УДК 621.914

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛНОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ОЦЕНКИ РАЗМЕРА СТРУЖКИ ПРИ РОТАЦИОННОМ ФРЕЗЕРОВАНИИ

С.Д. Сметанин, В.Г. Шаламов

Рассмотрен процесс моделирования элементной стружки при ротационном фрезеровании. На основе разработанной математической модели проведено моделирование размеров стружки по существенно значимым параметрам. Получены уравнения регрессии в виде алгебраических полиномов. Выполнена сравнительная оценка полученных полиномов без взаимодействия и с учетом взаимодействия факторов. Установлено, что взаимодействие факторов оказывает существенное влияние на размеры стружки.

Ключевые слова: ротационное фрезерование, планирование эксперимента, стружка.

Процесс резания сопровождается многими явлениями, носящими случайный характер, т. е. параметры могут принимать значения в некотором диапазоне. К таким явлениям можно отнести влияние изменения внешних условий протекания процесса, изменение свойств инструментального или обрабатываемого материала, внешние воздействия и др. Потому результаты процесса резания часто оценивают в вероятностной форме путем обработки статистической информации.

Размеры получаемой стружки в полной мере относятся к случайным величинам, для оценки которых используют методы математической статистики. К ним относятся дисперсионный анализ, полно- и дробнофакторный эксперименты, метод Плакетта-Бермана, корреляционный анализ, ранговая оценка факторов, последовательное отсеивание и др. Методы отличаются трудоемкостью, точностью, количеством необходимых опытов, возможностью оценки взаимосвязи факторов, применимостью к тому или иному закону распределения, объективностью получаемых результатов.

Разработанная [1] математическая модель формирования элемента стружки при ротационном фрезеровании содержит 11 независимых параметров (факторов). Однако в работе [2] среди них выделены 6, существенно влияющих на длину стружки: радиус режущего элемента r, глубина резания t, смещение торца режущего элемента относительно оси поворота режущего блока L, угол наклона главной режущей кромки λ, угол вершины зубьев режущего элемента φ и коэффициент относительного проскальзывания режущего элемента по заготовке k. Для такого количества факторов становится практически реализуемой возможность проведения полнофакторного эксперимента (2^6 = 64 опыта), позволяющего независимо оценить как степень влияния каждого фактора, так и степень их совместного влияния.

Уровни факторов в абсолютном и кодированном виде и их значения приведены в табл. 1. В табл. 2 внесены значения длины элемента стружки *y*, полученные в результате расчета по математической модели для каждого из опытов, проведенных по данным верхнего (ВУ) и нижнего (НУ) уровней варьирования факторов.

Таблица 1

Уровни варьирования факторов

Фактор	Код	Уровни/кодированное значение	
		ВУ	НУ
Радиус режущего элемента *r*, мм	x_1	30/+1	20/–1
Глубина резания *t*, мм	x_2	5/+1	1/–1
Смещение торца режущего элемента *L*, мм	x_3	+20/+1	–15/–1
Угол наклона главной режущей кромки λ, град	x_4	70/+1	10/–1
Угол вершины зубьев режущего элемента φ, град	x_5	7/+1	2/–1
Коэффициент проскальзывания, *k*	x_6	2/+1	1/–1

Значения коэффициентов b_i полученной модели независимого влияния факторов равны: b_0 = 23,667; b_1 = 3,059; b_2 = 6,575; b_3 = 0,76; b_4 = –5,8; b_5 = 4,519; b_6 = 4,667. На основе вычисленной в работе [2] величины доверительного интервала для дальнейшего расчета примем факторы x_1, x_2, x_4, x_5, x_6:

$$\tilde{y} = 23{,}667 + 3{,}059x_1 + 6{,}585x_2 - 5{,}8x_4 + 4{,}519x_5 + 4{,}667x_6\,.$$

Уравнение регрессии включает 5 членов, получено по результатам 64 экспериментов (т. е. имеются степени свободы), поэтому можно оценить его адекватность. Для этого определим дисперсию неадекватности:

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_1^N (\tilde{y} - y)^2}{N - k'},$$

где *y* – фактическое значение длины элемента стружки; k' – число коэффициентов модели после исключения статистически незначимых.

В соответствии с результатом расчёта определяем:

$$S_{ad}^2 = \frac{916{,}939}{64 - 5} = 15{,}541.$$

При расчёте вариации теоретического и расчётного значений длины элемента стружки в матрицу включены только статистически значимые коэффициенты. Дисперсию опытов S_y^2 оценим по результатам проведения опыта в центре плана (*y* = 24,129). Получим 143,392.

