

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»
Высшая школа электроники и компьютерных наук
Кафедра «Системы автоматического управления»

РАБОТА ПРОВЕРЕНА

Рецензент

доцент каф. АиУ, к.т.н.

_____/ Л.А. Озеров

« ____ » _____ 2020 г.

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

д.т.н., профессор

_____/ В.И. Ширяев

« ____ » _____ 2020 г.

Алгоритмы фильтрации в бортовом комплексе управления космического аппарата

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ
ЮУрГУ – 24.05.06.2020.424.00 ПЗ ВКР

Руководитель работы

зав. каф. САУ, д.т.н., проф.

_____/ В.И. Ширяев

« ____ » _____ 2020 г.

Автор работы

студент группы КЭ-567

_____/ Д.П. Клепач

« ____ » _____ 2020 г.

Нормоконтролер

зав. каф. САУ, д.т.н., проф.

_____/ В.И. Ширяев

« ____ » _____ 2020 г.

АННОТАЦИЯ

Клепач Д.П. Алгоритмы фильтрации в бортовом комплексе управления космического аппарата. – Челябинск: ЮУрГУ, ВШ ЭКН; 2020, 94 с., 29 ил., библиогр. список – 94 наим., 18 листов слайдов презентации ф.А4, 3 прил.

В работе рассматривается алгоритм комплексирования информации с инерциальной навигационной системой и звездного датчика в задаче ориентации космического аппарата, позволяющий эффективно фильтровать ошибку звездного датчика.

Целью работы является повышение точности оценок изменяющихся параметров на основе синтеза алгоритмов гарантированного оценивания параметров по совокупности наблюдений.

В результате работы представлен состав элементов бортового комплекса управления космического аппарата для полета на астероид. В задаче ориентации, получена оценка углового движения космического аппарата при комплексировании информации с инерциального навигационного блока и звездного датчика с помощью алгоритма гарантированного оценивания. Снижена ошибка оценивания в 3,75 раза по первой координате вектора состояния, в 1,75 раза по второй координате, в 18 раз по третьей координате в сравнении с оценкой, полученной с помощью фильтра Калмана для одной из реализации на 100 шагах..

Гарантированное оценивание является перспективным направлением в теории управления динамическими системами в условиях неполноты информации, когда отсутствуют статистические характеристики возмущений и помех.

Для реализации алгоритма использовался программный пакет Matlab R2017a.

					24.05.06.2020.424.00 ПЗ			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>		Клепач Д.П.				<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>		Ширяев В.И.			Д		4	94
<i>Реценз.</i>		Озеров Л.А.			ЮУрГУ Кафедра САУ			
<i>Н. Контр.</i>		Ширяев В.И.						
<i>Утверд.</i>		Ширяев В.И.						
<i>Алгоритмы фильтрации в бортовом комплексе управления космического аппарата</i>								

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	7
1 ЗАДАЧА НАВИГАЦИИ И ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА	
1.1 Задача ориентации и навигации космического аппарата	9
1.2 Задача комплексирования информации инерциальной навигационной системы и астродатчика	11
1.3 Задача оценивания при комплексировании информации инерциального навигационного блока и звездного датчика	13
1.4 Постановка задачи	16
2 ЭЛЕМЕНТНЫЙ СОСТАВ БОРТОВОГО КОМПЛЕКСА УПРАВЛЕНИЯ.	20
2.1 Требования к БКУ КА для полета на малое космическое тело	21
2.2 Обзор существующих решений.....	22
2.3 Структура и элементный состав БКУ	24
2.3 Характеристики элементов БКУ КА.....	26
2.3.1 Бортовая цифровая вычислительная машина	26
2.3.2 Блоки силовой автоматики.....	27
2.3.3 Информационно-измерительный блок (ИИБ) АИСТ-350.....	28
2.3.4 Звездный датчик.....	29
2.3.5 Трехкомпонентный измеритель угловой.....	30
2.3.6 Система технического зрения.....	30
2.3.7 Лазерный дальномер.....	31
2.3.8 Двигательные установки	31
2.3.9 Компановка КА	34
Выводы.....	37
3 АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.....	38
3.1 Метод наименьших квадратов.....	38
3.2 Фильтр Калмана	39
3.3 Минимаксный подход для фильтра Калмана.....	42

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		5

3.3 Минимаксный фильтр	44
3.4 Аппроксимация информационного множества минимаксного фильтра	46
3.5 Сравнение фильтра Калмана и минимаксного фильтра	48
4 ОЦЕНИВАНИЕ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА	
4.1 Задача оценивания углового движения КА.....	51
4.2 Оценка углового движения с учетом информации ДУС	51
4.3 Оценка углового движения с учетом информации ЗД и ДУС	57
4.4 Комплексование информации ЗД и ДУС	60
4.4.1 Одношаговая процедура.....	61
4.4.2 Многошаговая процедура	65
Выводы	69
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	70
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	71
ПРИЛОЖЕНИЯ	
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Алгоритм минимаксного фильтра.....	79
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Алгоритм фильтра Калмана.....	83
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Алгоритм комплексования информации ИНС и ЗД	87

ВВЕДЕНИЕ

Технология решения задач навигационного обеспечения в бортовых комплексах управления космических аппаратов основывается на использовании навигационной аппаратуры, которая позволяет определять параметры движения центра масс космического аппарата с целью управления космическим аппаратом и обработкой информации [17].

В задача управления динамическими системами, где требуется высокая точность, распространено использование различных схем комплексной обработки разнородных данных. При решении таких задач в таких системах необходимо учитывать вычислительную нагрузку, а также точность алгоритмов. В связи с этим возникает актуальная задача разработки алгоритмов комплексирования информации с датчиков [4].

Задачей комплексирования навигационной информации является совместная обработка навигационных данных для определения основных навигационных параметров движущегося объекта с максимальной точностью. Эта точность зависит от качества измерителей и алгоритмов обработки навигационных сигналов [4].

В работе рассматривается алгоритм комплексирования информации с инерциальной навигационной системой и звездного датчика в задаче ориентации космического аппарата, позволяющий эффективно фильтровать ошибку звездного датчика [59].

Целью работы является повышение точности оценивания навигационных параметров на основе синтеза алгоритмов гарантированного оценивания параметров по наблюдениям.

Для достижения названной цели необходимо решить следующие задачи.

1. Определить элементный состав бортового комплекса управления и выделить источники информации для обработки.
2. Провести сравнительный анализ известных методов и алгоритмов оценивания информации при комплексировании.
3. Провести сравнительный анализ результатов гарантированного оценивания и оценивания фильтра Калмана при комплексировании.

При решении задач, рассматриваемых в работе, были использованы методы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, теории фильтрации, теории навигации и ориентации.

В первой главе проведен обзор в области разработки и моделирования систем навигации. Рассмотрены основные способы комплексирования информации

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		7

измерительных систем, а также выделены основные методы оценивания, такие как минимаксный фильтр и фильтр Калмана.

Вторая глава посвящена рассмотрению требований к элементному составу бортового комплекса управления. Выбран элементный состав БКУ КА для автономного полета на малое космическое тело. Описаны основные характеристики элементов бортового комплекса управления.

В третьей главе рассматриваются алгоритмы оценивания при комплексировании информации. Здесь обсуждаются вопросы построения математических моделей для решаемых задач фильтрации. Сравниваются фильтр Калмана и минимаксный фильтр.

В четвертой главе проводится сравнение результатов алгоритмов оценивания навигационных параметров: в задаче с угловым движением объекта.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
						8
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

1 ЗАДАЧА НАВИГАЦИИ И ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

1.1 Задача ориентации и навигации космического аппарата

Рассматривается задача сближения космического аппарата с малым космическим телом (астероидом), элементный состав бортового комплекса управления космическим аппаратом, предназначенного для управления траекторией сближения, осуществления ориентации положения космического аппарата относительно астероида. Управление полётом и сближением КА с астероидом на всём времени эксплуатации должно осуществляться бортовой системой управления в автоматическом режиме, независимо от наличия связи с управляющим центром на Земле. Осуществляется управление полетом на трех этапах: дальнейшее наведение – со 100 км до 10 км, ближнее наведение – с 10 км до 1 км, этап посадки – с 1 км, в процессе которого также осуществляется поиск площадки для посадки на астероид. На всех этапах полета важной задачей является задача навигации.

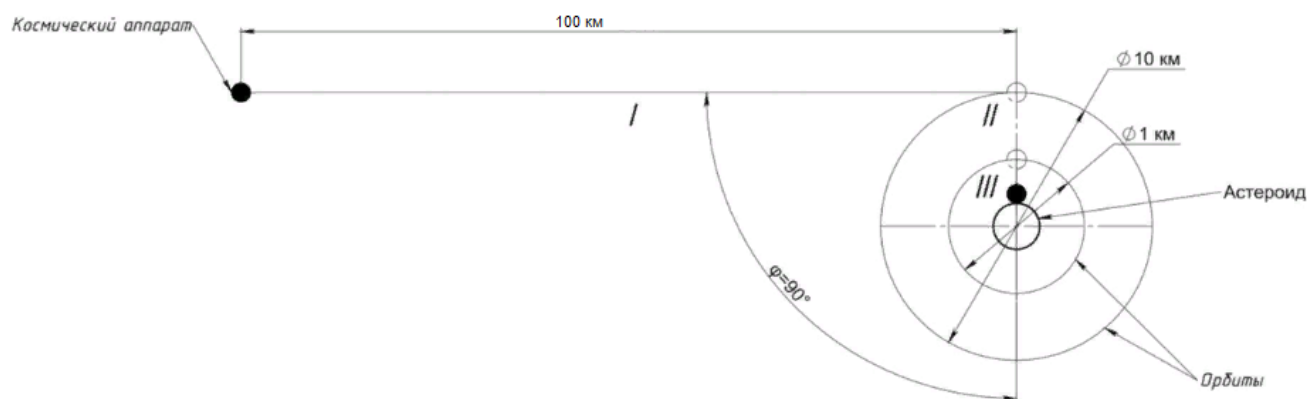


Рисунок 1.1 – Схема посадки КА на астероид

Задача навигации заключается в определении текущих параметров движения КА, например, координат и скорости в инерциальной системе координат. Определение параметров производится на основе измерения доступных навигационных параметров. Также рассматриваются дополнительные задачи, такие как определение параметров фактической орбиты КА; расчет текущих отклонений КА от программной траектории; прогноз кинематических параметров движения КА на заданный момент времени; определение трассы КА — текущих координат проекции ЦМ КА на поверхность Земли и т. Д [77].

Под задачами ориентации и стабилизации, относящимися к короткопериодическому движению вокруг ЦМ, подразумевают совмещение осей системы координат, связанной с КА, с осями базовой системы координат (задача ориентации) и компенсацию малых угловых отклонений от этих осей, неизбежно возникающих под действием возмущений (задача стабилизации). Кроме того,

после отделения КА от последней ступени ракеты-носителя возникает задача торможения и останова его вращения [77].

Для автономных систем распространено использование таких измерителей, как устройства инерциальной (измерители линейных ускорений и угловых скоростей) и астрономической (звездные датчики) навигации и ориентации.

В составе бортовых комплексов управления космических аппаратов представлены устройства навигации и ориентации, использующие информацию от астрономических источников. Особенно полезными оказываются астронавигационные устройства при космических полетах в дальнем космосе, когда наземные радиотехнические измерительные средства не могут обеспечить решение задач навигации и ориентации с необходимой точностью и скоростью [77].

Астронавигационные системы относятся к автономным системам, а астронавигационные измерения проводятся на борту космического аппарата на пассивных участках траектории бортовыми автоматизированными оптическими приборами. В межпланетных полетах измеряются также и расстояния до небесных тел Солнечной системы [77].

К числу основных навигационных систем различных подвижных объектов относятся инерциальные навигационные системы (ИНС). Инерциальная измерительная система обеспечивает непрерывную измерительную информацию о параметрах движения КА. Для работы ИНС не требуется дополнительной информации об окружающих условиях. ИНС могут работать в автономном режиме, но нужно учитывать, что они накапливают погрешность [85].

Объединение ИНС с навигационными системами, основанных на других физических принципах (системы спутниковой навигации, звездные датчики и др.) позволяет устранить этот недостаток.

Разработка систем ориентации, которые работают на разных физических принципах, основана на комплексировании первичной информации в целях повышения надежности и точности автономной системы ориентации. [1,6,11,62,73,94]. Среди схем комплексирования систем ориентации различных типов наибольшее распространение [18,62,68-70] нашли инвариантные схемы, которые оценивают не параметры ориентации, а их погрешности [60].

Математическая обработка информации с ИНС и ЗД позволяет определять параметры ориентации и угловой скорости с высокой точностью, которая необходима для работы системы управления движением КА [1,6,32,60,94].

Методами оценивания в алгоритмах комплексирования информации ИНС и ЗД могут быть методы наименьших квадратов (МНК), фильтр Калмана (ОФК), минимаксный фильтра (ММФ) и связанные с ними результаты дальнейших

исследований отдельных сторон этих методов, характерных для систем ориентации (оптимизация наблюдений МНК, структурная и параметрическая адаптация фильтра Калмана) [31,47,60,67,76,88,92,93].

1.2 Задача комплексирования информации инерциальной навигационной системы и астродатчика

В комплексных навигационных системах один и тот же навигационный параметр определяется несколькими навигационными системами, основанными на различных физических принципах. Сюда относятся инерциальные навигационные системы (ИНС). Объединение ИНС с навигационными системами, основанных на других физических принципах (системы спутниковой навигации (СНС), звездные датчики и др.) позволяет устранить этот недостаток [59].

Основная задача, решаемая комплексными навигационными системами – выработка для системы управления КА достоверной навигационной информации с требуемой точностью и динамическими характеристиками.

Алгоритмы предварительной обработки информации ИНС предназначены для реализации преобразования первичной информации от ИНС в вектор приращений углов измерительных каналов ИНС. Для достижения высокой точности определения параметров ориентации должна быть решена задача контроля первичной информации от измерителей, с целью обеспечения бесбойной информацией и быстрого переключения на резерв.

Алгоритмы расчета параметров ориентации. Выходная информация ИНС в виде вектора приращений углов измерительных каналов ИНС за время между опросами ИНС поступает на вход алгоритмов расчета параметров ориентации. Данные алгоритмы представляют собой алгоритмы интегрирования кватерниона ориентации ВСК КА [9] и подробно описывается в [24].

Алгоритмы ПОИ ЗД предназначены для проведения функционального контроля измерительной информации ЗД и преобразования кватерниона, измеренного ЗД, из ПСК ЗД в ВСК КА. Соответственно, выходом алгоритмов ПОИ ЗД является кватернион ориентации ВСК КА относительно ИСК, рассчитанный по кватерниону ориентации ПСК ЗД. Подробное описание алгоритмов можно найти в [24].

Назначение алгоритма грубой астрокоррекции заключается в коррекции ухода базиса ориентации под действием некомпенсированных дрейфов ИНС на начальном участке полета КА. Алгоритмы представляют собой механизм коррекции начальных условий для интегрирования угловых скоростей от ИНС и в настоящей работе подробно не описываются.

										Лист
										11
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	24.05.06.2020 424 00 ПЗ					

Алгоритм астрокоррекции предназначен для периодической коррекции ухода базиса ориентации, вызванных не калибруемыми дрейфами ИНС, на участке штатного функционирования КА. Выходом алгоритмов астрокоррекции является рассчитанный с высокой точностью кватернион ориентации ВСК КА относительно ИСК, который используется как для коррекции начальных условий интегрирования ориентации КА, так и для алгоритмов калибровки дрейфов ИНС.

Алгоритм подготовки данных для коррекции погрешностей масштабных коэффициентов и перекосов измерительных осей ИНС предназначен для предварительной обработки измерительной информации ИНС и ЗД и упаковки этой информации и передачи в составе ТМИ в НКУ. На основании данных бортового алгоритма наземная часть производит расчет поправок к матрице установке измерительных осей ИНС в ВСК КА и поправок к масштабным коэффициентам измерительных каналов ИНС. Подробно алгоритм и процедура описана в [71].

Для выполнения требований по точности определения параметров ориентации автором предлагаются следующие алгоритмы.

Алгоритм двухточечной калибровки дрейфов ИНС осуществляет компенсацию остаточных дрейфов ИНС, вызванных нестабильностью дрейфа измерительных каналов ИНС. Алгоритм применяется на участке штатного функционирования КА [59], [61]. Отличительной чертой алгоритма калибровки дрейфов является расчет дрейфов гироскопов по двум точкам получения данных об ориентации КА от ЗД.

Алгоритм комплексирования предназначен для совместной обработки данных от ИНС и ЗД с целью компенсации ухода ориентации ВСК КА относительно ИСК, рассчитанной по данным от ИНС, под действием остаточных дрейфов измерительных каналов ИНС и минимизации высокочастотной шумовой погрешности ЗД. Алгоритм отличается от известных, аналогичных алгоритмов оценкой вектора малого поворота между истинной и рассчитанной ориентациями в совокупности с расчетом ковариационных матриц и матриц коэффициентов усиления с тактом меньшим такта формирования оценки.

Алгоритм модели виртуального звездного прибора осуществляет фильтрацию высокочастотной шумовой погрешности ЗД на базе интегральной обработки информации от одновременно работающих ЗД. Алгоритм отличает отсутствие запаздывания информации при фильтрации шумов ЗД за счет использования модели виртуального звездного прибора.

										Лист
										12
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	24.05.06.2020 424 00 ПЗ					

1.3 Задача оценивания при комплексировании информации инерциального навигационного блока и звездного датчика

Как уже было сказано в п. 1.2, математическая обработка с помощью алгоритмов фильтрации информации с инерциальной навигационной системы и звездного датчика позволяет определять параметры ориентации и угловой скорости с высокой точностью, которая необходима для работы системы управления движением космического аппарата, а алгоритмами фильтрации при комплексировании могут быть метод наименьших квадратов, фильтр Калмана, гарантированный фильтр и др.

Выбор алгоритма оценивания зависит от предположения о характере и моделях возмущений и помех. Если в системе случайные возмущения и помехи измерений отсутствуют, то задача оценивания решается с помощью детерминированной процедуры, например, методом наименьших квадратов или детерминированным наблюдателем.

Разработан ряд вероятностных методов и подходов в задачах управления, идентификации и фильтрации [85,94]. Байесовский фильтр был первой попыткой вычислять неизвестные параметры системы. Основная идея этого фильтра заключается в том, что все формы неопределенности могут быть выражены и измерены с помощью вероятностей, в оценка неизвестных параметров проводится по критерию минимума ожидаемых потерь [64]. Для вектора неизвестных параметров, координаты которого, например, могут быть шумом, возмущением, неопределенность выражена априорным распределением, тогда байесовская оценка параметра является наилучшей в смысле доставления минимума апостериорному байесовскому риску:

$$\int \|\theta - \hat{\theta}\|^2 z(\theta|y_{1:N}) d\theta. \quad (1.3)$$

Метод максимума правдоподобия позволяет оценивать параметры генеральной совокупности с помощью с помощью максимизации правдоподобия выборки, которое описывается функцией совместного распределения. Выборка из n наблюдений описывается функцией совместного распределения, где θ – вектор неизвестных параметров. Оценка максимального правдоподобия неизвестного параметра $\hat{\theta}$ является значение, при котором функция правдоподобия достигает максимума:

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta). \quad (1.4)$$

Данный метод требует больших вычислительных затрат и не гарантирует сходимости.

Для описания реальных процессов часто применяют стохастические модели, когда начальное состояние, возмущения и ошибки измерений являются нормально распределенными взаимно некоррелированными случайными величинами:

$$x_0 \sim N(0, P_0), w_k \sim N(0, Q), v_k \sim N(0, R). \quad (1.5)$$

В этом случае применяется фильтр Калмана, который дает простой алгоритм вычисления оптимальной оценки вектора состояния при гауссовских помехах и возмущениях [10,87].

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= A\hat{x}_k + K_{k+1}(y_{k+1} - G\hat{x}_k), \\ K_k &= (AP_{k-1}A' + \Gamma Q_{k-1}\Gamma')((AP_{k-1}A' + \Gamma Q_{k-1}\Gamma') + HR_kH')^{-1}, \\ P_{k+1} &= (I - K_k)(AP_{k-1}A' + \Gamma Q_{k-1}\Gamma'), \quad k = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где K_{k+1} коэффициент усиления, P_{k+1} ковариационная матрица ошибок, $x_k \in R^n$, $y_{k+1} \in R^m$ – векторы состояния системы, измерений соответственно, A, Γ, G, H – известные матрицы соответствующих размерностей.

Возможность синтеза оптимальных оценок рекуррентным способом представляет большой практически интерес в связи с удобством реализации данного фильтра с использованием современной вычислительной техники. Будущее состояние системы определяется текущей оценкой и вновь поступившей информацией, потому нет необходимости помнить всю предшествующую информацию.

Фильтр дает оптимальную оценку: условием оптимальности оценки является минимум мат. ожидание ее среднеквадратической ошибки. Однако при использовании калмановской фильтрации в конкретных прикладных задачах могут возникать проблемы. Недостатком фильтра Калмана является расходимость, когда ошибки оценивания во много раз превышают теоретические, характеризуемые дисперсией [87]. Одними из главных причин расходимости являются неточность или неполнота априорной информации о свойствах процессов, неточность задания уравнений движения и наблюдения, отсутствие информации о реальной физической задаче, линеаризация уравнений, ошибки, связанные с моделированием вероятностных характеристик возмущений и помех.

Кроме того, во многих приложениях стохастическое описание возмущений не является полным. Так, для многих измерительных систем, которые используются, например, для обеспечения космических экспериментов, нет достаточного количества экспериментальных данных. Поэтому невозможно определить статистические характеристики с достаточной точностью и надежностью.

Таким образом, вероятностный подход хоть и является удобной математической формализацией процессов в динамических системах, но не всегда

является обоснованным. Поэтому неопределенность описывают принадлежностью реализаций некоторым множествам:

$$x_0 \in X_0, w_k \in W, v_k \in V. \quad (1.7)$$

Что приводит к необходимости решения задачи оценивания в гарантирующей постановке или минимаксной постановке. При таком подходе требуется получить оценку в виде информационного множества, в котором гарантированного находится вектор состояния. Минимаксный фильтр включает в себя выполнение линейного преобразования, операций суммы множеств в смысле Минковского и пересечение множеств.

В настоящее время в теории управления и идентификации активно развивается область гарантированного оценивания вектора состояния для систем с геометрическими ограничениями на начальное состояние системы, возмущения и помехи. Ее исследованию посвящено множество отечественных и зарубежных публикаций [2,4,12,25,30,32-34,37,38,42,45,46,50-52,58,63,74,78,79].

Гарантированное оценивание активно изучается с 60-х годов, начиная с работ Ф.К. Швеппе, И.Я. Каца, Н.Н. Красовского, А.Б. Куржанского и др. Ключевым понятием в гарантированном оценивании является информационное множество, которое определяет набор возможных состояний динамической системы в некоторый момент времени на основе модели системы и измерений. Понятие гарантированных или минимаксных оценок встречается и при стохастическом подходе [49,65,66], но в данном подходе гарантия рассматривается относительно некоторого вероятностного критерия, а не как множественная оценка, гарантированно содержащая истинное состояние динамической системы.

Пусть процессы в системе управления описываются линейными разностными уравнениями вида

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \Gamma w_k, \\ y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, k = 0, 1, \dots, \end{cases} \quad (1.8)$$

где $x_{k+1} \in R^n, w_k \in R^m, y_{k+1} \in R^l, v_{k+1} \in R^h, u_k \in R^d$ – векторы состояния системы, возмущения, измерения, ошибок измерений, управления на k -м шаге соответственно; A, B, Γ, G, H – известные матрицы.

Для начального состояния x_0 системы, возмущений w_k и помех v_{k+1} могут быть заданы геометрические ограничения. В этом случае известно, что начальное состояние, возмущения и помехи являются неизвестными, но могут принимать любые значения из некоторых заданных выпуклых множеств

$$x_0 \in X_0, w_k \in W, v_k \in V. \quad (1.9)$$

где X_0, V, W – множества, заданные в виде выпуклых многогранников. Для каждого момента времени x_{k+1}, w_k, v_{k+1} принимают любое значение из множеств (1.9).

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		15

Требуется получить оценку в виде информационного множества \bar{X}_k , в котором гарантированно находится вектор состояния $x_k \in \bar{X}_k$.

На основе предыдущего информационного множества \bar{X}_k рассчитывается множество прогнозов вектора состояния x_{k+1} системы

$$X_{k+1/k} = A\bar{X}_k + Bu_k + \Gamma W. \quad (1.10)$$

По результатам измерений y_{k+1} рассчитывается множество состояний совместимых с измерением

$$X[y_{k+1}] = \{x \in R^n | Gx + Hv = y \forall v \in V\}. \quad (1.11)$$

Затем находим информационное множество, как область пересечения множества прогнозов и множества, совместимого с измерениями

$$\bar{X}_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X[y_{k+1}]. \quad (1.12)$$

Операции в (1.10)-(1.12) проводятся над множествами: линейное преобразование, сумма множеств в смысле Минковского и пересечение множеств. Как видно из соотношений размер и форма информационных множеств зависят от размера исходных множеств и от реализовавшихся значений возмущений и помех. Информационное множество вычисляется как пересечение множества прогнозов и множества совместимого с измерением, положение которых зависит от реализовавшихся возмущений и помех, и чем меньше размер результирующего множества, тем точнее получается оценка. Таким образом, если информационное множество представляет собой точку, это означает, что получено точное значение вектора состояния динамической системы. При использовании стохастического подхода, даже если на каком-то шаге оценка вектора состояния совпадет с истинным значением вектора состояния, то фильтр Калмана не сможет распознать эту ситуацию. Отметим, что система должна быть наблюдаемой. В противном случае информационное множество может быть неограниченным. Как правило, форма информационных множеств \bar{X}_{k+1} достаточно сложная, то есть множество может содержать большое количество вершин и граней, а операции над множествами являются вычислительно сложными для систем большой размерности в реальном времени. Вместо точного построения информационных множеств \bar{X}_{k+1} используют [53] приближенное значение $\bar{X}_{a k+1} \supseteq \bar{X}_{k+1}$, т.е. аппроксимацию сверху (см. подробнее в главе 3).

1.4 Постановка задачи

Рассмотрим КА в качестве объекта управления, функционирующего в условиях неопределенности, в процессе движения которого производится измерение функций компонент вектора состояния и его параметров. На основе информации об измерениях осуществляется оценивание вектора состояния. Рассмотрим

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		16

алгоритмы гарантированного оценивания и фильтра Калмана для динамической системы в условиях неопределенности

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + \Gamma w_k + Bu_k, \\ y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, k = 0, 1, \dots, \end{cases} \quad (1.13)$$

где $x_{k+1} \in R^n, w_k \in R^m, y_{k+1} \in R^l, v_{k+1} \in R^h, u_k \in R^d$ – векторы состояния системы, возмущения, измерения, ошибок измерений, управления на k -м шаге соответственно; A, B, Γ, G, H – известные матрицы.

Модель ошибок измерений ИНС с допустимыми упрощениями имеет вид

$$\omega_{\text{вост}} = \omega + b + \eta \quad (1.14)$$

где ω – истинная угловая скорость в проекциях на оси связанной системы координат объекта, $\omega_{\text{вост}}$ – восстановленная угловая скорость в проекциях на оси связанной системы координат объекта, b – дрейфы измерительных каналов ИНС, η – вектор шума измерительных каналов ИНС.

Основными измерениями ЗД являются координаты векторов направления на визируемые источники излучения, рассчитанные в приборной системе координат ЗД [60]. После измерения векторов созвездия в ПСК происходит расчет ориентации ПСК относительно инерциальной системы координат. Модель ЗД можно записать следующим образом

$$\Lambda_{\text{ПСК}}^{\text{ИСК}} = f(\Gamma + \Delta), \quad (1.15)$$

где $\Lambda_{\text{ПСК}}^{\text{ИСК}}$ кватернион ориентации ПСК ЗД относительно инерциальной системы координат (ИСК); Γ массив координат векторов распознанных созвездий; f функционал, рассчитывающий ориентацию ПСК ЗД относительно ИСК по данным визируемых объектов. Выражение (15) можно записать в следующем виде:

$$\Lambda_{\text{ПСК}}^{\text{ИСК}} = \Lambda^{\text{ИСТ}} \circ \Lambda^{\text{ОШ}}, \quad (1.16)$$

где $\Lambda^{\text{ИСТ}}$ истинный кватернион ориентации ПСК ЗД относительно ИСК; $\Lambda^{\text{ОШ}}$ кватернион малого поворота, переводящий истинную ориентацию ПСК ЗД в ориентацию, полученную под воздействием ошибок измерений.

