

ГОМОГЕННЫЕ ФАКЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В МОДЕЛИ БУРКЕ – ШУМАНА С ПОЗИЦИЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Е.В. Торопов, Л.Е. Лымбина

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Для решения задачи определения температуры факела в рабочем пространстве теплотехнических агрегатов предложено рассчитывать изменение адиабатической энтальпии методами теории вероятностей (ТВ). Показано, что нормальная функция распределения топливных элементов позволяет получить интегральную функцию распределения энтальпии и адиабатической температуры по длине факела. Задача решена относительно гомогенного диффузионного газообразного факела при различных числах диффузионной массивности и гомохронности и ламинарном режиме движения компонентов горения. Для обобщения решения на каналы канонических форм предложены соответствующие зависимости; определены рамки изменения массообменного числа Био и сходимость суммы ряда при регуляризации решений уравнения поверхности горения по методике Бурке – Шумана. Предложено объяснение S-образной формы температурной кривой, наблюдаемой при сжигании практически всех топлив в установках различных типов и связь ее с интегральной функцией распределения топливных объемов.

Ключевые слова: факел, теория вероятности, распределение фракций, интегральная функция, энтальпия, адиабатическая температура.

Введение

Факельные процессы широко применяются во многих технологиях, включая теплоэнергетику, металлургию и нефтехимию; эффективность сжигания топлива в этих технологиях зависит от основных положений теории и практической реализации этих положений в конкретных горелочных устройствах.

При рассмотрении температуры по длине стационарного диффузионного факела Ф.А. Вильямс [1] применяет упрощенную модель, основанную на законах сохранения и представляющую собой дифференциальное уравнение второго порядка. Причем априори принимается S-образное изменение температуры по длине факела, наличие или отсутствие тепловых потерь не изменяет принципиальную схему факела. При линеаризации тепловых потерь по закону Ньютона – Рихмана анализируемое уравнение становится линейным с известным общим решением в виде двух экспонент с параметрами, зависящими от рассматриваемой области факела. С принятием условий однозначности решение приводит к идентификации скорости горения, концентрационных пределов воспламенения, влияния давления, тепловых потерь и условий погасания. Но принятая схема факела не обосновывается за исключением ссылок на «ранние» тепловые теории адиабатического ламинарного факела. Аналогичный подход реализован в работах Д.Б. Сполдинга [2] и Я.Б. Зельдовича [3].

Существенный вклад в описании процессов в факеле внесли советские ученые, в том числе ученые уральской школы металлургов-теплотехников: Б.И. Китаев, В.Г. Лисиенко и др. получили зависимости для расчета факелов в промышленных печах различного назначения [4–6].

Новые исследования факельных процессов на уровне практического применения связаны с численными методами решения уравнений сохранения, которые позволяют на основе методов конечных 3D объемов вычислить все характеристики факельных потоков с учетом турбулентности и многофазности приемами CFD-гидродинамики. Первые успешные программы носили название FOENICS, FLUENT и через ряд преобразований пришли к фирменному названию ANSYS [7], аналогичные разработки ведутся в РФ [8–14] и за рубежом [15–17]. Обозначившийся в последние годы застой с широким внедрением этих разработок автор научного направления Д.Б. Сполдинг связывает с коммерциализацией [8], но представляется, что высокая стоимость программ, обучения и требуемого оборудования – не единственная причина застоя. В этом сложном и важном вопросе должен быть целый спектр решений на основе подходов с разных позиций при различной доступности и точности.

Ниже представлены зависимости для гомогенных факельных процессов на основе представлений теории вероятностей [9], которые должны способствовать, по мнению авторов статьи, созданию относительно простых альтернативных методов расчета факелов.

1. Постановка задачи, обоснование методов решения

Предпосылками к применению методов теории вероятностей (ТВ) к факельным процессам служат три обстоятельства. Во-первых, распределение топливных и окислительных элементов в потоке подчиняется законам ТВ; во-вторых, характеристики факельного потока также связаны с за-

конами ТВ. И, наконец, в зону реагирования ансамбль топливных частиц входит пофракционно, начиная с потоков с низким содержанием фракций и заканчивая потоками с высоким содержанием фракций. Процесс прогрева и воспламенения потока топливных частиц важен с точки зрения устойчивости горения и формирования структуры факела. Управление завершением горения фракции самых крупных частиц топлива важно с позиций эффективности сжигания и размеров зоны интенсивного горения. В совокупности эти процессы дают возможность рассчитать распределение адиабатической температуры горения и обобщать S-образный характер ее изменения.

Условием применимости математического аппарата ТВ к факельным процессам является идентификация понятия частицы реагирующего континуума – в гетерогенных факелах это частицы твердого или жидкого топлива, реагирующие в диффузионно-кинетическом режиме с газообразной средой, включающей окислитель. В гомогенных факелах это микрообъемы или объемные элементы газовой смеси топлива и окислителя, причем горение протекает в микрообъемах со стехиометрическим соотношением топлива и окислителя в концентрационных пределах горения. Свойства факельного континуума формируются системой подготовки и подачи компонентов горения в соответствии с требованиями технологического регламента и особенностями физико-химических превращений в факеле.

Также к условиям применения аппарата ТВ относятся принимаемые допущения: стационарность процессов, температура в факеле изменяется только по его длине, в адиабатических условиях не учитывается радиационный и конвективный теплообмен факельного континуума с окружающей средой в агрегате. Изменение температуры, таким образом, связано с тепловыделениями при сгорании топливных компонентов, эти тепловыделения суммируются вдоль по потоку факельного континуума. Момент вступления сечения факела в процесс горения обеспечивается участием трех механизмов воспламенения – иницированием от горящих объемов топочной среды, тепловым самовоспламенением и цепным воспламенением от раскаленных поверхностей ограждения агрегата.

