, (\bar{v}_n = 0),$

где \bar{n} – нормаль к боковой поверхности ванны;

4) на оси ванны (ED): $\left. \frac{\partial U}{\partial r} \right|_{ED} = 0.$

• Краевые условия для уравнения энергии: $\bar{T}|_\Gamma = \bar{T}(t)$; плотность теплового потока, передаваемого от поверхности жидкости в окружающую среду в функции времени: $q = a(T_c - T_{жс})$; теплоотдача между поверхностью жидкости и окружающей средой: $\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_c = -\frac{a}{\lambda}(T_c - T_{жс})$ [4].

Т.к. процессы теплообмена и электромагнитного взаимодействия рассматриваются как установившиеся, стационарные, то нет необходимости в задании начальных условий.

Формирование полей потенциалов, напряженностей и плотности тока и сил существенно зависит от параметров протекания процесса. Система основных уравнений и граничных условий составляет математическое описание рассматриваемого процесса электромагнитного и теплового взаимодействия.

Для решения поставленной задачи был выбран метод конечных разностей, проведена дискретизация дифференциальных уравнений в осесимметричной и неосесимметричной постановках задачи [5]. Выведено условие сходимости численного решения: конечно-разностная схема аппроксимирует дифференциальную задачу на ее точном решении, обладающем ограниченными третьими и четвертыми производными по переменным h_r и h_z (шаги конечно-разностной сетки по радиусу и по высоте соответственно). Если выполнено условие $0 \leq h_z^2 / h_r^2 \leq 1$, то при $h_r \rightarrow 0$ и $h_z \rightarrow 0$ ошибки при счете не возрастают с увеличением числа шагов вдоль осей. Для неосесимметричной задачи необходимо выполнение дополнительного условия: $0 \leq h_z^2 / h_\phi^2 \leq 1$.

По результатам численных экспериментов составили сравнительный график (рис. 2) экспериментальных и теоретических (расчетных) значений потенциала электрического поля в зависимости от диаметра электрода.

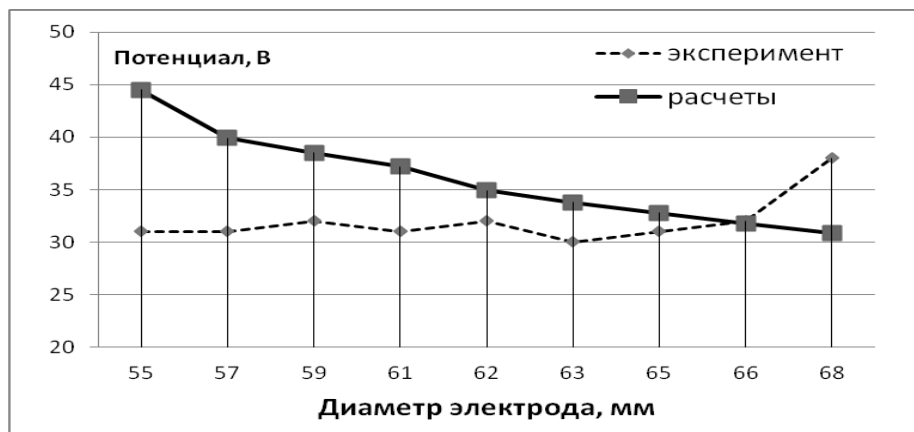


Рис. 2. Сравнение расчетной и экспериментальной зависимостей электрического потенциала

Объемная картина распределения ОЭМС как по периметру ЖНВС, так и внутри нее, представлена на рис. 3 для 5-го уровня. Очевидно, что силы в центре системы переплава несколько ниже, чем на периферии электрода.

С целью более ясного представления об особенностях электромагнитных явлений технологического процесса были проведены исследования по варьированию отдельных параметров, входящих в первые четыре уравнения системы математического описания, в частности, такого параметра, как сила тока – от 1000 до 5000 А. Произведена оценка сил, возникающих в магнитном поле кристаллизатора, и существенным образом воздействующих на жидкую ванну расплава. Удельная проводимость шлака взята равной $500 \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}$.

