

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(национальный исследовательский университет)
Институт естественных и точных наук
Факультет Математика, механика и компьютерные технологии
Кафедра вычислительной механики

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой ВМ,
д. ф.-м. н., профессор
_____/Ю.М. Ковалев
_____ 2020 г.

Ослабление ударных волн экранирующими решётками

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
ЮУрГУ – 01.03.03.2020.306-01-005.ВКР

Руководитель
к. ф.-м. н., доцент кафедры ВМ
_____/Н.Л. Клиначева
_____ 2020 г.

Автор работы студент группы ЕТ-410
_____/А.И. Жадеева
_____ 2020 г.

Нормоконтролер
к.ф.-м.н., доцент кафедры ВМ
_____/Н.Л. Клиначева
_____ 2020 г.

Челябинск 2020

АННОТАЦИЯ

УДК 53.091+519.688

Жадеева А.И. Ослабление ударных волн экранирующими решётками.– Челябинск: ЮУрГУ, ЕТ-410, 39с., 8 ил., библиогр. список – 12 наименований, 1 прил.

Дипломная работа выполнена с целью исследования взаимодействия ударной волны с гетерогенным слоем. В дипломном проекте проанализирована задача моделирования взаимодействия ударной волны с гетерогенным слоем, расположенным перед твердой стенкой или на некотором расстоянии перед ней. При помощи программы Microsoft Visual Studio 2019 разработан программный комплекс, реализующий выполнение поставленной задачи.

ОГЛАВЛЕНИЕ

АННОТАЦИЯ	1
ВВЕДЕНИЕ	3
1.ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	5
2.ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД	16
2.1 Постановка задачи.....	16
2.2 Численный метод	20
2.3 Модификация метода крупных частиц	22
2.4 Верификация численного алгоритма	23
3.РЕЗУЛЬТАТЫ	24
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	28
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	29
ПРИЛОЖЕНИЕ	30

ВВЕДЕНИЕ

Физические явления, которые описывают движение газов и других сред, приводят к формированию в данных средах ударных волн. Такие явления несут за собой определенные последствия. Ведь ударные волны порой могут оказывать разрушительное воздействие и представлять опасность для инженерных сооружений. В связи с чем возникает необходимость изучения ударно-волновых процессов.

Главным направлением исследования является изучение взаимодействия ударных волн с различными преградами, неоднородными областями, пылевыми облаками, границами раздела сред и другими.

Ударно-волновые явления встречаются в задачах о движении искусственных тел с большими скоростями в атмосферах Земли, прохождении ударной волны по запыленной шахте, прохождении отраженной от поверхности земли ударной волны через облако ядерного взрыва.

Появление неоднородностей среды различного характера перед ударной волной может приводить к изменениям в ходе течения, к искривлению фронта волны, изменению ударного импульса, а также возникновению новых ударных волн.

Цель работы – исследование влияния экранирующего слоя газовзвеси на параметры плоской ударной волны при её взаимодействии с жесткой преградой.

Задачи:

1. Ознакомится с научной литературой по теме квалификационной работы.
2. Выбрать математическую модель, описывающую процесс взаимодействия УВ с преградой при наличии экранирующего слоя газовзвеси на ней или некотором расстоянии от неё.
3. Построить численный алгоритм решения поставленной задачи:
 - 3.1. Построить численный алгоритм решения задачи о распространении ударной волны в газе в одномерной постановке.

3.2. Провести тестирование численного алгоритма.

3.3. Построить численный алгоритм взаимодействия ударной волны с гетерогенным слоем в одномерной постановке.

4. Исследовать влияние экранирующего слоя на параметры падающей ударной волны в двумерной постановке.

1.ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В работе [1] была описана модель, представляющая собой сверхзвуковой поток высокотемпературного газа при наличии в потоке мелких твердых частиц. Подвергаются анализу особенности течения при столкновении с преградой, поскольку такие потоки используются в плазменной технологии, например при плазменном напылении. Особое внимание в данной работе уделяется поведению частиц порошка в сверхзвуковой струе газа при высокой температуре.

В основу положено описание течения как модели двух взаимодействующих сред газа и частиц. Газовая фаза описывается уравнениями газовой динамики, учитывающими взаимодействие между фазами. Вязкостные и тепловые эффекты не учитываются. Газ считается идеальным. Частицы в газе считаются монодисперсными и сферическими. Кроме того, в режимах, которыми описывается плазменное напыление, можно не брать во внимание колебания скорости частиц в виду небольшой объемной доли. Это позволяет считать траектории частиц более определенными, что значительно упрощает расчет их поведения.

Для решения задачи находится численное решение некоторой системы уравнений по схеме Годунова. Для нахождения решения уравнения сохранения импульса и энергии записывались вдоль траекторий движения частиц и полученная система решалась с помощью метода Рунге-Кутты. Плотность вычислялась на основании сохранения массового расхода частиц через границу произвольной области.

Взаимодействие фаз учитывалось путем введения итерационной процедуры перерасчета: первоначально вычислялось поле газа без частиц, затем находилось поле частиц в полученном поле газа после чего проводится расчет поля газа с учетом полученных параметров частиц.

В ходе эксперимента выяснилось, что частицы меньшего диаметра существенно влияют на положение отошедшей ударной волны. В отсутствие отскока частиц от преграды разрушение ударной волны не

наблюдается. В случае же отскока плотность частиц может быть достаточно высокой, что может привести к разрушению ударной волны.

Результаты расчетов показали возможность сверхзвукового нанесения покрытий из мелких порошков поскольку расходимость потока вполне приемлема, угол соударения с подложкой мало отличается от прямого. Кроме того, отмечается малость влияния порошка на характеристики газового потока при умеренных загрузках порошка, за исключением случая с мелкими частицами. Это позволяет существенно упростить задачу нахождения параметров струи проводя расчеты газовой фазы отдельно от частиц, а затем определять поведение частиц в выделенном поле газа.

В работе [2] автором были изучены процессы прохождения ударной волны сквозь слой шариков из металла некоторой ширины. Описаны основные параметры ударных волн прошедших сквозь слой и отраженных. Также были определены факторы, которые оказывают наибольшее влияние на эти процессы – вязкость, теплообмен и плотность распределения шариков.

Эксперименты проводились для различных вязкостей и объемных концентраций металлических шариков. Также проводится численное исследование данных процессов, которые описываются с помощью системы уравнений, включающей в себя уравнение неразрывности, уравнения Навье - Стокса, а также уравнения закона сохранения энергии. Все расчеты осуществляются на базе вычислительного комплекса STAR-CCM+.