Таблица 2

Оценка расхождения данных

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y расчетное	14,35	20,73	26,86	31,11	7,74	14,87	21,54	26,10	28,19	43,77	40,13	54,14	13,76	30,33	26,42	41,43
y независимое	16,97	25,90	26,01	34,94	5,36	14,30	14,40	23,34	30,12	39,05	39,15	48,09	18,51	27,45	27,55	36,49
y взаимодействие	15,38	20,25	24,42	29,29	11,01	15,89	20,05	24,92	28,60	41,59	37,63	50,63	15,97	28,97	25,01	38,01
% расхожд независ.	-18,20	-24,9	3,20	-12,3	30,70	3,80	33,10	10,60	-6,90	10,80	2,40	11,20	-34,60	9,50	-4,30	11,90
% расхожд взаимод.	-7,18	2,33	9,11	5,83	-42,33	-6,82	6,92	4,51	-1,457	4,975	6,23	6,49	-16,11	4,48	5,32	8,26
№ опыта	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
y расчетное	15,67	21,94	27,90	32,02	5,83	11,01	16,16	19,72	30,83	46,25	42,69	56,36	11,97	23,29	20,39	31,77
y независимое	16,97	25,90	26,01	34,94	5,36	14,30	14,40	23,34	30,12	39,05	39,15	48,09	18,51	27,45	27,55	36,49
y взаимодействие	18,49	23,36	27,52	32,40	7,91	12,78	16,94	21,82	31,70	44,70	40,74	53,74	12,87	25,86	21,91	34,90
% расхожд независ.	-8,30	-18,06	6,80	-9,12	7,96	-29,83	10,85	-18,35	2,31	15,56	8,28	14,67	-54,73	-17,84	-35,11	-14,84
% расхожд взаимод.	-18,01	-6,48	1,35	-1,18	-35,62	-16,03	-4,87	-10,64	-2,84	3,35	4,56	4,65	-7,54	-11,03	-7,41	-9,85
№ опыта	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
y расчетное	10,98	16,28	19,17	23,16	5,73	11,77	14,97	19,36	22,41	35,23	30,17	42,11	11,40	25,18	19,65	32,65
y независимое	10,85	19,78	19,89	28,82	-0,75	8,17	8,28	17,22	24,00	32,93	33,03	41,97	12,39	21,33	21,43	30,37
y взаимодействие	9,26	14,13	18,30	23,17	4,89	9,77	13,93	18,81	22,48	35,47	31,52	44,51	9,85	22,85	18,89	31,89
% расхожд независ.	1,23	-21,49	-3,76	-24,45	113,2	30,49	44,67	11,04	-7,09	6,53	-9,49	0,33	-8,75	15,28	-9,06	6,98
% расхожд взаимод.	15,68	13,19	4,52	-0,06	14,60	17,00	6,95	2,84	-0,31	-0,68	-4,45	-5,71	13,54	9,24	3,87	2,32
№ опыта	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
y расчетное	12,02	17,21	20,01	23,87	4,38	8,72	11,19	14,60	24,44	37,09	32,15	43,76	9,99	19,40	15,34	25,09
y независимое	10,85	19,78	19,89	28,82	-0,75	8,18	8,28	17,22	24,00	32,93	33,04	41,97	12,40	21,33	21,43	30,37
y взаимодействие	12,37	17,24	21,41	26,28	1,79	6,66	10,82	15,70	25,58	38,58	34,62	47,62	6,75	19,74	15,79	28,78
% расхожд независ.	9,76	-14,94	0,60	-20,75	117,2	6,22	25,95	-17,92	1,82	11,20	-2,77	4,09	-24,11	-9,96	-39,73	-21,05
% расхожд взаимод.	-2,89	-0,18	-7,00	-10,11	59,23	23,65	3,24	-7,51	-4,68	-4,02	-7,71	-8,82	32,43	-1,79	-2,92	-14,72

Для оценки адекватности уравнения регрессии используем критерий Фишера. Определим его расчётное значение и сравним с табличным при уровне значимости 0,05.

$$F_P = \frac{S_{ad}^2}{S_y^2} = \frac{15{,}541}{143{,}392} = 0{,}108.$$

Табличное значение критерия F_T составляет 4,43. Так как $F_P \le F_T$, то при 5 % уровне значимости полученным уравнением регрессии можно воспользоваться для определения и управления длиной элемента стружки. Полученное выше уравнение регрессии записано в кодированных переменных. В связи с его адекватностью перейдём к натуральным переменным, используя соотношения кодирования [3, 4] i-той переменной для алгебраического полинома:

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i - x_{0_i}}{x_{B_i} - x_{0_i}},$$

где $x_i, \tilde{x}_i$ – соответственно кодированное и натуральное обозначение i-го фактора; x_{B_i}, x_{0_i} – соответственно натуральные величины i-го фактора на верхнем и основном уровнях.

$$x_{0_i} = \frac{x_{B_i} + x_{H_i}}{2},$$

где x_{H_i} – натуральная величина i-го фактора на нижнем уровне.