2. Схема решения задачи

В рамках принятых условий фракционный состав ансамбля реагирующих частиц может быть описан в соответствии с ТВ кривой Гаусса для плотности нормального распределения

$$\varphi(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-0,5\left(\frac{d-\xi}{\xi\sigma}\right)^2\right], \quad (1)$$

где $X = (d - \xi)/\xi$ – безразмерная величина топливной фракции с размером d , мкм, и масштабом нормализации ξ , мкм, обычно принимаемым за

центр распределения, т. е. размером средней (медианной) фракции, которая имеет максимальную частоту обнаружения в ансамбле. Дисперсия (рассеяние) σ^2 отражена в формуле (1) в виде положительного квадратного корня из σ^2 – в ТВ этот фактор называется среднеквадратичным отклонением частоты обнаружения фракции данного размера в ансамбле; σ рационально назвать дисперсионным фактором.

При выборе в качестве масштаба медианного размера фракции ξ формула (1) будет иметь в показателе экспоненты $(d/\xi - 1)$, что позволяет всю совокупность топливных частиц поделить на две части: все фракции размером меньше медианного будут располагаться в отрицательной части оси абсцисс, все фракции большего размера – в положительной. Этот процесс соответствует в терминах ТВ нормализации, а приведение всех распределений к единой форме введением в знаменатель показателя экспоненты дисперсионного фактора σ – стандартизацией. Это позволяет с единых позиций рассматривать и подвергать сравнительному анализу различные симметричные распределения вида (1). В этом случае нормальное стандартизованное распределение при $\sigma = 1$ описывается формулой

$$\varphi(U) = \exp(-U^2/2) / \sqrt{2\pi}, \quad (2)$$

где $U = (d - \xi)/\xi\sigma$ – новый масштаб для оси абсцисс.

Все симметричные распределения, подчиняющиеся соотношению (1), могут быть найдены в справочниках по математическому анализу и ТВ, например, в [10], при $\sigma = 1$; при изображении распределения с другим дисперсионным фактором σ необходимо справочные данные по $\varphi(U)$ поделить на σ .

В работе [1] на основе аксиоматического S-образного распределения температуры по длине факела анализируются условия воспламенения и погасания в факеле, границы скорости распространения процесса горения, концентрационные пределы и влияние этих факторов на соотношение q_v и q_n .

Результаты этого анализа инициировали целый ряд теоретических и экспериментальных исследований, в том числе разработку стационарной и нестационарной теории теплового самовоспламенения. Связь рассматриваемого решения для ансамбля топливных частиц с фундаментальными законами сохранения, согласно (1) и (2), свидетельствует о достоверности подхода к описанию факельных процессов с позиций ТВ.

Процесс воспламенения, горения и повышения энтальпии и температуры факела происходит аддитивно до полного выгорания топливных компонентов. Повышение энтальпии с принятием адиабатических условий происходит от $I_{\text{физ}}$ до $I_{\text{ад}} = I_{\text{физ}} + I_{\text{хим}}$; физическая энтальпия определяется предварительным нагревом компонентов горения, химическая

энтальпия определяется теплотой сгорания топлива при заданном коэффициенте расхода воздуха. Причем, $I_{\text{физ}}$ не изменяется по длине факела, а $I_{\text{хим}}$ изменяется в соответствии с пофракционным выгоранием фракций топлива. Этот процесс отражается в ТВ нормальной интегральной функцией распределения топливных фракций

$$\Phi(U) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_{\text{кон}}} \exp[-0,5U^2] dU = 0,5 \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{U}{\sqrt{2}} \right) \right]. \quad (3)$$

Нормальные стандартизованные (при $\sigma = 1$) функции распределения $\Phi(U)$, как и функции ошибок $\operatorname{erf}(z)$ приведены в справочниках [10]. На основе закона сохранения энергии можно полагать, что интегральной функции $\Phi(U)$ соответствует изменение $I_{\text{ад}}$ по координате U . Нормализация фракционного распределения и центральное расположение оси ординат позволяют согласовать левую и правую части координатного пространства при адаптации асимметричного распределения и привести его к стандартному виду.

3. Гомогенный диффузионный факел в рамках проблемы Бурке – Шумана

Принимается схема потоков, аналогичная схеме в работе [1], но для каналов плоского сечения: поток газообразного топлива вытекает со скоростью w_T из отверстия топливного сопла размером $2x_0$ в поток газообразного окислителя, движущегося со скоростью $w_{\text{ок}}$ в канале смесителя размером $2S_0$. При решении задачи базовой принимается симметричная схема с прямоугольной системой координат с расположением оси z в направлении движения конвективного потока топлива и диффузионного потока окислителя, соответствующая расположению оси x поперек потоков. В направлении оси y все параметры потоков неизменны, т. е. $\partial/\partial y = 0$.

Фронт горения берет начало в области среза топливного сопла и располагается в пространстве смесителя там, где конвективно-диффузионные потоки компонентов горения находятся в стехиометрическом соотношении. В зависимости от соотношения расходов топлива и окислителя форма фронта горения может быть различной: как показывает теория, подтвержденная экспериментами, фронт горения отклоняется в область компонента, находящегося в недостатке [3].

При условии равенства коэффициентов диффузии компонентов горения между собой $D_1 = D_2 = D$ и описании химической реакции горения одним уравнением вида $\nu_1 a_1 + \nu_2 a_2 = \nu_3 a_3$, где индексами обозначены соответственно окислитель (1), горючее (2) и продукты сгорания (3), а символом ν – стехиометрические коэффициенты, создается возможность введения фактора Бурке – Шумана ψ ,

который удовлетворяет уравнению $L(\psi) = 0$ при $\psi = C_1/\nu_1 - C_2/\nu_2$. Здесь применено сокращенное обозначение дифференциального оператора $L(\psi)$, который означает сложение векторных потоков массы и теплоты конвективного и диффузионного характера и численно равен скорости изменения количества компонентов при горении. Это позволяет исключить скорость реакции горения из системы дифференциальных уравнений и решать их относительно фактора ψ .

Уравнение для определения координат поверхности фронта горения в трехмерном пространстве имеет вид [3]

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{D}{w} \nabla^2 \psi \quad (4)$$

и его решение методом Фурье в плоскости x, z записывается в виде:

$$\psi = B_1 \exp\left(-\frac{D}{w} k^2 z\right) [B_2 \sin(kx) + B_3 \cos(kx)], \quad (5)$$

где k, B_1, B_2, B_3 – константы разделения решений и условий однозначности.