Моделировалось пространственное взаимодействие плоской ударной волны со слоем металлических шариков. Когда ударная волна воздействует на слой шариков, происходит ее отражение и ее последующее распространение в противоположном направлении относительно падающей волны. Волны сжатия движутся по поровому газу внутри слоя и обтекают каждый шарик как твердое тело. Внутренний

поток довольно сложный. Его параметры определяют множественные отражения волн и взаимодействие с турбулентными потоками за шарами. В результате всех этих процессов давление на стенке медленно увеличивается. Важными параметрами являются вязкость и теплообмен между поровым газом и шариками, поэтому было проведено несколько экспериментов с различными вязкостями и условиями теплопередачи.

После проведенных вычислений и экспериментов автор делает вывод о том, что соответствие между численными результатами и экспериментальными достигается при более плотной упаковке металлических шариков в слое, чем начальная. В эксперименте в момент воздействия ударной волны происходила переукладка шарикового слоя в более плотное состояние. Данный фактор не учитывался в численном исследовании, так как область задачи считается неизменной.

На основе всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что важное влияние на численное моделирование оказывают параметры вязкости среды, процессы теплообмена между газом и слоем металлических шариков, а также повторная укладка шарикового слоя под воздействием давления. Соответствие между численными и экспериментальными данными говорит о правильности примененных численных и математических моделей.

В работе [3] представлен процесс ослабления ударной волны экранирующими облаками однородной и неоднородной моно- и полидисперсной (двухфракционной) газовзвеси.

Численно задача решалась через систему квазилинейных дифференциальных уравнений методом крупных частиц. Расчеты выполнялись для смесей воздуха и частиц кварцевого песка.

Целью работы было изучить влияние экранирующих слоев моно- и полидисперсной однородной или неоднородной газовзвеси на снижение максимального давления на стенке преграды.

Анализ численных результатов говорит о том, что больше всего ослабление ударной волны достигается экранирующими слоями монодисперсной газозвеси с линейно убывающей концентрацией частиц. Наименьший эффект ослабления ударной волны достигается слоями монодисперсной газозвеси с линейно возрастающей концентрацией частиц. Промежуточный эффект наблюдается при экранирующих слоях однородной газозвеси.

При рассмотрении результатов исследования влияния полидисперсности экранирующей газозвеси на ослабление коротких ударных волн, был сделан вывод, что наибольшее ослабление ударной волны наблюдается при однородных монодисперсных слоях газозвеси с мелкими частицами. Промежуточный эффект реализуется в случае однородных полидисперсных экранирующих слоях.

На основе проведенных расчетов было получено, что при прочих равных условиях монодисперсные газозвеси лучше полидисперсных ослабляют ударные волны. А также при фиксированной общей массе лучше экранируют воздействие коротких ударных волн на преграду слою неоднородной монодисперсной газозвеси с отрицательным градиентом начальной концентрации частиц. Однако при фиксированной общей массе частиц пиковое давление ударной волны на преграду лучше ослабляют экранирующие слои однородной монодисперсной газозвеси.

В статье [4] автор предлагает приближенный метод расчета ударной волны в газозвеси. Полученные результаты дают возможность оценить длину зоны для установления равновесного течения за волной, а также рассмотреть особенности поведения ударной волны в газозвеси.

Автор рассматривает альтернативный подход к расчету ударной волны в газозвеси. Найденное приближенное решение позволяет выяснить длину переходной зоны, на которой скорость ударной волны падает от исходной до равновесной. Особенностью решения является то, что большинство задач нелинейного взаимодействия ударной волны с телами и

ограничивающими поверхностями являются достаточно сложными в изучении и поддаются только приближенному решению.

Полученное решение показывает, что эффективность ослабления ударной волны на единице длины возрастает с увеличением объемной доли частиц и уменьшением их размера. Вычисление происходило в несколько этапов, в ходе которых выяснилось, что пристеночные эффекты слабо влияют на распространение ударной волны и не могут стать причиной сильного её ослабления. В ходе исследования также выяснилось, что уменьшение избыточного давления на фронте ударной волны в более сильных волнах с высокими числами Маха происходит значительно быстрее, т.к. потери импульса в потоке УВ возрастают с увеличением числа Маха.

Интенсивность УВ также влияет на величину безопасного расстояния, на котором могут находиться объекты для обеспечения их целостности. Чем выше число Маха, тем большее расстояние нужно для конструкции.

Описанные выше выводы были получены приближенным решением, которое предложил автор.

В работе [5] исследуется проблема локализации механических эффектов, полученных воздействием ударной волны, и ослабление ее с помощью мелкоячеистых решеток.

В рассматриваемой работе используется модель «замороженной» газозвеси, то есть смеси газа с частицами дисперсной конденсированной фазы, жестко закрепленными в эфире. «Замороженные» частицы моделируют узлы решетки, влияние решеточных связей на газ не учитывается.

Для проведения необходимых измерений плоская ударная волна моделируется с уменьшающимся профилем давления. Волна проходит через слой решеток, которые можно представить как перемычки, причем объемное газосодержание в решетке является аналогом коэффициента перфорации. Система решеток расположена перед преградой на линии

хода ударной волны. В работе анализируется влияние ударной волны на преграду, а также исследуется, как меняется это влияние в зависимости от концентрации конденсированного материала в решетках и размера их узлов. Исследование проводилось методом крупных частиц для системы воздух – железо с использованием термодинамических параметров фаз, соответствующих нормальным условиям.

В результате проведенных расчетов выяснилось, что степень ослабления УВ возрастает при увеличении концентрации конденсированного материала и уменьшении размера узлов. При этом одинакового эффекта снижения можно достичь путем вариации концентраций и размеров узлов. Следовательно, ослабление УВ мелкоячеистыми решетками является высокоэффективным методом для локализации механических эффектов от ударных волн.

В статье [6] рассматривается возможность использования модели замороженной газовзвеси для описания движения ударных волн внутри слоя с запыленным газом и решетками, а также описания взаимодействия с преградами. Короткие ударные волны изучались, то есть когда длительность фазы сжатия меньше стадии релаксации.

Проводимые автором исследования проводились для прохождения плоской ударной волны через слой подвижной или неподвижной взвеси твердых частиц, которая находится перед жесткой стенкой. Автор поставил перед собой цель изучить влияние экранирующих слоев на ослабление ударной волны и ее воздействие на стенку в зависимости от концентрации и размера частиц дисперсной конденсированной фазы.

Численные расчеты осуществлялись с помощью интегрирования системы дифференциальных уравнений с начальными и граничными условиями методом крупных частиц. Точность контролировалась повторными вычислениями и уменьшенными шагами по времени и по пространству. Все расчеты проводились для смесей воздуха с частицами железа при

довольно большом изменения объемного содержания дисперсной фазы и диаметра частиц.

Результатом проведенных вычислений стал вывод о том, что наибольший эффект ослабления воздушных ударных волн экранирующими слоями запыленного газа и решеток достигается при больших концентрациях частиц и их малом диаметре. Поэтому степень уменьшения максимального давления и импульса ударной волны может быть достигнута путем вариации данных параметров. Автор также делает вывод о том, что наличие экранирующих слоев мелкоячеистых решеток даже с небольшими объемными концентрациями твердого материала приводит к сильному ослаблению ударной волны.