При разработке алгоритма комплексирования полагаем, что знание ориентации ПСК ИНС и ЗД относительно ССК известно, и вычислительные ошибки этих переходов пренебрежимо малы.

Учитывая модели ошибок ИНС и ЗД [15,6,53,54,60], вектор состояния системы можно записать следующим образом

$$x_k = \left[\Lambda_{k-1}^{\frac{k}{k-1}} \Delta \theta_{k-1}^{\frac{k}{k-1}} P_{k-1}^{\frac{k}{k-1}} \right]^T, \quad (1.17)$$

где $\Lambda_{k-1}^{\frac{k}{k-1}}$ – кватернион перехода от ССК КА к ИСК КА; $\Delta \theta_{k-1}^{\frac{k}{k-1}}$ – вектор угловой скорости ССК КА относительно ИСК КА на интервале между оценками; $P_{k-1}^{\frac{k}{k-1}}$ – вектор дрейфов измерительных каналов ИНС, выраженных на ССК КА.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		17

Для бортового комплекса управления требуется разработать фильтр более низкого порядка с учетом ограничений на вычислительные ресурсы. Такой фильтр не будет обладать свойствами оптимальности, однако субоптимальность можно обеспечить с помощью дополнительных алгоритмических решений [60,61,73].

Задачей алгоритма комплексирования информации ИНС и ЗД является фильтрация высокочастотных шумов ЗД для обеспечения требуемого уровня ошибки определения ориентации. Данная задача может быть решена путем фильтрации изменения ориентации ЗД относительно измерительной информации ИНС. Для построения фильтра рассмотрим вектор малого поворота визирной системы координат (ВСК) КА относительно ИСК. Принимая во внимание модель погрешности измерений ЗД (1.15), для двух соседних тактов получения информации ЗД запишем

$$\Lambda_{ЗД}^i = \Lambda_{ИСТ}^i \circ \Lambda^{0Ш}, \quad (1.18)$$

Учитывая характер движения КА и временной интервал между измерениями ЗД, выражение (1.18) можно представить следующим образом

$$\begin{aligned} \Lambda_t &= \Lambda_{t-1} \circ d\Lambda, \\ \Lambda^{0Ш} &= d\Lambda = \left[1 \quad \frac{\theta_x}{2} \quad \frac{\theta_y}{2} \quad \frac{\theta_z}{2} \right], \\ \Delta\theta &= [\theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z], \end{aligned}$$

где $\Delta\theta$ – вектор малого поворота ВСК КА относительно ИСК в проекциях на оси ВСК КА за такт формирования информации от ЗД, рассчитанный по данным от ЗД и ИНС.

Несложно вывести, что

$$\Delta\theta = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix}.$$

Для фильтрации в качестве вектора состояния системы примем вектор малого поворота между соответствующими одному моменту времени кватернионами ориентации ИНС и ЗД. Тогда вектор состояния будет выглядеть следующим образом:

$$x_k = \left[\theta_x^{\frac{t+1}{t}} \quad \theta_y^{\frac{t+1}{t}} \quad \theta_z^{\frac{t+1}{t}} \right]^T. \quad (1.19)$$

Дополнительное условие к работе алгоритмов фильтрации: работа алгоритмов осуществляется на участке научных измерений при постоянной угловой скорости, без возмущений движения КА w_k , вызванных движениями солнечных батарей, антенн и работой двигательной системой. Вектор управления u_k принимается равным нулю. Вектор ошибок системы и шумы ИНС равны нулю, так как шумы

измерителей ИНС и ЗД различаются между собой более чем на два порядка. Также принимается, что с каждым тактом приема информации от ЗД уходы ИНС, вызванные дрейфами измерительных каналов, компенсируются соответствующими алгоритмами. С учетом выражения (1.19) и равенства $\dot{\theta} = 0$ запишем

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{k+1} = \begin{bmatrix} \theta_{x k+1} \\ \theta_{y k+1} \\ \theta_{z k+1} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \theta_{x k} \\ \theta_{y k} \\ \theta_{z k} \end{bmatrix}, \\ y_{k+1} = G \begin{bmatrix} \theta_{x k+1} \\ \theta_{y k+1} \\ \theta_{z k+1} \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} v_{x k+1} \\ v_{y k+1} \\ v_{z k+1} \end{bmatrix} \quad k = 0, 1, \dots, \end{array} \right. \quad (1.20)$$

где $x_{k+1} \in R^3, y_{k+1} \in R^3, v_{k+1} \in R^3$ – вектор состояния системы, состоящий из составляющих вектора малого поворота, вектор измерений, вектор ошибок измерений, который состоит только из высокочастотных ошибок ЗД $v_{k+1} = (v_{x k+1} \ v_{y k+1} \ v_{z k+1})'$ соответственно. Матрицы G, H – единичные, матрица A содержит $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ составляющие вектора скорости малого поворота, полученные по результатам измерений ИНС и равна

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{pmatrix}.$$

Необходимо получить оценку вектора состояния x_{k+1} с помощью гарантированного оценивания и фильтра Калмана при комплексировании информации с ИНС и ЗД.

Таким образом, выделены основные направления для работы. Рассмотрена задача ориентации и навигации, в частности комплексирование навигационных измерений. Комплексирование информации с датчиков системы управления КА позволяет получить достоверную навигационную информацию с требуемой точностью и динамическими характеристиками. Описаны основные способы комплексирования информации и выделена одна из схем комплексирования, представленная в работе [59]. Алгоритм совместной обработки данных от ИНС и ЗД с целью компенсации ухода ориентации ВСК КА относительно ИСК, рассчитанной по данным от ИНС, под действием остаточных дрейфов измерительных каналов ИНС и минимизации высокочастотной шумовой погрешности ЗД. Алгоритм отличается от известных, аналогичных алгоритмов оценкой вектора малого поворота между истинной и рассчитанной ориентациями в совокупности с расчетом ковариационных матриц и матриц коэффициентов усиления с тактом меньшим такта формирования оценки.

2 ЭЛЕМЕНТНЫЙ СОСТАВ БОРТОВОГО КОМПЛЕКСА УПРАВЛЕНИЯ

Бортовой комплекс управления космическим аппаратом представляет собой совокупность приборов и устройств с информационным и программным обеспечением, предназначенным для управления движением космическим аппаратом и управления функционированием бортового оборудования.

Понятие и концепция построения бортовых комплексов управления (БКУ) разрабатывались исходя из требований системного подхода к проектированию бортовых средств управления и контроля и реальной практики управления полетом космических аппаратов (КА) различного класса и назначения [48]. С усложнением средств управления и контроля, выделением подсистем разного функционального назначения возникла потребность в едином подходе к таким вопросам проектирования и эксплуатации, как:

- унификация взаимодействия с многочисленными потребителями управляющей и контрольно-диагностической информации;
- рациональное сочетание централизованных и децентрализованных средств управления и контроля;
- организация локальных и автономных контуров управления;
- стандартизация каналов и протоколов обмена информацией;
- создание, отработка и верификация программного обеспечения.

Содержание понятия «бортовой комплекс управления» и концепция его построения со временем менялись. На этапе проектирования первых космических аппаратов каждая задача решалась автономной работой отдельной системы, содержащей свои датчики, исполнительные органы, автоматику управления [48].

Выполнение любой задачи каждой из подсистем состоит из: сбора информации об обстановке; обработки данной информации по алгоритмам, соответствующим состоянию объекта, среды и условиям применения; выработки команд управления и реализации управления различными объектами. В соответствии с этим к основным средствам КА относят: информационные средства – источники первичной информации; средства обработки информации, принятия решения и формирования команд управления; исполнительные органы (объекты управления).

Средства обработки информации, принятия решений и формирования команд управления занимают центральное место и определяют специфику работы управляющей системы.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		20

2.1 Требования к БКУ КА для полета на малое космическое тело

Были выдвинуты требования заказчика к характеристикам БКУ КА для полета на астероид. Приведем в таблице 2.1 перечень требуемых характеристик основных БКУ КА.

Таблица 2.1 – Перечень требований к характеристикам БКУ КА

Номер	Характеристика	Величина
1.	Масса космического аппарата, кг	250-300
2.	Момент инерции (по всем осям одинаковые), Н/м	100
3.	Тяга маршевого двигателя вдоль продольной оси, Н Управляется только в импульсном режиме.	100
4.	Вес маршевого двигателя, кг	5
5.	Расход топлива маршевого двигателя, кг/с	0,4
6.	Тяга тормозных двигателей в связке (жрд), Н	По 20 каждый
7.	Двигатели малой тяги (газовые), Н Только в импульсном режиме, от 16 до 24 штук Для разворота достаточно 4 Н	0,8 – 1
8.	Расход топлива двигателя малой тяги , г/с	1
9.	Дальность, км	100 +/- 10
10.	Скорость КА относительно астероида, м/с (по модулю)	100
11.	Вертикальная скорость посадки, м/с	0,5

БКУ должен распределяться внутри космического аппарата (КА), размеры которого не превышают 2000 мм по трём основным осям; время сближения КА с астероидом должно занимать не более 1 часа; время стыковки КА с астероидом должно занимать не более 24 часов.

Исполнительными механизмами БКУ являются приборы и агрегаты, находящиеся в составе КА.

Электропитание БКУ осуществляется от основной (или резервной) системы электропитания КА посредством кабельной сети КА.

Управление полётом и сближением КА на всём времени эксплуатации должно осуществляться бортовой системой управления в автоматическом режиме, независимо от наличия связи с управляющим центром на Земле.

Осуществляется управление полетом с расстояния 100 км до 10 км – этап дальнего наведения, с 10 км до 1 км – этап ближнего наведения, с 1 км

осуществляется посадка на астероид; поиск площадки осуществляется с помощью системы технического зрения; разница начальных скоростей КА с астероидом 100 м/с; скорость КА при посадке на астероид не превышает 3,5 м/с.

2.2 Обзор существующих решений

Московское опытно-конструкторское бюро «Марс» имеет многолетний опыт создания авиационных и космических систем навигации и управления.

Опыт разработки наземных и летных испытаний систем и комплексов управления для объектов космического назначения позволил МОКБ «Марс» сформировать унифицированный ряд БКУ для КА различного применения, единый подход к проектированию наземной контрольной аппаратуры, сквозную директивную технологию создания и отработки аппаратуры и программного обеспечения, состав и структуру типовых комплексных и динамических моделирующих стендов, а также кооперацию разработчиков (информационные датчики, исполнительные органы). За прототип берутся универсальная платформа «Карат» и «Навигатор», состав БКУ которых идентичный и берется за основу в данной работе [11].

Унифицированная космическая платформа "Навигатор" – базовая платформа для служебных систем, создаваемых в НПО им. С.А. Лавочкина космических аппаратов научного назначения.

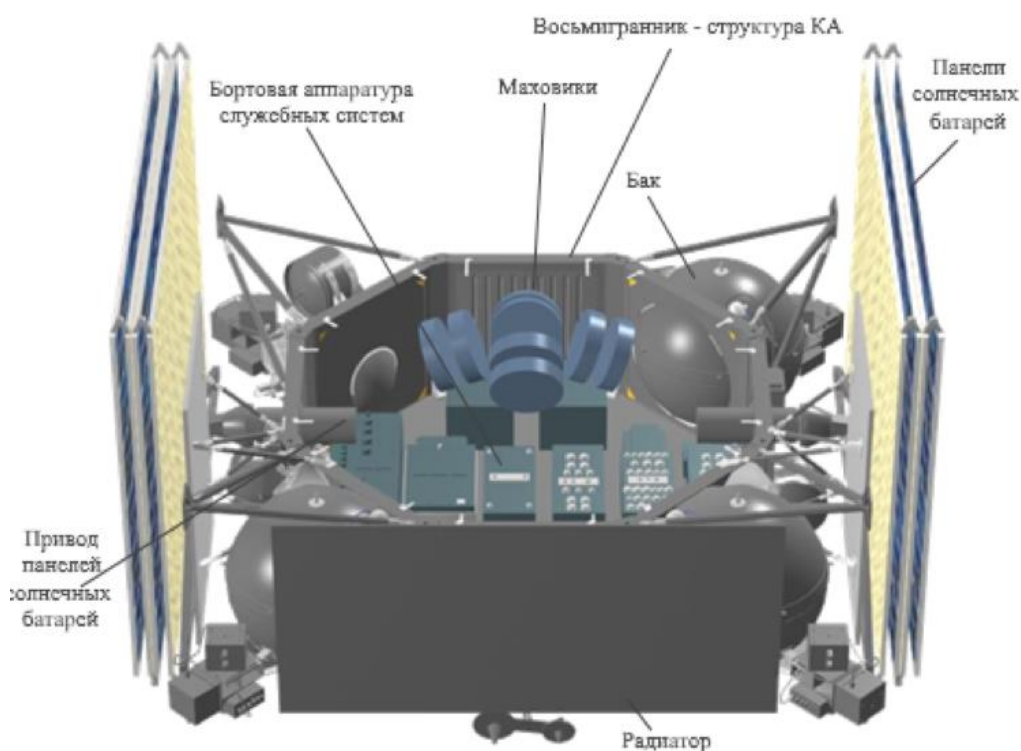


Рисунок 2.1 Общий вид УКП «Навигатор»

Бортовой комплекс управления платформы «НАВИГАТОР» создавался МОКБ «Марс» по техническому заданию НПО имени С.А. Лавочкина как универсальный комплекс управления для тяжелых космических аппаратов различного назначения.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист 22
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Бортовой комплекс управления предназначен как для решения задач управления движением на базе автономного определения ориентации космического аппарата и баллистического прогноза, так и для решения задач управления бортовыми смежными системами:

- Двигательными установками;
- Средствами обеспечения тепловых режимов;
- Ориентации и раскрытия солнечных батарей;
- Элементами бортового радиокомплекса;
- Телеметрической станцией;
- Целевой аппаратурой.

Бортовой комплекс управления должен обеспечивать как штатное функционирование по программам, задаваемым полетными заданиями и кодовыми командами от наземного комплекса управления, так и длительное автономное функционирование при отсутствии связи с наземным комплексом управления. Заданный срок активного существования бортового комплекса управления в полете – 10 и более лет.

Структура бортового комплекса управления сформирована на базе центрального бортового вычислителя и цифровых интерфейсов, образующих бортовую вычислительную сеть, позволяющую гибко наращивать функции бортового комплекса управления и, при необходимости, использовать различные по характеристикам измерительные приборы и исполнительные органы без значительных доработок бортового комплекса управления.

Унифицированная космическая платформа (УКП) "Карат" – базовая космическая платформа для создания микроспутников научного назначения. Микроплатформа "Карат" предназначена для создания на её базе микроспутников различного назначения – для проведения исследований по изучению Солнца и солнечно-земных связей, по наблюдению малых тел Солнечной системы, по проведению экспериментов в области астрофизики, для наблюдения Земли из космоса в интересах фундаментальных космических исследований и т.д.

Платформа выполнена в виде безкорпусной, негерметичной конструкции. Её вес не превышает 100 кг, вес полезной нагрузки – до 60 кг.

Одно из основных достоинств малоразмерных космических аппаратов (МКА) - ценовая привлекательность изготовления и выведения в космос. С учетом относительно низкой цены таких аппаратов из них могут быть сформированы спутниковые системы связи, непрерывного мониторинга земной поверхности, научных исследований. Достоинством таких систем является высокая живучесть и надёжность.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		23

Проектные работы по МКА проводятся с учетом унификации составных частей и платформы в целом, адаптации ее для выполнения широкого круга задач, а также возможности выведения МКА на различных типах ракет-носителей, в том числе, конверсионных, как в качестве основного, так и попутного груза.

Унифицированная платформа "Карат" разрабатывается с использованием научно-технического задела НПО им. С.А. Лавочкина, накопленного в процессе работы над рядом проектов, в том числе, малоразмерных КА ("Солнечный парус" и др.). Платформа создается с условием максимального использования существующих и находящихся в завершающей стадии разработки российских бортовых систем, комплексов, приборов, агрегатов и узлов, работоспособных в условиях открытого космоса.

2.3 Структура и элементный состав БКУ

Основные задачи, решаемые бортовым комплексом управления:

- определение ориентации и угловой скорости космического аппарата;
- управление ориентацией КА;
- определение вектора состояния КА;
- управление движением центра масс КА;
- командно-логическое управление бортовыми системами;
- ввод командно-программной информации от наземного комплекса управления;
- сбор, формирование и передача телеметрической информации.

Основные характеристики БКУ: без телеметрической подсистемы и кабелей; БКУ должен распределяться внутри космического аппарата (КА), размеры которого не превышают 2000 мм по трём основным осям; время сближения КА с астероидом должно занимать не более 1 часа; время стыковки КА с астероидом должно занимать не более 24 часов.

Исполнительными механизмами БКУ являются приборы и агрегаты, находящиеся в составе КА.

Электропитание БКУ осуществляется от основной (или резервной) системы электропитания КА посредством кабельной сети КА.

Состав БКУ:

- бортовая цифровая вычислительная система;
- программно-математическое обеспечение БКУ;
- система управления движением и навигацией;
- система управления бортовой комплексом;
- система бортовых измерений и диагностики;
- приборы системы ориентации, навигации и технического зрения;

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		24

– телеметрическая подсистема.

Управление полётом и сближением КА на всём времени эксплуатации должно осуществляться бортовой системой управления в автоматическом режиме, независимо от наличия связи с управляющим центром на Земле;

Осуществляется управление полетом с расстояния 100 км до 10 км – 1 км осуществляется поиск площадки для посадки на астероид; разница начальных скоростей КА с астероидом 100 м/с; скорость КА при посадке на астероид не превышает 3,5 м/с. На рисунке 2.2 можно увидеть структурную схему БКУ КА.

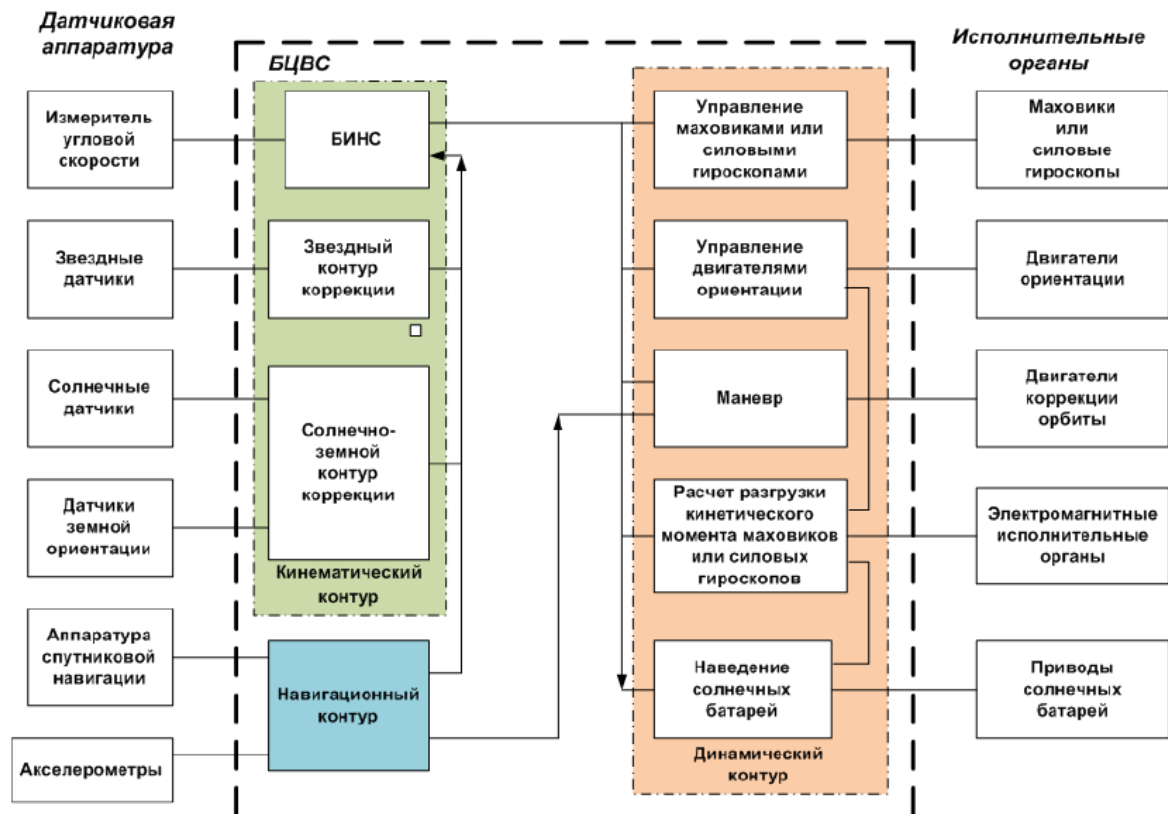


Рисунок 2.2 – Структурная схема БКУ

На основе материалов МОКБ «МАРС» по разработке БКУ был выбран следующий элементный состав (табл.2.2) [39,40]:

- бортовая цифровая вычислительная машина (БЦВМ) МАРС-4, решающая основные задачи системы управления и обеспечивающая информационное взаимодействие с другими подсистемами;
- блоки силовой автоматики (БСА), обеспечивающие коммутацию электропитания и электрическое взаимодействие со смежными системами, имеющими аналоговый вход (выход);
- информационно-измерительный блок (ИИБ) АИСТ-350;
- звездный датчик БОКЗ-МФ, визирует звезды, находящиеся в его поле зрения, и выдает направления на них относительно системы координат, связанной с КА;

- трехкомпонентный измеритель угловой скорости ТИУС-2000;
- лазерный дальномер ЛСДК;
- камеры узкоугольная и широкоугольная.

Таблица 2.2 – Перечень элементов бортового комплекса управления

Прибор	Наименование (кол-во)	Масса, кг	Габариты, мм
Звездный датчик	БОКЗ-МФ (2)	1,8	247×179×180
Трехкомпонентный измеритель угловой скорости	ТИУС-200 (1)	0,4	61×61×90
Инерциальный измерительный блок	АИСТ-350 (1)	0,17	64×64×53,5
Лазерный дальномер	ЛС ДК (1)	3,9	150×200×100
БЦВМ	МАРС 4(1)	8	156×205×214
БСА	(1)	20	
Камера узкоугольная	УТК (2)	2,8	95×40×33
Камера широкоугольная	ШТК (2)	1,6	55×35×33

Вывод: Выбран состав элементов бортового комплекса управления, в который входят астродатчики БОКЗ-МФ, трехкомпонентный измеритель угловой скорости ТИУС-200, инерциальный измерительный блок (блок акселерометров) АИСТ-350 для решения задач навигации и ориентации, лазерный дальномер ЛСДК, электронно-оптическая система, БЦВМ МАРС 4 и БСА. Общая масса БКУ 44,87 кг (47,07 кг), общее энергопотребление 153 Вт (172 Вт).

2.3 Характеристики элементов БКУ КА

2.3.1 Бортовая цифровая вычислительная машина

Бортовая цифровая вычислительная машина (БЦВМ) МАРС-4, решающая основные задачи системы управления и обеспечивающая информационное взаимодействие с другими подсистемами (рис. 2.3).

Базовой для всех БКУ, разрабатываемых МОКБ «Марс» для различных КА, является бортовая цифровая вычислительная система «Марс-4», представляющая

собой четырехгранную БЦВМ, где вычислительным и информационным ядром каждой грани служит двухпроцессорный комплекс «центральный процессор (ЦПР) – процессор ввода/вывода (ПВВ)». Вычислительные ресурсы БЦВС «Марс-4» обеспечивают решение всех известных на сегодняшний день функциональных задач БКУ с определенным технологическим запасом по памяти и быстродействию.



Рисунок 2.3 – Бортовая цифровая вычислительная система «МАРС 4»

Бортовая цифровая вычислительная система «МАРС 4» обладает следующими характеристиками:

- Частота 20 МГц;
- Быстродействие 2.5 млн.оп/с;
- Объем ППЗУ: ЦП – 2048 Кбайт;
- Объем ОЗУ: ЦП – 240 Кбайт;
- Потребляемая мощность сети 27 В – не более 30 Вт;
- Масса – не более 8 кг;
- Габариты (мм) – 156X205X214.

2.3.2 Блоки силовой автоматики

Блоки силовой автоматики (БСА), обеспечивающие коммутацию электропитания и электрическое взаимодействие со смежными системами, имеющими аналоговый вход (выход);

Блоки силовой автоматики предназначены для организации внутреннего взаимодействия БЦВС с подсистемами БСУ и смежными системами, имеющими аналоговый вход (выход). В большинстве случаев БСА осуществляют включение реле, нагревателей, электроклапанов и других подобных устройств. В отдельных случаях БСА преобразовывают аналоговую информацию датчиков в цифровой вид, удобный для использования в БЦВС при выполнении логических и вычислительных функций в соответствии с заложенными алгоритмами.

БСА должны удовлетворять следующим требованиям:

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		27

- иметь высокую надежность и отказоустойчивость в течение срока активного существования КА;
- быть устойчивыми к сбоям при воздействии космического излучения и других дестабилизирующих факторов и иметь механизмы восстановления информации при сбоях;
- иметь минимальные массогабаритные и энергетические характеристики;
- обеспечивать возможность унификации для применения в БСУ КА различного назначения и дальнейшего развития, и модернизации без коренной переделки аппаратуры.

Все разрабатываемые в МОКБ «Марс» БСА имеют в своем составе вычислительное ядро (четырекратно резервированные вычислители) и резервированный комплект исполнительных плат.

2.3.3 Информационно-измерительный блок (ИИБ) АИСТ-350

В состав большинства комплексных систем входит инерциальные навигационные системы, что обусловлено их достоинствами:

- высокой информативностью;
- полной автономность;
- высокой точностью при ограниченном времени;
- высокой степенью помехозащищенности;
- высокой частотой обновления информации.



Рисунок 2.4 – Информационно-измерительный блок (ИИБ) АИСТ-350

Теория ИНС создана трудами многих выдающихся ученых, среди которых следует особо отметить академиков РАН А.Ю. Ишлинского и Д.М. Климова. Она основывается на решении двух классических задач теоретической механики:

интегрировании динамических уравнений Ньютона в подвижных осях и решении кинематических уравнений Пуассона, определяющих изменение взаимной ориентации подвижной и инерциальной систем. На этой основе получены уравнения идеальной (невозмущенной) работы ИНС, позволившие сформулировать основные принципы инерциальной навигации.

В последнее десятилетие наиболее распространенным типом ИНС стали бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). Они широко применяются в аэрокосмической технике и начали применяться различных системах.

Инерциальная навигационная система (ИНС) обеспечивает непрерывную выработку информации о курсе, координатах, скорости движения и параметрах угловой ориентации платформы, на которой установлена ИНС. Следует отметить такие особенности ИНС как автономность и отсутствие демаскирующих признаков работы, определяющее широкое использование ИНС на космических аппаратах. Вместе с тем, недостатком ИНС является нарастающий характер ошибок, в результате чего она периодически или постоянно должна корректироваться от других систем комплексной ориентации и навигации. Перспективным средством коррекции для космических аппаратов считаются астродатчики.

2.3.4 Звездный датчик

Звездный датчик БОКЗ-МФ, визирует звезды, находящиеся в его поле зрения, и выдает направления на них относительно системы координат, связанной с КА (рис. 2.5). Прибор звездной ориентации БОКЗ-МФ был разработан в 2006 году в рамках проекта «Фобос-Грунт». Приборы БОКЗ-МФ для проекта «Фобос-Грунт» был основан на ПЗС-матрице «Кодак-1020».