Конкретный вид решения (5) зависит от выбранной системы координат и условий однозначности; при этом рационально выделить области избытка и недостатка окислителя или области недостатка и избытка топлива. Далее последовательно решаются задачи определения поверхности горения для выделенных областей в прямоугольной, цилиндрической и сферической системах координат.

В табл. 1 приведены показатели процесса массообмена, определенные при решении уравнения (4) и (5) методом разделения переменных с условиями однозначности, отвечающими задаче Штурма – Лиувилля, при течении в плоском канале потоков топлива и окислителя.

Сходимость рядов в табл. 1 определяется соотношением чисел Но и $jx_0/\rho D = \text{Bi}_M$, которое можно назвать числом диффузионной массивности Bi_M . При $\text{Bi}_M \rightarrow 0$, что практически не наблюдается в технических устройствах по сжиганию топлива, $\mu_n = (n-1)\pi$. Фактически континуум собственных чисел рассматриваемой краевой задачи можно описать зависимостью $\mu_n = (n-k)\pi$, где k – переменный фактор, $k = 0,5 \dots 1,0 = f(\text{Bi}_M)$. В крайних значениях при $\text{Bi}_M \rightarrow 0$, $k = 1,0$ и $\mu_n = (n-1)\pi$; при $\text{Bi}_M = 100$, $k = 0,5$ и $\mu_n = 0,5(2n-1)\pi$; промежуточные значения собственных чисел можно найти интерполяцией. В работе [1] рассмотрен только частный случай $\text{Bi}_M \rightarrow 0$ при $z_0 \rightarrow 0$.

Координата точки схождения касательных к кривым Ψ расположена на расстоянии $x_1 = 1/\text{Bi}_M = \rho D/jx_0$ от плоскости соприкосновения потоков x_0 , координата z_0 точки пересечения линий Ψ с плоскостью соприкосновения – на расстоянии z_0 от оси x

$$\left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]_{x=x_0} = -\frac{\rho D}{jx_0} = -\frac{1}{\text{Bi}_M}. \quad (6)$$

Таблица 1

Показатели процессов массообмена при адаптации модели Бурке – Шумана

Параметры модели	Область недостатка топлива $\Psi = -C_{2,z=0}/v_2$	Область недостатка окислителя $\Psi = C_{1,z=0}/v_1$
Уравнение	$\partial\Psi/\partial z = (D/w_2)\partial^2\Psi/\partial x^2$	$\partial\Psi/\partial z = (D/w_1)\partial^2\Psi/\partial \xi^2$
Граничные условия	$z = 0; 0 \leq x \leq x_0;$ $\partial\Psi/\partial x = -1/Bi_{M2}$ при $x = x_0$	$z = 0; 0 \leq \xi \leq \Xi;$ $\partial\Psi/\partial \xi = -1/Bi_{M1}$ при $\xi = \xi_0$
Условия симметрии	$\partial\Psi/\partial x _{x=0} = 0$	$\partial\Psi/\partial \xi _{\xi=\xi_0} = 0$
Решение уравнения при $B_2 = 0; B_1 \cdot B_3 = E$	$\Psi = E \cos(\mu X) \exp(-\mu^2 Ho_2)$	$\Psi = E \cos(\mu \Xi) \exp(-\mu^2 Ho_1)$
Характеристические уравнения и числа Ho и Bi_M	$\mu_i = Bi_{M2} \text{ctg} \mu_i; Bi_{M2} = jx_0/\rho D;$ $Ho_2 = Dz/w_2 x_0^2$	$\mu_i = Bi_{M1} \cdot \text{ctg} \mu_i; Bi_{M1} = j\xi_0/\rho D;$ $Ho_1 = Dz/w_1 \xi_0^2$
Общее решение при $\Psi = \psi/\psi_0;$ $X = x/x_0; \Xi = \xi/\xi_0;$ $E_i = 2 \sin \mu_i / (\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i)$	$\Psi = \sum_{i=1}^{\infty} E_i \cos(\mu_i X) \exp(-\mu_i^2 Ho_2);$ $E_i = 2 \sin \mu_i / (\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i)$	$\Psi = \sum_{i=1}^{\infty} E_i \cos(\mu_i \Xi) \exp(-\mu_i^2 Ho_1);$ $E_i = 2 \sin \mu_i / (\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i)$

Таблица 2

Параметры решений для каналов трех канонических форм

	Пластина, $\eta \equiv x,$ $\mu_i = Bi \cdot \text{ctg} \mu_i$	Цилиндр, $\eta \equiv r,$ $\mu_i = Bi \cdot J_0(\mu_i)/J_1(\mu_i)$	Шар, $\eta \equiv r,$ $\mu_i = (1 - Bi) \cdot \text{tg} \mu_i$
Величина E_i	$2 \sin \mu_i / (\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i)$	$2 J_1(\mu_i) / [\mu_i (J_0^2(\mu_i) + J_1^2(\mu_i))]$	$2 (\sin \mu_i - \mu_i \cos \mu_i) / (\mu_i - \sin \mu_i \cos \mu_i)$
Величина C_i	$\cos(\mu_i X),$ где $X = x/x_0$	$J_0(\mu_i R),$ где $R = r/r_0$	$\sin(\mu_i R) / \mu_i R$
Величина C_i^{cp}	$\sin(\mu_i) / \mu_i$	$2 J_1(\mu_i) / \mu_i$	$3 Bi / \mu_i$
$\psi_0^{нов}$ при $\eta = 1$	$(\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i) / 2 \sin \mu_i \cos \mu_i$	$\mu_i [J_0^2(\mu_i) + J_1^2(\mu_i)] / [2 J_1(\mu_i) \cdot J_0(\mu_i)]$	$\mu_i (\mu_i - \sin \mu_i \cos \mu_i) / 2 \sin \mu_i (\sin \mu_i - \mu_i \cos \mu_i)$
$\psi_0^{об}$ при $\eta = 0$	$(\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i) / 2 \sin \mu_i$	$\mu_i [J_0^2(\mu_i) + J_1^2(\mu_i)] / 2 J_1(\mu_i)$	$(\mu_i - \sin \mu_i \cos \mu_i) / 2 (\sin \mu_i - \mu_i \cos \mu_i)$
E_i и μ_i при $Bi \geq 100$	$\mu_i = (i - 0,5)\pi;$ $E_i = 4(-1)^{i+1} / [\pi(2i - 1)]$	$\mu_i = Bi J_0(\mu_i) / J_1(\mu_i);$ $E_i = 2 / [\mu_i J_1(\mu_i)]$	$\mu_i = i\pi; i = 1, 2, 3 \dots$ $E_i = 2(-1)^{i+1}$
Bi_p при m	$Ho \cdot \text{tg}(Ho)$	$Ho J_1(Ho) / J_0(Ho)$	$1 - Ho \cdot \text{ctg}(Ho)$