В работе [7] исследуются особенности распространения нестационарных волн в смесях газа с твердыми взвешенными частицами. Рассматривается влияние параметров газозвеси на условие протекания переходных процессов. Исследовано взаимодействие ударных волн с запыленным пространством, а также представлены результаты расчетов распада произвольного разрыва и отражения ударной волны от стенки.

Исследуются нестационарные волновые процессы в смесях газ-частицы, и расчеты выполняются путем интегрирования уравнений двухфазного движения с использованием разностного метода сквозного расчета.

Разработанный разностный метод использовался для расчета нестационарных воздушных потоков, содержащих мелкие взвешенные частицы (частицы пыли).

При изучении взаимодействия ударной волны с пыльным полупространством было обнаружено, что, когда ударная волна пересекает границу газозвеси между движущимся горячим газом и холодными неподвижными пылевыми частицами, начинается интенсивный обмен импульсом и теплом. В результате чего движущийся впереди скачок затухает, а за ним образуется зона релаксации. Отразившаяся от границы волна уплотнения усиливается. Со временем конфигурация волны,

попавшей в газовзвесь, стремится к ее предельной стационарной конфигурации, которая может быть либо скачкообразной волной, либо полностью размытой ударной волной. На основе проведенных исследований можно сделать вывод, что с уменьшением диаметра частиц в газовзвеси время и расстояние приведения волны к стационарной конфигурации сокращается.

Также в данной статье рассматривался распад произвольного разрыва в газовзвеси, как и в предыдущем случае требуется решить задачу Коши для некоторой системы уравнений при соответствующих начальных данных. Возникающее течение исследовалось численно. В результате исследований выяснилось, что в близкие к начальному моменту времени наличие частиц не ощущается, решение осуществляется в чистом без частиц газе. В область низкого давления идет ударная волна, в область высокого – волна разрежения. За ударной волной движется контактный разрыв. С течением времени влияние частиц в газе увеличивается. Трансформируется профиль ударной волны. Скачки плотностей и температур уменьшаются, так как частицы просачиваются через контактную границу и нагревают газ, расположенный за ней. За контактным разрывом возникает зона релаксации.

Последним исследованием, которое описывается в статье стало отражение ударной волны от неподвижной стенки. Изучались закономерности отражения ударной волны от преграды в газовзвеси. Рассматривалась задача, в которой в начальный момент времени на некотором расстоянии от стенки имеется произвольный разрыв. Требовалось рассчитать процесс взаимодействия образующейся при его распаде ударной волны со стенкой. Расчеты выполнялись без учета эффектов отражения частиц от стенки. Исследование данного процесса показало, что частицы проникают через фронт отраженной волны в область неподвижного газа, где тормозятся - за волной возникает соответствующая зона релаксации.

В статье [8] описаны результаты исследования влияния экранирующего слоя газозвеси на отражение плоской нестационарной ударной волны от жесткой стенки. Результаты исследования данной статьи могут быть полезны при проектировании пылевой защиты сооружений, а также при нанесении порошкообразных покрытий.

Расчет производился для однородного слоя газозвеси, экранирующего жесткую неподвижную стенку, на который набегают плоская ударная волна конечной длительности. Было изучено влияние слоя на воздействие ударной волны на преграду. Расчеты проводились с помощью численного интегрирования замкнутой системы дифференциальных уравнений плоского одномерного движения газозвеси, методом крупных частиц с выделением различных контактных границ.

Для решения задачи устанавливалось граничное условие для жесткой стенки, где не учитывалось влияние частиц, ввиду малости импульса при падении их на стенку.

В данной работе расчеты проводились для смесей воздуха с частицами кварцевого песка. Данная смесь обладает своими термодинамическими параметрами. Исследовался процесс отражения волны от стенки. В результате чего выяснилось, что наличие экранирующего слоя изменяет форму волны, она становится более длинной и слабой. Также выяснилось, что в газе с малым массовым содержанием частиц в экранирующем слое давление на стенке возрастает скачком, достигает максимального значения, а потом медленно убывает. При больших массовых содержаниях частиц в слое наблюдается плавное повышение давления, а затем медленного уменьшения. А также при повышенной концентрации частиц в слое время воздействия ударной волны на преграду увеличивается.

Подводя итог полученным расчетам, автор делает вывод, что увеличение толщины экранирующего слоя приводит к снижению максимального давления на стенке. Однако размер частиц также оказывает весомое влияние на процессы, описываемые в опыте. При уменьшении

размера частиц величина максимального давления на стенке уменьшается. Также в выводе о проделанной работе автор отмечает, что данное термодинамическое равновесное решение дает большие значения максимального давления, чем неравновесное.

В работе [9] рассматривается взаимодействие ударных волн с дифракционными решетками. Целью исследования является гашение интенсивной ударной волны в материале решетки. Исследования проводились для схлопывающегося к оси симметрии стального цилиндра с радиальной скоростью, которая характерна для задач магнитно-импульсной сварки и сварки взрывом. Цилиндр взаимодействует со стальной цилиндрической мишенью, внешняя поверхность которой выполнена в виде периодической дифракционной решетки. Все расчеты проводились в форме вычислительного эксперимента с помощью различных методов, а также программных комплексов.

С целью определения особенностей взаимодействия падающей сходящейся к оси симметрии цилиндрической ударной волны с элементом («зубцом») дифракционной решетки была решена серия модельных задач. Моделирование задачи показало, что показатель давления в материале решетки при прохождении через одинарный элемент дифракционной решетки на порядок ниже, чем в случае использования монолитной мишени.

Таким образом, на основе проведенных расчетов автор делает вывод, что гашение ударных волн распространяющихся в материале твердого тела, с помощью дифракционных структур может быть применим.

В работе [10] рассматривались процессы прохождения волной типа «ступенька» границы раздела «газ-пористая среда» и отражения от жесткой стенки, покрытой пористым материалом. Изучено влияние параметров пористого слоя и волны на процесс отражения, выполнено сравнение численных и экспериментальных данных.

Исследуется двухфазная смесь плотно упакованной зернистой пористой среды, поры которой заполнены газом. Для изучения распространения волн применялась двухскоростная с двумя тензорами напряжения модель насыщенной пористой среды.

Процедура интегрирования уравнений проходит в два этапа. На первом межфазное взаимодействие «замораживается» и уравнения интегрируются с помощью схемы Лакса-Вендроффа. Второй этап рассчитывается вместе с межфазным взаимодействием двух сред.