БОКЗ-МР (2018 г.) является прибором звездной ориентации нового поколения, основанный на современной охлаждаемой КМОП-матрице 2048x2048 пикселей и светосильном объективе. Эти ключевые элементы обеспечивают достижение СКО случайной составляющей погрешности измерения направления оптической оси прибора на уровне 0,4 угл.сек. Кроме того, в приборе осуществлена тепловая развязка бленды от измерительного базиса, что позволяет снизить амплитуду витковых термоупругих деформаций до уровня 0,1 угл.сек.

В приборе БОКЗ-МР осуществлен переход на отечественную элементную базу, процессор выполнен по технологии КНИ, а код программ и данные защищены кодом Хемминга, что позволяет парировать и исправлять сбои, которые могут иметь место под воздействием факторов космического пространства. Общий вид прибора представлен на рисунке

										Лист
										29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата						

24.05.06.2020 424 00 ПЗ



Рисунок 2.5 – Звездный датчик БОКЗ-МФ

2.3.5 Трехкомпонентный измеритель угловой

Трехкомпонентный измеритель угловой скорости ТИУС-200 – это трехосный волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) с замкнутым контуром обратной связи. Его принцип действия (рис. 2.6) . Прибор обладает высокой устойчивостью к электромагнитным помехам, механическим и температурным возмущениям. Прибор предназначен для использования в различных областях техники с целью измерения и контроля угловой скорости вращения в инерциальном пространстве.



Рисунок 2.6 – Трехкомпонентный измеритель угловой скорости ТИУС-200

2.3.6 Система технического зрения

Камеры ONC-W1 (широкоугольная) и ONC-T (узкоугольная) смонтированы на нижней панели аппарата и смотрят на поверхность, тогда как камера ONC-W2 установлена наклонной панели, чтобы делать снимки под углом к поверхности.

Все три камеры используют ПЗС-матрицы с разрешением 1024x1024 пикселей размером 12 мкм, чувствительными в диапазоне волн 350-1060 нм. ПЗС-матрица

представляет собой аналоговую интегральную микросхему, состоящую из светочувствительных фотодиодов на основе кремния. Широкоугольные камеры имеют поле обзора 65,24°. Камера ONC-T имеет узкое поле обзора 6,35°. Блок электроники обеспечивает сжатие изображения, определение центра, выявление ярких объектов, а также другие операции, необходимые для оптической навигации. Камера ONC-T с объективом диаметром 15 мм и фокусным расстоянием 121 мм может использоваться для многополосной спектроскопии. Широкоугольная камера предназначена для изучения характеристик, структуры и текстуры поверхности в масштабах от миллиметра до нескольких метров, а также для получения контекстной информации для других инструментов посадочного аппарата. Поле зрения камеры – 65,24°.

2.3.7 Лазерный дальномер

Лазерный дальномер активизируется на спуске с целью измерения текущей дальности и ориентации относительно местной вертикали. Прибор состоит из четырех источников лазерного излучения, отклоненных на 30° от вертикальной оси. Имея четыре измерения, система управления корректирует текущую ориентацию так, чтобы нижняя панель была параллельна поверхности на последних метрах снижения.

2.3.8 Двигательные установки

Согласно материалам МКБ «Астероид» разрабатываемая компоновка оснащается следующими двигательными установками:

- 1 двигатель орбитального маневрирования 11Д428А-16 (рис. 2.7);

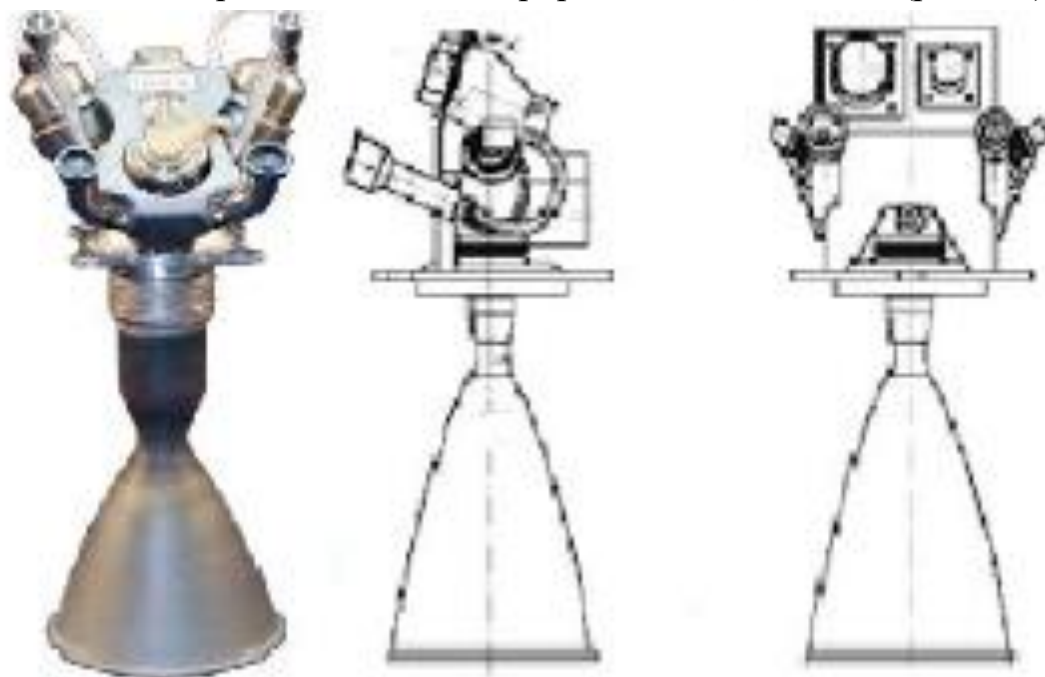


Рисунок 2.7 Общий вид двигательной установки 11Д428А-16

Технические характеристики двигательной установки 11Д428А-16 представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Технические характеристики двигательной установки 11Д428А-16

Компоненты топлива, горючее/окислитель	НДМГ/АТИН
Номинальная тяга, Н	129,16
Номинальный удельный импульс тяги в непрерывном режиме, м/с	2852
Номинальное давление на входе, МПа	1,76
Рабочее давление на входе, МПа	0,98...1,86
Ресурсные характеристики: - максимальное время огневой работы, с - максимальное количество включений	20000 40000
Геометрическая степень расширения сопла	53
Нижняя граница вероятности безотказной работы	0,9985
Рабочее напряжение, В	27
Масса, кг, не более	1,5

– 4 двигателя стабилизации и ориентации 17Д58Э (рис. 2.8);

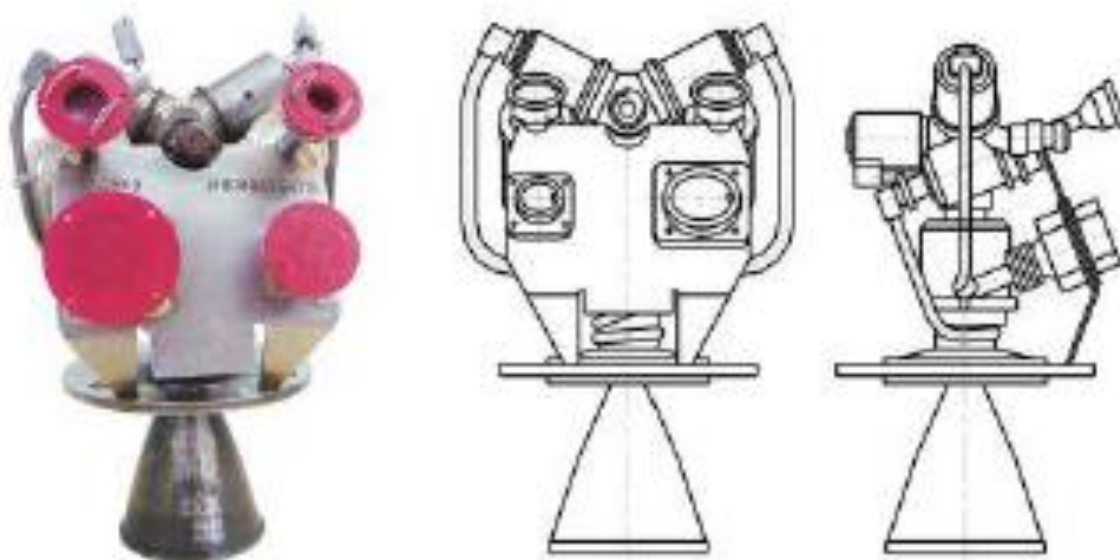


Рисунок 2.8 – Общий вид двигательной установки 17Д58Э

Технические характеристики двигательной установки 17Д58Э представлены в таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Технические характеристики двигательной установки 17Д58Э

Компоненты топлива, горючее/окислитель	НДМГ/АТИН
Номинальная тяга, Н	13,3

Продолжение таблицы 2.4

Номинальный удельный импульс тяги в непрерывном режиме, м/с	2688
Номинальное давление на входе, МПа	1,47
Рабочее давление на входе, МПа	0,78...3,43
Ресурсные характеристики: - максимальное время огневой работы, с - максимальное количество включений	180 000 450 000
Геометрическая степень расширения сопла	137
Нижняя граница вероятности безотказной работы	0,9958
Рабочее напряжение, В	27
Масса, кг, не более	0,550

– 24 двигателя точной коррекции МД08-02.

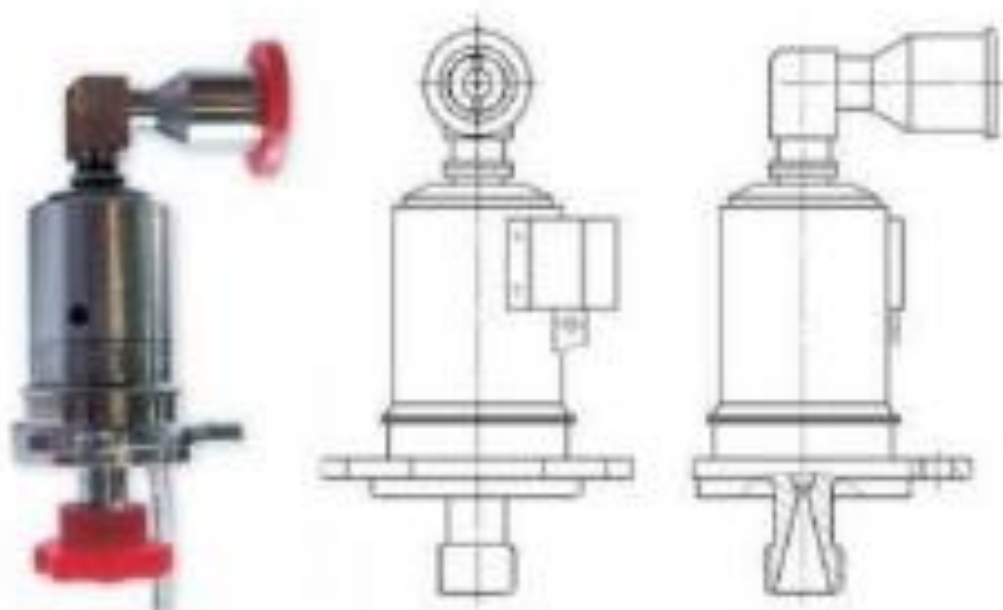


Рисунок 2.9 – Общий вид двигателя МД08-02

Технические характеристики двигателя МД08-02 представлены в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Технические характеристики двигателя МД08-02

Рабочее тело	Гелий/Азот
Номинальная тяга, Н	0,733/0,819
Номинальный удельный импульс тяги в непрерывном режиме, м/с	1657,9/716,1
Номинальное давление на входе, МПа	1,765
Рабочее давление на входе, МПа	1,47...1,96

Продолжение таблицы 2.5

Ресурсные характеристики: - максимальное время огневой работы, с - максимальное количество включений	10000 80000
Геометрическая степень расширения сопла	64
Нижняя граница вероятности безотказной работы	0,9990
Рабочее напряжение, В	27
Масса, кг, не более	0,066

Все вышеупомянутые двигательные установки являются разработкой ФГУП «НИИМаш». АО "НИИМаш" является одним из ведущих предприятий российской ракетно-космической отрасли в области создания и изготовления ракетных двигателей малой тяги для управления полетом космических аппаратов различного назначения. ФГУП «НИИМаш» уже на протяжении более 40 лет специализируется на создании высоконадежных двигателей малой тяги для ориентации и стабилизации долговременных орбитальных станций «Салют», «Алмаз», «Мир» и Международной космической станции.

2.3.9 Компановка КА

Для работы будет использоваться компоновка, разрабатываемая МКБ «Астероид», изображенная на рисунке 2.10. Корпус КА включает в себя модуль служебных систем, модуль полезной нагрузки, посадочное устройство и раму двигателя орбитального маневрирования.

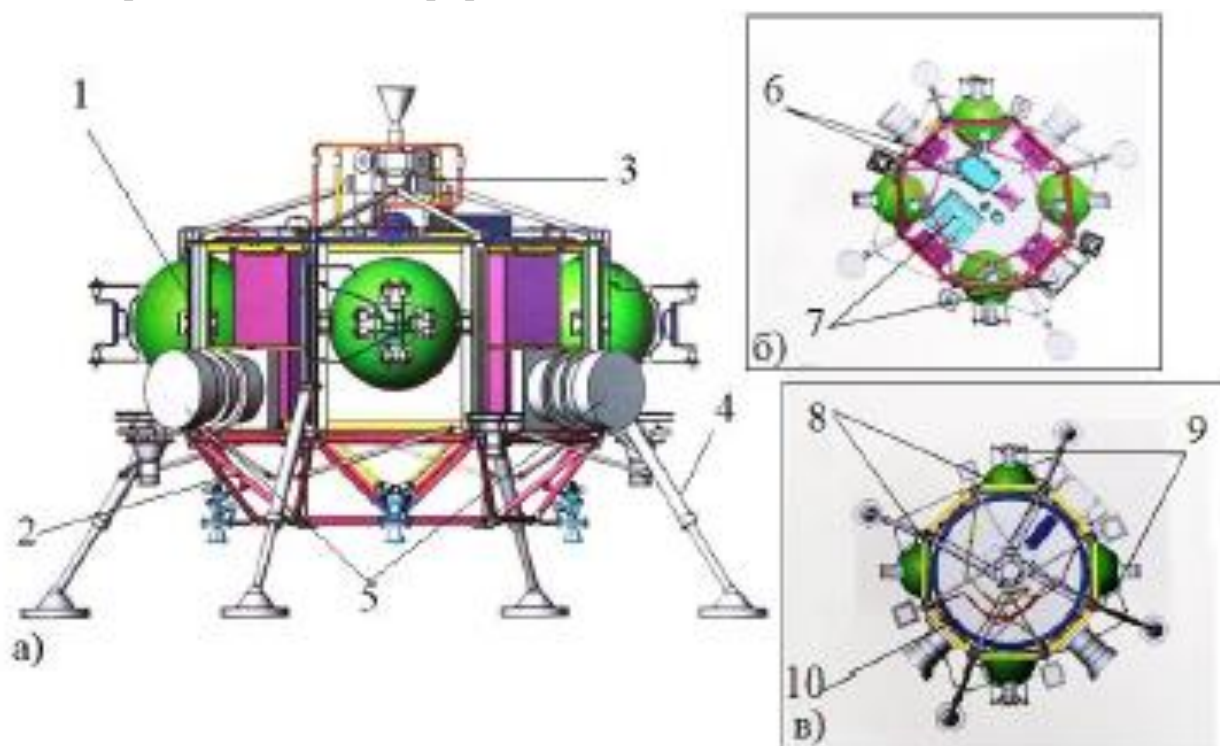


Рисунок 2.10 Компановка КА разработки МОКБ Астероид

Обозначения на рисунке 2.10: 1 – модуль служебных систем; 2 – модуль полезной нагрузки; 3 – рама двигателя орбитального маневрирования; 4 – посадочное устройство; 5 – астродатчики; 6 – элементы энергообеспечения; 7 – элементы служебной аппаратуры; 8 – сферические баки с компонентами топлива; 9 – блоки двигателей точной ориентации; 10 - торообразный бак с газом наддува;

Модуль служебных систем представляет собой корпус с размещенными внутри элементами энергообеспечения и системы управления. Корпус является сварной конструкцией в форме прямой восьмигранной призмы, образованной из восьми продольных стоек и двух рядов поперечных силовых элементов. Такая форма позволяет свободно осуществить размещение элементов служебных систем внутри корпуса и боковые грани для расположения элементов на гранях по восьми направлениям.

Верхнее основание корпуса модуля служебных систем перекрыто панелью в форме восьмигранника, установленной на кронштейнах с зазором относительно боковых граней модуля для возможности расположения трубопроводов двигательной установки. На панели же располагаются элементы энергообеспечения и системы управления. Элементы энергообеспечения располагаются на внутренних сторонах четырех боковых граней корпуса модуля служебных систем.

Расположение баков, углубленных в корпус, обеспечивает стабильное расположение центра масс при выработке топлива, что уменьшает затраты на стабилизацию и ориентацию в пространстве. Четыре блока двигателей точной коррекции расположены снаружи модуля непосредственно на баках в кронштейнах, что предполагает достаточное удаление от центра масс космического аппарата, а также увеличивает управляющие моменты от двигателей точной коррекции.

Четыре кронштейна тормозных двигателей устанавливаются с внешней стороны на опорные узлы нижнего ряда модуля полезной нагрузки.

Отличительные особенности космического аппарата второго варианта компоновки:

а) расположение блоков двигателей снаружи модуля непосредственно на баках в кронштейнах, что предполагает достаточное удаление от центра масс космического аппарата, а также увеличивает управляющие моменты двигателей ориентации;

б) наличие карданного подвеса двигателя орбитального маневрирования позволяет за счет корректировки вектора тяги уменьшить количество двигателей маневрирования, что предполагает уменьшение массы космического аппарата;

										Лист
										35
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	24.05.06.2020 424 00 ПЗ					

в) в посадочном устройстве присутствует краш-элемент, позволяющий погасить удар и предотвратить отскок от поверхности при посадке, а также имеется механизм выдвижения опоры, который совместно с системой ориентирования позволяет приспособляться к любым неровностям поверхности и предотвратить опрокидывание космического аппарата при осуществлении посадки.

Расположение элементов БКУ на космическом аппарате изображено на рисунке 2.11.



Рисунок 2.11 – Расположение элементов БКУ на КА

Обозначения на рисунке 2.11: 1 – инерциальный измерительный блок АИСТ – 350; 2 – БЦВМ; 3 – широкоугольная камера; 4 – астродатчик; 5 – Трехкомпонентный измеритель угловой скорости ТИУС – 200; 6 – блок силовой автоматики; 7 – лазерный дальномер; 8 – узкоугольная камера.

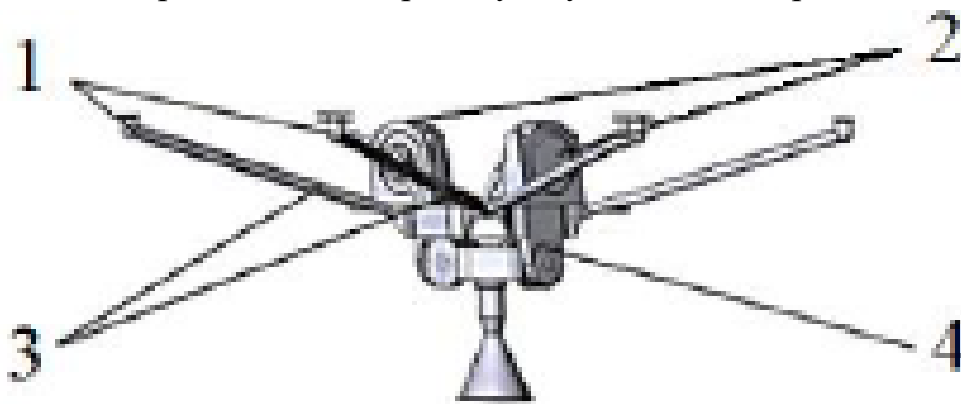


Рисунок 2.12 Рама двигателя орбитального маневрирования: 1 – элементы стыковки; 2 – рулевые машинки; 3 – стержни; 4 – рама карданного подвеса;

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

24.05.06.2020 424 00 ПЗ

Лист

36

Для регулирования вектора тяги двигателя орбитального маневрирования в конструкции космического аппарата предусмотрен карданный подвес (рисунок 2.12). Поворот обеспечивается использованием промежуточного устройства – кольца, когда двигатель орбитального маневрирования вращается с одной степенью свободы в этом кольце, а само кольцо вместе с двигателем вращается в перпендикулярной плоскости относительно корпуса космического аппарата. Управление поворотом камеры двигателя орбитального маневрирования осуществляется двумя рулевыми машинками. Одна из них управляет положением камеры относительно кольца, другая – кольца относительно корпуса космического аппарата.

Характеристики разрабатываемой компоновки приведены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Характеристики разрабатываемой компоновки КА

Параметр	Значение
Сухая масса КА, кг	244,950
Масса горючего, кг	15,15
Масса окислителя, кг	27,50
Масса газа наддува, кг	8,94
Масса КА в заправленном состоянии, кг	296,54
Координаты центра тяжести:	
По оси X, мм	-7,73
По оси Y, мм	178,85
По оси Z, мм	-7,35
Моменты инерции:	
I_x , кг·м ²	29,21
I_y , кг·м ²	30,81
I_z , кг·м ²	37,66

Выводы

Выбран состав элементов бортового комплекса управления КА для полета на астероид, в который входят звездные датчики БОКЗ-МФ, трехкомпонентный измеритель угловой скорости ГИУС-200, инерциальный измерительный блок (блок акселерометров) АИСТ-350 для решения задач навигации и ориентации, лазерный дальномер ЛСДК, электронно-оптическая система, БЦВМ МАРС 4 и БСА. Общая масса БКУ 44,87 кг (47,07 кг), общее энергопотребление 153 Вт (172 Вт).

3 АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Системы управления динамическими системами должны обеспечивать все растущие требования к точности и быстродействию при их функционировании в сильно неопределенной среде. При этом одна из важнейших задач построение эффективных алгоритмов оценивания состояния системы, которая возникает в различных технических приложениях, таких как системы управления летательными и космическими аппаратами, системы слежения и обнаружения целей, автоматизированные системы управления технологическими процессами и др. Существует два различных подхода к оцениванию вектора состояния линейных динамических систем: вероятностный, например, фильтр Калмана, и гарантированный – минимаксный фильтр. Фильтр Калмана основан на предположении, что статистические характеристики возмущений и помех, действующих на систему, известны. Однако в реальных условиях статистическая информация о возмущениях может отсутствовать и сводится либо к заданию соответствующих областей их изменения, либо к заданию целого класса допустимых функций распределения, определяющих реализации возмущений, если последние имеют статистическую природу, поэтому применение фильтра Калмана может быть не обоснованным. Тогда задачу оценивания рассматривают в гарантирующей или минимаксной постановке.

3.1 Метод наименьших квадратов

Метод наименьших квадратов (МНК) применяются при обработке количественных результатов измерений. МНК был изобретен был изобретен практически одновременно тремя учеными: А.М. Лежандр, К.Ф. Гаусс, Р.А. Эдрейн.

Объем обрабатываемой информации всегда был и остается значительным. Оценивать близость экспериментальных данных, представленных в дискретном виде, можно с помощью квадратичного критерия

$$\sum_{k=1}^N (\Delta v_k)^2 = \sum_{k=1}^N (v_k - v)^2 \rightarrow \min \quad (3.1)$$

где $k = 1, N$ число экспериментальных данных, v_i экспериментальные данные в момент времени k , v рассчитанное по мат. модели значение в момент времени k .

Рассмотрим рекуррентную процедуру метода наименьших квадратов, который используется при оценивании неизвестных параметров динамического объекта.

Рассмотрим модель динамического объекта при наличии возмущений, действующих на систему

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + \Gamma_k w_k, \quad (3.2)$$

где A_k – матрица, описывающая динамику вектора состояния x_k , B_k – матрица управления, Γ_k – матрица возмущений, w_k, u_k – вектор погрешностей этой динамической модели, вектор управления. Дополнительное состояние вектора отслеживается внешними наблюдениями с погрешностями измерителя

$$y_{k+1} = G_{k+1} x_{k+1} + v_{k+1}, \quad (3.3)$$

где y_{k+1} – вектор результатов измерений, выполненных на момент $k + 1$, G_{k+1} – матрица плана этих измерений; v_{k+1} – вектор погрешностей измерений. Рассматривается следующая функция квадратичного отклонения

$$\sum_{k=1}^N (y_k - x_k^T \theta)^2 \rightarrow \min, \quad (3.4)$$

где θ – неизвестный параметр. В этом случае оценку неизвестных параметров можно получить в соответствии с формулой

$$\hat{\theta}_N = (X_N^T X_N)^{-1} X_N^T Y_N \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{N+1} &= \hat{\theta}_N + K_{N+1} (y_{N+1} - x_{N+1}^T \hat{\theta}_N), \\ K_{N+1} &= \frac{P_N x_{N+1}}{(1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1})} P_N, \\ P_{N+1} &= \left(I - P_N \frac{x_{N+1} x_{N+1}^T}{1 + x_{N+1}^T P_N x_{N+1}} \right) P_N, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где K_{N+1}, P_{N+1} вычисляются по результатам $N + 1$ измерений.

Оценивание параметров динамической системы на основе уравнений рекуррентного метода наименьших квадратов] представлен пример динамической системы второго порядка при наличии возмущений и ошибок измерений согласно формулам (3.4). В результате погрешность, связанная с вычислением оценок параметров, находится в пределах 5% ... 7%.

3.2 Фильтр Калмана

В основу теории стохастических фильтров легли работы Н. Винера, Р. Калмана, Р. Бьюси по теории линейной фильтрации. Здесь предполагается статистическая природа возмущений и помех, и известны все априорные распределения [91-93].

Уравнение движения системы в линейном приближении и уравнение измерений (3.2) и (3.3), где $x_k \in R^n$ – вектор состояния системы; $y_{k+1} \in R^m$ – вектор измерений; $w_k \in R^l, v_{k+1} \in R^h$ – независимые гауссовские случайные последовательности с известным математическим ожиданием $Mw_k = \bar{w}_k$ и известными положительно определенными ковариационными матрицами Q_k и

R_k ; G – матрица размерности; A – матрица размерности. Начальное состояние x_0 – случайный гауссовский вектор с известной положительно определенной матрицей ковариаций P_0 и математическим ожиданием $Mx_0 = \hat{x}_0$.

Задача фильтрации: на каждом шаге функционирования системы найти оценку \hat{x}_k вектора x_k по совокупности измерений $y_k(\cdot) = \{y_1, \dots, y_k\}$.

Определяющие соотношения фильтра Калмана. Оценка \hat{x}_k определяется по формулам

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + K_{k+1}(y_{k+1} - G\hat{x}_k), \quad (3.9)$$

$$K_{k+1} = (AP_kA' + \Gamma Q_k \Gamma')((AP_kA' + \Gamma Q_k \Gamma') + HR_{k+1}H')^{-1}, \quad (3.10)$$

$$P_{k+1} = (I - K_k)(AP_{k-1}A' + \Gamma Q_{k-1} \Gamma'), \quad k = 1, \dots, N, \quad (3.11)$$

где P_0 – матрица ковариаций вектора состояния системы, K_k – коэффициент усиления фильтра Калмана.

Таким образом, фильтр Калмана является моделью системы, содержащей поправочный член, пропорциональный разности между действительным измерением и его предсказанным значением, учитывающим все предшествующие измерения. Матричный коэффициент пропорциональности характеризует соотношение между неопределенностью состояния и неопределенностью измерения.

Эволюция апостериорных матриц ковариации не зависит от конкретных результатов измерений и поэтому, а, следовательно, матрицы могут быть вычислены заранее до начала процесса.

Эволюция оценок зависит только от последнего измерения, поэтому их можно вычислять в реальном времени.

Если распределения начального вектора и помех являются гауссовыми, то апостериорное распределение будет гауссовым. Оно полностью определяется величинами. В этом случае оценка является наилучшей среди любых оценок, являющихся произвольными функциями измерений. Если же известны только моменты начального вектора и помех, а информация о распределениях отсутствует, то фильтр Калмана доставляет оптимальные оценки лишь в классе линейных и несмещенных.