Зависимость (6) позволяет определить форму поверхности стехиометрического горения ψ в функции формы горелочного устройства и граничных условий.

Обычные технологии сжигания топлива в котельных установках и других теплотехнических агрегатах реализуются в условиях, соответствующих области избытка окислителя; другая задача решается в технологиях получения горючего газобразного топлива и защитных газов.

Большое конструктивное разнообразие горелочных устройств, где сечение для прохода компонентов горения создается изменением конфигурации ограничивающих поверхностей, можно условно свести к пересечению простых геометрических фигур трех канонических форм – пластины, цилиндра и шара. Обобщенное уравнение для описания поверхности стехиометрического горения для тел трех канонических форм каналов можно представить в виде

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{D}{w} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{\gamma - 1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right]. \quad (7)$$

В приведенных зависимостях фактор формы $\gamma = 1$ для пластины, $\gamma = 2$ для цилиндра и $\gamma = 3$ для шара; η – координата, нормальная к продольной координате z . Для получения конкретных зависи-

мостей для ψ необходимо к уравнению (7) присоединить условия однозначности – геометрические, теплофизические, начальные и граничные, что позволяет решить задачу методом разделения переменных. Решение в безразмерных числах подобия, как показано выше, имеет вид

$$\Psi = \sum_{i=1}^{\infty} E_i C_i \exp(-\mu_i^2 Ho). \quad (8)$$

Здесь $\Psi = \psi/\psi_0$ – относительная координата поверхности горения; μ_i – корни характеристических уравнений, т. е. собственные числа краевой задачи; Ho – число гомохронности – безразмерное время процесса при замене $\tau = z/w$. Введенное в формулу (8) в качестве определяющего критерия число гомохронности Ho можно также представить в виде отношения темпов перемещения компонентов горения к поверхности стехиометрического горения Ψ : $Ho = (D/x_0^2)_д / (w/z)_к$. В этой зависимости $(D/x_0^2)_д$ – темп диффузионного перемещения окислителя, $1/c, (w/z)_к$ – темп конвективного перемещения потока топлива, $1/c$.

Параметр E_i отражает влияние на развитие фронта горения формы канала и числа $Bi_M = jx/\rho D$, а также связанных с Bi_M посредством характеристических уравнений собственных чисел μ_i . Параметр C_i отражает влияние формы канала, числа Bi_M

и безразмерной координаты рассматриваемой точки по нормали к потоку $X = x/x_0$; расчетные формулы для определения E_i и C_i сведены в табл. 2. В зависимостях табл. 2, кроме известных тригонометрических функций, также применены табличные функции Бесселя первого рода нулевого порядка J_0 и первого порядка J_1 аргументов μ_i или $\mu_i R$.

4. Анализ полученных решений

Сходимость ряда (8), а следовательно, и число слагаемых при заданной точности расчета, определяются формой канала, заданными условиями однозначности и числом $Но$. Обычно на практике принимается, что при $Но \geq Но_p$, где $Но_p$ – число гомохронности в регулярном режиме, можно ограничиться только первым слагаемым рядов в табл. 1 и в формуле (8).

Темп m перемещения фронта горения при $i = 1$

$$\frac{\partial \ln \psi_1}{\partial \tau} = -m = \frac{1}{\psi_1} \frac{\partial \psi_1}{\partial \tau}. \quad (9)$$

Темп m , таким образом, является относительной скоростью изменения координат фронта горения от начального значения ψ_0 к текущему значению ψ_1 , определяемому по зависимостям табл. 1. Следует отметить, что индекс «1» в зависимостях (5)–(12) соответствует первому слагаемому ряда (5), поэтому эти зависимости можно применить к любой области канала. Область существования этих решений можно назвать областью регулярного режима и обычно наступление этого режима определяется по значению числа $Но \geq Но_p$ с применением данных табл. 1, 2. Рис. 1 иллюстрирует зависимость расположения фронта горения $\Psi = f(x, z)$ от числа $Но$ при $Bi_M \approx 100$.

5. Адаптация параметров модели

Бурке – Шумана к соотношениям ТВ

Как показывает анализ физических процессов в области формирования поверхности стехиометрического горения согласно Бурке – Шуману [4], форма решений (8) зависит от числа $Bi_M = jx_0/\rho D$, которое можно представить отношением двух противоположных переносу массы $R_M^x = 1/j$ и $R_M^z = x_0/\rho D$: $Bi_M = (1/j)/(x_0/\rho D)$. При малых значениях $Bi_M \rightarrow 0$ форма поверхности ψ слабо зависит от диффузионных потоков поперек потока компонентов, так как при этом $1/j \ll x_0/\rho D$ – это становится возможным при больших значениях плотности потока массы вдоль координаты z . Также такой режим возможен при низких значениях ρD и при большом значении поперечного размера канала x_0 , причем плотность вещества в потоке ρ , как и коэффициент диффузии D являются физическими параметрами компонентов горения, а размер x_0 – конструктивным параметром горелки.

Гипотетический предел $Bi_M \rightarrow 0$ позволяет связать относительное значение $\Psi = \psi/\psi_0$ с фактором формы канала γ и произведением $Bi_M Но$. Эти соотношения имеют значение в самопроизвольных процессах горения газообразного топлива при низкой скорости движения компонентов горения. Режим движения смеси также оказывает влияние на процесс диффузии, но этот вопрос требует специального рассмотрения.