На основе проведенных вычислений, а также экспериментальных данных автор делает вывод о том, что помимо гашения ударных волн, пористый экран также может усиливать динамическое воздействие на преграду. В том случае, когда пористая среда насыпная степень усиления динамического воздействия может повышаться. Степень усиления давления также зависит от толщины слоя и фракции зерен в нем.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

2.1 Постановка задачи

Пусть на однородный слой газозвеси ширины l , экранирующий жесткую неподвижную стенку, набегают плоская ударная волна конечной длительности. Требуется изучить влияние слоя на воздействие волны на преграду.

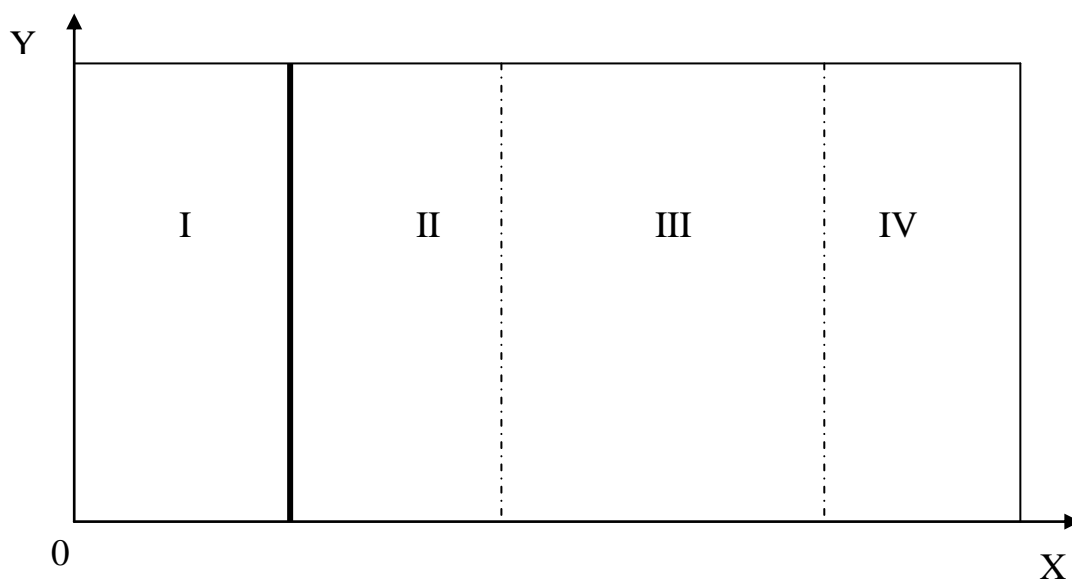


Рис.1 Схема расчетной области в начальный момент времени

На рис.1 представлена схема расчетной области, где область I – область повышенного давления с параметрами $P_n, \rho_{1n}^0, u_{1n}, E_n$, область II – область невозмущенного газа с параметрами P_0, ρ_0, u_0, E_0 , область III – область гетерогенного слоя газа и частиц, IV – также область невозмущенного газа с параметрами P_0, ρ_0, u_0, E_0 .

Движение газа с твердыми дисперсными частицами будем рассматривать при основных допущениях.

1. Несущая газовая фаза является идеальным калорически совершенным газом.
2. Дисперсная фаза - несжимаемые частицы сферической формы.
3. Деформация, разрушение, испарение твердой фазы отсутствуют.
4. Ионизация газа и другие высокотемпературные эффекты отсутствуют.

5. Вязкость и теплопроводность учитывается лишь в процессах межфазного взаимодействия.
6. Частицы твердой фазы химически инертны.
7. Объемная доля частиц в смеси много меньше единицы ($\alpha_2 \ll 1$).
8. Внешние массовые силы отсутствуют.
9. Градиент температуры внутри частиц пренебрежимо мал.
10. Частицы твердой фазы неподвижны.

С учетом сделанных допущений система дифференциальных уравнений Эйлера двумерного нестационарного движения газа, уравнения притока тепла к дисперсной фазе и уравнений состояния фаз имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} - F_x,$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} - F_y,$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u E)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v E)}{\partial y} + \frac{\partial(Pu)}{\partial x} + \frac{\partial(Pv)}{\partial y} = -Q,$$

$$P = (\gamma - 1)\rho \left(E - \frac{u^2}{2} \right),$$

$$E = \varepsilon + 0,5(u^2 + v^2),$$

$$\rho_2 \frac{de_2}{dt} = \frac{Q}{1 - \alpha}, \rho_2 = const.$$

Здесь P, ρ, u, v - давление, парциальная плотность, компоненты скорости газа W вдоль осей x и y соответственно, t - время, F_x и F_y - силы межфазного взаимодействия, действующие в направлениях x и y . E и ε - полная и внутренняя энергии газа. ρ^0 - истинная плотность газа, γ - показатель адиабаты газа. Q - интенсивность теплообмена между газом и частицами твердой фазы. ρ_2, e_2, c_2, T_2 - плотность, внутренняя энергия, удельная теплоемкость и температура частиц, α_2 - объемная доля твердой

фазы, $\alpha = 1 - \alpha_2$ - объемная доля газовой фазы, индексом 2 обозначены параметры твердой фазы, а все величины без нижнего индекса относятся к газовой фазе.

Уравнения для силового и теплового межфазного взаимодействия газовой и дисперсной фаз имеют вид:

$$F_x = 0,75C_d(1 - \alpha)\rho^0|W|ud^{-1}, \quad F_y = 0,75C_d\alpha_2\rho^0|W|vd^{-1},$$

$$Q = 6\alpha_2\lambda Nu \left(\frac{\varepsilon}{c_1} - \frac{e_2}{c_2} \right) d^{-2},$$

$$Nu = 2 \exp(-M) 0.459 Re^{0,55} Pr^{0,33},$$

$$Re = \rho^0|W|\frac{d}{\mu}, \quad Pr = \frac{c_p\mu}{\lambda}, \quad M = \frac{|W|}{a}, \quad a = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho^0}},$$

где d - диаметр частиц; Re, M, Nu, Pr - числа Рейнольдса, Маха, Нуссельта и Прандтля. μ, λ, c_1 - вязкость, теплопроводность и теплоемкость газа. a - местная скорость звука. c_p - удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; C_d - коэффициент газодинамического сопротивления сферы, вычисляемый по формуле:

$$C_d = C_d^0(Re)\Psi(M)\varphi(\alpha), \quad C_d^0 = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt{Re}} + 0.4,$$

$$\varphi(\alpha) = \alpha^{-\chi}, \quad \chi \approx 1,$$

$$\Psi(M) = \left[1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M^{4.63}}\right) \right],$$

где C_d^0 - коэффициент сопротивления сферы в стационарном потоке несжимаемой жидкости. Функция $\Psi(M)$ учитывает сжимаемость потока, а функция $\varphi(\alpha)$ - стесненность частиц.