Главным достоинством фильтра Калмана заключается в рекуррентности процедуры получения оценок, фильтры типа Калмана имеют простой вычислительный алгоритм и требуют для своей реализации намного меньше вычислительных ресурсов, чем остальные подходы. Но даже в линейном случае стохастическому подходу свойственны недостатки: идентификация требуемых распределений сигналов и помех, точное моделирование физических систем, которые приводят к расходимости алгоритмов оценивания, к значительному

ухудшению точности получаемых результатов по сравнению с оценками, найденными из теоретических соображений при заданных вероятностных характеристиках процессов.

Пример.

Построим множественную оценку вектора состояния системы (3.7) в виде доверительного эллипса (аппроксимация множеств X_0, W, V описанными эллипсами P_0, Q, R). Пусть матрицы A и Γ, G, H, P_0, Q, R имеют следующие значения:

$$A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0 & 0,6 \end{pmatrix}, \Gamma = H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0,1 * 10^{-3} \\ 4,6 * 10^{-3} \end{pmatrix},$$

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 0,333 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

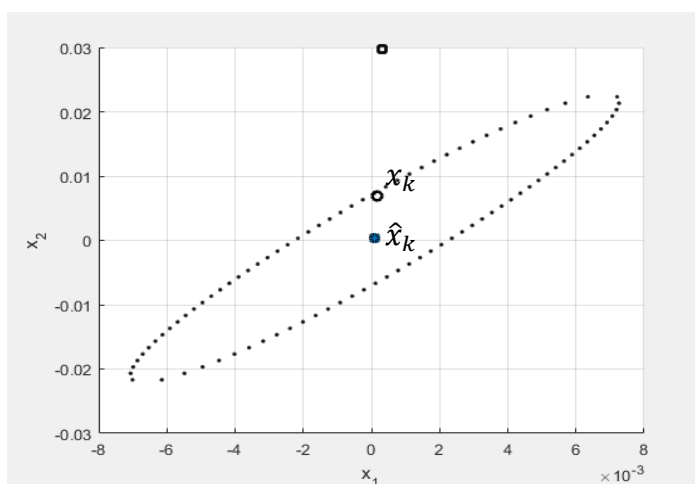


Рисунок 3.1 – Пример построения доверительного эллипса для двумерной системы для одного шага

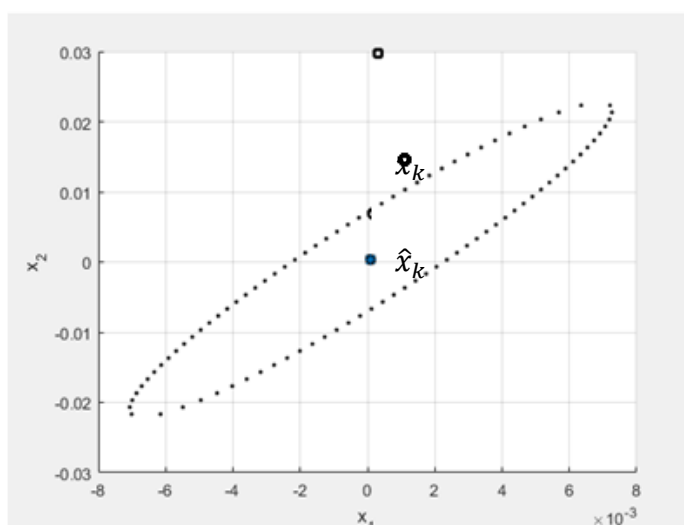


Рисунок 3.2 – Пример построения доверительного эллипса для двумерной системы для одного шага, когда истинное значение вектора состояния не попадает в доверительный эллипс

Если известно статистическое описание возмущений и ошибок измерений, то задача оценивания решается в рамках стохастической фильтрации. В реальных же условиях, как правило, априорная статистическая информация о неопределенных помехах неизвестна или не может быть получена. В этом случае значение вектора состояния системы может выпасть из доверительного эллипса, полученного с помощью фильтра Калмана (рис. 3.2), тогда нужно использовать гарантированный метод оценивания

3.3 Минимаксный подход для фильтра Калмана

Остановимся подробнее на анализе имеющихся результатов по минимаксному подходу для линейных алгоритмов ФКТ с анализом возможностей их применения к задаче оперативной оценки результатов траекторных измерений в работе [60].

При наличии неопределенностей в задании параметров модели КА и измерений для построения алгоритмов оценивания состояний может быть применен минимаксный подход. Такие алгоритмы одновременно оказываются эффективными и с точки зрения устранения расхождения оценки состояний. Обсудим общий случай (с учетом нестационарности) построения минимаксных оценок в условиях неопределенности, например, модель движения и измерений (3.1) и (3.2). Причем точные значения Q и R , а также матрицы ковариаций в начальный момент времени P_0 неизвестны. Будем предполагать, что не только неопределенные матрицы Q и R , но и матрица P_0 лежат в компактных выпуклых множествах V_Q, V_R, V_{P_0} . Данное предположение не является ограничивающим, так как оно справедливо для всех реальных задач. Для удобства введем некоторое множество V , такое что

$$V = V_Q \times V_R \times V_{P_0}. \quad (3.12)$$

С элементами ϑ . Структуру фильтра зададим алгоритмом (3.3). Причем коэффициент усиления будем выбирать таким образом, чтобы удовлетворить минимаксному критерию качества

$$s(t_0, t) = \min_{K \in V_k} \max_{\vartheta \in V} J_m(K, \vartheta, t_0, t). \quad (3.13)$$

Здесь введено некоторое компактное выпуклое множество V_k , включающее различные значения матрицы коэффициентов усиления K , такое, что оказывается возможным реализовать фильтр Калмана для любого ϑ . Величина J_m представляет след матрицы ковариаций ошибок оценивания, полученной фильтром калмановского типа с заданным матричным коэффициентом усиления. Включение неопределенного множества дает возможность рассмотреть переходный (а в общем случае нестационарный) режим обработки. Можно доказать, что для критерия справедливо следующее соотношение

$$\min_{K \in V_k} \max_{\vartheta \in V} J_m(K, \vartheta, t_0, t) = \max_{\vartheta \in V} \min_{K \in V_k} J_m(K, \vartheta, t_0, t) \quad (3.14)$$

Таким образом, сложная проблема минимаксимизации может быть заменена относительно простой задачей максимизации критерия J_0 на множестве ϑ при том, что s -фильтр есть обычный фильтр Калмана для значений Q, R, P_0 , максимизирующих критерий $J_m(\cdot)$.

$J_0(\cdot)$ максимизируется относительно диагональных элементов матриц $Q(t), R(t), P_0(t)$ путем замены их максимально возможными значениями в каждый момент времени, причем границы неопределенности в элементах указанных матриц могут меняться во времени. Недиагональные элементы могут быть найдены различными численными методами (например, на основе методов наискорейшего спуска, покоординатного спуска и др.).

Рассматриваемый подход распространяется на цветные (сильно коррелированные) шумы измерений, а также на дискретный случай.

Получим соотношение

$$(\hat{x}_{k+1})_{min} = A(\hat{x}_k)_{min} + (K_{k+1})_{min} \{y_{k+1} - HA(\hat{x}_k)_{min}\} \quad (3.15)$$

А минимаксный матричный коэффициент усиления $(K_{k+1})_{min}$ находится с помощью соотношений

$$\begin{aligned} (K_{k+1})_{min} &= (P_{k+1/k})_{min} H^T [H(P_{k+1/k})_{min} H^T + R_{min}]^{-1}; \\ (P_{k+1/k})_{min} &= A(P_k)_{min} A^T + \Gamma Q_{min} \Gamma^T; \\ (P_k)_{min} &= [I - (K_k)_{min} H] (P_{k+1/k})_{min} [I - (K_k)_{min} H^T] \\ &\quad + (K_k)_{min} R_{min}^T (K_k)_{min}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Здесь $(P_{k+1/k})_{min}$ – априорная минимаксная матрица ковариации ошибок оценивания; $(P_k)_{min}$ – апостериорная минимаксная матрица ковариации ошибок оценивания; Q_{min}, R_{min} – минимаксные значения неопределенных матриц Q , и R .

Диагональные элементы матриц полагаются равными максимально предполагаемым значениям, а недиагональные находятся с привлечением численных методов. Заметим, что алгоритм (3.10) еще не дают реальную ковариацию ошибок минимаксной оценки в k -й момент времени.

Авторы отмечают, что рассмотренный алгоритм обработки данных калмановского типа не требуют для своей реализации на вычислительных устройствах дополнительных вычислительных ресурсов (времени на обработку, объем памяти, исходных данных и рабочих областей) по сравнению с обычным фильтром Калмана. Вместе с тем минимаксный подход обеспечивает получение надежных оценок вектора состояния с гарантированной точностью.

В реальных задачах обработки данных часто оказывается неточно известной переходная матрица модели системы, которая характеризует динамические свойства объектов

3.3 Минимаксный фильтр

Рассматривается задача оценки вектора состояния линейной системы, функционирующей в присутствии возмущений и помех. Если имеется полное статистическое описание неизвестных помех и начальных данных, то решения достигаются в рамках стохастической теории наблюдения, фильтрации. Другой весьма важный круг задач возникает тогда, когда статистическое описание указанных априорных данных вообще отсутствует, а сведения о них исчерпываются лишь заданием допустимых областей изменения неизвестных величин. В этом случае решение достигается на основе теории наблюдения в условиях неопределенности [16,94,95].

Рассмотрим задачу оценивания состояния динамической системы, когда статистическая информация о возмущениях и помехах, действующих на систему, отсутствует, но известны множества их возможных значений. Задаются уравнения движений и измерений в линейном приближении

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \Gamma w_k, k = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (3.17)$$

$$y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, \quad (3.18)$$

где $x_k \in R^n$, $w_k \in R^{n_w}$, $y_{k+1} \in R^m$, $v_{k+1} \in R^{m_v}$ – векторы состояния системы, возмущений, измерений, ошибок измерений соответственно, A, B, Γ, G, H – известные матрицы соответствующих размерностей, u_k – заданное управление.

О начальном состоянии x_0 , возмущениях w_k , ошибках измерения v_k известно, что они могут принимать в каждый k -й момент времени любое значение из множеств

$$x_0 \in X_0, w_k \in W, v_{k+1} \in V, k = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (3.19)$$

которые заданы в виде выпуклых многогранников, которые известны.

Известно, что результатом гарантированного оценивания вектора состояния x_{k+1} систем (3.6)-(3.8) является информационное множество \bar{X}_{k+1} . На основе предыдущего информационного множества \bar{X}_k рассчитывается множество прогнозов вектора состояния x_{k+1} системы

$$X_{k+1/k} = A\bar{X}_k + Bu_k + \Gamma W. \quad (3.20)$$

По результатам измерений y_{k+1} рассчитывается множество состояний совместимых с измерением

$$X[y_{k+1}] = \{x \in R^n | Gx + Hv = y_{k+1} \forall v \in V\}. \quad (3.21)$$

Затем находим информационное множество, как область пересечения множества прогнозов и множества, совместимого с измерениями

$$\bar{X}_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X[y_{k+1}]. \quad (3.22)$$

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		44

Операции в (3.20)-(3.22) проводятся над множествами: линейное преобразование, сумма множеств в смысле Минковского и пересечение множеств.

Рассмотрим пример для пояснения операций (3.20)-(3.22) для случая, когда множества X_0, W, V заданы в виде многогранников.

Пример построения информационного множества. Матрицы в системе (3.17) (3.18) имеют значения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \Gamma = (0 \quad 2 \cdot 10^{-4})', B = (0 \quad 0.01)', G = I_{2 \times 2}, \quad H = I_{2 \times 2}.$$

Множества X_0, W, V и соответствующие значения переменных x_0, w_k, v_k приведены (см. рис 3.3). Приведен пример построения информационного множества \bar{X}_1 (рис. 3.4), для u_0 принято $u_0 = 0$.

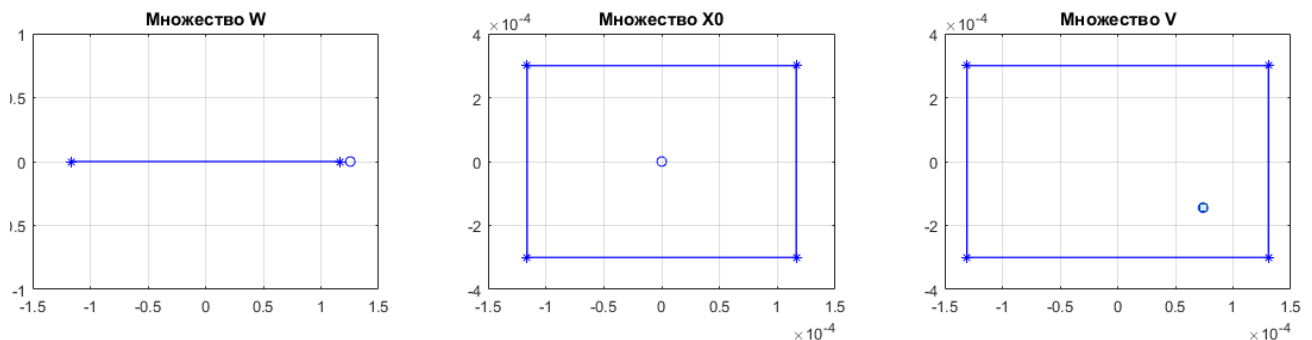


Рисунок 3.3 – Множества X_0, W, V

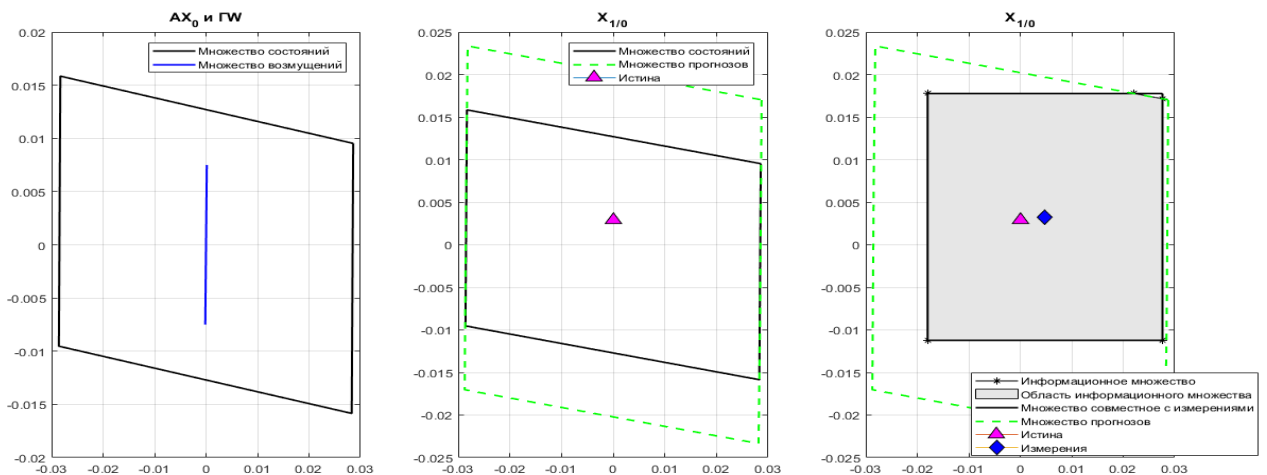


Рисунок 3.4 – Пример построения информационного множества

Как правило, форма информационных множеств $\bar{X}_{k+1}, k = 0, 1, \dots$ является достаточно сложной, то есть множество может содержать большое количество вершин и граней, а операции над множествами являются вычислительно сложными для систем большой размерности в реальном времени. Вместо точного построения информационных множеств \bar{X}_{k+1} используют приближенное значение $\bar{X}_{a k+1} \supseteq \bar{X}_{k+1}$, т.е. аппроксимацию сверху.

Предлагается строить оценку $\bar{X}_{a k+1}$ информационного множества \bar{X}_{k+1} в виде выпуклого многогранника, полученного путем аппроксимации сверху «точного»,

но заданного неявно системой линейных уравнений и неравенств информационного множества, полученных для системы (3.17) и (3.18).

Можно также использовать дополнительную информацию о законе изменения неизвестных величин, что позволит повысить точность оценивания. Пусть для возмущения w_k и для ошибок измерений v_{k+1} имеют место модели

$$w_k = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_{ik}, \quad (3.22)$$

$$v_{k+1} = A_1 v_k + \omega_k, k = 0, 1, \dots, \quad (3.23)$$

где $\varphi_{ik}, i = \overline{1, r}$ – заданная система функций; A_1 – известная матрица; $\alpha_i – const, i = \overline{1, r}$ неизвестные; об α_i и ω_k известно только то, что

$$\alpha_i \in L_i \in R^1, i = \overline{1, r}; \omega_k \in \Omega \in R^l, k = 0, 1, \dots, \quad (3.24)$$

где $L_i, i = \overline{1, r}; \Omega$ отрезок и выпуклый многогранник, соответственно, причем множество $\Omega \ll V$.

В результате введен расширенный вектор $\tilde{x}_k = (x_k, \alpha_i \dots, \alpha_r)'$ для (3.17)-(3.18), (3.20)-(3.22) получим

$$\tilde{x}_{k+1} = A_1 \tilde{x}_k, \quad (3.25)$$

$$v_{k+1} = A_1 v_k + \omega_k, k = 0, 1, \dots, \quad (3.26)$$

$$y_{k+1} = \tilde{G} \tilde{x}_{k+1}, \quad (3.27)$$

$$\tilde{x}_0 \in \tilde{X}_0, \omega_k \in \Omega, v_{k+1} \in V, k = 0, 1, \dots, \quad (3.28)$$

В виду того, что обычно $m_v \ll n$, то вычислительные затраты для построения суммы Минковского для множества прогнозов $V_{k+1/k}$ будут соответственно меньше, а для множества $\tilde{X}_{k+1/k} = \tilde{A}_k \tilde{X}_k$ они вообще отсутствуют.

3.4 Аппроксимация информационного множества минимаксного фильтра

Рассмотрим алгоритм, описывающий аппроксимацию информационного множества \tilde{X}_{k+1} на основе текущего измерения y_{k+1} и известного значения управления u_k . Векторы $x_{k+1}, x_k, w_k, v_{k+1}$ являются неизвестными. Получим систему линейных уравнений, описывающая модель

$$\begin{cases} x_{k+1} - Ax_k - \Gamma w_k = Bu_k, \\ Gx_{k+1} + Hv_{k+1} = y_{k+1}. \end{cases} \quad (3.23)$$

Когда исходные множества (3.19) на $x_0, w_k, v_k, k = 0, 1, \dots$ являются многогранниками, они могут быть заданы системами линейных неравенств

$$A_{x_k} x_k \leq b_{x_k}; A_w w_k \leq b_w; A_v v_k \leq b_v. \quad (3.24)$$

где A_{x_0}, A_w, A_v заданные матрицы, b_{x_0}, b_w, b_v – заданные вектора соответствующих размерностей.

Описанный принцип позволяет построить аппроксимацию информационного множества в виде многогранника любой формы без выполнения вычислительно затратных операций суммы Минковского и пересечения множеств. Поскольку форма множества \bar{X}_{k+1} неизвестна, то выбирать направления A_{x_k} следует исходя из требований задачи. Чем ближе у истинному информационному множеству задана форма аппроксимирующего многогранника, тем более точной будет получена аппроксимация и меньше будет накапливаться ошибка оценивания.

На системе ограничений (3.24) для выбранного направления c_i решается задача линейного программирования $c^T x \rightarrow \max(\min)$, $Ax \leq b$ находится i – я грань аппроксимирующего многогранника $c^T x \leq b_i$.

Рассматриваются результаты обработки измерительной информации для заданной длины L последовательности измерений, т.е. алгоритм аппроксимации, где учитывается информация об измерениях y_{k+1} , возмущениях w_k , помехах v_{k+1} , полученная не с одного предыдущего шага, а с нескольких предыдущих шагов.

Рассмотрим алгоритм аппроксимации, где учитывается информация об измерениях y_{k+1} , возмущениях w_k , помехах v_{k+1} , полученная не с одного предыдущего шага, а с нескольких предыдущих шагов. Теперь необходимо увеличить размерность системы (3.23), (3.24), включив в нее переменные $x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}, w_{k-1}, \dots, w_{k-L}, v_k, \dots, v_{k-L}$, где L – число предыдущих шагов. С помощью этого алгоритма найдем более точную оценку $X_{a k}$ информационного множества \bar{X}_k .

Зададим число предыдущих шагов L , значения измерений $y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-L}$ и управлений $u_{k-1}, u_{k-2}, \dots, u_{k-L}$, которые будут использованы для вычисления текущей оценки. Составим систему линейных неравенств, описывающих систему (3.17) и (3.18) на последних L шагах

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 - Ax_0 - \Gamma w_0 = Bu_0; \\ \quad Gx_1 + Hw_1 = y_1; \\ x_2 - Ax_1 - \Gamma w_1 = Bu_1; \\ \quad Gx_2 + Hw_2 = y_2; \\ \quad \quad \quad \dots \\ x_k - Ax_{k-1} - \Gamma w_{k-1} = Bu_{k-1}; \\ \quad Gx_k + Hw_k = y_k. \end{array} \right. \quad (3.25)$$

Составим систему линейных неравенств, описывающих множества X_{k-L}, W, V на последних L шагах

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{x_{k-L}} x_{k-L} \leq b_{x_{k-L}}; \\ A_w w_{k-L} \leq b_w; \\ A_v v_{k-L+1} \leq b_v; \\ \dots \\ A_{x_k} x_k \leq b_{x_k}; \\ A_w w_k \leq b_w; \\ A_v v_{k+1} \leq b_v. \end{array} \right. \quad (3.26)$$

Построим аппроксимацию информационного множества \bar{X}_{a_k} на основе систем (3.25), (3.26)

$$\bar{X}_{a_k} = \{x_k | A_{x_k} x_k \leq b_{x_k}\}, \quad \bar{X}_{a_k} \subseteq \bar{X}_k. \quad (3.27)$$

Для каждого направления a_i , (i -я строка матрицы A_{x_k}) решаем задачу линейного программирования

$$x_k^* = \operatorname{argmax} \langle a_i, x_k \rangle \quad (3.28)$$

при ограничениях (3.26), где $\langle a_i, x_k \rangle$ – скалярное произведение векторов a_i и x_k . Тогда o -я координата вектора b_{x_k} равна

$$b_{x_{k+1}}(i) = \langle a_i, x_k^* \rangle. \quad (3.29)$$

Далее переходим на следующий шаг $k = k + 1$.

Алгоритм аппроксимации информационного множества \bar{X}_{k+1} на основе одного текущего измерения y_{k+1} возможны неточности, получаемые из-за аппроксимации на предыдущем шаге, которые с каждым шагом накапливаются. Поэтому будем рассматривать обработку измерительной информации для заданной длины L последовательности измерений, т.е. за весь период наблюдений или за несколько последних шагов.

3.5 Сравнение фильтра Калмана и минимаксного фильтра

Сравним доверительные эллипсы, построенные с помощью фильтра Калмана, и информационные множества, построенные с помощью минимаксного фильтра, для вектора x_k состояния модели объекта и наблюдений (3.17) и (3.18), в которой возмущения w_k и ошибки измерений v_k периодически меняются по вершинам соответствующих множеств (рис. 3.5, 3.6) с начальными данными из примера 1.

Исходные множества заданы в соответствии с ранее заданными матрицами P, Q, R на уровне 3σ .

$$X_0 = \{x \in R^2 | -5 * 10^{-4} \leq x_1 \leq 5 * 10^{-4}, -3 * 10^{-2} \leq x_2 \leq 3 * 10^{-2}\};$$

$$W = \{w \in R^1 | -1.5 \leq w_1 \leq 1.5, \};$$

$$V = \{v \in R^2 | -1.45 * 10^{-4} \leq v_1 \leq 1.45 * 10^{-4}, -0.02 \leq v_2 \leq 0.02, \}.$$

Начальное состояние системы $x_0 = (0 \ 0)$, а w_k и v_k периодически меняются по вершинам множеств W и V в различном порядке. При использовании минимаксного фильтра размер и форма информационного множества зависят от характера

возмущений, действующих на объект, и ошибок измерений. В зависимости от способа реализации возмущений и помех информационные множества могут представлять собой выпуклые многоугольники, отрезки и точки. То есть при некоторых вариантах реализации процесса можно получить точную оценку вектора состояния.

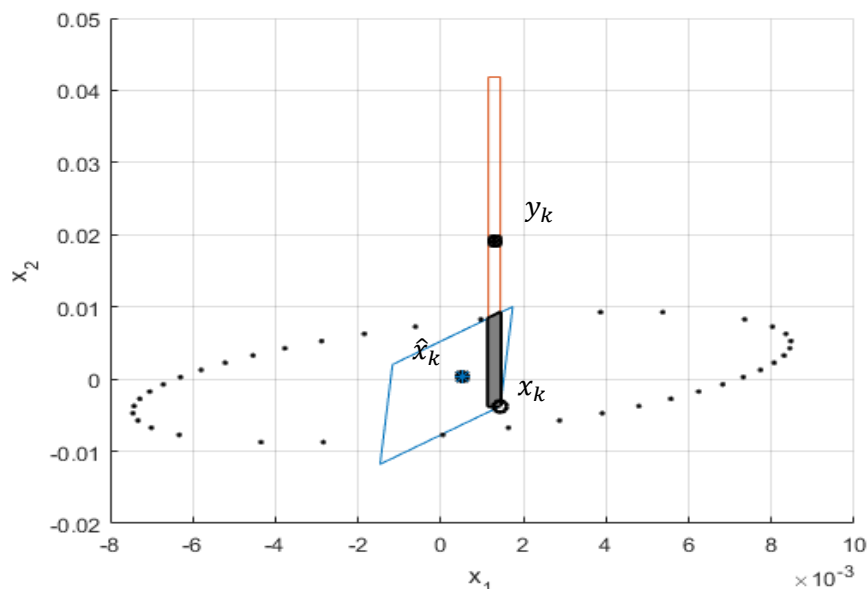


Рис. 3.5 Оценка Фильтра Калмана и Минимаксного фильтра на $k=1$ шаге.

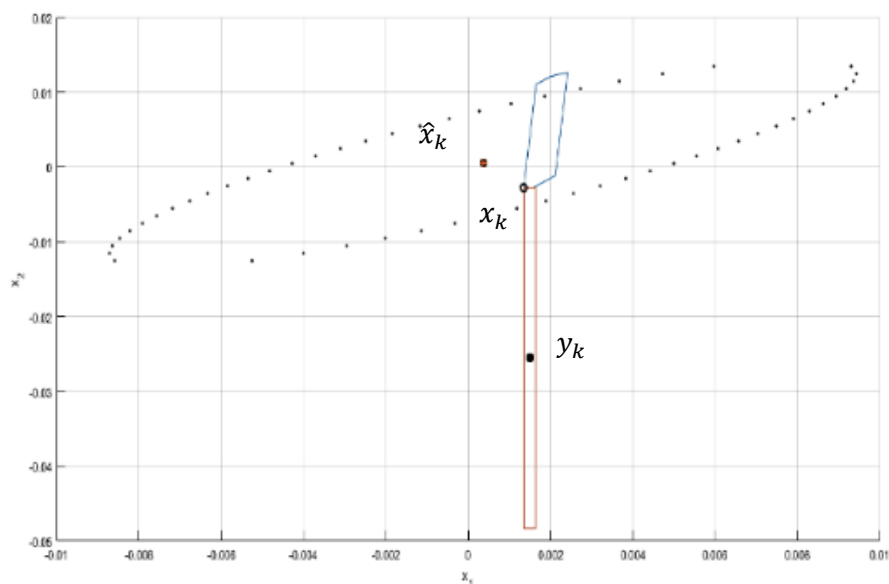


Рис. 3.6 Оценка Фильтра Калмана и Минимаксного фильтра на $k=2$ шаге.

Для сравнения пронаблюдаем на двух последующих шагах изменение информационного множества. Уточним, что при дальнейшем построении

информационного множества ситуация периодически повторяется. На первом шаге истинное значение x_k (рис. 3.5) попадает в информационное множество, которое выродилось в четырехугольник путем пересечения двух множеств: множество вектора состояния и множество совместное с измерениями. На следующем шаге полученное множество оценок стягивается в точку, которая является истинным значением. Эту ситуацию фильтр Калмана распознать не сможет в отличие от минимаксного фильтра.