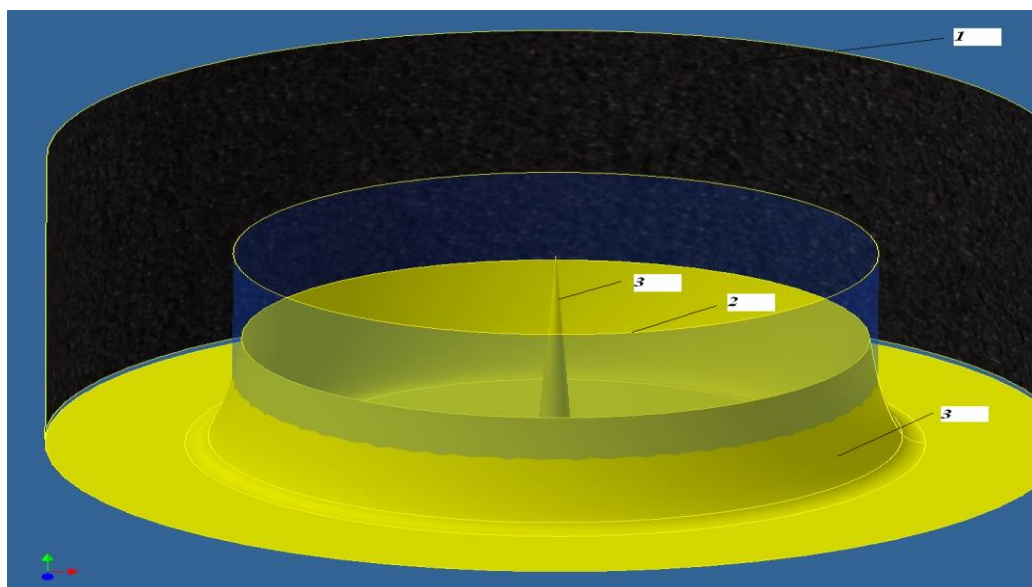


Рис. 3. Распределение объемных электромагнитных сил на половине глубины жидкой ванны, вдоль ее диаметра:
1 – кристаллизатор, 2 – источник тока, 3 – ОЭМС

Проведенный численный эксперимент показал, что с увеличением тока объемные электромагнитные силы плавно возрастают в прямой зависимости от его силы. Исключение составляет проекция границы перехода источник тока - свободная поверхность, где практически не наблюдается изменение силы тока. Проведенные исследования при вариации электропроводности токопроводящей среды показывают, что при относительно низкой электропроводности (менее $500 \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}$) электромагнитные силы также незначительны. Резкий скачок наблюдается на промежутке $500\text{--}600 \text{ (Ом}\cdot\text{м)}^{-1}$. Далее происходит непрерывное падение амплитуды сил.

Путем численных экспериментов выполнено исследование характера температурного поля и движения ЖНВС в зависимости от конфигурации кристаллизатора. При электрошлаковом наплавлении сплошных или полых слитков большого диаметра появляется неоднородность температурного поля в шлаковой ванне. Эта неоднородность особенно существенна

при наплавлении полых слитков большого диаметра. Если при наплавлении сплошных слитков шлаковая ванна достаточно компактна по объему и конвективные потоки относительно выравнивают температурное поле, то при наплавлении полых слитков этого не происходит. Результаты экспериментальных исследований температуры шлаковой ванны при переплаве в круглом кристаллизаторе при однофазной схеме включения расходоуемого электрода показывают, что максимальная температура жидкого шлака наблюдается под электродом, при этом перепады температуры по высоте и диаметру шлаковой ванны достигают 100–150 °С [6]. Об этом свидетельствуют также замеры в жидкой шлаковой ванне, в результате которых обнаружено, что зона максимальных температур, определенная по интенсивности засвечивания пленки, находится в межэлектродном промежутке.

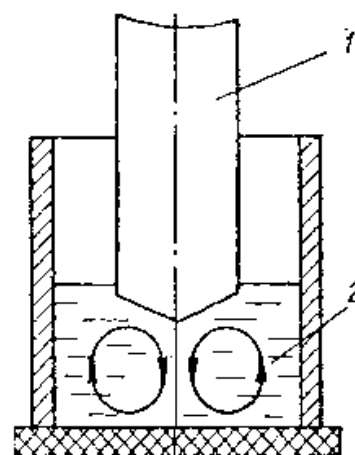


Рис. 4. Направление движения жидкого шлака при переплаве одного электрода:
1 – электрод;
2 – жидкий шлак

Под электродом и на его периферии плотность тока наибольшая, а в пространстве между электродом и стенкой ванны она уменьшается с увеличением глубины ванны. Более холодный шлак из-под электрода втягивается в середину тороидального потока, и тепловая конвекция в данном случае дополняет действие электромагнитных сил (рис. 4).

Данная модель является универсальной и может быть использована для расчетов практически в любой жидкой высокотемпературной неметаллической среде.

Результаты численных расчетов не противоречат опытно-промышленным данным, что позволяет говорить об адекватности полученной модели. Это дает возможность в дальнейшем прогнозировать электротермические процессы в жидких высокотемпературных токонесущих неметаллических средах при постоянном токе. Выявлена значительная неоднородность энергетического поля ванны.

Библиографический список

1. Общая металлургия / В.Г. Воскобойников и др. – 6-изд., перераб. и доп. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2005 – 768 с.
2. Тепловые процессы при электрошлаковом переплаве / Г.С. Маринский, В.Л. Шевцов, Б.И. Медовар и др. - Киев: Наук. думка, 1978. – 303 с.
3. Поволоцкий, Д.Я. Физико-химические основы процессов производства стали: Ученое пособие для вузов / Д.Я. Поволоцкий. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – 183 с.

4. Игизьянова, Н.А. Математическое моделирование теплофизических процессов при вторичных переплавах металла (ЭШП, ВДП): монография / Н.А. Игизьянова, В.И. Потапов. – Saarbruecken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. – 242 с.

5. Полянин, А.Д. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики: учебное пособие / А.Д. Полянин, В.Ф. Зайцев, А.И. Журов. – М.: Физматлит, 2009. – 255 с.

6. Игизьянова, Н.А. Features of termoelectrodynamic processes in hightemperature liquid non-metallic environments / Н.А. Игизьянова // Vacuum Electron Sources Conference (IVESC): материалы 10-й международной конференции. – СПб.: IEEE, Print ISBN: 978-1-4799-5770-5, INSPEC Accession Number: 14565865, DOI: [10.1109/IVESC.2014.6891998](https://doi.org/10.1109/IVESC.2014.6891998), 2014. – 1 с.

[К содержанию](#)