Для расчёта начальных параметров газа на ударной волне будем использовать соотношения Ренкина - Гюгонио:

$$\frac{\rho_{1H}}{\rho_{10}} = \frac{(\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2},$$

$$\frac{u_{1H}}{a_{10}} = \frac{2 \left(M - \frac{1}{M} \right)}{\gamma + 1},$$
$$\frac{p_H}{p_0} = \frac{2\gamma M^2 - \gamma + 1}{\gamma + 1},$$

где индексом H - обозначены параметры за фронтом ударной волны, а параметром 0 - параметры газа перед фронтом ударной волны, M - число Маха.

2.2 Численный метод

Численное решение проводилось с использованием метода крупных частиц, который был описан в работе [12].

Основная идея метода «частиц в ячейках» состоит в расщеплении по физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений Эйлера, записанной в форме законов сохранения. Среда здесь моделируется системой из жидких (крупных) частиц, совпадающих в данный момент времени с ячейкой эйлеровой сетки. Стационарное решение задачи, если оно существует, получается в результате установления, поэтому весь процесс вычислений состоит из цикла шагов по времени. Расчет каждого временного шага (вычислительного цикла) в свою очередь разбивается, как это обычно принято, на три этапа:

1 – эйлеров этап, когда пренебрегаем всеми эффектами, с перемещениями элементарной ячейки (потока массы через границы ячейки – нет), и учитываем эффекты ускорения жидкости лишь за счет давления; таким образом, для крупной частицы определяются промежуточные значения искомых параметров потока;

2 – лагранжев этап, где при движении жидкости вычисляются потоки массы через границы эйлеровых ячеек;

3 – заключительный этап – определяются в новый момент времени окончательные значения параметров потока на основе законов сохранения массы, импульса и энергии для каждой ячейки и всей системы в целом на фиксированной расчетной сетке.

Теперь рассмотрим каждый из этих этапов подробнее.

Эйлеров этап. На этом этапе расчета изменяются лишь величины, относящиеся к ячейке в целом, а вещество предполагается моментально заторможенным. На данном этапе рассчитываются скорость и энергия

$$\widetilde{u}_{i,j}^n = u_i^n - \left(\frac{p_{i+\frac{1}{2},j}^n - p_{i-\frac{1}{2},j}^n}{dx} \right) \left(\frac{dt}{\rho_{i,j}^n} \right),$$

$$\begin{aligned}\widetilde{v}_{i,j}^n &= v_i^n - \left(\frac{p_{i+\frac{1}{2},j}^n - p_{i-\frac{1}{2},j}^n}{dy} \right) \left(\frac{dt}{\rho_{i,j}^n} \right), \\ \widetilde{E}_{i,j}^n &= E_{i,j}^n - \left[\frac{p_{i+\frac{1}{2},j}^n * u_{i+\frac{1}{2},j}^n - p_{i-\frac{1}{2},j}^n * u_{i-\frac{1}{2},j}^n}{dx} \right. \\ &\quad \left. + \frac{p_{i+\frac{1}{2},j}^n * v_{i+\frac{1}{2},j}^n - p_{i-\frac{1}{2},j}^n * v_{i-\frac{1}{2},j}^n}{dy} \right] * \left(\frac{dt}{\rho_{i,j}^n} \right).\end{aligned}$$

Здесь величины с дробными индексами, которые относятся к границам ячеек, вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}u_{i+\frac{1}{2},j}^n &= \frac{(u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n)}{2}, \\ v_{i+\frac{1}{2},j}^n &= \frac{(v_{i,j}^n + v_{i+1,j}^n)}{2}, \\ p_{i+\frac{1}{2},j}^n &= \frac{(p_{i,j}^n + p_{i+1,j}^n)}{2}.\end{aligned}$$

Лагранжев этап. На данном этапе мы находим потоки массы через границы ячеек. Находим за время Δt потоки массы ΔM через границы эйлеровых ячеек.

$$\rho_i^n \Delta x = \rho_i^n \Delta x - (\Delta M_{i+1/2} - \Delta M_{i-1/2}),$$

где поток массы через правую грань $\Delta M_{i+1/2}$, плотность ρ_i^n , шаг в рассматриваемой области Δx

$$\Delta M_{i+1/2}^n = \begin{cases} \rho_{i,j}^n \frac{\tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n}{2} \Delta x \Delta t, \text{ если } \tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n > 0, \\ \rho_{i+1,j}^n \frac{\tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n}{2} \Delta x \Delta t, \text{ если } \tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n < 0, \end{cases}$$

аналогично для потока массы через левую грань $\Delta M_{i-1/2}$.

Если ни одно из условий не выполняется, то полагаем $\Delta M_{i+\frac{1}{2},j}^n = 0$.

Заключительный этап. На этом этапе мы находим окончательные поля эйлеровых параметров потока в момент времени t^{n+1} . Уравнения этого этапа представляют собой законы сохранения массы, импульса и полной энергии. Для определения направления потока через стороны ячейки применяется формула:

$$D_{i,j}(K) = \begin{cases} 1, & \text{если вещество втекает в ячейку } (i, j) \text{ через сторону } K; \\ 0, & \text{если вещество вытекает из ячейки } (i, j) \text{ через сторону } K; \end{cases}$$

Исходя из этого, окончательные значения параметров потока ρ, v, u, E на новом временном слое определяются так:

$$\rho_{i,j}^{n+1} = \rho_{i,j}^n + \frac{\Delta M_{i-1/2,j} + \Delta M_{i,j-1/2} - \Delta M_{i,j+1/2} - \Delta M_{i+1/2,j}}{\Delta x \Delta y},$$

$$\begin{aligned} X_{i,j}^{n+1} = & (D_{i,j}(1)\tilde{X}_{i-1,j}^n \Delta M_{i-1/2,j}^n + D_{i,j}(2)\tilde{X}_{i,j-1}^n \Delta M_{i,j-1/2}^n - D_{i,j}(3)\tilde{X}_{i+1,j}^n \Delta M_{i+1/2,j}^n \\ & + D_{i,j}(4)\tilde{X}_{i,j+1}^n \Delta M_{i,j+1/2}^n + \tilde{X}_{i,j}^n (\rho_{i,j}^n \Delta x \Delta y - [1 - D_{i,j}(1)] \Delta M_{i-1/2,j}^n \\ & - [1 - D_{i,j}(2)] \Delta M_{i,j-1/2}^n - [1 - D_{i,j}(3)] \Delta M_{i+1/2,j}^n - [1 \\ & - D_{i,j}(4)] \Delta M_{i,j+1/2}^n) / \rho_{i,j}^{n+1} \Delta x \Delta y \end{aligned}$$

Давление p_i^{n+1} на новом временном слое рассчитывается из уравнения состояния:

$$p_i^{n+1} = (\gamma - 1) \rho_i^{n+1} \left(E_i^{n+1} - \frac{1}{2} v_i^{n+1} \right)$$

Вычислительный цикл закончен.

2.3 Модификация метода крупных частиц

В силу того, что в методе крупных частиц на фронте ударной волны появляется неустойчивость, поэтому для сглаживания решения использовалась псевдовязкость, предложенная Д. В Садиным в работе [11].