В данной реализации при минимаксном фильтре информационные множества стягиваются в точки, отрезки и многоугольники, получается, что минимаксный фильтр дает более точную мгновенную оценку.

Выводы. Существует два различных подхода к оцениванию вектора состояния линейных динамических систем: вероятностный, например, фильтр Калмана и гарантированный – минимаксный фильтр. Фильтр Калмана основан на предположении, что статистические характеристики возмущений и помех, действующих на систему, известны. Однако в реальных условиях статистическая информация о возмущениях может отсутствовать и сводится либо к заданию соответствующих областей их изменения, либо к заданию целого класса допустимых функций распределения, определяющих реализации возмущений, если последние имеют статистическую природу, поэтому применение фильтра Калмана может быть не обоснованным. Тогда задачу оценивания рассматривают в гарантирующей или минимаксной постановке.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
						50
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

4 ОЦЕНИВАНИЕ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

4.1 Задача оценивания углового движения КА

Рассматривается КА в качестве объекта управления, функционирующего в условиях неопределенности, в процессе движения которого производится измерение функций компонент вектора состояния и его параметров. На основе информации об измерениях осуществляется оценивание вектора состояния. Рассмотрим алгоритмы гарантированного оценивания и фильтра Калмана для динамической системы в условиях неопределенности

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + \Gamma w_k + Bu_k, \\ y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, k = 0, 1, \dots, \end{cases} \quad (4.1)$$

где $x_{k+1} \in R^n, w_k \in R^m, y_{k+1} \in R^l, v_{k+1} \in R^h, u_k \in R^d$ – векторы состояния системы, возмущения, измерения, ошибок измерений, управления на k -м шаге соответственно; A, B, Γ, G, H – известные матрицы.

Далее будет рассмотрена задача оценивания двумерной и трехмерной системы по данным звездного датчика, датчика угловой скорости, а также комплексирование информации с этих двух датчиков.

Основной задачей алгоритма комплексирования информации ИНС и ЗД является фильтрация высокочастотных шумов ЗД для обеспечения заданного уровня ошибки определения ориентации. Данная задача может быть решена путем фильтрации изменения ориентации ЗД относительно измерительной информации ИНС.

4.2 Оценка углового движения с учетом информации ДУС

Рассмотрим сначала задачу оценивания по данным датчика угловой скорости.

В тех случаях, когда наряду с (3.19) имеется дополнительная информация о моделях неопределенных факторов w_k и v_{k+1} , то вычислительная сложность алгоритма гарантированного оценивания связана с операциями над множествами в (3.20)-(3.20), а также известным «пессимизмом», проявляющемся в величине ошибки гарантированного оценивания, могут быть существенно снижены.

Модель бокового движения КА описана системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = u_0(1 + \Delta u), \end{cases} \quad u_0 = \begin{cases} 0.02 \\ 0 \\ -0.02 \end{cases}, \quad (4.2)$$

где Δu – возмущения, влияющие на систему при включенных двигателях, u_0 – управление. Получим оценку вектора состояния системы (4.2), когда ошибки измерений являются не белым гауссовским шумом, а корреляционным винеровским процессом [61]. Тогда уравнение шумов измерений

$$\dot{v} = -\frac{1}{T}v + \frac{1}{T}w, \quad (4.4)$$

где T изменяется в зависимости от характеристик датчика. Для датчика угловой скорости (ДУС) $T = 1$ с, для датчика угла (ДУ) $T = 0.5$ с.

Модель пространства состояния и уравнение измерения имеют вид

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \Gamma w_k, \\ y_{k+1} = Gx_{k+1}, \\ v_{k+1} = \left(1 - \frac{t}{T}\right)v_k + \frac{t}{T}w_k, \end{cases} \quad (4.5)$$

где $x_k \in R^2$, $w_k \in R^1$, $v_k \in R^1$, $u_k \in R^1$ – векторы состояния системы, возмущения, измерения, ошибок измерений, управления на k -м шаге соответственно; A, B, Γ, G – известные матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{t}{T} \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{t}{T} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 0 \end{pmatrix}, G = (0 \ 1 \ 1), x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \end{pmatrix}.$$

Заданные ограничения

$$x_0 \in X_0, w_k \in W, v_{k+1} \in V, k = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (4.6)$$

Множество X_0 задано

$$X_0 = \left\{ x \in R^2 \mid -1.16 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \leq x_1 \leq 1.16 \cdot 10^{-4} \text{ рад}, \right. \\ \left. -3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{рад}}{\text{с}} \leq x_2 \leq 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \right. \\ \left. 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \leq v_2 \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \right\}.$$

Множество W задано отрезком

$$W = \{w \in R^1 \mid 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \leq w_3 \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}\}.$$

Множество V задано отрезком

$$V = \{-3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \leq v_2 \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}\}.$$

Получим оценку $\bar{X}_{a k+1}$ информационного множества системы (4.5) в виде выпуклого многогранника путем аппроксимации информационного множества, неявно заданного системой линейных неравенств

$$\begin{aligned} x_0 \in X_0: A_{x_0}x_0 \leq b_{x_0}, w_k \in W: A_w w_k \leq b_w, \\ v_k \in V: A_v v_k \leq b_v, k = 0, 1, \dots, N - 1. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Сравнение точности и скорости оценивания ММФ с ФК. Рассматривается в частности случай, когда $u_0 = 0$, значит, нет возмущения двигательной установки Δu , но учитываются возмущения ω в модели ошибок измерений. В результате было получено информационное множество, которое уже на $k = 4$ шаге стянулось в точку, т.е. получено точное значение угловой скорости (рис. 4.3)

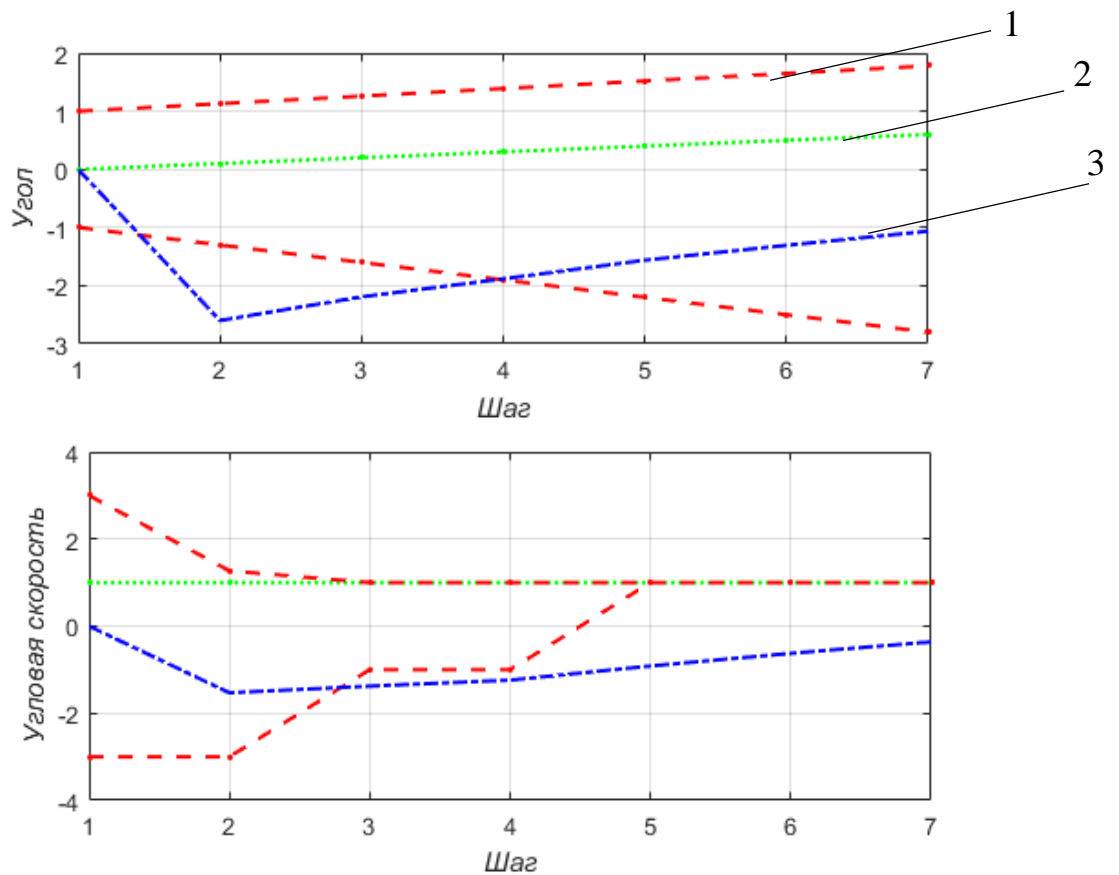


Рисунок 4.3 – Изменение информационного множества системы с дополнительной информацией на 7 шагах при $u_0 = 0$: 1 – граница информационного множества, 2 – истина, 3 – измерения.

В случае, если $u_0 \neq 0$ и на систему будут действовать возмущения двигательной установки из множества $w_k \in W$ и возмущения ошибок измерений $\omega_k \in \Omega$, получено (рис. 4.4) информационное множество, чебышевский центр которого можно взять за оценку вектора состояния x_k . Оценка гарантирующего фильтра оказывается ближе к истинному значению, чем измерения. Напомним, что чебышевский центр – центр описанной окружности около информационного множества.

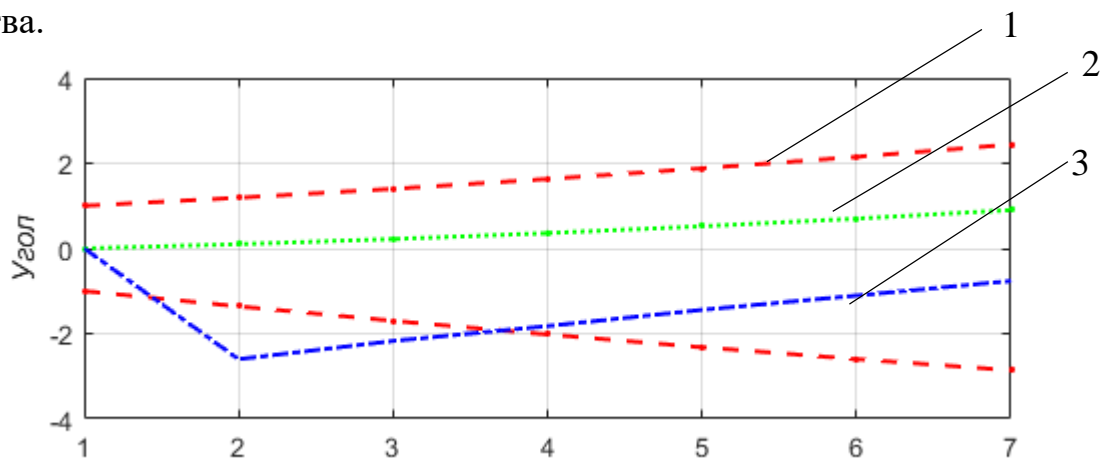


Рисунок 4.4(а) Изменение информационного множества с дополнительной информацией системы на 7 шагах при $u_0 \neq 0$

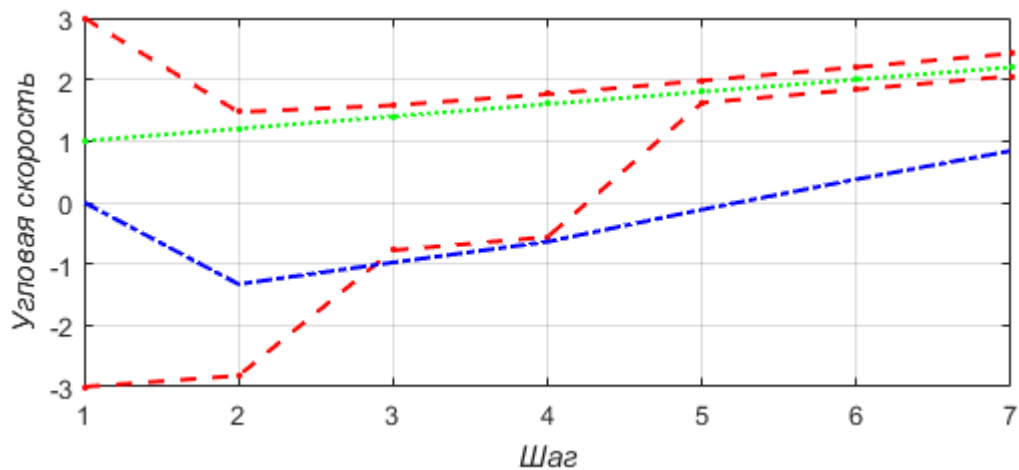


Рисунок 4.4(б) Изменение информационного множества с дополнительной информацией системы на 7 шагах при $u_0 \neq 0$: 1 – граница информационного множества, 2 – истина, 3 – измерения

Для той же реализации при $u_0 \neq 0$ минимаксный фильтр без аппроксимации информационного множества и информации о том, как меняются ошибки измерений границы значений информационного множества (рис 4.5) получает шире, чем при использовании дополнительной информации (рис. 4.4).

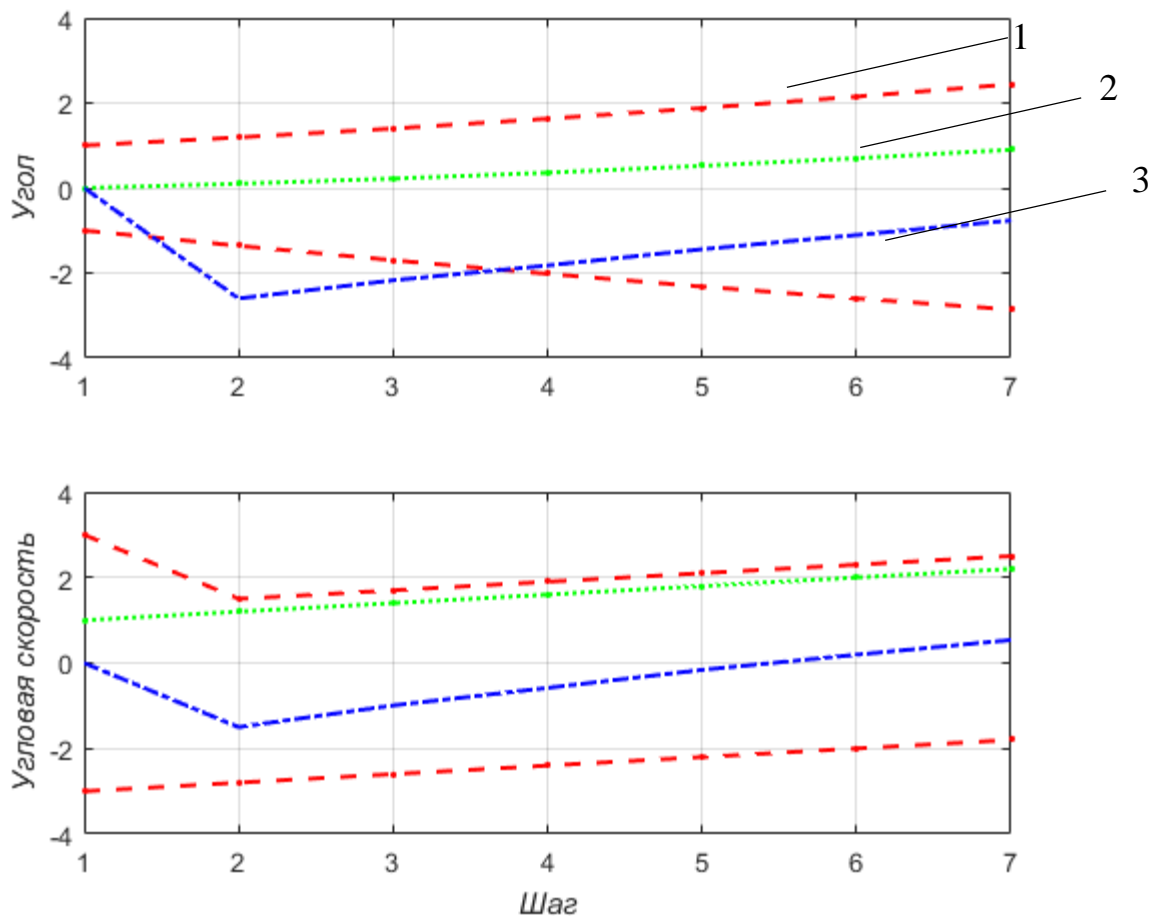


Рисунок 4.5 Изменение информационного множества системы на 7 шагах при условии, что $u_0 \neq 0$ без учета информации об изменении ошибок измерений: 1 – граница информационного множества, 2 – истина, 3 – измерения

Для сравнения воспользуемся фильтром Калмана для той же реализации (рис. 4.6). В результате истинное значение не попадает в доверительную область ФК, т.к. не выполняется условие о законе изменения неизвестных величин, т.е. они не являются белым гауссовским шумом.

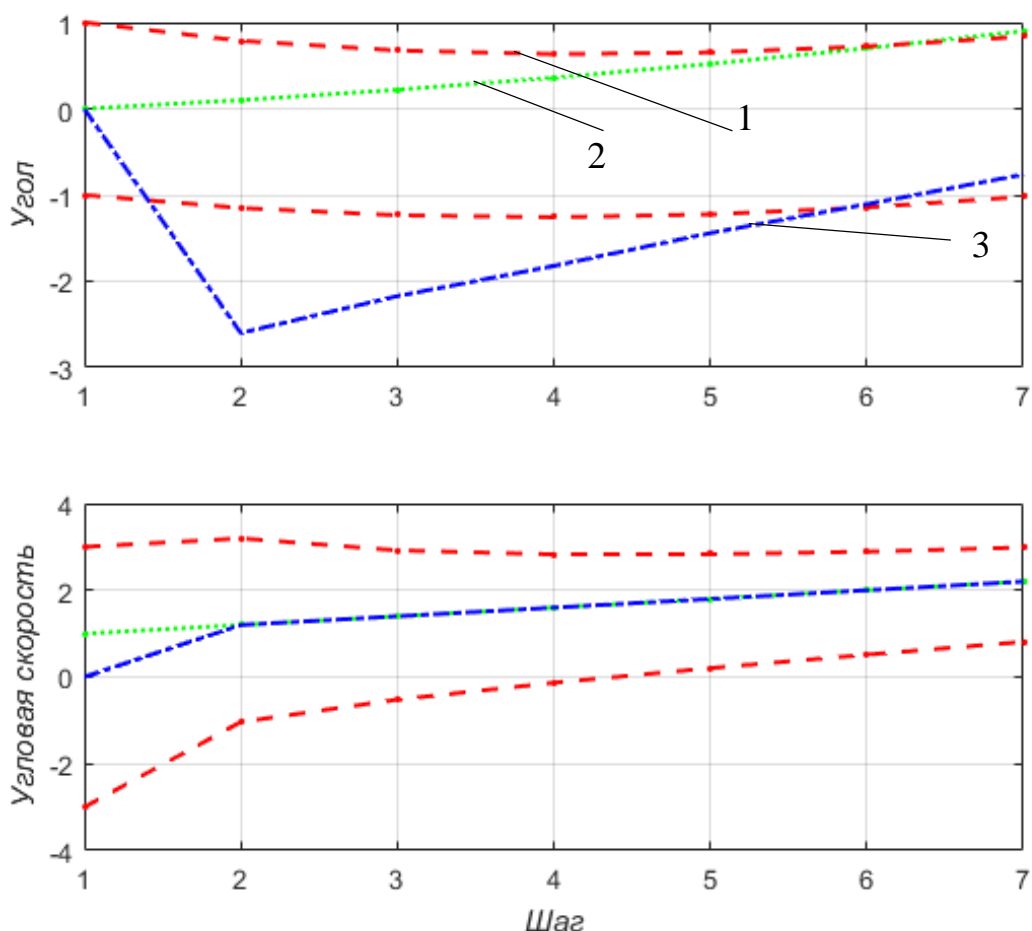


Рисунок 4.6 Изменение значений фильтр Калмана при $u_0 \neq 0$, полученных с помощью фильтра Калмана: 1 – границы доверительного множества, 2 – истина, 3 – измерения

Таблица 4.1 Сравнение результатов оценивания на 7 шаге для трех случаев

Случай	Промежуток	Среднее значение модуля ошибки оценивания	Истина
$u_0 = 0$			
ММФ без дополнительной информации	$-4 \leq x_1 \leq 2,3$ $-3 \leq x_2 \leq 1,3$	$e_{x_1} = 1,45$ $e_{x_2} = 1,85$	$x_1 = 0,6$ $x_2 = 1$

Продолжение таблицы 4.1

ММФ с учетом дополнительной информации	$-4 \leq x_1 \leq 2,3$ $x_2 = 1$	$e_{x_1} = 1,45$ $e_{x_2} = 0$	$x_1 = 0,6$ $x_2 = 1$
Фильтр Калмана	$-0,6 \leq x_1 \leq 1,8$ $-0,1 \leq x_2 \leq 2,1$	$e_{x_1} = 0$ $e_{x_2} = 0$	
$u_0 \neq 0$			
ММФ без дополнительной информации	$-3,7 \leq x_1 \leq 3,8$ $-1,8 \leq x_2 \leq 2,5$	$e_{x_1} = 0,95$ $e_{x_2} = 2,55$	$x_1 = 0,9$ $x_2 = 2,2$
ММФ с учетом дополнительной информации	$-3,7 \leq x_1 \leq 3,8$ $2,05 \leq x_2 \leq 2,4$	$e_{x_1} = 0,95$ $e_{x_2} = 0,025$	
Фильтр Калмана	$-0,31 \leq x_1 \leq 2,1$ $1,1 \leq x_2 \leq 3,3$	$e_{x_1} = 0$ $e_{x_2} = 0$	

По первой координате наименьший размер имеет доверительный эллипс фильтра Калмана при $u_0 = 0$. По второй координате информационное множество минимаксного фильтра с учетом дополнительной информацией об ошибках измерений стягивается в точку при $u_0 = 0$.

При условии, что $u_0 \neq 0$ по первой координате наименьший размер имеет также фильтр Калмана, а по второй координате информационное множество минимаксного фильтра с учетом дополнительной информацией об ошибках измерений, которое меньше размеров доверительного эллипса в 6 раз.

В качестве еще одного параметра сравнения берется среднее значение модуля ошибки оценивания по формуле

$$\bar{e}_{i k} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_{i k} - \hat{x}_{i k}|,$$

где i – координата, x_k – истинное значение вектора состояния, \hat{x}_k – оценка вектора состояния, N – количество шагов, k – номер текущего шага.

В качестве оценки фильтра Калмана берется центр доверительного эллипса, у минимаксного фильтра – чебышевский центр. В результате оценивания в случаях, когда $u_0 = 0$ и $u_0 \neq 0$ среднее значение модуля ошибки оценивания фильтра Калмана равен нулю. Минимаксный фильтр получает нулевое значение среднего значения модуля ошибки оценивания только один раз при $u_0 = 0$ с использованием дополнительной информации об ошибках оценивания.

4.3 Оценка углового движения с учетом информации ЗД и ДУС

Рассмотрим ситуацию, когда измерения получают для двух координат с помощью звездного датчика и инерциальной навигационной системы. В этом случае точность оценивания первой координаты должна вырасти.

Модель бокового движения КА описана системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + \Gamma w_k + Bu_k, \\ y_{k+1} = Gx_{k+1} + Hv_{k+1}, k = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (4.8)$$

где $x_{k+1} \in R^2, y_{k+1} \in R^2, v_{k+1} \in R^2, u_k \in R^2$ – вектор состояния системы, вектор измерений, вектор ошибок измерений на k -м шаге соответственно; A, B, Γ, G – известные матрицы.

$$\begin{aligned} x_0 \in X_0, w_k \in W, v_{k+1} \in V, k = 0, 1, \dots, N-1, \\ A = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} t \cdot u_k \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Множество X_0 задано

$$X_0 = \left\{ x \in R^2 \mid \begin{aligned} -1 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \leq x_1 \leq 1 \cdot 10^{-4} \text{ рад}, \\ -3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{рад}}{\text{с}} \leq x_2 \leq 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{рад}}{\text{с}} \end{aligned} \right\}.$$

Множество W задано отрезком

$$W = \{w \in R^1 \mid 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \leq w_3 \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}\}.$$

Множество V задано отрезком

$$V = \left\{ \begin{aligned} -3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \leq v_1 \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \\ -3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \leq v_2 \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с} \end{aligned} \right\}.$$

Рассмотрим случай, когда $u_0 \neq 0$ (рис. 4.9) и на систему будут действовать возмущения двигательной установки из множества $w_k \in W$ и влиять ошибки измерений $v_k \in V$, получено информационное множество, чебышевский центр которого можно взять за оценку вектора состояния x_k . А также рассмотрим ситуацию, когда $u_0 = 0$ (рис. 4.8). Сравним оба случая с реализацией с фильтром Калмана (таблица 4.2).