Альтернативную возможность представляет расчет по формуле, определенной на основе выводов кинетической теории Энскога – Чепмена [10]

$$D_{12} = 0,01881 \frac{T^{3/2}}{P \sigma_{12}^2 f(T, \varepsilon_{12})} \sqrt{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}}, \text{ м}^2/\text{с}, \quad (10)$$

в которой P – давление, Па; T – температура газовых потоков до воспламенения, К; M_1, M_2 – моле-

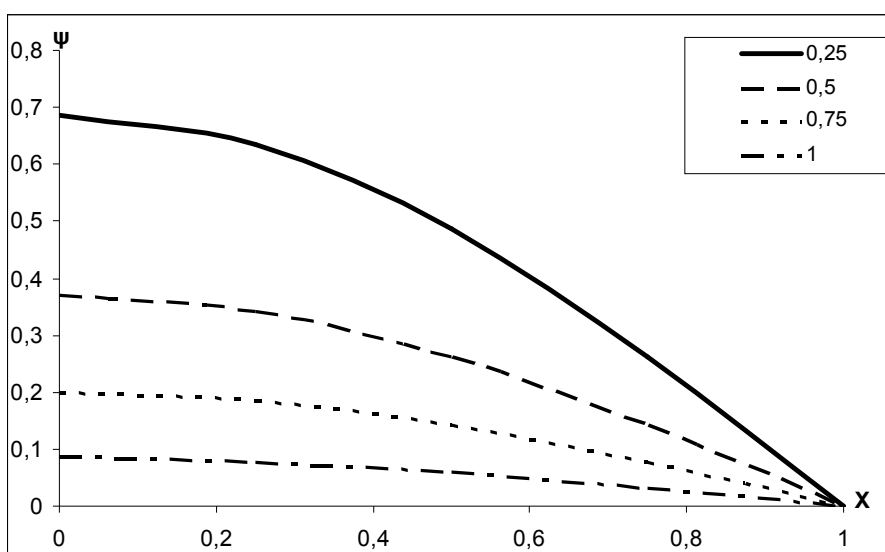


Рис. 1. Расположение фронта горения Ψ в двумерном пространстве $[x, z]$ при изменении числа гомохронности $Но = 0,25; 0,50; 0,75; 1,00$; и $Bi_M \approx 100$

Таблица 3

Исходные данные для численного анализа

Топливо	Q_n^c , кДж/м ³	$V_{пс}$, м ³ /м ³	T_a , К	$(M_1 + M_2)/M_1M_2$
Доменный газ	5094	1,62	2183	0,0704
Коксовый газ	8424	4,91	1378	0,1411
Природный газ	25803	10,59	1838	0,0963

Таблица 4

Результаты расчета

Топливо	σ_{12} , 10^{10} м	ε_{12}/k	$T_{всл}/f(T_{всл}, \varepsilon_{12})$	D_{12} , 10^{-3} м ² /с	$\delta_{ф}$, 10^{-3} м
Доменный газ	3,714	88	3,331/0,9260	3,187	2,100
Коксовый газ	2,385	18,92	15,48/0,7032	8,800	1,240
Природный газ	3,745	71,358	4,106/0,880	0,0237	0,013

кулярные массы потоков топлива и воздуха, кг/кмоль. Формула (10) описывает бимолекулярную диффузионную модель, где первый компонент – окислитель проникает посредством концентрационной диффузии в поток второго компонента – топлива, причем $D_{12} = D_{21}$. Параметры ε_{12} и σ_{12} входят в функции, отражающие влияние потенциальной энергии взаимодействия молекул первого и второго компонентов; функция $f(T, \varepsilon_{12})$ соответствует приведенному интегралу взаимодействия молекул первого и второго компонентов. Расчеты по формуле (10) упрощаются с использованием данных табл. 3, 4, полученных по методикам [6, 7]. При переходе к бимолекулярной модели величина σ_{12} определяется по среднему арифметическому значению σ индивидуальных газов, а ε_{12} – по среднему геометрическому значению ε индивидуальных газов, входящих в состав промышленных газов.

Для расчета коэффициента диффузии было постулировано, что доменный газ содержит оксид углерода в количестве 30 %, остальное – балласт со свойствами, близкими к свойствам азота, коксо-

вый газ содержит 85 % горючих компонентов (25 % $\text{CH}_4 + 60$ % H_2), остальное – балласт, природный газ содержит 98 % CH_4 , остальное – балласт.

Расчет по формуле (10) дает следующие значения ширины зоны реакции гомогенного факела: при сжигании доменного газа $\delta_{ф} = 2,1 \cdot 10^{-3}$ м, при сжигании коксового газа $\delta_{ф} = 1,24 \cdot 10^{-3}$ м, при сжигании природного газа $\delta_{ф} = 0,013 \cdot 10^{-3}$ м. Эти данные относятся к сечению факела при $z = 0$, т. е. при ламинарном режиме и подтверждаются экспериментально. Величина $\delta_{ф}$ отсчитывается по нормали к поверхности фронта горения в конкретном сечении.

Результаты численного анализа, приведенные в табл. 4, свидетельствуют о том, что при ламинарном режиме течения потоков размер фронта горения по нормали к поверхности факела изменяется в пределах 0,013–2,1 мм. Этот размер может увеличиваться в соответствии с изменением коэффициента диффузии при турбулизации потоков.