Псевдовязкость вводится на волнах сжатия и имеет следующий вид

$$Q_{i\pm 0,5}^n = -1 \sqrt{\gamma p_{i\pm 0,5}^n \rho_{i\pm 0,5}^n (U_{i\pm 1}^n - U_i^n)}.$$

Таким образом, на эйлеровом этапе вместо P мы используем $p + q$

$$P = p + q.$$

2.4 Верификация численного алгоритма

Верификация численного алгоритма проводилась на решении задачи о распространении ударной волны в газе, полученные результаты представлены на рисунке 2,3. Сетка равномерная с числом ячеек $N = 500$ и числом Куранта $K = 0,1$. Полученные результаты говорят о том, что численный алгоритм работает достаточно корректно.

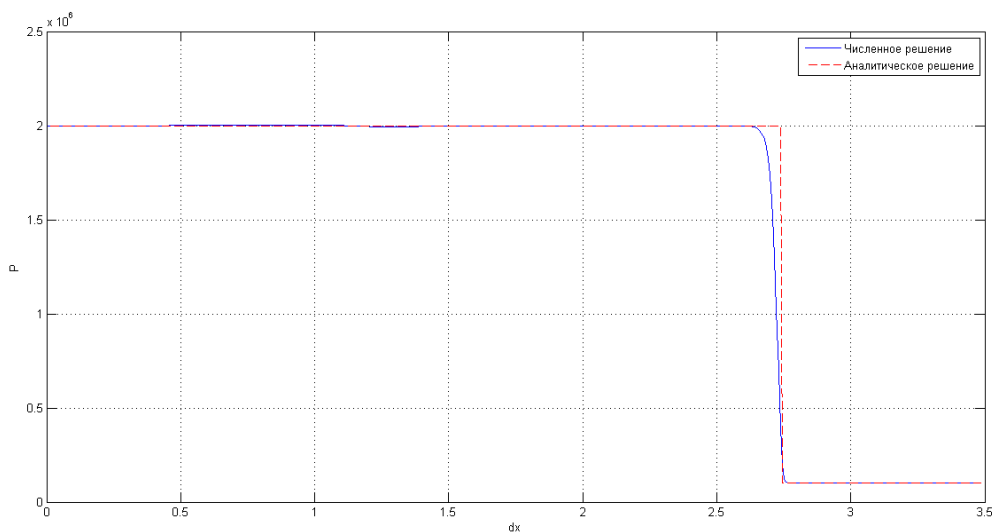


Рисунок 2. Профиль давления на момент времени $t = 0.0016$

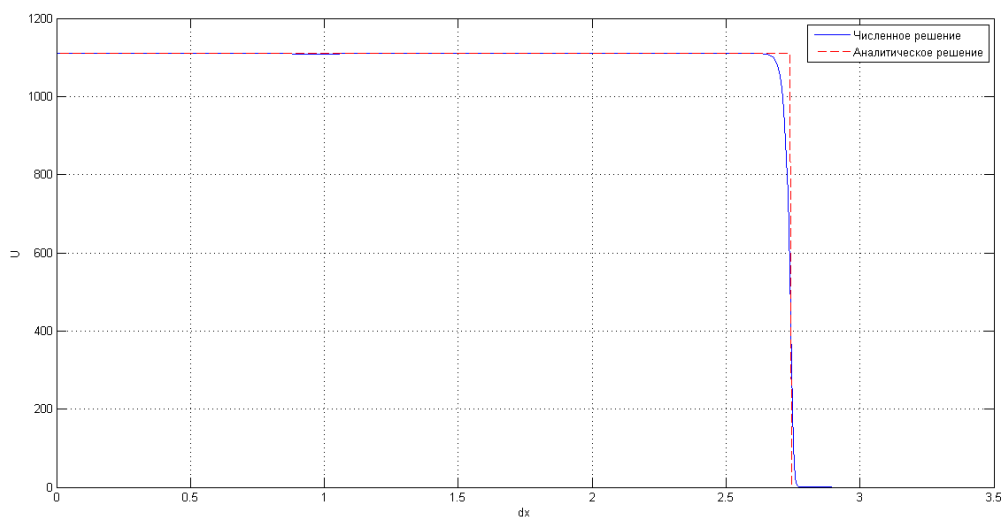


Рисунок 3. Профиль скорости на момент времени $t = 0.0016$

3.РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчеты проводились со следующими начальными данными: в интервале $0 < x \leq 0,45$ находится область повышенного давления со следующими параметрами: $P_1 = 20 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $U_1 = 1110 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\rho_1 = 5.631$. Далее в интервале $0,45 < x \leq 3,45$ находится гетерогенный слой с параметрами: $P_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $U_1 = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\rho_1 = (1 - \alpha_2) \cdot 1.21$, $\rho_2 = 2500 \cdot \alpha_2$, $d_2 = 60 \text{ мкм}$. Определяющие параметры задачи принимали следующие значения: $d_2 = 6 \cdot 10^{-5}, 15 \cdot 10^{-5}, 10 \cdot 10^{-5}, 30 \cdot 10^{-5}, 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, параметр α_2 варьировался $1 \cdot 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-3}, 1 \cdot 10^{-2}, 5 \cdot 10^{-2}$.

На рисунке 4 представлены профили давления для момента времени $t = 0.0016$ для различных α_2 .