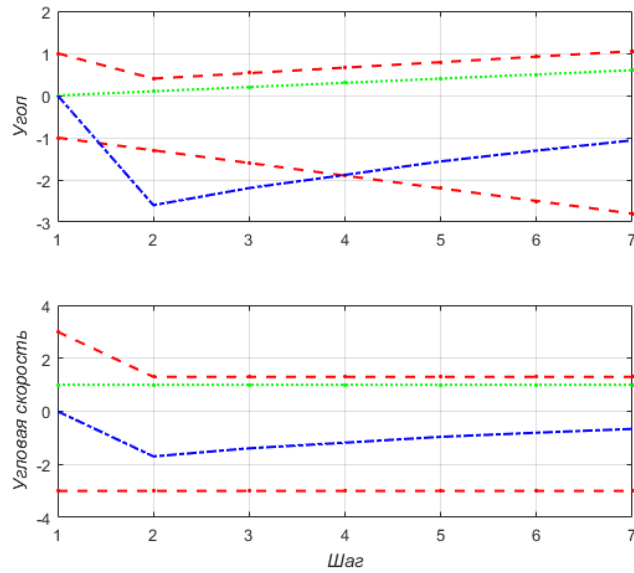


Рисунок 4.8 Изменение информационного множества системы на 7 шагах при $u_0 = 0$: 1 – граница информационного множества, 2 – истина, 3 – измерения

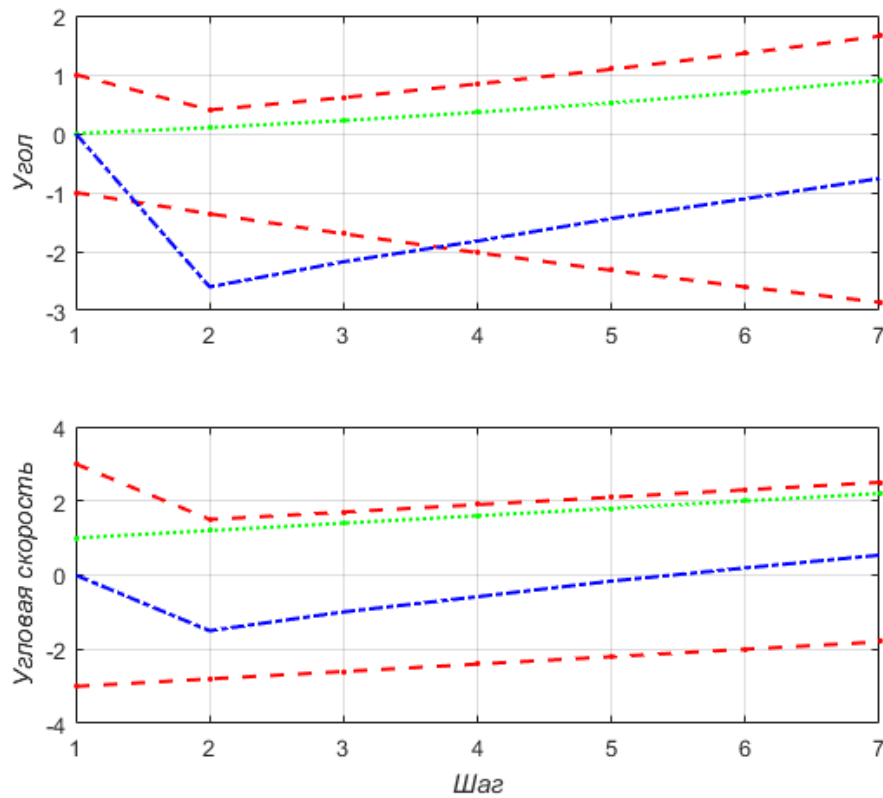


Рисунок 4.9 Изменение информационного множества системы на 7 шагах при $u_0 \neq 0$: 1 – граница информационного множества, 2 – истина, 3 – измерения

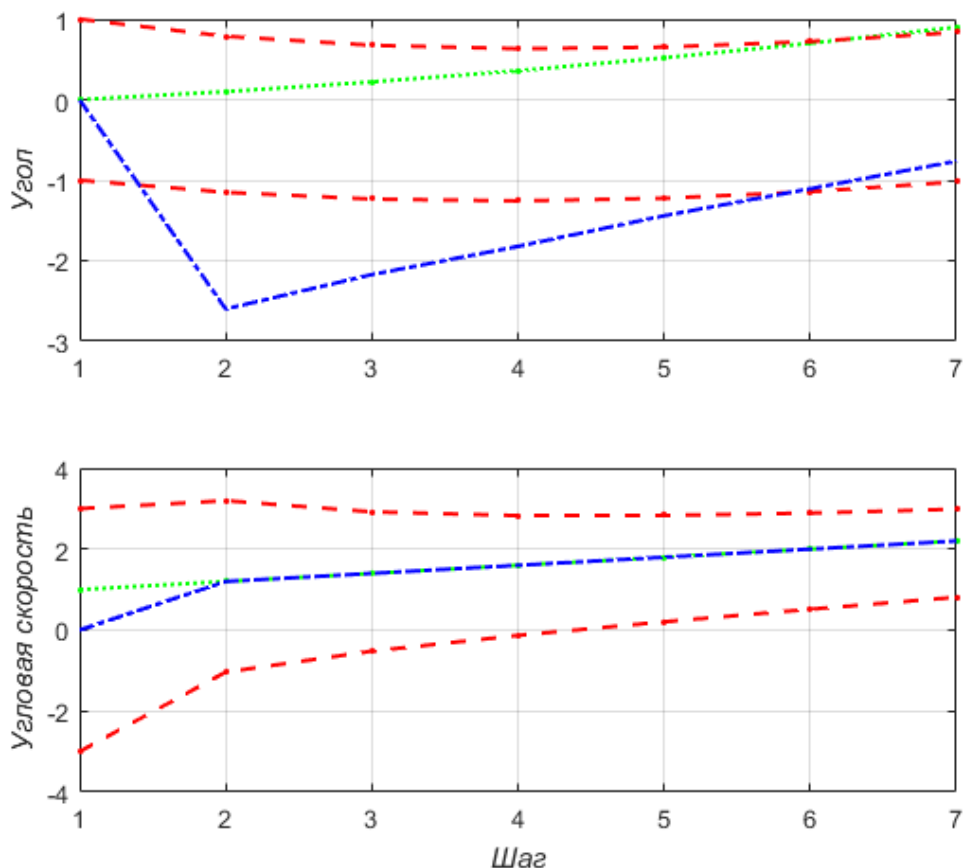


Рисунок 4.10 Изменение границ доверительного эллипса системы на 7 шагах при $u_0 \neq 0$: 1 – граница информационного множества, 2 – истина, 3 – измерения. Для сравнения воспользуемся фильтром Калмана для той же реализации (рис. 4.10). В результате истинное значение на 7-м шаге не попадает в доверительную область ФК по первой координате, т.к. не выполняется условие о законе изменения неизвестных величин, т.е. они не являются белым гауссовским шумом.

Таблица 4.2. Результаты оценивания при измерении двух координат на 7 шаге для двух случаев

Случай	Промежуток	Истина
$u_0 = 0$		
Минимаксный фильтр	$-2,8 \leq x_1 \leq 1,8$ $-3 \leq x_2 \leq 1,3$	$x_1 = 0,6$ $x_2 = 1$
Фильтр Калмана	$-1,3 \leq x_1 \leq 0,53$ $-0,4 \leq x_2 \leq 1,8$	

Продолжение таблицы 4.2

$u_0 \neq 0$		
Минимаксный фильтр	$-2,8 \leq x_1 \leq 2,4$	$x_1 = 0,9$

	$-1,8 \leq x_2 \leq 2,5$	$x_2 = 2,2$
Фильтр Калмана	$-1,02 \leq x_1 \leq 0,8$ $0,8 \leq x_2 \leq 2,9$	

В результате оценивания фильтра Калмана истинное значение выходит за границы доверительного эллипса при $u_0 = 0$ и $u_0 \neq 0$ по первой координате. По второй координате ширина информационного множества в 1,9 раз больше ширины доверительного эллипса при $u_0 = 0$, а также в 2 раза больше при $u_0 \neq 0$. Рассмотрим алгоритм комплексирования информации звездного датчика и инерциальной навигационной системы для получения лучшей оценки вектора состояния.

4.4 Комплексирование информации ЗД и ИНС

При комплексировании информации сравниваются два способа оценивания: гарантированный и статистический (фильтр Калмана) для динамической системы.

При разработке алгоритма комплексирования принимается во внимание модели ошибок измерений ИНС и ЗД, вектор состояния системы можно записать следующим образом

$$x_k = [\Lambda \quad \Delta\theta \quad P]',$$

где $\Lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3]'$ – кватернион перехода от ССК КА к ИСК; $\Delta\theta = [\Delta\theta_x \quad \Delta\theta_y \quad \Delta\theta_z]'$ – вектор угловой скорости ССК КА относительно ИСК КА на интервале между оценками; $P = [p_1 \quad p_2 \quad p_3]'$ – вектор дрейфов измерительных каналов ИНС, выраженных на ССК КА.

Вектор состояния исходной системы 10-го порядка, что требует высоких вычислительных затрат. Для бортовой реализации с учетом ограничений на вычислительные ресурсы желательно разработать фильтр более низкого порядка. Такой фильтр не будет обладать свойствами оптимальности, однако субоптимальность можно обеспечить [60].

Вводится дополнительное условие к работе алгоритмов фильтрации, заключающееся в том, что работа осуществляется на участке измерений при постоянной скорости, без возмущений движения КА, вызванных движениями солнечных батарей, антенн и работой реактивной двигательной системы.

Модель бокового движения КА описана системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k, \\ y_{k+1} = x_{k+1} + v_{k+1}, k = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (4.10)$$

где $x_{k+1} \in R^3, y_{k+1} \in R^3, v_{k+1} \in R^3, \omega_x, \omega_y, \omega_z$ – вектор состояния системы, вектор измерений, вектор ошибок измерений, составляющие вектора скорости малого поворота, полученные по результатам измерений ИНС, матрица A равна

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0,044 & -0,026 \\ -0,044 & 1 & 0,017 \\ 0,026 & -0,017 & 1 \end{pmatrix}.$$

Заданы следующие ограничения

$$x_0 \in X_0 = \begin{cases} -1 < \theta_x < 1; \\ -1,5 < \theta_y < 1,5; \\ -2,5 < \theta_z < 2,5. \end{cases} \quad v_k \in V = \begin{cases} -1 < v_x < 1; \\ -1,5 < v_y < 1,5; \\ -2,5 < v_z < 2,5. \end{cases} \quad (4.11)$$

Матрицы ковариаций P_0, R для фильтра Калмана зададим таким образом, чтобы случайные величины x_0, w_k, v_k на уровне 3σ попадали во множества X_0, V .

Рассмотрим динамику системы (рис. 4.11) для 3-х координат. Система является неустойчивой в связи с расходимостью матрицы A .

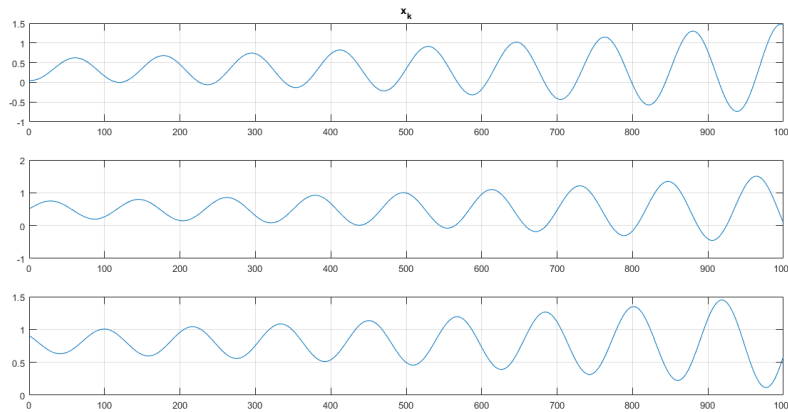


Рисунок 4.11 – Вектор состояния системы на 1000 шагов

4.4.1 Одношаговая процедура

Рассмотрим алгоритм, описывающий аппроксимацию информационного множества \bar{X}_{k+1} на основе текущего измерения y_{k+1} и известного значения управления u_k . Векторы $x_{k+1}, x_k, w_k, v_{k+1}$ являются неизвестными. Получим систему линейных уравнений, описывающая модель

$$\begin{cases} x_{k+1} - Ax_k - \Gamma w_k = Bu_k, \\ Gx_{k+1} + Hv_{k+1} = y_{k+1}. \end{cases} \quad (4.12)$$

Когда исходные множества (4.11) на $x_0, w_k, v_k, k = 0, 1, \dots$ являются многогранниками, они могут быть заданы системами линейных неравенств

$$A_{x_k} x_k \leq b_{x_k}; \quad A_w w_k \leq b_w; \quad A_v v_k \leq b_v. \quad (4.13)$$

где A_{x_0}, A_w, A_v заданные матрицы, b_{x_0}, b_w, b_v – заданные вектора соответствующих размерностей.

Аппроксимируем информационное множество \bar{X}_{k+1} многогранником $\bar{X}_{a, k+1}$ с набором граней, вектора нормалей, образующих строки матрицы $A_{x_{k+1}}$. Для каждого направления a_i , (i -я строка матрицы $A_{x_{k+1}}$) решаем задачу линейного программирования

$$x_{k+1}^* = \operatorname{argmax}\langle a_i, x_{k+1} \rangle \quad (4.14)$$

при ограничениях (4.13), где $\langle a_i, x_{k+1} \rangle$ – скалярное произведение векторов a_i и x_{k+1} . Тогда из уравнения гиперплоскости, проходящей через точку x_{k+1}^* следует, что i -я координата вектора $b_{x_{k+1}}$ равна

$$b_{x_{k+1}}(i) = \langle a_i, x_{k+1}^* \rangle. \quad (4.15)$$

Далее переходим к расчету на следующем шаге.

Для сравнения результатов оценивания с помощью одношаговой процедуры в дальнейшем будет использоваться среднее значение модуля ошибки оценивания фильтра Калмана e_1 и среднее значение модуля ошибки оценивания минимаксного фильтра e_2 , рассчитанные по формуле

$$\bar{e}_{i k} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_{i k} - \hat{x}_{i k}|, \quad (4.16)$$

где i – координата, x_k – истинное значение вектора состояния, \hat{x}_k – оценка вектора состояния, N – количество шагов, k – номер текущего шага.

Рассмотрим ситуации, когда ошибки измерений распределены по нормальному закону распределения, равномерному распределению и являются динамическим хаосом.

Ошибки измерений распределены по нормальному закону распределения с заданными ограничениями. По результатам моделирования среднее значение модуля ошибки оценивания фильтра Калмана e_1 (4.12). меньше, чем среднее значение модуля ошибки оценивания минимаксного фильтра e_2 (4.13) для всех координат вектора состояния для одной из реализации на 100 шагах..

$$e_1 = [0.003 \quad 0,009 \quad 0.035].$$

$$e_2 = [0,01 \quad 0.09 \quad 0.109].$$

Как уже отмечалось, в реальных условиях статистическая информация об ошибках измерений может отсутствовать, поэтому применение фильтра Калмана может быть необоснованным, а истинное состояние может находиться за пределами доверительных множеств. Таким образом, если ошибки измерений не являются белым гауссовским шумом, а имеют иной закон распределения, то фильтр Калмана может работать некорректно.

Рассмотрим ситуацию, когда ошибки измерений изменяются по равномерному закону распределения. По результатам моделирования среднее значение модуля ошибки оценивания фильтра Калмана e_1 (4.14). больше, чем среднее значение модуля ошибки оценивания минимаксного фильтра e_2 (4.15) для всех координат вектора состояния для одной из реализации на 100 шагах, рассчитанные по формуле (4.16)

$$e_1 = [0.03 \quad 0.075 \quad 0.18].$$

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		62

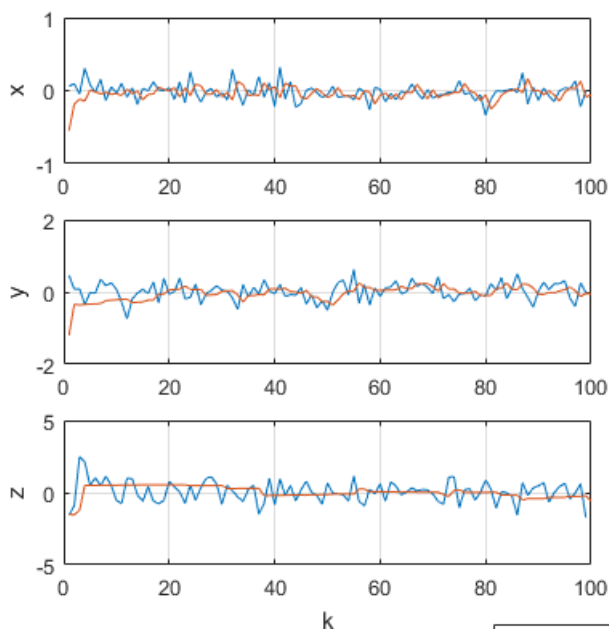


Рис. 4.12 Ошибки измерений (синий), ошибки гарантированного оценивания (оранжевый)

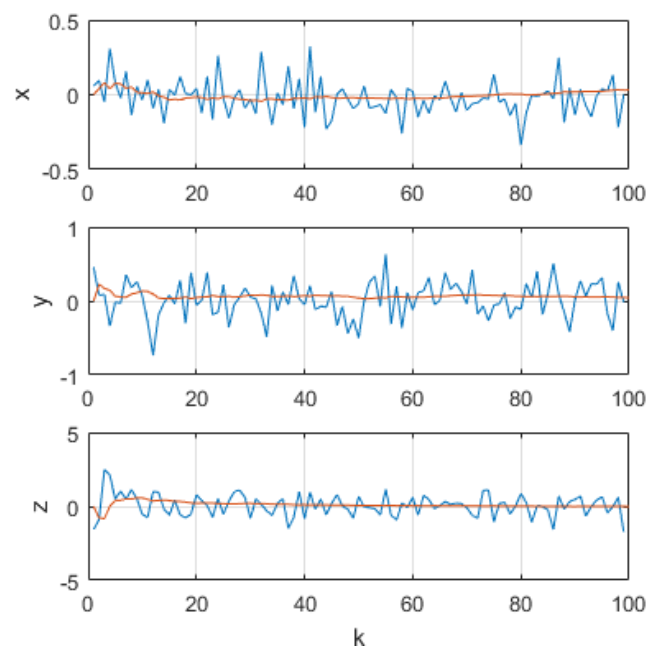


Рис. 4.13 Ошибки измерений (синий), ошибки фильтра Калмана (оранжевый)

$$e_2 = [0,008 \quad 0.04 \quad 0.01].$$

При рассмотрении ситуации с динамическим хаосом ошибки оценивания фильтра Калмана и минимаксного фильтра большие, по сравнению со случаем, когда ошибки измерений распределены по нормальному и равномерному закону распределению. По первой координате фильтр Калмана отработал лучше. Результаты оценивания зависят от матрицы A и от реализованных возмущений, влияющих на систему. По первой координате закон изменения близок к нормальному закону распределения, что дает преимущество фильтру Калмана. Оставшиеся две координаты распределены иначе, что не влияет на работу минимаксного фильтра.

Стоит отметить, что если ошибки реализовались близко к границе множества V , то и оценка минимаксного фильтра будет гораздо лучше. Фильтр Калмана к этим изменениям не чувствителен. Если же ошибки реализуются небольшие относительно значения истины, то информационное множество минимаксного фильтра будет иметь большие размеры, относительно противоположной ситуации.

Ошибки измерений являются динамическим хаосом (рис. 4.16, 4.17).

$$e_1 = [0.519 \quad 0.456 \quad 0.96].$$

$$e_2 = [0,599 \quad 0.407 \quad 0.39].$$

В работе [60] в результате оценивания ориентации (рис. 4.18) КА с помощью редуцированного фильтра Калмана удалось реализовать эффективную фильтрацию шумов. При этом авторы отмечают, что такой алгоритм снизил вычислительные

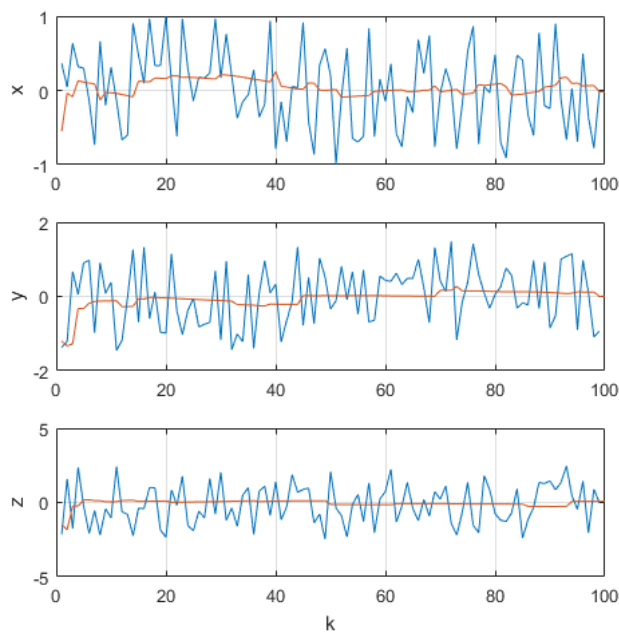


Рис. 4.14 Ошибки измерений (синий), ошибки гарантированного оценивания (оранжевый)

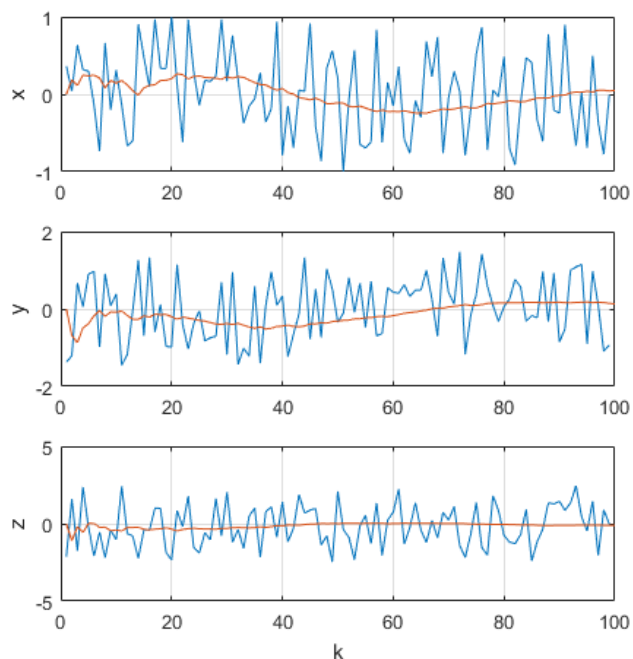


Рис. 4.15 Ошибки измерений (синий), ошибки фильтра Калмана (оранжевый)

ресурса в 2,7 раз, по сравнению с «полной» реализацией алгоритма. Минимаксный фильтр, хоть и дает возможность получить оценку вектора состояния лучше, требует больших вычислительных затрат. Время работы алгоритма фильтра Калмана $t = 0.0005$ с, время работы одношаговой процедуры гарантированного оценивания $t = 0.15$ с.

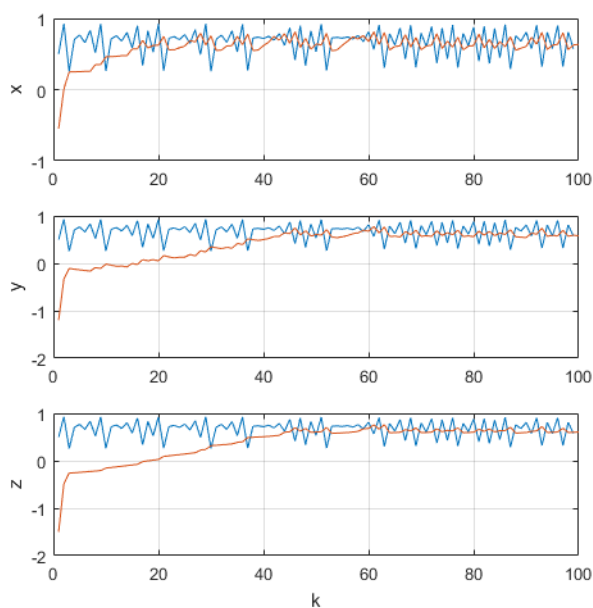


Рис. 4.16 Ошибки измерений (синий), ошибки гарантированного оценивания (оранжевый)

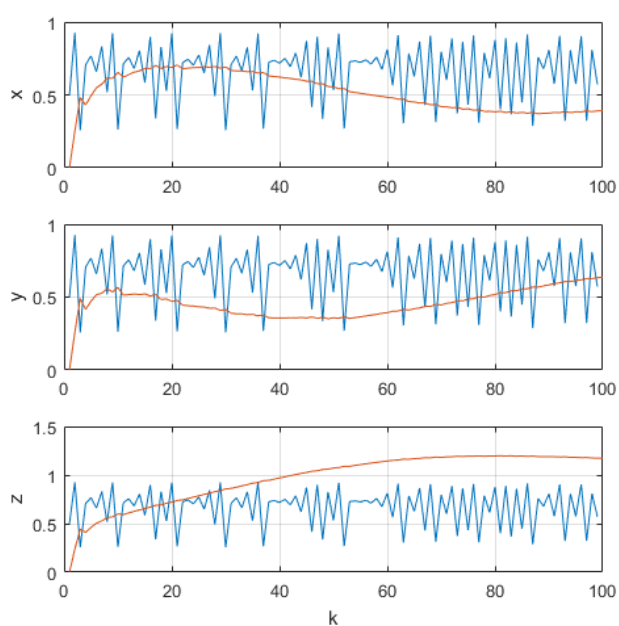


Рис. 4.17 Ошибки измерений (синий), ошибки фильтра Калмана (оранжевый)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

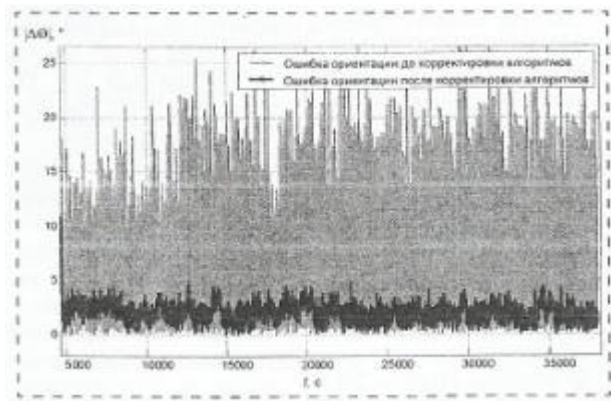


Рисунок 4.18 График ошибки определения ориентации КА

4.4.2 Многошаговая процедура

Рассмотрим алгоритм аппроксимации, где учитывается информация об измерениях y_{k+1} , возмущениях w_k , помехах v_{k+1} , полученная не с одного предыдущего шага, а с нескольких предыдущих шагов. Теперь необходимо увеличить размерность системы (4.12), включив в нее переменные $x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}, w_{k-1}, \dots, w_{k-L}, v_k, \dots, v_{k-L}$, где L – число предыдущих шагов. С помощью этого алгоритма найдем более точную оценку $X_{a k}$ информационного множества \bar{X}_k .

Зададим число предыдущих шагов L , значения измерений $y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-L}$ и управлений $u_{k-1}, u_{k-2}, \dots, u_{k-L}$, которые будут использованы для вычисления текущей оценки. Составим систему линейных неравенств, описывающих систему (4.12)-(4.13) на последних L шагах

$$\begin{pmatrix} I & -A & 0 & \dots & -\Gamma & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I & -A & \dots & 0 & -\Gamma & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & I & -A & \dots & 0 & -\Gamma & \dots & \dots & 0 \\ G & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & G & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \dots \\ x_{k-L} \\ w_{k-1} \\ \dots \\ w_{k-L} \\ v_k \\ \dots \\ v_{k-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Bu_{k-1} \\ \dots \\ Bu_{k-L} \\ y_k \\ \dots \\ y_{k-L} \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

Составим систему линейных неравенств, описывающих множества X_{k-L}, W, V на последних L шагах

$$\begin{pmatrix} 0 & \dots & A_{x_{k-L}} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & A_w & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & A_w & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & A_v & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & A_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ \dots \\ x_{k-L} \\ w_{k-1} \\ \dots \\ w_{k-L} \\ v_k \\ \dots \\ v_{k-L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{x_{k-L}} \\ b_w \\ \dots \\ b_w \\ b_v \\ \dots \\ b_v \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Построим аппроксимацию информационного множества X_k на основе систем (22), (23)

$$X_k = \{x_k | A_{x_k} x_k \leq b_{x_k}\}, \quad \bar{X}_k \subseteq X_k \quad (4.22)$$

Для каждого направления a_i , (i -я строка матрицы A_{x_k}) решаем задачу линейного программирования

$$x_k^* = \operatorname{argmax} \langle a_i, x_k \rangle \quad (4.23)$$

при ограничениях (22), (23), где $\langle a_i, x_k \rangle$ – скалярное произведение векторов a_i и x_k . Тогда i -я координата вектора b_{x_k} равна

$$b_{x_{k+1}}(i) = \langle a_i, x_k^* \rangle. \quad (4.24)$$

Далее переходим на следующий шаг

Сравним с помощью многошаговой процедуры на окне $L = 5$ и $L = 50$ шагов среднее значение модуля ошибки оценивания фильтра Калмана e_1 и среднее значение модуля ошибки оценивания минимаксного фильтра e_2 для каждой из 3-х координат, рассчитанные по формуле (4.16), когда ошибки измерений распределены по нормальному закону распределения, равномерному распределению и являются динамическим хаосом.