Вторым фактором k_x , влияющим на размер зоны реакции (фронта горения), является изменение угла встречи основного потока с фронтом го-

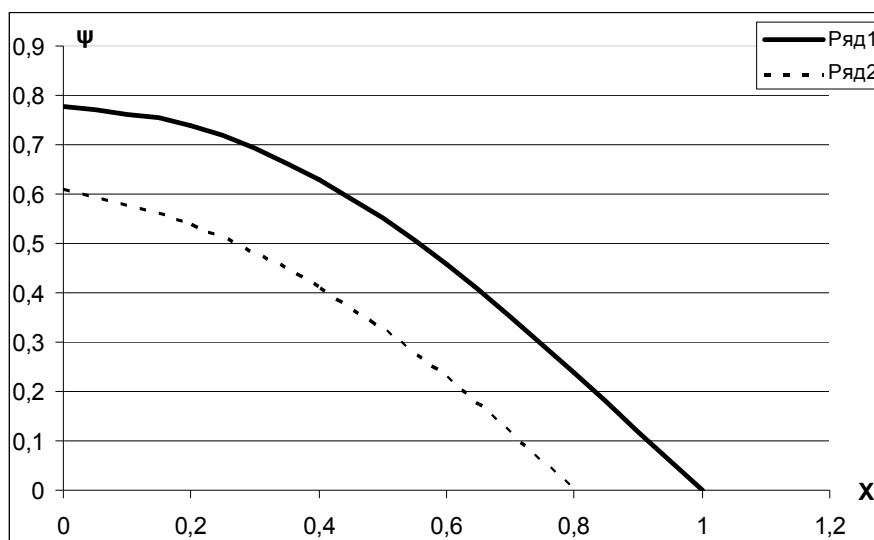


Рис. 2. Иллюстрация к определению проекции зоны реакции на ось x при движении потока реагентов вдоль оси z

рения из-за изменения конфигурации последнего. Для определения массовой доли фракции топливных элементов, которые представляются стехиометрическими микрообъемами, содержащими топливо и окислитель, необходимо переменную массу фракции k отнести к суммарной массе всех фракций от начальной при $z = 0$ до значения при $z = 1 - \delta$, где $\delta = \psi_{нар} - \psi_{вн}$ при $z = 0$.

На рис. 2 представлены результаты при $z = 0$ $x_{нар0} = 0,01$ и $x_{вн0} = 0,008$ м. В приближении $\delta = \text{const}$ при эквидистантном развитии наружной $\psi_{нар}$ и внутренней $\psi_{вн}$ поверхностей фронта горения элементарный объем фракции $V_{фр} = l_x l_y l_z$ растет за счет увеличения l_x при $l_y = \text{const}$ и $l_z = \text{const}$. Этот постепенный рост продолжается до продольной координаты $z = 1 - \delta$; после $z = 1 - \delta$ происходит интенсивное снижение до 0 массовой доли фракции из-за уменьшения фракционного объема $V_{фр}$ (см. рис. 2).

Применив простые геометрические соображения, можно получить зависимость для определения k_x :

$$k_x = \frac{l_x}{\delta_{\phi}} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\cos\left[\mu_i \left(X - \delta_{\phi} k_x / x_0\right)\right]}{\cos(\mu_i X)}. \quad (11)$$

Для удобства численного решения уравнения (11) при $i = 1$ его необходимо преобразовать к виду:

$$k_x = \cos(\mu_1 \delta_{\phi} k_x / x_0) + \text{tg}(\mu_1 X) \sin(\mu_1 \delta_{\phi} k_x / x_0). \quad (12)$$

Далее учитываются результаты численного решения уравнения (12) относительно k_x при $x_0 = 0,01$ м, $\mu_1 = 1,5708$, $\delta_{\phi} = 2,1 \cdot 10^{-3}$ (доменный газ, табл. 3, 4); интервалы изменения $X = 0$ ($k_x = 1,0$); $X = 0,25$ ($k_x = 1,08$); $X = 0,50$ ($k_x = 1,35$); $X = 0,75$; $1,0$.

Эти данные с определением $\phi(U)$ нанесены на график рис. 3; на рис. 4 изображена интегральная функция распределения $\Phi(U)$. Результаты доказывают возможность построения характеристик го-

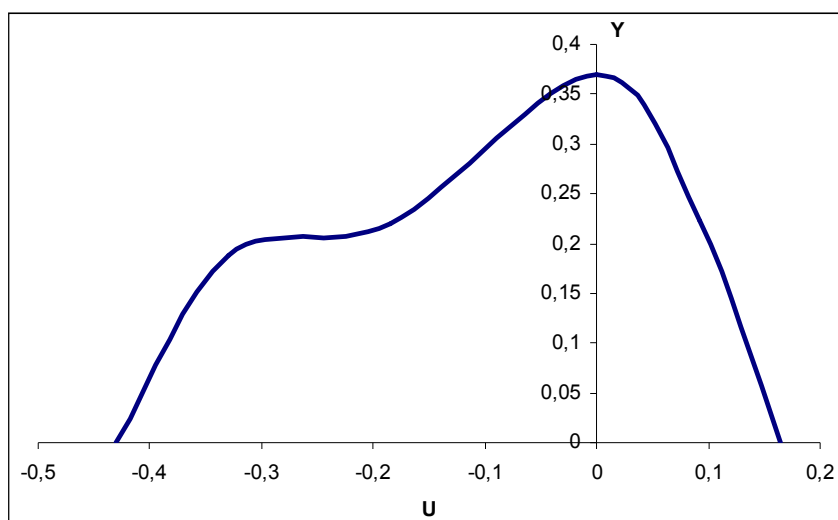


Рис. 3. Плотность распределения топливных фракций в гомогенном факеле $Y = \phi(U)$

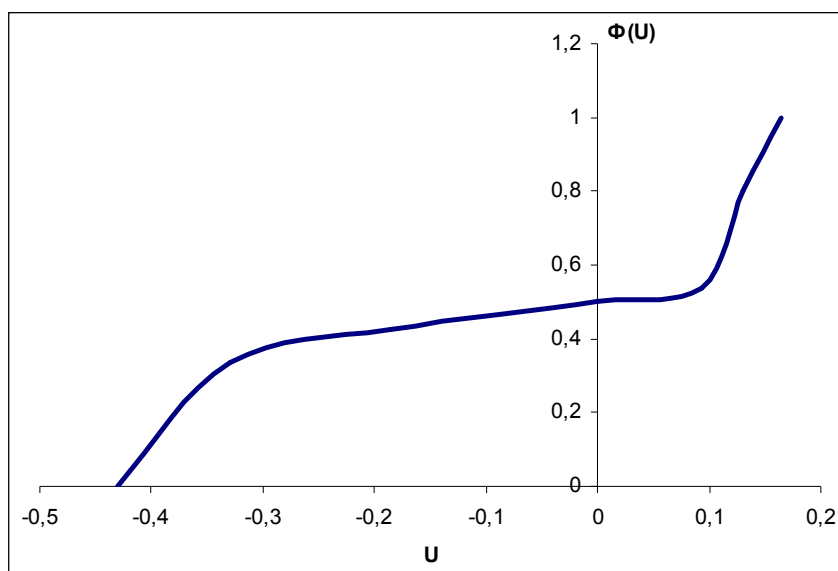


Рис. 4. Интегральная функция распределения топливных фракций в гомогенном факеле

могенных факельных процессов с помощью модели Бурке – Шумана; уточнение полученных соотношений возможно с применением молекулярно-статистической теории и многомасштабного моделирования при определении коэффициентов диффузии методами нанотехнологий [12].

