УДК 621.3.06

АЛГОРИТМЫ ПОДДЕРЖАНИЯ ПОСТОЯНСТВА МГНОВЕННОЙ МОЩНОСТИ ПРИ РАЗВИТИИ НЕСИММЕТРИИ ТРЁХФАЗНОЙ ЦЕПИ

М.И. Грамм

Рассмотрено применение эквивалентных по мощности преобразований в форме матричных вращений к электрической цепи с постоянной мгновенной мощностью. Целью является их использование для расчёта тактики парирования развивающихся несимметрий трёхфазных цепей при некоторых электротехнологических процессах мощных потребителей типа электродуговых печей. Обсуждение построено на описании трёхфазной цепи, хотя аппарат преобразований пригоден для оперативных расчётов цепей любой сложности.

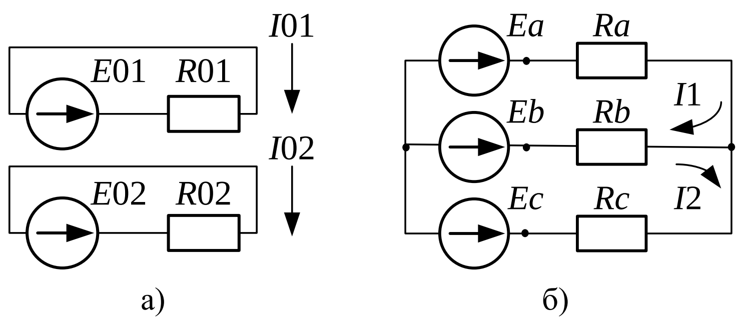
Ключевые слова: потребляемая мощность, мгновенная мощность, трёхфазная цепь, несимметрия, качество электроэнергии.

В общей теории электрических цепей обилие алгоритмов эквивалентных по токам и напряжениям преобразований отодвигает на дальний план мощностные и энергетические критерии эквивалентности. Обычно полагают, что эквивалентность исходной и преобразованной цепей по токам и напряжениям автоматически предопределяет эквивалентность их по мощностям. В действительности это во многих ситуациях совершенно не так. Весьма наглядно это иллюстрирует существование преобразований Эдит Кларк и Парка-Горева приведения многофазной цепи к эквивалентной по мощности двухфазной с иными топологией, токами и напряжениями [1]. Эти преобразования, сферу применения которых обычно ограничивают теорией машин, являются частными случаями ортогональных преобразований специфического функционала любой цепи, определяющих алгебраическую группу описаний цепей, эквивалентных по мощности [2, 3]. В данной статье рассмотрено применение ортогональных преобразований общего вида к решению технической задачи сохранения постоянства мгновенной мощности в условиях неминуемой эволюции исходно симметричной цепи к цепи несимметричной. Такая ситуация возникает, например, при неравномерном выгорании электродов трёхфазной электросталеплавильной печи.

Математическая мотивировка эквивалентных по мощности преобразований описаний состояний цепи с матрицей **R** пассивных параметров построена на неизменности величины функционала $f(\mathbf{I})$ цепи с токами **I** и источниками **E** при воздействии преобразующей ортогональной матрицы $\mathbf{T}(\alpha)$ с параметром α, задаваемым из тех или иных конкретных соображений. В наглядном случае вещественных **R**, **I** и **E** (например, постоянный ток и описание в однородном базисе) функционал $f(\mathbf{I})$ по величине равен мощности потерь цепи [2]:

$$f(\mathbf{I})=2\cdot\mathbf{E}\cdot\mathbf{I}^{\mathrm{T}}-(\mathbf{R}\cdot\mathbf{I})^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{I}. \qquad (1)$$

Задавая параметр α в преобразованиях $\mathbf{R}(\alpha)=\mathbf{T}(\alpha)\cdot\mathbf{R}0\cdot\mathbf{T}(\alpha)^{\mathrm{T}}$ и источников $\mathbf{E}(\alpha)=\mathbf{T}(\alpha)\cdot\mathbf{E}0$ от некоторых исходных **R**0 и **E**0, можем получать описания различных цепей с той же величиной мощности потерь – величина функционала (1) остаётся неизменной. Например, взяв за исходную цепь несвязную с двумя контурами (рис. а), можем соответствующую ей диагональную матрицу **R**0=**diag**(R01 R02) преобразовать в матрицу **R** описания связной цепи (рис. б) той же мощности. Существенно то, что элементы исходной матрицы **R**0 станут собственными числами новой матрицы **R** связной цепи при любом α [2].