Ошибки измерений распределены по нормальному закону распределения на окне $L = 5$ (рис. 4.15, 4.16)

$$e_1 = [0.007 \quad 0,04 \quad 0.02].$$

$$e_2 = [0,1 \quad 0.056 \quad 0.023].$$

Ошибки измерений распределены по нормальному закону распределения на окне $L = 55$

$$e_1 = [-0.019 \quad 0,006 \quad 0.01].$$

$$e_2 = [0,06 \quad -0.039 \quad -0.020].$$

Ошибки измерений распределены по равномерному закону распределения на окне $L = 5$

$$e_1 = [0,017 \quad 0,04 \quad 0,46],$$

$$e_2 = [0.04 \quad 0,003 \quad 0,04].$$

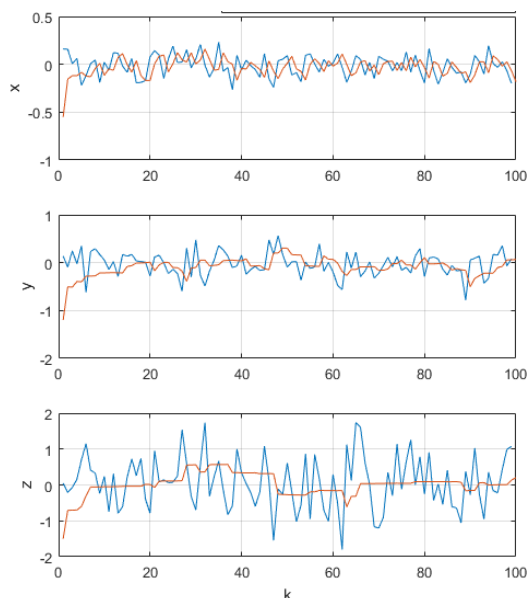


Рис. 4.15 Ошибки измерений (синий), ошибки гарантированного оценивания (синий) (оранжевый)

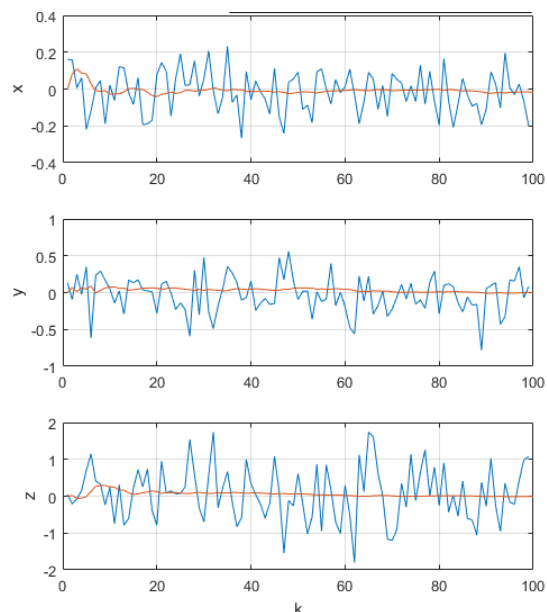


Рис. 4.16 Ошибки измерений (синий), ошибки фильтра Калмана (оранжевый)

Ошибки измерений распределены по равномерному закону распределения на окне $L = 55$

$$e_1 = [0,03 \quad 0,07 \quad 0,18],$$

$$e_2 = [0,008 \quad 0,04 \quad 0,01].$$

Ошибки измерений являются динамическим хаосом на окне $L = 5$

$$e_1 = [0,51 \quad 0,45 \quad 0,96],$$

$$e_2 = [0,599 \quad 0,40 \quad 0,39].$$

Ошибки измерений являются динамическим хаосом $L = 55$

$$e_1 = [0,51 \quad 0,45 \quad 0,96],$$

$$e_2 = [0,599 \quad 0,40 \quad 0,39].$$

В результате эксперимента ошибка оценивания фильтра Калмана оказалась выше относительно ошибки оценивания минимаксного фильтра по всем трем координатам, что вызвано изменением закона распределения ошибок измерений.

Была также рассмотрена ситуация, когда ошибки измерений являются динамическим хаосом. В таблице 4.3 представлена сводная таблица результатов моделирования всех трех случаев.

Таблице 4.3 Результаты моделирования для трех случаев реализации ошибок оценивания

Закон распределения	Ошибка оценивания ФК	Ошибка оценивания ММФ	Ошибка оценивания ММФ
---------------------	----------------------	-----------------------	-----------------------

	Оценка мат. ожидания	Оценка мат .ожидания на ширине окна L=5	Оценка мат .ожидания на ширине окна L=55
Нормальный закон распределения	$\begin{bmatrix} 0.003 \\ 0,009 \\ 0.035 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 0.056 \\ 0.023 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,06 \\ 0.039 \\ 0.020 \end{bmatrix}$
Равномерный закон распределения	$\begin{bmatrix} 0,03 \\ 0,07 \\ 0,18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,04 \\ 0,003 \\ 0,04 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,008 \\ 0,04 \\ 0,01 \end{bmatrix}$
Динамический хаос	$\begin{bmatrix} 0,51 \\ 0,45 \\ 0,97 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,4 \\ 0,39 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,4 \\ 0,39 \end{bmatrix}$

Многошаговая процедура позволила повысить точность оценивания минимаксного фильтра с помощью увеличения окна измерений для ситуаций, когда ошибки оценивания изменяются по нормальному закону для всех координат: в 1,6 раз по первой координате, в 1,4 раза по второй координате и в 1,15 раз по третьей; по равномерному закону для первой и третьей координаты: в 5 раз по первой координате и в 4 раза по третьей. Тем не менее время работы многошаговой процедуры гарантированного оценивания, что значительно превышает вычислительные затраты фильтра Калмана в $3 \cdot 10^2$ с.

Выводы

В п. 4.2 представлены результаты оценивания при использовании дополнительной информации об изменении ошибок измерений. По первой координате наименьший размер имеет доверительный эллипс фильтра Калмана при $u_0 = 0$. По второй координате информационное множество минимаксного фильтра с учетом дополнительной информацией об ошибках измерений стягивается в точку при $u_0 = 0$.

При условии, что $u_0 \neq 0$ по первой координате наименьший размер имеет также фильтр Калмана, а по второй координате информационное множество минимаксного фильтра с учетом дополнительной информацией об ошибках измерений, которое меньше размеров доверительного эллипса в 6 раз.

В п.4.3 В результате оценивания фильтра Калмана истинное значение выходит за границы доверительного эллипса при $u_0 = 0$ и $u_0 \neq 0$ по первой координате. По второй координате ширина информационного множества в 1,9 раз больше ширины доверительного эллипса при $u_0 = 0$, а также в 2 раза больше при $u_0 \neq 0$.

Отсутствие статистической информации об ошибках измерений приводит к значительному ухудшению точности получаемых результатов с помощью фильтра Калмана по сравнению с оценками, полученными с помощью гарантированного подхода. Это было доказано с помощью моделирования ситуации, когда распределение ошибок измерения отличается от нормального распределения в п. 4.4.

В п. 4.4.1 и п. 4.4.2 представлены одношаговая и многошаговая процедуры оценивания минимаксного фильтра. В результате использования многошаговой процедуры, удалось повысить точность оценивания для двух случаев: ошибки измерения распределены по нормальному и равномерному закону. Тем не менее фильтр Калмана требует для своей реализации намного меньше вычислительных ресурсов, чем гарантированный подход. Время работы алгоритма фильтра Калмана $t = 0.0005$ с, время работы одношаговой процедуры гарантированного оценивания $t = 0.15$ с, многошаговой $t = 0.19$ с.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		69

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выбран состав элементов бортового комплекса управления КА для полета на астероид, в который входят звездные датчики БОКЗ-МФ, трехкомпонентный измеритель угловой скорости ТИУС-200, инерциальный измерительный блок (блок акселерометров) АИСТ-350 для решения задач навигации и ориентации, лазерный дальномер ЛСДК, электронно-оптическая система, БЦВМ МАРС 4 и БСА. Общая масса БКУ 44,87 кг (47,07 кг), общее энергопотребление 153 Вт (172 Вт).

Более подробно рассмотрены минимаксный фильтр и фильтр Калмана. Выделены основные достоинства и недостатки двух методов. В частности, показаны ситуации, когда оценка фильтра Калмана не распознает ситуации, когда истина выпадает за пределы доверительного эллипса, а также не может показать, когда оценка наоборот полностью совпадает с истинным значением. Минимаксный же фильтр гарантированно содержит истинное значение в пределах информационного множества и распознает ситуацию, когда информационное множество стягивается в точку и полностью совпадает с истинной.

Фильтр Калмана требует для своей реализации намного меньше вычислительных ресурсов, чем гарантированный подход. Время работы алгоритма фильтра Калмана $t = 0,0005$ с, время работы одношаговой процедуры гарантированного оценивания $t = 0.15$ с, многошаговой $t = 0.19$ с. Расчет производился на Intel® Core™ i3-4005U CPU @ 1.70GHZ

Получение дополнительной информации об ошибках измерений дает возможность увеличение точности оценивания минимаксного фильтра в 6 раз (п.4.2) относительно оценивания фильтра Калмана. Несоответствие нормальному закону распределения ошибок измерений ошибок измерений оценивание минимаксного фильтра Калмана в 3,75 раз по первой координате, в 2,3 раза по второй координате и в 1,8 раз по третьей (п. 4.4.2) углового движения космического аппарата.

Для дальнейшего рассмотрения необходима разработка вычислительных алгоритмов в минимаксном фильтре для снижения требований как к вычислительным ресурсам, так и времени счета для реализации в реальном времени.

										Лист
										70
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	24.05.06.2020 424 00 ПЗ					

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Аванесов, Г.А. Звездные координаторы систем ориентации космических аппаратов / Г.А. Аванесов, С.В. Воронков, А.А. Форш, М.И. Куделин. – М.: Изв. Вузов. Приборостроение, 2003. – Т.46, №4. – С. 56-62.

2 Акимов, П.А. Гарантирующий подход и H_1 аппроксимация в задачах оценивания параметров БИНС при стендовых испытаниях / П.А. Акимов, А.В. Деревянкин, А.И. Матасов. – М.: Издательство Московского университета, 2012. – 296 с.

3 Алёшин, Б.С. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под. Ред. Б.С. Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 424 с.

4 Аникин, А.А. Разработка и моделирование систем комплексирования разнородных наблюдений. /А.А. Аникин. – Ульяновск, 2006. – 144 с.

5 Бажанов, И.К. Космическая навигация / И.К. Бажанов, В.И. Алешин, В.Н. Почукаев, В.С. Поляков. – М.: Машиностроение, 1975. – 352 с.

6 Бессонов, Р.В. Разработка и исследование интегрированного датчика ориентации космического аппарата: Автореферат дисс. На соискание ученой степени канд. Техн. Наук. Институт космических исследований РАН / Р.В. Бессонов. – М., 2008. – 16 с.

7 Бек, В.В. Интегрированные системы терминального управления/ В.В. Бек, Ю.С. Вишняков, А.Р. Махлин. – М.: Наука, 1989. – 224 с.

8 Богуславский, И.А. Методы навигации и управления по неполной статистической информации / И.А. Богуславский – М.: Машиностроение, 1970. – 256 с.

9 Бранец, В.Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский.– М.: Наука. Гл. ред. Физ-мат. лит., 1980. – 288 с.

10 Браммер, К. Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер, Г. Зиффлинг – М.: Наука, 1982. – 200 с.

11 Бровкин, А.Г. Бортовые системы управления космическими аппаратами: учебное пособие / Под ред. А.С. Сырова, / А.Г Бровкин, Б.Г. Бурдыгов, С.В. Гордийко и др. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. – 304 с.

12 Бушенков, В.А. Методы и алгоритмы анализа линейных систем на основе построения обобщенных множеств достижимости / В.А. Бушенков, А.В. Лотов. – Ж. вычисл. матем. и матем. из., 1980. – Т. 20, № 5. – С. 1130-1141.

13 Венцель, Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш.шк., 1998. – 576 с.

14 Гаджиев, Ч.М. Метод отбраковки аномальных измерений для многомерных динамических систем / Ч.М. Гаджиев. – Автометрия, 2003. – Т. 39, №4. – С. 39-46.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		71

15 Горелик, С.И. Прогнозирование случайных колебательных процессов на основе метода экспоненциального сглаживания/ С.И. Горелик, Л.С. Казаринов. – Автомат. и телемех, 1994. № 10. – С. 27-34.

16 Гурко, А.Г. Повышение качества управления техническими объектами в условиях априорной неопределенности / А.Г. Гурок, А.М. Дробинин. – Автомобильный транспорт, 2010. – №27. – С. 88-93.

17 Дубовской, В.Б. Методика повышения точности навигационного обеспечения космических аппаратов, оснащенных высокочувствительными акселерометрами / В.Б. Дубовской, К.В. Кисленко, В.Г. Пшеняник. – СПб.: Изв. Вузов. Приборостроение, 2018. – Т. 61, №7. – С. 590-595.

18 Иванов, Д.С. Алгоритм оценки параметров ориентации малого космического аппарата с использованием фильтра Калмана / Д.С. Иванов, С.О. Карпенко, М.Ю. Овчинников. – М.: Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2009. – 32 с.

19 Жуков, Б.И. Сравнительный анализ алгоритмов управления посадкой на луну / Б.И. Жуков, В.Н. Лихачев, В.В. Сазонов, Ю.Г. Сихрулидзе, А.Г. Тучин, Д.А. Тучин, В.П. Федотов, В.С. Ярошевский. – Космические исследования, 2015. – Т.5, №6. – С. 480-487.

20 Зельк, Я.И. Моделирование и идентификация объектов управления с применением Interval-set Analysis Matlab Toolbox / Я.И. Зельк, М.М. Лычак, В.Н. Шевченко. – Проблемы управления и информатики, 2003. – №2. – С. 42-56.

21 Зубов, Н.Е. Аналитический алгоритм построения орбитальной ориентации космического аппарата при неполном измерении компонент вектора состояния / Н.Е. Зубов, А.В. Лапин, В.Н. Рябченко. – Известия РАН. Сер. "Теория и системы управления", 2019. – № 6. – С. 128-138.

22 Калман, Р.Е. Идентификация систем с шумами / Р.Е. Калман. – Успехи математических наук, 1985. – Т.40. – №4(244). – С. 27-41.

23 Калман, Р.Е. Идентификация систем с шумами / Р.Е. Калман. – Успехи математических наук / Р.Е. Калман. – 1985. – №11. – С. 79-87.

24 Каргу, Л.И. Точность гироскопических устройств систем управления летательных аппаратов/ Л.И. Каргу. – М.: Машиностроение, 1990.

25 Кац, И.Я. Минимаксная многошаговая фильтрация в статистически неопределенных ситуациях / И.Я. Кац, А.Б. Куржанский. – Автоматика и телемеханика, 1978. – № 11. – С.79–87.

26 Клычников, В.В. Алгоритмы обработки информации инерциальных навигационных систем / В.В. Клычников, М.С. Селезнев, К.А. Неусыпин, А.В. Пролетарский, Шэнь К., Лу В., Сюетин Ч. – Автоматизация. Современные Технологии, 2018. – Т.72, №12. – С. 555-563.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		72

27 Красовский, Н.Н. Современные проблемы оптимизации и устойчивости неопределенных и стохастических систем / Н. Н. Красовский, А.Б. Куржанский, А.И. Кибзун. – Автомат. и телемех, 2007. – вып. 10. – С. 3-4.

28 Кузнецов, В.И. Метод автономной астрономической навигации и ориентации ИСЗ / В.И. Кузнецов, Х.Л. Смолицкий, Т.В. Данилова. – Изв. Вузов. Приборостроение, 2003. – Т.46, №4. – С. 5-16.

29 Кунцевич, В.М. О точности построения аппроксимирующих моделей при ограниченных помехах измерений. – Автоматика и телемеханика, 2005. – №5 – С. 125-133.

30 Кунцевич, В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации/ В.М. Кунцевич. – К.: Наукова думка, 2006. – 264 с.

31 Купер, Дж. Вероятностные методы анализа сигналов и систем: Пер. с англ. / Дж. Купер, К. Макгиллем. – М.: Мир, 1989. – 376 с.

32 Кумков, С.И. Информационные множества в задаче наблюдения за движением самолета / С.И. Кумков, В.С. Пацко, С.Г. Пятко, А.А. Федотов. – Тр. ИММ УрО РАН, 2000. – Т.6, №2. – С. 413-434.

33 Кейн, В.М. Оптимизация систем управления по минимаксному критерию/ В.М. Кейн. – М: Наука, 1985. – 248 с.

34 Красовский, Н.Н. Задачи управления с гарантированным результатом /Н.Н. Красовский, В.Е. Третьяков. – Свердловск: Сред.-Урал. кн. изд-во, 1986. – 64 с.

35 Легостаев, В.П. История создания систем управления космических аппаратов / В.П. Легостаев, Е.А. Микрин. – АиТ, 2013. – №3 – С. 15-37.

36 Леффертс, И.Дж., Использование фильтра Калмана для оценивания пространственной ориентации КЛА / И.Дж. Леффертс, Ф.Л. Маркли, М.Д. Шустер. – Аэрокосмическая техника, 1983. – Т.1 №8. – С. 135-149.

37 Лидов, М.Л. К задаче гарантирующего оценивания / М.Л. Лидов. – Космические исследования, 1991. – Т. 29, №6. – С. 803-814.

38 Лотов, А.В. Численный метод построения множеств достижимости для линейных управляемых систем с фазовыми ограничениями / А.В. Лотов. – Журнал вычислительной математики и математической физики, 1975. – Т. 15, №6. – С. 67-78.

39 Лысенко, Л.Н. Теоретические основы баллистико-навигационного обеспечения космических полетов / Л.Н. Лысенко, В.В. Бетанова, Ф.В. Звягина. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 518 с.

40 Лычак, М.М. Итерационный алгоритм решения задачи линейного программирования. – Автоматика, 1990. – №1. – С. 42-54.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		73

- 41 Лычак, М.М. Обобщенная дисперсионная функция случайных возмущений и множественные оценки значений шумов. – Автоматика, 1987. – №1. – С. 31-36.
- 42 Лычак, М.М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода / М.М. Лычак. – Проблемы управления и информ., 1999. – №5. – С. 34-41.
- 43 Майборода, Л.А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов / Л.А. Майборода, Е.П. Школьный. – М.: Гидрометеиздат, 1973. – 307 с.
- 44 Матасов, А.И. Метод гарантирующего оценивания. – М.: Изд-во МГУ, 2009. – 100 с
- 45 Мамаев, А.А. Методы минимаксного оценивания при наличии эллипсоидальных ограничений / А.А. Мамаев, К.В. Семинихин // Автоматика и телемеханика, 2013. – № 4. – С. 129-151.
- 46 Матасов, А.И. Метод гарантирующего оценивания/ А.И. Матасов. – М.: Изд-во МГУ, 2009. – 100 с.
- 47 Макс, Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. – М.: Мир, 1983. – 312 с.
- 48 Микрин, Е.А. Разработка моделей и методов проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов / Е.А. Микрин, В.В. Кульба, Б.В. Павлов. – АиТ, 2013. – №3. – С. 38-50.
- 49 Миллер, Г.Б. Минимаксная фильтрация в линейных неопределенно-стохастических дискретно-непрерывных системах / Г.Б. Миллер, А.Р. Панков// Автоматика и телемеханика, 2006. – №3. – С. 77-93.
- 50 Овсеевич, А.И. Сравнение интервальных и эллипсоидальных оценок погрешности векторных операций / А.И. Овсеевич, Ю.В. Тарабанько, Ф.Л. Черноусько // Доклады Академии наук, 2005. – Т. 400, №6. – С. 739-743.
- 51 Овсеевич, А.И. К вопросу о сопоставлении вероятностного и гарантированного подходов к прогнозу фазового состояния динамических систем /А.И. Овсеевич, А.М. Шматков. – Изв. АН. Теория и системы управления, 1997. – №4. – С. 11-16.
- 52 Пацко, В.С. Трехмерное множество достижимости в системах нелинейной управляемой системы / В.С. Пацко, С.Г. Пятко, А.А. Федотов. – Известия АН. Теория и системы управления, 2003. – № 3. – С. 8-16.
- 53 Подвилова, Е.О. Аппроксимация информационных множеств в задаче гарантированного оценивания состояния динамических систем в условиях неопределенности / Е.О. Подвилова, В.И. Ширяев. – Мехатроника, автоматизация, управление, 2014. – № 7. – С. 10-16.

- 54 Понятский, В.М. Синтез интервального фильтра Калмана на основе минимаксного подхода. – Стохастическая оптимизация в информатике, 2001.
- 55 Пролетарский, А.В. Способы коррекции навигационных систем и комплексов летательных аппаратов / А.В. Пролетарский, К.А. Неусыпин. – Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение», 2012. – С. 216-223.
- 56 Пугачев, В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В.С. Пугачев. – М.: Физматлит, 1960. – 883 с.
- 57 Разыграев, А.П. Основы управления полетом космических аппаратов: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1990.
- 58 Решетняк, Ю.Н. Суммирование эллипсоидов в задаче гарантированного оценивания / Ю.Н. Решетняк. – ПММ, 1989. - Т. 53, № 2. – С. 249-254.
- 59 Рябогин Н.В. Калибровка дрейфов датчиков угловой скорости // Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXVII Академических чтений по космонавтике. Москва, январь-февраль 2013 г./ Под общей редакцией А.К. Медведевой. – М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2013. – С. 542
- 60 Рябогин, Н.В. Комплексование информации инерциальных измерительных блоков и звездных приборов на основании оценки вектора малого поворота / Н.В. Рябогин, В.Н. Соколов, Н.М. Задорожная. – Мехатроника, автоматизация, управление, 2017. – Т.18, №5. – С. 351-359.
- 61 Рябогин, Н.В. Калибровка дрейфов датчиков угловой скорости космических аппаратов по информации от звездных датчиков при вращении вокруг произвольной оси. – М.: МОКБ «Марс», 2012. – С. 42-43.
- 62 Распопов, В.Я. Комплексованные микросистемы ориентации малоразмерных беспилотных летательных аппаратов / В.Я., Распопов, Ю.В. Иванов, Р.В. Алалуев, В.В. Матвеев и др. – СПб.: Изд. ГНЦРФ ЦНИИ «Электроприбор», 2011. – С. 161-169.
- 63 Сальников, Н.Н. Эллипсоидальное оценивание состояний и параметров динамической системы при отсутствии априорной информации / Н.Н. Сальников. – Проблемы управления и информатики, 2014. № 2. – С. 144-156.
- 64 Сейдж, Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мел. – М.: Связь, 1976. – С. 496.
- 65 Семинихин, К.В. Методы минимаксного оценивания в многомерных линейных моделях наблюдения при наличии геометрических ограничений на моментные характеристики. – М., 2010. – 326 с.
- 66 Семинихин, К.В. Минимаксная линейная фильтрация случайных последовательностей с неточно заданной ковариационной функцией / К.В. Семинихин. – Автоматика и телемеханика, 2016. – №2. – С. 50-67.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		75

- 67 Сизиков, В.С. Устойчивые методы обработки результатов измерений: учеб. пособ. – Спб.: СпецЛит, 1999. – 240 с.
- 68 Степанов, О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. – Спб.: Изд. ГНЦ РФ ЦНИИ Электроприбор, 1998. – 370 с.
- 69 Степанов, О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч.1. Введение в теорию оценивания. – СПб.: Изд. ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – С. 351-352.
- 70 Солодов, А.В. Методы теории систем в задаче непрерывной линейной фильтрации. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат.лит., 1976. – 264 с.
- 71 Соловьев, И.В. Метод полетной калибровки резервированного гироскопического измерителя вектора угловой скорости космического аппарата / И.В. Соловьев, Н.В. Рябогин. – Авиакосмическое приборостроение, 2016. – №3. – С. 11-21.
- 72 Сыров, А.С. Особенности синтеза системы угловой стабилизации высокоточных беспилотных летательных аппаратов / А.С. Сыров, В.Ю. Рутковский, В.М. Глумов, А.М. Пучков, А.С. Соловьев. – М.: МОКБ «Марс» Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2017. – №2. – С. 56-67.
- 73 Сыров, М Проектирование и испытание бортовых систем управления: учеб. Пособ. Т3 / Под редакцией А.С. Сырова. – М.: МАИ-ПРИНТ, 2011.
- 74 Тимофеева, Г.А. Обобщенные доверительные множества для статистически неопределенного случайного вектора / Г.А. Тимофеева. – Автомат. и телемех., 2002. – № 6. – С. 44-56.
- 75 Фокин, Л.А. Об использовании калмановского и минимаксного алгоритмов оценивания погрешностей интегрированной навигационной системы / Л.А. Фокин, Е.О. Подивилова, В.И. Ширяев. – Тр. ФГУП «НПЦАП им. акад. Н.А. Пилюгина». Системы и приборы управления, 2013. – № 3. – С. 65-79.
- 76 Фомин, В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. – М.: Наука Гл. ред. Физ.-мат. лит, 1984. – 288 с.
- 77 Фомичев, А.В. Решение задачи навигации космических аппаратов на основе астронавигационных измерений: Учеб. пособие / А.В. Фомичев. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011.
- 78 Филимонов, Н.Б. Идентификация состояния и внешней среды дискретных динамических объектов методом полиэдрального программирования / Н.Б. Филимонов. – Мехатроника, автоматизация, управление, 2003. – № 2. – С. 11-15.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		76

79 Филимонов, Н.Б. Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы / Н.Б. Филимонов. – Мехатроника, автоматизация, управление, 2012. – № 12. – С. 2-9.

80 Цибизова, Т.Ю. Исследование алгоритмов оценивания в задаче коррекции навигационных систем летательных аппаратов/ Т.Ю. Цибизова, Шэнь Кай, К.А. Неусыпин. – Фундаментальные исследования, 2015. – №6. – С. 301-305.

81 Черноусько, Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько. – М.: Наука, 1998. – 320 с.

82 Шалыгин, А.С. Методы моделирования ситуационного управления движением беспилотных летательных аппаратов / А.С. Шалыгин, Л.Н. Лысенко, О.А. Толпегин. – М.: Машиностроение, 2012. – 584 с.

83 Ширяев, В.И. Алгоритмы управления динамическими системами в условиях неопределенности / В.И. Ширяев. – М.: Мехатроника, 2001. – № 8. – С. 2-5.

84 Ширяев, В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации / В.И. Ширяев. – Изв. РАН. Техническая кибернетика, 1994. – №3. – С. 107-115.

85 Шевцов, С.Н. Инновационные подходы к совершенствованию систем управления гиперзвуковых летательных аппаратов в виде комбинированных навигационных систем / С.Н. Шевцов, Д.С. Прошин. – Красноярск: Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева", 2010. – С. 178-179.

86 Abdelrahman, M. New Algorithm for Gyroless Spacecraft Angular Rate Estimation and its Application / M. Abdelrahman, M. Samaan – Proc. Of the ACSE 05 Conference, 19-21 December 2005, CICC, Cairo. Egypt. – P. 47-52.

87 Kalman, R.E. A New Approach To Linear Filtering and Prediction Problems /R.E. Kalman. – Transactions of the ASME. Journal of Basic Engineering, 1960. – №82. – P. 35-45.

88 Lefferts, E.J. Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation / E.J. Lefferts, F.L. Markley, M.D. Shuster M.D. – Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1982. – Vol. 5, N. 5. – P. 417-429.

89 Pittelkau, M.E. Seven Reasons to Fully Calibrate a Redundant IMU. – Aerospace control Systems, LLC, September, 2007.

90 Robertson, B. Stoneking E. Satellite GN & C Anomaly Trends / B. Robertson, E. Stoneking – Breckenrige, CO, 2003. – 15 p. (preprint NASA Goddard Space Flight Center AAS 03-071).

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		77

91 Schweppe, F.C. Recursive State Estimation: Unknown but Bounded Errors and System Inputs / F.C. Schweppe. – IEEE Transactions on Automatic Control, 1968. – pp. 22-28.

92 Shuster, M.D. A simple Kalman Filter and Smoother for Spacecraft Attitude. – The Journal of the Astronautical Sciences, January – March 1989. – Vol. 37, N.1. – P. 89-106.

93 Schmidt, S.F. The Kalman Filter Its Recognition and Development for Aerospace Applications. – Journal of Guidance and Control. – 1961. – Vol. 4. – P. 4-7.

94 Hartman, R. Тенденции дальнейшего развития систем управления положения и орбиты высокоподвижных КА ДЗЗ на основе интеллигентных звездных датчиков. Матер. Второй междунар. Науч.-техн. Конф. «Актуальные проблемы создания космических систем дистанционного зондирования Земли» / Hartman R., Michel K., Ratzsch D., Raue H.K., Schmidt U., Schodlbauer D. – М., 2014.