Безразмерная форма поверхности горения для плоского канала Ψ , согласно (8), с помощью данных табл. 1 распространяется на каналы других форм, а уравнение (6) позволяет решить задачу по описанию Ψ для переменных по длине z поперечных размеров канала. Применение метода суперпозиции решений позволяет найти Ψ для ограниченных каналов любых канонических, согласно данным табл. 1, поперечных сечений.

Выводы

1. Модель Бурке – Шумана, обычно рассматриваемая при описании процессов смешения в каналах цилиндрической формы, распространена на каналы других форм.

2. Обобщенное рассмотрение факельных процессов с позиций теории вероятностей (ТВ) при различной плотности нормального распределения $\Phi(U)$ в гомогенном факеле произведено с помощью интегральной нормальной функции $\Phi(U)$. Устойчивая форма $\Phi(U)$ достоверно объясняет S-образную продольную температурную функцию, наблюдаемую на практике и служащую базой для тепловой и нестационарной теории воспламенения.

3. Идентифицирована роль числа гомохронности $Но$ и числа диффузионной массивности $Вi_m$ в создании поверхности горения ψ .

4. На основе распределения адиабатической температуры в факельном континууме, связанной с $\Phi(U)$, возможно определение фактической температуры факела в рабочем пространстве с учетом радиационных свойств всех элементов теплообменной системы.

Литература

1. Williams, F.A. *Combustion Theory (Combustion Science and Engineering)* / F.A. Williams. – USA: Westview Press Publ., 2017. – 704 p.
2. Spalding, D.B. *Combustion and Mass Transfer (A Textbook with Multiple-Choice Exercises for Engineering Students)* / D.B. Spalding. – Elsevier Science Publ., 2013. – 408 p.
3. Математическая теория горения и взрыва / Я.Б. Зельдович, Г.И. Баренблатт, В.Б. Либрович, Г.М. Махвиладзе. – М.: Наука, 1980. – 478 с.
4. Лисиенко, В.Г. *Теплофизика металлургических процессов* / В.Г. Лисиенко, В.И. Лобанов, Б.И. Китаев. – М.: Металлургия, 1982. – 240 с.
5. Лисиенко, В.Г. *Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах* / В.Г. Лу-

сиенко, В.В. Волков, А.Л. Гончаров. – Киев: Наукова думка, 1984. – 232 с.

6. Лисиенко, В.Г. *Хрестоматия энергосбережения. В 2 кн. Кн. 2: Справочник* / В.Г. Лисиенко, Я.М. Щелоков, М.Г. Ладыгичев. – М.: Теплотехник, 2005. – 768 с.

7. ANSYS. – <http://www.ansys.com/products> (дата обращения: 16.02.2017)

8. Сполдинг, Д.Б. *Вычислительная гидродинамика (CFD): прошлое, настоящее и будущее* / Д.Б. Сполдинг // *Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: в 2 т.* – М.: Издат. дом МЭИ, 2007. – Т. 1. С. 9–13.

9. Корн, Г.А. *Справочник по математике для научных работников и инженеров: определения, теоремы, формулы* / Г.А. Корн, Т.М. Корн; пер. со 2-го амер. перераб. изд. И.Г. Арамановича [и др.]; под общ. ред. И.Г. Арамановича. – Изд. 5-е. – М.: Наука, 1984. – 832 с.

10. *Основы практической теории горения* / В.В. Померанцев, К.М. Арефьев, Д.Б. Ахмедов и др. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 312 с.

11. Торопов, Е.В. *Адаптация дифференциального уравнения энергии к условиям топочных процессов в котельных агрегатах* / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика».* – 2015. – Т. 15, № 1. – С. 5–10. DOI: 10.14529/power150101

12. Торопов, Е.В. *Математическая модель обобщенного теплообмена в топке котельного агрегата – парадигма теплообмена* / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика».* – 2017. – Т. 17, № 1. – С. 5–12. DOI: 10.14529/power170101

13. Торопов, Е.В. *Концепция факельного континуума для зоны интенсивного горения котельного агрегата* / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика».* – 2015. – Т. 15, № 3. – С. 5–10. DOI: 10.14529/power150301

14. Торопов, Е.В. *Математическая модель теплообмена в зоне интенсивного горения котельного агрегата* / Е.В. Торопов, К.В. Осинцев // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика».* – 2015. – Т. 15, № 4. – С. 19–25. DOI: 10.14529/power150403

15. Numerical modeling of three-dimensional heterogeneous propellant combustion / J. Buckmaster, M. Chen, T.L. Jackson, L. Massa // *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit.* – Reno, NV, United States, 2002. DOI: 10.2514/6.2002-780

16. Beckstead, M.W. *A Model of Composite Solid-Propellant Combustion Based on Multiple Flames* / M.W. Beckstead, R.L. Derr, C.F. Price // *AIAA Journal.* – 1970. – vol. 8, no. 12. – P. 2200–2207. DOI: 10.2514/3.6087

17. Jackson, T.L. *Heterogeneous Propellant Combustion* / T.L. Jackson, J. Buckmaster // *AIAA Journal.* – 2002. – Vol. 40, no. 6. – P. 1122–1130.