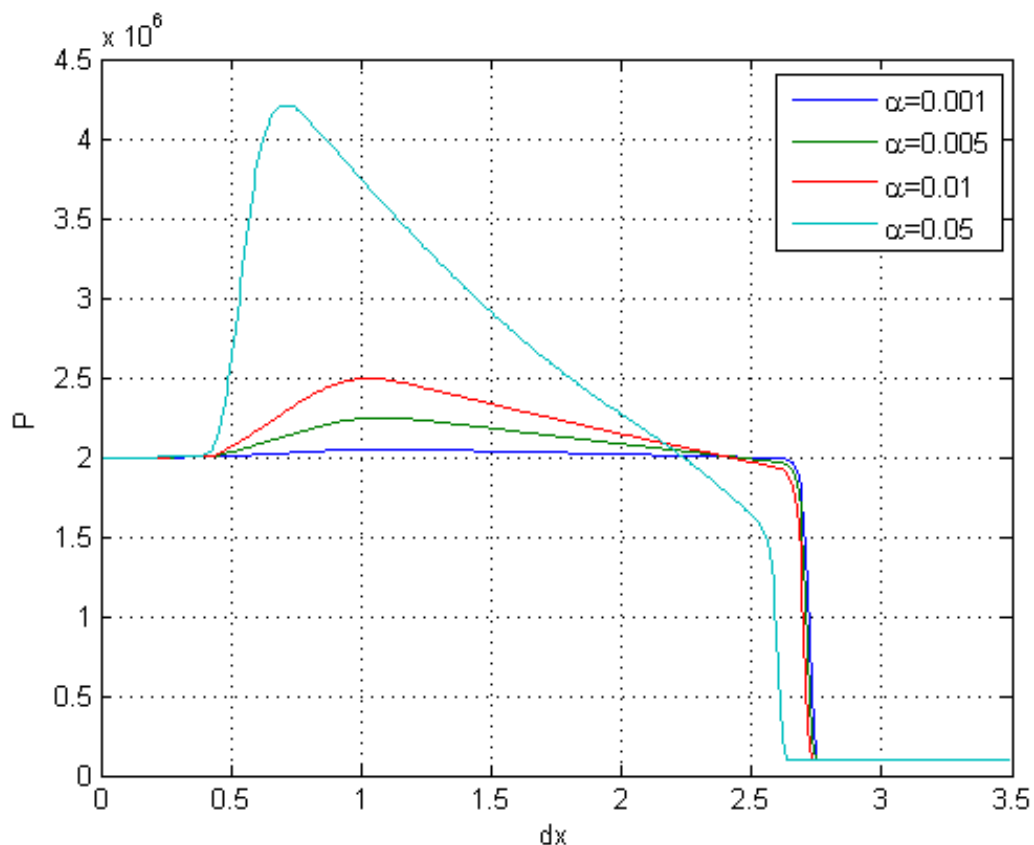


Рисунок 4. Профили давления на момент времени $t = 0.0016$.

На основе полученных результатов можно сделать вывод о том, что наличие гетерогенного слоя приводит к искажению фронта ударной волны распространяющейся внутри него. При подходе к слою ударная волна

частично отражается от него и в слой проходит уже более слабая ударная волна. Чем больше α_2 , тем меньше скорость и интенсивность ударной волны движущейся по слою.

Профили давления для фиксированных значений α_2 и различных диаметров частиц d_2 представлены на рисунках 5,6.

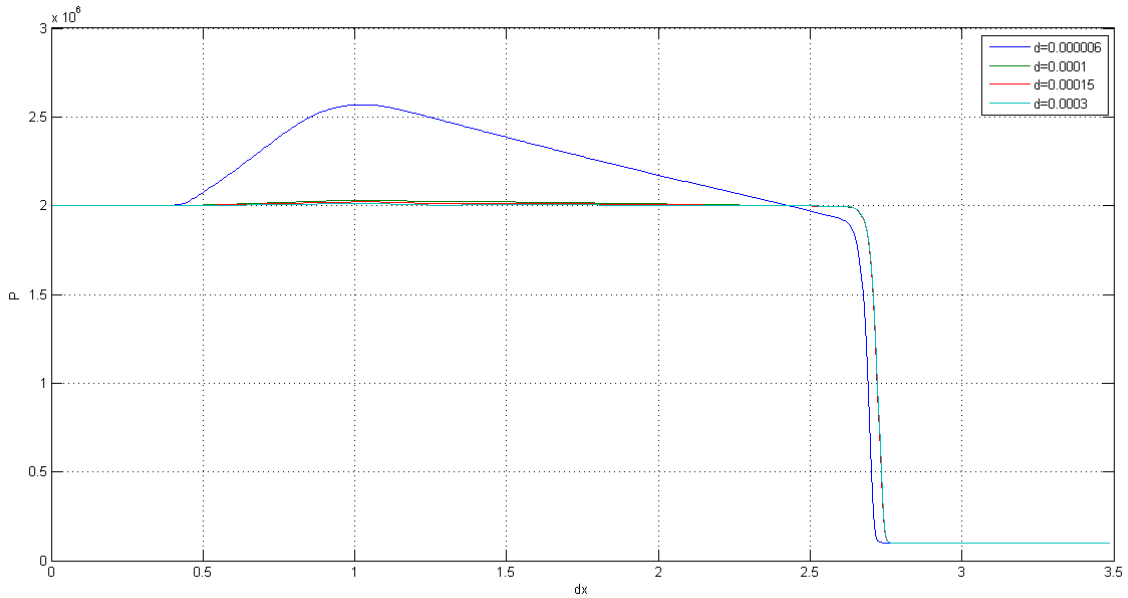


Рисунок 5. Профили давления на момент времени $t = 0.0016$, $\alpha_2 = 1 \cdot 10^{-3}$.

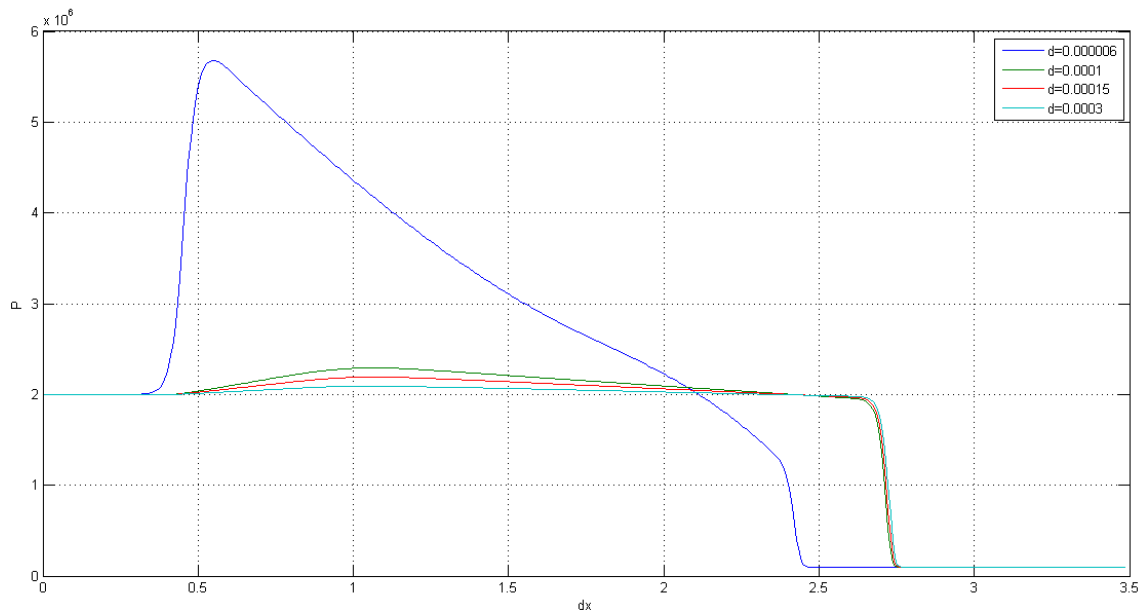


Рисунок 6. Профили давления на момент времени $t = 0.0016$, $\alpha_2 = 1 \cdot 10^{-2}$.

На рисунке 7 представлены профили давления для отраженной волны от жесткой стенки для различных α_2 . И на рисунке 8 для различных диаметров частиц d_2 и фиксированного значения α_2 .