Запишем кодированные значения переменных через натуральные величины, используя данные табл. 1

$$x_1 = \frac{r-25}{30-25} = \frac{r-25}{5};\ x_2 = \frac{t-3}{5-3} = \frac{t-3}{2};\ x_4 = \frac{\lambda-40}{70-40} = \frac{\lambda-40}{30};$$

$$x_5 = \frac{\varphi-4{,}5}{7-4{,}5} = \frac{\varphi-4{,}5}{2{,}5};\ x_6 = \frac{k-1{,}5}{2-1{,}5} = \frac{k-1{,}5}{0{,}5}.$$

Полученные выражения подставляем в уравнение регрессии:

$$\tilde{y} = 23{,}667 + 3{,}059\left(\frac{r-25}{5}\right) + 6{,}585\left(\frac{t-3}{2}\right) - 5{,}8\left(\frac{\lambda-40}{30}\right) + 4{,}519\left(\frac{\varphi-4{,}5}{2{,}5}\right) + 4{,}667\left(\frac{k-1{,}5}{0{,}5}\right) =$$
$$= -15{,}292 + 0{,}612r + 3{,}288t - 0{,}193\lambda + 1{,}808\varphi + 8{,}934k.$$

Оценку полученной эмпирической математической модели в форме алгебраического полинома без учета взаимодействий факторов проведем путем вычисления значений длины стружки по исходным данным для рассмотренных 64 опытов, результаты сведем в табл. 2.

Далее оценим степень влияния взаимодействия факторов. Для этого дополнительно учтем наибольшие значения коэффициентов b_i полученной модели при взаимодействиях: $b_{34} = 1{,}554$; $b_{24} = -2{,}064$; $b_{26} = 2{,}03$. Уравнение регрессии будет иметь вид:

$$\tilde{y} = 23{,}667 + 3{,}059x_1 + 6{,}585x_2 - 5{,}8x_4 + 4{,}519x_5 + 4{,}667x_6 + \\ + 1{,}554x_{34} - 2{,}064x_{24} + 2{,}03x_{26}.$$

Оно включает 8 членов, получено по результатам 64 экспериментов, поэтому для оценки адекватности определим дисперсию:

$$S_{ad}^2 = \frac{226{,}132}{64-8} = 4{,}038.$$

Для оценки адекватности уравнения регрессии также используем критерий Фишера. Определим его расчётное значение и сравним с табличным при уровне значимости 0,05.

$$F_P = \frac{S_{ad}^2}{S_y^2} = \frac{4{,}038}{143{,}392} = 0{,}028.$$

Табличное значение критерия F_T составляет 3,01. Так как $F_P \le F_T$, то при 5 % уровне значимости полученным уравнением регрессии можно воспользоваться для определения и управления длиной элемента стружки. Полученное выше уравнение регрессии записано в кодированных переменных. В связи с адекватностью записанного уравнения регрессии запишем его через натуральные переменные:

$$\tilde{y} = 23{,}667 + 3{,}059\left(\frac{r-25}{5}\right) + 6{,}585\left(\frac{t-3}{2}\right) - 5{,}8\left(\frac{\lambda-40}{30}\right) + 4{,}519\left(\frac{\varphi-4{,}5}{2{,}5}\right) + 4{,}667\left(\frac{k-1{,}5}{0{,}5}\right) + \\ + 1{,}554\left(\frac{L-2{,}5}{17{,}5}\right)\left(\frac{\lambda-40}{30}\right) - 2{,}064\left(\frac{t-3}{2}\right)\left(\frac{\lambda-40}{30}\right) + 2{,}03\left(\frac{t-3}{2}\right)\left(\frac{k-1{,}5}{0{,}5}\right) = \\ = -9{,}989 + 0{,}612r + 1{,}619t - 0{,}118L - 0{,}097\lambda(1 - 0{,}031L + 0{,}353t) + 1{,}808\varphi + 2{,}844k(1 + 0{,}714t).$$

Оценку полученной эмпирической математической модели в форме алгебраического полинома с учетом взаимодействий факторов также проведем путем вычисления значений длины стружки по исходным данным для рассмотренных 64 опытов, результаты сведем в табл. 2.

Вычислим расхождение в процентах между расчетными значениями длины стружки и вычисленными по результатам уравнений регрессий без взаимодействия и с учетом взаимодействия факторов. Среднее расхождение уменьшилось с 23,7 до 9,2 %. Таким образом, на размер элемента стружки существенное влияние оказывают не только сами параметры модели ротационного фрезерования, но и их взаимодействие.

Библиографический список

1. Шаламов, В.Г. Получение элементной стружки ротационным фрезерованием / В.Г. Шаламов, С.Д. Сметанин // Технологическое обеспечение машиностроительных производств: сб. науч. тр. I междунар. заочной науч.-технич. конф. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2014. – С. 587–591.

2. Шаламов, В.Г. Моделирование элемента стружки при ротационном фрезеровании / В.Г. Шаламов, А.В. Плаксин, С.Д. Сметанин // Металлообработка. – 2018. – № 3. – С. 7–12.

3. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Изд-во «Наука», 1976. – 280 с.

4. Шаламов, В.Г. Математическое моделирование при резании металлов: учебное пособие / В.Г. Шаламов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – 134 с.

К содержанию