УДК 537.8 + 537.87

ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

О.И. Галичин

В статье рассмотрены особенности плоской энергетически потенциальной электромагнитной волны, ее характеристики, условия потенциальности поля.

Ключевые слова: плоская волна, вектор Пойнтинга, энергетически потенциальное электромагнитное поле.

Рассмотрим энергетические особенности и характеристики плоской электромагнитной волны в свободном пространстве при условии, что векторное поле является потенциальным. Известно, что энергетические характеристики электромагнитных волн описываются вектором Пойнтинга. Необходимым и достаточным условием потенциальности любого непрерывного векторного поля является отсутствие вихрей [1], то есть:

$$\mathrm{rot}\,\vec{\Pi}_{\kappa} = 0, \tag{1}$$

где $\vec{\Pi}_{\kappa}$ – комплексный вектор Пойнтинга.

Выберем триортогональную систему координат, которая наиболее просто описывает волновую поверхность и удовлетворяет условию Бромвича [2, 3]:

$$h_3 = 1; \qquad \frac{\partial}{\partial q_3}\left(\frac{h_1}{h_2}\right) = 0, \tag{2}$$

где h_i – коэффициент Ламе;

q_i – параметр координатных поверхностей i=1, 2, 3.

Введем комплексные вектора, удовлетворяющие концепции Пойнтинга и уравнениям Максвелла, называемые «комплексными векторами Пойнтинга-Максвелла» [1]

$$\vec{\Pi}_к = j\frac{1}{2\omega\mu}(\vec{E} * rot\vec{E}^*); \quad (3)$$

$$\vec{\Pi}_к = j\frac{1}{2\omega\varepsilon}(rot\vec{H} * \vec{H}^*),$$

где * – обозначает комплексно-сопряженную величину.

Потенциальный характер поля позволяет представить комплексный вектор Пойнтинга в виде градиента от некоторой непрерывной функции [1]:

$$\vec{\Pi}_к = -\,\mathrm{grad}(N), \quad (4)$$

где N – так называемый «энергетический потенциал поля Пойнтинга».

В однородной изотропной непоглощающей среде без сторонних источников закон сохранения энергии в дифференциальной форме имеет вид [1, 4]:

$$\mathrm{div}\,\vec{\Pi}_к = 0. \quad (5)$$

Поэтому, из уравнения (4), взяв дивергенцию от левой и правой частей, получим:

$$\Delta N = 0. \quad (6)$$

Следовательно, энергетический потенциал поля комплексного вектора Пойнтинга должен удовлетворять уравнению Лапласа.

Рассмотрим однородную плоскую монохроматическую волну в идеальном неограниченном пространстве. Уравнение Лапласа для вещественной компоненты энергетического потенциала в прямоугольной системе координат запишется в виде:

$$\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} = 0. \quad (7)$$

Частное решение этого уравнения имеет вид:

$$N = -\Pi_m Z, \quad (8)$$

где Π_m – постоянная.

Частному решению (8) для энергетического потенциала соответствует вещественная компонента комплексного вектора Пойнтинга:

$$\mathrm{Re}\,\vec{\Pi}_к = -gradN = \vec{e}_z \Pi_m. \quad (9)$$

Здесь $\vec{e}_z = \vec{e}_3$ – векторный орт оси Z.

Выражение (9) показывает, что при выбранном частном решении (8) движение энергии направлено вдоль оси Z в положительном направлении и не зависит от координат. Можно выбрать и другие частные решения, соответствующие иным направлениям движения, однако принципиальный смысл (8) состоит в том, что энергетический потенциал плоской однородной волны в свободном пространстве прямо пропорционален пути, вдоль которого движется энергия. Для определения постоянной Π_m в (8) и (9) рассмотрим линейно поляризованную плоскую волну с вектором напряженности энергетического поля, ориентированным вдоль оси X. Известно, решение однородного уравнения Гельмгольца для плоской электромагнитной волны имеет вид:

$$\vec{E} = \vec{e}_x E_m e^{j\beta z}, \tag{10}$$

где $\vec{e}_x$ – единичный векторный орт оси X;

E_m – амплитуда напряженности электрического поля, не зависящая от координат.

Приняв, что амплитуда напряженности электрического поля имеет вещественный характер, подставим (10) в соотношение для комплексного вектора Пойнтинга-Максвелла (3) и после несложных векторных преобразований получим:

$$\vec{\Pi}_к = \vec{e}_z \frac{E^2{}_m}{2\rho}, \tag{11}$$

где ρ – волновое сопротивление среды.

Таким образом, так же как и в (9), комплексный вектор Пойнтинга-Максвелла плоской линейно поляризованной волны имеет только вещественную компоненту в направлении $\vec{e}_z$. Из выражений (9) и (11) постоянная Π_m будет равна:

$$\Pi_m = \frac{E^2{}_m}{2\rho}. \tag{12}$$

Таким образом, энергетический потенциал плоской однородной электромагнитной волны в свободном пространстве имеет только вещественную компоненту и прямо пропорционален пути в направлении распространения и не зависит от длины волны электромагнитных колебаний.

Библиографический список

1. Серегин, В.П. Теория энергетически потенциальных электромагнитных волн / В.П. Серегин. – Челябинск: ЧПИ, 1975 – 121 с.

2. Хенл, Х. Теория дифракции / Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестфаль; пер. с нем. под ред. Г.Д. Малюжинца. – М.: Мир, 1964.

3. Анго, А. Математика для электро- и радиоинженеров / А. Анго; пер. с франц. под ред. К.С. Шифрина. – М.: Наука, 1965.

4. Семенов, Н.А. Техническая электродинамика / Н.А. Семенов. – М.: Связь, 1973.

К содержанию