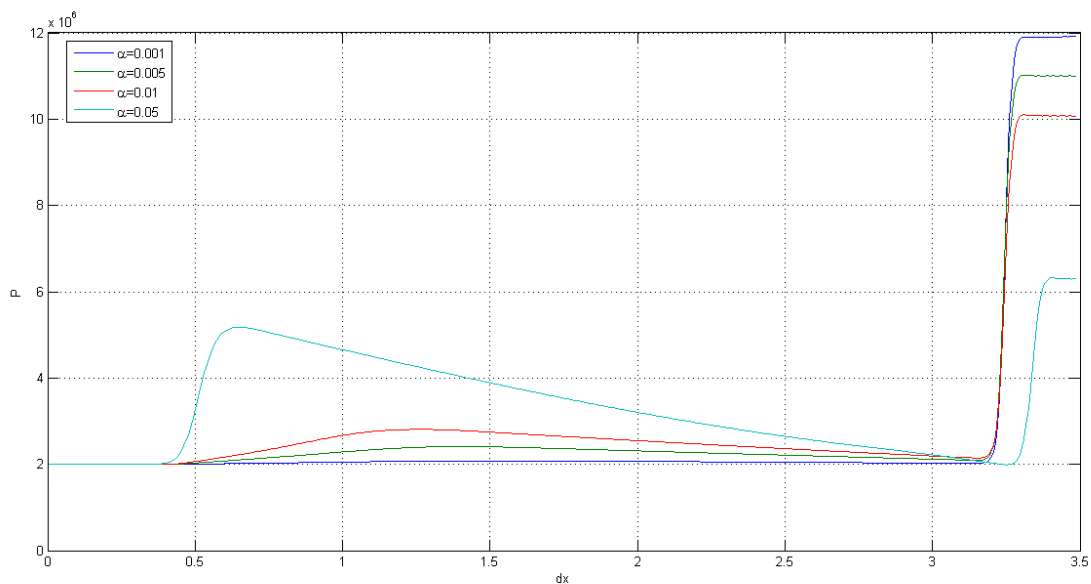


Рисунок 7. Профили давления на момент времени $t = 0.0016$.

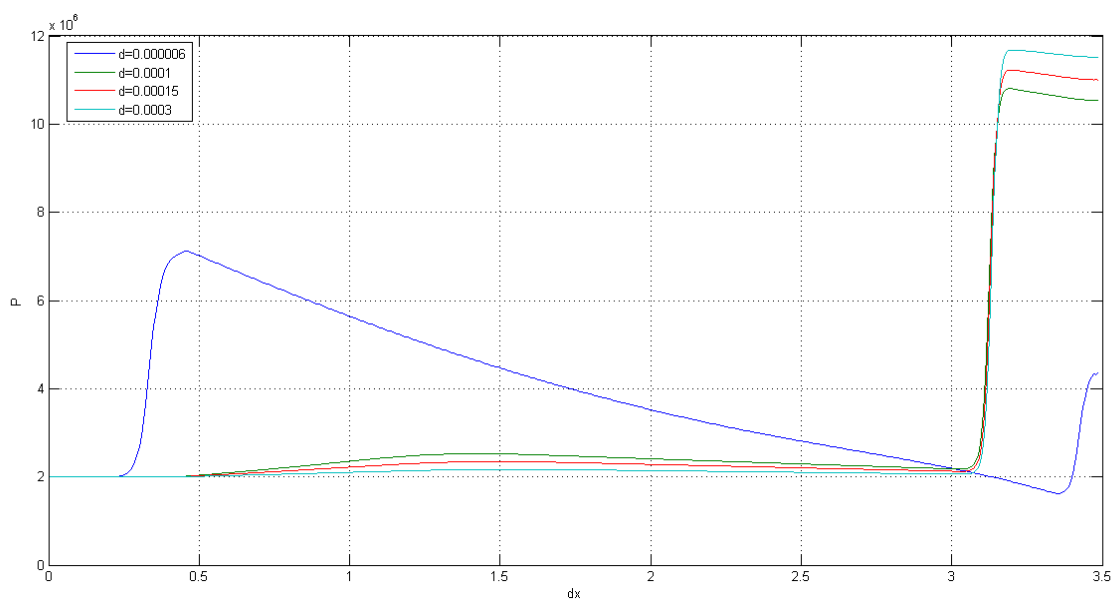


Рисунок 8. Профили давления на момент времени $t = 0.0016$, $\alpha_2 = 1 \cdot 10^{-2}$

Из полученных результатов следует, что с повышением объемной доли частиц в слое и уменьшением их диаметра достигается наибольшее ослабление ударной волны, уменьшается интенсивность воздействия ударной волны на стенку. Следовательно, экранирование ударной волны с помощью гетерогенного слоя газа и частиц может являться достаточно действенным методом для защиты инженерных сооружений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Исследован процесс взаимодействия ударной волны с гетерогенным слоем.
2. Разработан и реализован численный алгоритм решения поставленной задачи в одномерной постановке.
3. В среде разработки Microsoft Visual Studio 2019 реализован численный алгоритм для решения поставленной задачи.
4. Полученные результаты аналогичны результатам других авторов, представленных в работах [3],[4],[5],[6],[8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кантор Л.А, Кантор С.А, Стронгин М.П. Расчет сверхзвукового гетерогенного потока при натекании на преграду
2. Е.Г. Глазова, А.В. Кочетков, И.А. Ходыкина. Численное моделирование пространственного взаимодействия воздушной ударной волны с проницаемым гранулированным слоем
3. А.Г Кутушев, У.А Назаров. Ослабление УВ слоями однородной и неоднородной моно- и полидисперсной газозвеси.
4. С.М Фролов, Б.Е Гельфанд. Ослабление ударных волн в газозвесах.
5. Б.С Кругликов, А.Г. Кутушев. Ослабление ударных волн экранирующими решетками
6. Б.С Кругликов, А.Г Кутушев Ослабление воздушных ударных волн слоями запыленного газа и решетками
7. А.А. Губайдуллин, А.И Ивандаев, Р.И Нигматулин Некоторые результаты численного исследования нестационарных волн в газозвесах
8. А.И Ивандаев, А.Г Кутушев Влияние экранирующих слоев газозвеси на отражение ударных волн
9. Минин И.В., Минин О.В. Взаимодействие ударных волн с дифракционными решетками
10. А.А. Губайдуллин, Д.Н Дудко, С.Ф Урманчиев Моделирование взаимодействия воздушной ударной волны с пористым экраном.
11. 8. Д. В. Садин, “Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газозвеси”, Вестн. ЮУрГУ. Сер. Матем. моделирование и программирование, 12:2 (2019), 112–122
12. О. М. Белоцерковский Метод крупных частиц в газовой динамике / О. М. Белоцерковский, Ю. М. Давыдов. М.: Наука, 1982. 392 с.