Торопов Евгений Васильевич, д-р техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ, профессор кафедры «Промышленная теплоэнергетика», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; toropovev@susu.ru.

Лымбина Людмила Ефимовна, канд. техн. наук, доцент кафедры «Промышленная теплоэнергетика», Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск; lymbinale@susu.ru.

Поступила в редакцию 17 мая 2017 г.

DOI: 10.14529/power170303

HOMOGENEOUS FLAME PROCESSES IN MODEL OF BURKE-SCHUMANN FROM POSITIONS OF PROBABILITY THEORY

E.V. Toropov, toropovev@susu.ru,

L.E. Lymbina, lymbinale@susu.ru

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

To solve the problem of determining the flame temperature in the working space of the thermal units, it is proposed to calculate a change in adiabatic enthalpy methods of the probability theory (TV). It is shown that the normal distribution function of fuel cells allows one to obtain the integral distribution function of enthalpy and adiabatic temperature along the length of the flame. The problem is solved with respect to a homogeneous diffusion gaseous flame at various numbers of diffusion massiveness and homogeneous and the laminar regime of motion of the combustion components. For the purpose of generalization of the solution on the channels of canonical forms the corresponding dependences are offered. The range of change of mass-exchanged number of Bio and the convergence of the sum of the series for the regularization of the solutions of the equation combustion surface by the method of Burke-Schumann are determined. An explanation is offered for the S-shaped shape of the temperature curve observed when almost all fuels are burned in the installations of various types; its connection with the integrated function of distribution of fuel volumes is also provided.

Keywords: flame, probability theory, distribution of fractions, integral function, enthalpy, adiabatic temperature.

References

1. Williams, Forman A. *Combustion Theory (Combustion Science and Engineering)*. USA, Westview Press Publ., 2017. 704 p.
2. Spalding, D. Brian. *Combustion and Mass Transfer (A Textbook with Multiple-Choice Exercises for Engineering Students)*. Elsevier Science Publ., 2013. 408 p.
3. Zeldovich Ya.B., Barenblatt G.I., Librovich V.B., Makhviladze G.M. *Matematicheskaya teoriya goreniya i vzryiva* [Mathematical Theory of Combustion and Explosion]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 478 p.
4. Lisienko V.G., Lobanov V.I., Kitaev B.I. *Teplofizika metallurgicheskikh processov* [Thermophysics of Metallurgical Processes]. Moscow, Metallurgy Publ., 1982. 240 p.
5. Lisienko V.G., Volkov V.V., Goncharov A.L. *Matematicheskoe modelirovanie teploobmena v pechah i agregatah* [Mathematical Modeling of Heat Transfer in Furnaces and Aggregates]. Kiev, Scientific thought Publ., 1984. 232 p.
6. Lisienko V.G., Shchelokov Ya.M., Ladygichev M.G. *Hrestomatiya ehnergosberezheniya. V 2 knigah. Kniga 2: spravochnik*. [Thermophysics of Metallurgical Processes]. Moscow, Heat Engineering Publ., 2005. 768 p.
7. ANSYS. Available at: <http://www.ansys.com/products> (accessed: 16.02.2017).
8. Spalding, D. Brian. *Vychislitel'naya gidrodinamika (CFD): proshloe, nastoyashchee i budushchee. Problemy gazodinamiki i teploobmena v ehnergeticheskikh ustanovkakh. V 2 tomah. Tom 1.* [Computational Fluid Dynamics (CFD): Past, Present and Future. Problems of Gas Dynamics and Heat Transfer in Power Plants. In 2 Volumes. Volume 1]. Moscow, Publishing house MPEI Publ., 2007, pp. 9–13.
9. Corn G., Corn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov: opredeleniya, teoremy, formuly*. [Reference Book of Mathematics for Scientists and Engineers]. Moscow, Science Publ., 1984. 832 p.

10. Pomerancev V.V., Aref'ev K.M., Ahmedov D.B. i dr. *Osnovy prakticheskoy teorii gorenija* [Basics of the Practical Theory of Combustion]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1986. 312 p.
11. Toropov E.V., Osintsev K.V. Adaptation of Differential Equation of the Energy to Conditions of Furnace Processes in the Boiler Units. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2015, vol. 15, no. 1, pp. 5–10. (in Russ.) DOI: 10.14529/power150101
12. Toropov E.V., Osintsev K.V. Mathematical Model of Generalized Heat Transfer Inside Boiler Unit Furnace – Heat Exchange Paradigm. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2017, vol. 17, no. 1, pp. 5–12. (in Russ.) DOI: 10.14529/power170101
13. Toropov E.V., Osintsev K.V. The Concept of the Flame Continuum for Zone of Intense Burning of Boiler Unit. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2015, vol. 15, no. 3, pp. 5–10. (in Russ.) DOI: 10.14529/power150301
14. Toropov E.V., Osintsev K.V. Mathematical Model of Heat Transfer into the Intensive Burning Zone of Steam Generator. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2015, vol. 15, no. 4, pp. 19–25. (in Russ.) DOI: 10.14529/power150403
15. Buckmaster J., Chen M., Jackson T.L., Massa L. Numerical Modeling of Three-dimensional Heterogeneous Propellant Combustion. *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, United States, 2002. DOI: 10.2514/6.2002-780
16. Beckstead M.W., Derr R.L., Price C.F. Model of Composite Solid-Propellant Combustion Based on Multiple Flames. *AIAA Journal*, 1970, vol. 8, no. 12 (1970), pp. 2200–2207. DOI: 10.2514/3.6087
17. Jackson, T.L. and Buckmaster, J. Heterogeneous Propellant Combustion. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 6, pp. 1122–1130.

Received 17 May 2017

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Торопов, Е.В. Гомогенные факельные процессы в модели Бурке – Шумана с позиций теории вероятности / Е.В. Торопов, Л.Е. Лымбина // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2017. – Т. 17, № 3. – С. 24–33. DOI: 10.14529/power170303

FOR CITATION

Toropov E.V., Lymbina L.E. Homogeneous Flame Processes in Model of Burke-Schumann from Positions of Probability Theory. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 24–33. (in Russ.) DOI: 10.14529/power170303