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		78

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А. Алгоритм минимаксного фильтра

```
% Начальные данные
n = 10;
t = 0.1;
T = 1;      % дус
%T = 0.54  % ду
u = 0.02;

A=[1 t; 0 1];
Bb = [0 1]';
Gamma = [t*u;0];
I = eye(2);
H = eye(2);

x = [0; 1];
w = zeros(1,n);
v = zeros(n,2);
v(:,1) = [-2.7;-2.3930;-2.1825;-1.9617;-1.8060;-1.6625;-
1.4965;-1.2957;-1.1918;-1];
v(:,2) = [-2.7;-2.3930;-2.1825;-1.9617;-1.8060;-1.6625;-
1.4965;-1.2957;-1.1918;-1];

xx1 = 1;
xx2 = 3;
ww1 = 3;
vv1 = 3;
vv2 = 3;

X0 = [xx1 -xx1 -xx1 xx1 xx1;xx2 xx2 -xx2 -xx2 xx2];      %
множество начальных состояний
W = [ww1 -ww1];      %
множество возмущений
V = [vv1 -vv1 -vv1 vv1 vv1; vv2 vv2 -vv2 -vv2 vv2];      %
множество ошибок измерений
```

```

IZMER = zeros(n+1,2);
REAL = zeros(n+1,2);
MINMAX = zeros(n+1,2);

REAL(1,1) = x(1);
REAL(1,2) = x(2);
MINMAX1(1,1) = -xx1;
MINMAX1(1,2) = xx1;
MINMAX2(1,1) = -xx2;
MINMAX2(1,2) = xx2;

%Алгоритм оценивания
for i = 1:n
    x = A*x+Gamma*w(i)+Bb*u
    y = I*x+I*v(i,:) '

    REAL(i+1,1) = x(1);
    REAL(i+1,2) = x(2);
    IZMER(i+1,1) = y(1);
    IZMER(i+1,2) = y(2); % множество измерений для проверки

    M1 = A*X0+Bb*u
    M2 = Gamma*W
    tStart=tic;
    X = SummaMinkovskogo(M1,M2)

    Xy(1,:)= V(1,:)+y(1);
    Xy(2,:)= V(2,:)+y(2);
    X = SummaMinkovskogo(M1,M2)
    [X(1,:), X(2,:)] = poly2cw(X(1,:), X(2,:));
    [Xy(1,:), Xy(2,:)] = poly2cw(Xy(1,:), Xy(2,:));

[B,C]=polybool('intersection',X(1,:),X(2,:),Xy(1,:),Xy(2,:))
);
    X0=[B;C]
    t(i)=toc(tStart);

```

```

X_max = max(X0, [], 2)
X_min = min(X0, [], 2)

MINMAX1(i+1,1) = X_min(1)
MINMAX1(i+1,2) = X_max(1)

MINMAX2(i+1,1) = X_min(2)
MINMAX2(i+1,2) = X_max(2)

% figure()
% plot(X0(1,:),X0(2:,:),'b--.','LineWidth',1); grid
on; hold on;
% plot(Xy(1,:),Xy(2:,:),'k-','LineWidth',1);
% plot(X(1,:),X(2:,:),'r-','LineWidth',1);
% fill(B,C,[0.9,0.9,0.9]);
% plot(REAL(i,1),REAL(i,2),'b*');
% plot(y(1),y(2),'k^');
end
time=sum(t)/length(t);
figure()

subplot(2,1,1)
plot(REAL(:,1), 'g*:',
'MarkerSize',2,'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»стинное
значение');hold all;grid on;
plot(MINMAX1(:,1), 'r*--','MarkerSize',2,
'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»ñ нижняя граница');grid on;
plot(MINMAX1(:,2), 'r*--','MarkerSize',2,
'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»ñ верхняя граница');grid
on;

plot(IZMER(:,1), 'b-.','MarkerSize',2,
'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»змерения')
legend show;
xlabel('\itУар');
ylabel('\it"гол');

```

```

subplot(2,1,2)
plot(REAL(:,2), 'g*',
'MarkerSize',2,'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»Истинное
значение');hold all;grid on;
plot(MINMAX2(:,1), 'r*--','MarkerSize',2,
'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»ñ нижняя граница');grid on;
plot(MINMAX2(:,2), 'r*--','MarkerSize',2,
'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»ñ верхняя граница');grid
on;
plot(IZMER(:,2), 'b-.','MarkerSize',2,
'LineWidth',1.5,'DisplayName', '»змерения')
legend show;
xlabel('{\itУар}');
ylabel('{\it"глова» скорость}');

function Summa=SummaMinkovskogo(M1,M2)
a1=length(M1);
a2=length(M2);
Sum=zeros(2,a1*a2);
t=1;
for i=1:1:a1
    for j=1:1:a2
        Sum(:,t)=M1(:,i)+M2(:,j);
        t=t+1;
    end
end
Ind=convhull(Sum(1,:),Sum(2,:));
Summa(1,:)=Sum(1,Ind);
Summa(2,:)=Sum(2,Ind);
end.

```

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		82

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Алгоритм фильтра Калмана

% Исходные данные

n = 10;

t = 0.1;

T = 1;

u = 0.02;

A=[1 t; 0 1];

G = [1 0;0 1];

B = [0 1]';

Gamma = [t*u;0];

I = eye(2);

H = [1 0;0 1];

% Начальные условия

x = [0; 1];

x_kalman=[0; 1];

xx1 = 1;

xx2 = 3;

vv1 = 3;

vv2 = 3;

ww1 = 3; %sqrt(1.16)*3;

X0 = [xx1 -xx1 -xx1 xx1 xx1; xx2 xx2 -xx2 -xx2 xx2]; % множество состояний
в начальный момент времени

W = [-ww1 ww1]; % множество возмущений

V = [vv1 -vv1 -vv1 vv1 vv1; vv2 vv2 -vv2 -vv2 vv2]; % множество ошибок
измерений

Qv1 = (vv1/3)^2; % Ковариация шума измерения, сигма^2 для V1

Qv2 = (vv2/3)^2; % Ковариация шума измерения, сигма^2 для V2

Qx1 = (xx1/3)^2; % Предсказание ошибки

Qx2 = (xx2/3)^2;

Qw = (ww1/3)^2; % Ковариация шума процесса, сигма^2 для W

Qv = [Qv1 0; 0 Qv2]; % Матрица квадратичных отклонений

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		83

P = [Qx1 0;0 Qx2]; % Матрица ковариаций (сигма^2 для X0)

% моделирование процесса

w = zeros(1,n);

v = zeros(n,2);

v(:,1) = [-2.7;-2.3930;-2.1825;-1.9617;-1.8060;-1.6625;-1.4965;-1.2957;-1.1918;-1];

v(:,2) = [-2.7;-2.3930;-2.1825;-1.9617;-1.8060;-1.6625;-1.4965;-1.2957;-1.1918;-1];

IZMER = zeros(n+1,2);

REAL = zeros(n+1,2);

MINMAX = zeros(n+1,2);

REAL(1,1) = x(1);

REAL(1,2) = x(2);

MINMAX1(1,1) = -xx1;

MINMAX1(1,2) = xx1;

MINMAX2(1,1) = -xx2;

MINMAX2(1,2) = xx2;

% Алгоритм

for i = 1:n

 x = A*x+Gamma*w(i)+B*u

 y = G*x+H*v(i)

 REAL(i+1,1) = x(1);

 REAL(i+1,2) = x(2);

 IZMER(i+1,1) = y(1);

 IZMER(i+1,2) = y(2);

 %ФК

 %Predict

 x_tmp=A*x_kalman+B*u

 P_tmp=A*P*A'+Gamma*Qw*Gamma'

 nev=(y-G*x_tmp)

 tStart=tic;


```

figure()
subplot(2,1,1)
plot(REAL(:,1), 'g*:', 'MarkerSize',2,'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Истинное
значение');hold all;grid on;
plot(MINMAX1(:,1), 'r*--','MarkerSize',2, 'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Нижняя
граница');grid on;
plot(MINMAX1(:,2), 'r*--','MarkerSize',2, 'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Верхняя
граница');grid on;
plot(IZMER(:,1), 'b-.','MarkerSize',2, 'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Измерения')
legend show;
xlabel('\itШаг');
ylabel('\itУгол');

subplot(2,1,2)
plot(REAL(:,2), 'g*:', 'MarkerSize',2,'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Истинное
значение');hold all;grid on;
plot(MINMAX2(:,1), 'r*--','MarkerSize',2, 'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Нижняя
граница');grid on;
plot(MINMAX2(:,2), 'r*--','MarkerSize',2, 'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Верхняя
граница');grid on;
plot(IZMER(:,2), 'b-.','MarkerSize',2, 'LineWidth',1.5,'DisplayName', 'Измерения')
legend show;
xlabel('\itШаг');
ylabel('\itУгловая скорость');
.
. function X=ellipse_0(x,U,T)

a=sqrt(U(1,1));
b=sqrt(U(2,2));
n=100;
dt=a/n;
i=0;
for t=-a:dt:a-dt
    i=i+1;
    X(i,:)= [t b/a*sqrt(a^2-t^2)];
end

```

```

for t=a:-dt:-a+dt
    i=i+1;
    X(i,:)= [t -b/a*sqrt(a^2-t^2)];
end

```

```

i=i+1;
X(i,:)= [-a 0];

```

```

X=X*T';

```

```

X(:,1)=X(:,1)+x(1);
X(:,2)=X(:,2)+x(2);

```

```

End

```

Окончание приложения Б

ПРИЛОЖЕНИЕ В. Алгоритм комплексирования информации ИНС и ЗД

```

format long
N=99;

```

```

%начальные условия

```

```

kx0 = 0.55;

```

```

ky0 = 1.2;

```

```

kz0 = 1.5;

```

```

%угловые скорости

```

```

wx = 1*3.14/180;

```

```

wy = 1.5*3.14/180;

```

```

wz = 2.5*3.14/180;

```

Продолжение приложения В

```

A = [1 wz -wy; -wz 1 wx; wy -wx 1];

```

```

%A = [1 wz wy; wz 1 wx; wy wx 1];

```

```

Ss = eig(A)

```

```

s1 = abs(Ss(1))

```

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
						87
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

```

s2 = abs(Ss(2))
s3 = abs(Ss(3))
[cc pp] = chol(A)
B = [0 0 0]';

%управления до 4400 шага
u(1:500)=1.6/100;
u(501:3900)=0;
u(3901:4400)=-1.6/100;

G = eye(3);
Gamma = B;
H = eye(3);

kx = 1;
ky = 1.5;
kz = 2.5;

sigma_kx = kx/3; % высокочастотная шумовая составляющая 24/3 угл.сек
sigma_ky = ky/3;
sigma_kz = kz/3;

%Матрицы для неравенств
Ax=[1 0 0;-1 0 0;0 1 0;0 -1 0; 0 0 1; 0 0 -1];
bx(:,1)=[kx;kx;ky;ky;kz;kz];%0.1 градус в секунду, 0.5 градус - угол

vx = 1;
vy = 1.5;
vz = 2.5;
Av=[1 0 0;-1 0 0;0 1 0;0 -1 0; 0 0 1; 0 0 -1];
bv=[vx;vx;vy;vy;vz;vz];%ошибки измерений 0.1 градус, перевели в радианы

%Сигма ВЧ шумов 3Д
sigma_vx = vx/3; % высокочастотная шумовая составляющая 24/3 угл.сек
sigma_vy = vy/3;
sigma_vz = vz/3; % высокочастотная шумовая составляющая 164/3 угл.сек

```

```
%Матрица ковариаций шумов
```

```
R = [sigma_vx^2 0 0; 0 sigma_vy^2 0; 0 0 sigma_vz^2];
```

```
R0 = R;
```

```
I = eye(3);
```

```
P(:, :, 1) = [sigma_kx^2 0 0; 0 sigma_ky^2 0; 0 0 sigma_kz^2];
```

```
x_kalman(:, :, 1) = [kx0; ky0; kz0];
```

```
%Матрица управления
```

```
Au = [1; -1]*0;
```

```
bu = [1.6/100*0.05; 1.6/100*0.05]; %дельта u - 5%
```

```
x(:, 1) = [kx0; ky0; kz0];
```

```
f = zeros(3, N);
```

```
X0 = [kx -kx -kx kx kx kx -kx -kx kx kx; ky ky -ky -ky ky ky ky -ky -ky ky; -kz -kz -kz -kz -kz kx kz kz kz kz kz];
```

```
V = [vx -vx -vx vx vx vx -vx -vx vx vx; vy vy -vy -vy vy vy vy -vy -vy vy; -vz -vz -vz -vz -vz vx vz vz vz vz vz];
```

```
% МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА
```

```
%v(:, 1) = [0.5; 0.5; 0.5];
```

```
for i=1:N
```

```
%нормальное распределение
```

```
% v(1,i)=R0(1,1)*randn(1);
```

```
% v(2,i)=R0(2,2)*randn(1);
```

```
% v(3,i)=R0(3,3)*randn(1);
```

```
%Равномерное распределение
```

```
v(1,i) = (rand(1)-0.5)*2*vx;
```

```
v(2,i) = (rand(1)-0.5)*2*vy;
```

```
v(3,i) = (rand(1)-0.5)*2*vz;
```

```
%Динамический хаос
```

```
% v(1,i+1) = v(1,i)*3.7*(1-v(1,i));
```

```
% v(2,i+1) = v(2,i)*3.7*(1-v(2,i));
```

```
% v(3,i+1) = v(3,i)*3.7*(1-v(3,i));
```

```

d=sum(v,2)/i;
f(:,i) = abs(d);

% figure(1)
% plot(1:N, f(1,1:N))

% Возмущения при наличии
if(u(i)~=0) deltau=0.02/100;
else
    deltau=0;
end

% Моделирование системы
x(:,i+1)=A*x(:,i)+B*u(i)+Gamma*deltau;
y(:,i+1)=G*x(:,i+1)+v(:,i);
end

% figure(2)
% subplot(311)
% plot(1:N,v(1,1:N),1:N, ones(N,1)*sigma_vx,1:N, -ones(N,1)*sigma_vx),grid on
% title('v_k')
% subplot(312)
% plot(1:N,v(2,1:N),1:N, ones(N,1)*sigma_vy, 1:N, -ones(N,1)*sigma_vy),grid on
% subplot(313)
% plot(1:N,v(3,1:N),1:N, ones(N,1)*sigma_vz, 1:N, -ones(N,1)*sigma_vz),grid on
% xlabel('k')
%
% figure(3)
% subplot(311)
% plot(1:N,x(1,1:N),1:N, y(1,1:N)),grid on
% title('x_k, y_k')
%
% subplot(312)
% plot(1:N,x(2,1:N),1:N, y(2,1:N)),grid on
%
%
```



```

% subplot(313)
% plot(1:N,x(3,1:N),1:N, y(3,1:N)),grid on
% legend('истина','измерение')
% xlabel('k')

NN=5;
% ММФ АППРОКСИМАЦИЯ ОДНОШАГОВАЯ И МНОГОШАГОВАЯ

for i=1:N
    i
    tStart=tic;
    if(i>1&& i<1001)

bx(:,i+1)=SetApproximation(A,Gamma,G,H,Ax,bx(:,i),Av,bv,y(:,i+1),B,u(i),Ax);
    else
        if(i<NN)
            L=i;
            bx(:,i+1)=ApproximationL(A,Gamma,G,H,Ax,bx,Av,bv,B,u(1:i),y(:,2:i+1),L,Ax);
        else

bx(:,i+1)=ApproximationL(A,Gamma,G,H,Ax,bx,Av,bv,B,u(1:i),y(:,2:i+1),NN,Ax);
        end
    end
    t(i)=toc(tStart);

    bx

    c(1,i+1) = (bx(1,i+1)-bx(2,i+1))/2;
    c(2,i+1) = (bx(3,i+1)-bx(4,i+1))/2;
    c(3,i+1) = (bx(5,i+1)-bx(6,i+1))/2;

    Bx(1,:) = [bx(1,i+1) -bx(2,i+1) -bx(2,i+1) bx(1,i+1) bx(1,i+1)];
    Bx(2,:) = [bx(3,i+1) bx(3,i+1) -bx(4,i+1) -bx(4,i+1) bx(3,i+1)];

    Xy(1,:) = y(1,i+1)+V(1,:);
    Xy(2,:) = y(2,i+1)+V(2,:);

```

```

% figure(4)
%
% plot(Bx(1,:),Bx(2:),'b-', 'LineWidth',1);hold on;grid on;
% plot(Xy(1,:),Xy(2:),'k-', 'LineWidth',1);hold on;grid on;
% plot(c(1,i+1),c(2,i+1),'b*');hold on;grid on;
% plot(y(1,i+1),y(2,i+1),'k^');hold on;grid on;
% plot(x(1,i+1),x(2,i+1),'go');hold on;grid on;
% legend('Информационное множество','Множество совместное с
измерениями','Оценка ММФ','Измерение','Истина');
end

time=sum(t)/length(t);
z1 = smooth(c(1,1:N+1));
z2 = smooth(c(2,1:N+1));
z3 = smooth(c(3,1:N+1));

X0 = [kx -kx -kx kx kx kx -kx -kx kx kx; ky ky -ky -ky ky ky ky -ky -ky ky; -kz -kz -
kz -kz -kz kz kz kz kz];

% figure(5)
% plot(X0(1,:),X0(2:),'b--', 'LineWidth',1); grid on; hold on;
% title(X0);
% legend('Множество прогнозов')
%

for i =1:N

    X0 = A*X0;
%
% Xy(1,:) = y(1,i+1)+V(1,:);
% Xy(2,:) = y(2,i+1)+V(2,:);
% Xy(3,:) = y(3,i+1)+V(3,:);
%
% [X(1,1:5), X(2,1:5)] = poly2cw(X(1,1:5), X(2,1:5));
% [Xy(1,1:5), Xy(2,1:5)] = poly2cw(Xy(1,1:5), Xy(2,1:5));
%

```

```

% [B,C] = polybool('intersection',X(1,:),X(2,:),Xy(1,:),Xy(2,:))
%
% X0 = [B;C]
% figure()
% plot(Xy(1,:),Xy(2:),'k-', 'LineWidth',1);hold on;grid on;
% plot(X0(1,:),X0(2:),'b--','LineWidth',1); grid on; hold on;
% plot(x(1,i+1),x(2,i+1),'go');hold on;grid on;
% legend('Множество совместное с измерениями','Множество
прогнозов','Истина')

end

N
for i=1:N
    tStart=tic;

    P_tmp=A*P(:,i)*A';
    S=G*P_tmp*G'+R;
    P(:,i+1) = P_tmp-P_tmp*G'*S^(-1)*G*P_tmp;
    K=P(:,i+1)*G'/R;
%    koef(:,i)=K;
%    P(:,i+1)=(eye(3)-K*G)*P_tmp
    x_kalman(:,i+1)=(A*x_kalman(:,i)+K*(y(:,i+1)-G*A*x_kalman(:,i)));
    t(i)=toc(tStart);

    E_kalman = ellipse_3(x_kalman(:,i+1),P(:,i+1)*9,I);
    h(i+1) = (x(:,i+1)-x_kalman(:,i+1))*P(:,i+1)^(-1)*(x(:,i+1)-x_kalman(:,i+1));
    hx(i+1) = (x(:,i+1))*P(:,i+1)^(-1)*(x(:,i+1));

%    figure()
%    plot(E_kalman(:,1),E_kalman(:,2),'r--','LineWidth',1);hold all;grid on;
%
% plot(x_kalman(1),
x_kalman(2),'Marker','o','MarkerSize',10,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','r');h
old all;grid on;

```

```

% plot(x(1,i+1),x(2,i+1),'go');hold on;grid on;
% xlabel(i)
% legend('Доверительный эллипс','Оценка ФК','Истина')
%
end
time2=sum(t)/length(t);
% delta_x = (x_kalman(1,1:N+1)- x(1,1:N+1))/(N+1);

% figure()
% plot(h(1:N));hold all;grid on;
% plot(hx(1:N))
% xlabel('h')

delta_c = c(:,1:N+1)- x(:,1:N+1);
delta_k = x_kalman(:,1:N+1)- x(:,1:N+1);
% figure()
% histogram(delta_c(1,:), 'Normalization', 'pdf'); grid on; hold on;
mo_c1 = mean(delta_c(1,:))
d_c1 = var(delta_c(1,:))
q_c1 = std(delta_c(1,:))
mo_c2 = mean(delta_c(2,:))
d_c2 = var(delta_c(2,:))
q_c2 = std(delta_c(2,:))
mo_c3 = mean(delta_c(3,:))
d_c3 = var(delta_c(3,:))
q_c3 = std(delta_c(3,:))
% figure()
% histogram(delta_k(1,:), 'Normalization', 'pdf'); grid on; hold on;
mo_k1 = mean(delta_k(1,:))
d_k1 = var(delta_k(1,:))
q_k1 = std(delta_k(1,:))
mo_k2 = mean(delta_k(2,:))
d_k2 = var(delta_k(2,:))
q_k2 = std(delta_k(2,:))
mo_k3 = mean(delta_k(3,:))
d_k3 = var(delta_k(3,:))

```

```

q_k3 = std(delta_k(3,:))

figure(6)
subplot(311)
plot(1:N,v(1,1:N),1:N+1,(c(1,1:N+1)- x(1,1:N+1))),grid on
ylabel('x')
subplot(312)
plot(1:N,v(2,1:N),1:N+1,(c(2,1:N+1)- x(2,1:N+1))),grid on
ylabel('y')
subplot(313)
plot(1:N,v(3,1:N),1:N+1,(c(3,1:N+1)- x(3,1:N+1))),grid on
ylabel('z')
legend('Ошибк измерений','Ошибки гарантированного оценивания')
%legend('Measurements errors','Guaranteed Estimation errors')
xlabel('k')

```

```

figure(7)
subplot(311)
plot(1:N,v(1,1:N),1:N+1,(x_kalman(1,1:N+1)- x(1,1:N+1))),grid on
ylabel('x')
subplot(312)
plot(1:N,v(2,1:N),1:N+1,(x_kalman(2,1:N+1)- x(2,1:N+1))),grid on
ylabel('y')
subplot(313)
plot(1:N,v(3,1:N),1:N+1,(x_kalman(3,1:N+1)- x(3,1:N+1))),grid on
ylabel('z')
legend('Ошибк измерений','Ошибки оценивания фильтра Калмана')
mo_v1 = mean(v(1,:))
d_v1 = var(v(1,:))
q_v1 = std(v(1,:))

mo_v2 = mean(v(2,:))
d_v2 = var(v(2,:))
q_v2 = std(v(2,:))

mo_v3 = mean(v(3,:))

```

```

d_v3 = var(v(3,:))
q_v3 = std(v(3,:))

for i=1:N

    P(:,i,i+1);
    bx;

    s1(1,i) = 4*sqrt(P(1,1,i+1));
    s1(2,i) = 4*sqrt(P(2,2,i+1));
    s1(3,i) = 4*sqrt(P(3,3,i+1));

    p1(1,i) = bx(1,i+1)+bx(2,i+1);
    p1(2,i) = bx(3,i+1)+bx(4,i+1);
    p1(3,i) = bx(5,i+1)+bx(6,i+1);
end
s1;
p1;
figure(8)
subplot 311
plot(1:N+1,bx(1,1:N+1),1:N+1,-
bx(2,1:N+1),1:N+1,x(1,1:N+1),1:N+1,x_kalman(1,1:N+1),1:N,s1(1,1:N)+x_kalman(1,1
:N),1:N,-s1(1,1:N)+x_kalman(1,1:N)),grid on
title('x')
subplot 312
plot(1:N+1,bx(3,1:N+1),1:N+1,-
bx(4,1:N+1),1:N+1,x(2,1:N+1),1:N+1,x_kalman(2,1:N+1),1:N,s1(2,1:N)+x_kalman(2,1
:N),1:N,-s1(2,1:N)+x_kalman(2,1:N)),grid on
title('y')
subplot 313
plot(1:N+1,bx(5,1:N+1),1:N+1,-
bx(6,1:N+1),1:N+1,x(3,1:N+1),1:N+1,x_kalman(3,1:N+1),1:N,s1(3,1:N)+x_kalman(3,1
:N),1:N,-s1(3,1:N)+x_kalman(3,1:N)),grid on
legend('Max MMF','Min MMF','State','x_kalman','Max FK','Min FK')
title('z')
xlabel('k')
end

```

```

%x_k+1=Ax_k+Gamma*w_k+Bu_k;
%y_k+1=G*x_k+1+H*v_k+1

function z=SetApproximation(A,Gamma,G,H,Ax,bx,Av,bv,y,B,u,directions)

Ix=ones(size(A,1),1);
Iy=ones(size(G,1),1);

Zy=zeros(size(A,1),size(y,1));
Zx=zeros(size(G,1),size(A,2));
Zw=zeros(size(G,1),size(Gamma,2));

Ceq=[eye(size(A)) -A  Zy ;
      G  zeros(size(G,1),size(A,2)) H ];
beq=[zeros(size(A,1),1);zeros(size(G,1),1)];
beq=[B*u;y];

Cineq=zeros((size(Ax,1)+size(Av,1)),size(Ax,2)+size(Ax,2)+size(Av,2));
Cineq(1:size(Ax,1),1+size(Ax,2):2*size(Ax,2))=Ax;
Cineq(size(Ax,1)+1:size(Ax,1)+size(Av,1),1+2*size(Ax,2):2*size(Ax,2)+size(Av,2)
))=Av;
bineq=[bx;bv];
%  vectors=zeros(2*size(A,2),size(Cineq,2));
%  for i=1:size(A,1)
%    vectors(i,i)=1;
%    vectors(i+size(A,1),i)=-1;
%  end

OPTIONS=optimset('MaxIter',60000,'TolFun',1e-10);

vectors=[directions zeros(size(directions,1),size(Cineq,2)-size(directions,2))];

for i=1:size(vectors,1)
[x,fval,exitflag]=linprog(-vectors(i,:)',Cineq,bineq,Ceq,beq,[],[],[],OPTIONS);
% z(i)=vectors(i,:)*linprog(-vectors(i,:)',Cineq,bineq,Ceq,beq,[],[],[],OPTIONS);
if(exitflag~=1)
z=[bv(1,1)+y(1);bv(2,1)-y(1);bv(3,1)+y(2);bv(4,1)-y(2)]

```

```

    break;
else
    z(i)=vectors(i,:)*x;
end
end
end

function y=ApproximationL(Ad,Gamma,G,H,Ax,bx,Av,bv,B,U,Y,N, directions)
dimx=size(Ad,2);
dimw=size(Gamma,2);
dimv=size(H,2);
sizeX=size(Ad,1);
sizeY=size(G,1);
Ceq=zeros((sizeX+sizeY)*N,dimx*(N+1)+dimv*N);
Cineq=zeros((size(Av,1))*N+size(Ax,1),dimx*(N+1)+dimv*N);
Ix=eye(dimx);
for i=1:N
    Ceq(dimx*(i-1)+1:dimx*i,dimx*(i-1)+1:dimx*i)=Ix;
    Ceq(dimx*(i-1)+1:dimx*i,dimx*i+1:dimx*(i+1))=-Ad;
    beq(dimx*(i-1)+1:dimx*i)=B*U(:,size(U,2)-(i-1));

    Ceq(dimx*N+(i-1)*dimv+1:dimx*N+dimv*i,dimx*(i-1)+1:dimx*i)=G;
    Ceq(dimx*N+(i-1)*dimv+1:dimx*N+dimv*i,dimx*(N+1)+(i-
1)*dimv+1:dimx*(N+1)+i*dimv)=H;
    beq(dimx*N+(i-1)*dimv+1:dimx*N+dimv*i)=Y(:,size(Y,2)-(i-1));
    Cineq((i-1)*size(Av,1)+1:i*size(Av,1),dimx*(N+1)+(i-
1)*dimv+1:dimx*(N+1)+i*dimv)=Av;
    bineq((i-1)*size(Av,1)+1:i*size(Av,1))=bv;
end
Cineq(N*size(Av,1)+1:N*size(Av,1)+size(Ax,1),N*dimx+1:dimx*(N+1))=Ax;
bineq(N*size(Av,1)+1:N*size(Av,1)+size(Ax,1))=bx(:,size(bx,2)-N+1);
vectors=[directions zeros(size(directions,1),size(Cineq,2)-size(directions,2))];
options = optimoptions('linprog','Algorithm','dual-simplex');

for i=1:size(vectors,1)
    y1(i)=vectors(i,:)*linprog(-vectors(i,:)',Cineq,bineq,Ceq,beq,[],[],[],options);
end

```



```

%   for i=1:size(vectors,1)
%   [x,fval,exitflag]=linprog(-vectors(i,:)',Cineq,bineq,Ceq,beq,[],[],[]);
%   %   z(i)=vectors(i,:)*linprog(-
vectors(i,:)',Cineq,bineq,Ceq,beq,[],[],[],OPTIONS);
%   if(exitflag~=1)
%       z=Y(:,size(Y,2));
%       y1=[bv(1,1)+z(1);bv(2,1)-z(1);bx(3,size(bx,2)-N+1);bx(4,size(bx,2)-N+1)]
%       break;
%   else
%       y1(i)=vectors(i,:)*x;
%   end
%   end
y=y1';

end

```

					24.05.06.2020 424 00 ПЗ	Лист
						99
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		