Исходная несвязная цепь и связная той же мощности

Поскольку сказанное о неизменности величины $f(\mathbf{I})$ распространяется и на мгновенные мощности, то, считая схему по рис. б описанием симметричной трёхфазной резистивной цепи, найдём собственные числа соответствующей матрицы контурных сопротивлений из $|\mathbf{R}-\mathbf{diag}(\lambda)|=0$:

$$\begin{vmatrix} (Ra+Rb)-\lambda & -Rb \\ -Rb & (Rb+Rc)-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2\cdot R-\lambda & -R \\ -R & 2\cdot R-\lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (2)$$

Решениями (2) являются числа $\lambda_1 = 3\cdot R = R01$ и $\lambda_2 = R = R02$. Таким образом, группа цепей, внутри которой как частный случай содержится симметричная трёхфазная цепь (мгновенная мощность которой постоянна), описывается такой матрицей контурных сопротивлений:

$$\mathbf{R}(\alpha) = \mathbf{T}(\alpha)\cdot\begin{bmatrix} 3\cdot R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}\cdot\mathbf{T}(\alpha)^T, \qquad (3)$$

где $\mathbf{T}(\alpha)$ – произвольная ортогональная матрица, управляемая параметром α как оператором перехода от элемента к элементу $\mathbf{R}(\alpha)$ внутри группы.

Например, в качестве $\mathbf{T}(\alpha)$ может быть использована матрица плоских вращений (матрица Гивенса [4]):

$$\mathbf{T}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Легко убедиться, что при $\alpha=-\pi/4$ операция (3) даст описание нагрузки симметричной трёхфазной цепи.

Представим теперь, что источники в контурах по рис. а выдают синусоидальные напряжения $e01(t) = E01_m\cdot\sin(\omega\cdot t)$ и $e02(t) = E02_m\cdot\sin(\omega\cdot t-\pi/2)$. Легко видеть, что при $E01_m/\ E02_m = \sqrt{3}$, задаваемого соотношением собственных чисел матрицы симметричной трёхфазной цепи, суммарная мощность потерь контуров по рис. а будет оставаться постоянной во времени:

$$p(t) = \frac{e01(t)^2}{R01} + \frac{e02(t)^2}{R02} = \frac{e01(t)^2}{3\cdot R} + \frac{e02(t)^2}{R} = const. \qquad (5)$$

Очевидно, при одновременном ортогональном преобразовании матрицей $\mathbf{T}(\alpha)$ и пассивной части цепи по (3) и вектора мгновенных значений источников величина функционала, равная мощности (5), не будет меняться. Таким образом, определена группа цепей с неизменной во времени мгновенной мощностью $p(t)=const$. Меняя параметр α, можем переходить от одного комплекта нагрузки с источниками цепи к другому, получая описания цепей с одной и той же величиной мощности.

Упростим форму преобразований. Учитывая то, что сказанное справедливо для обеих проекций обсуждаемых ЭДС на комплексной плоскости, воспользуемся комплексной формой функционала (1) [2]:

$$f(\mathbf{I}) = 2\cdot\mathbf{E}^T\cdot\bar{\mathbf{I}} - (\mathbf{Z}\cdot\mathbf{I})^T\cdot\bar{\mathbf{I}}, \qquad (6)$$

где **Z** – матрица контурных сопротивлений рассматриваемой цепи синусоидального тока, $\bar{\mathbf{I}}$ – вектор из сопряжённых комплексов токов контуров.

Матрицу **Z** контурных сопротивлений получаем преобразованием диагональной матрицы **Z0** исходного набора $\mathbf{Z}=\mathbf{T}(\alpha)\cdot\mathbf{Z0}\cdot\mathbf{T}(\alpha)^T$. Вектор **E** источников получаем преобразованием $\mathbf{E}=\mathbf{T}(\alpha)\cdot\mathbf{E0}$, записав каждую из эдс несвязанных цепей в комплексной форме.

Всё вышесказанное позволяет сформулировать возможные варианты методик парирования несимметрии.

По сказанному выше при постоянной мгновенной мощности токи в несвязной схеме по рис. а равны: $\dot{I}01=E01_m/3\cdot R$ и $\dot{I}02=E01_m\cdot e^{-j\pi/2}/\sqrt{3}\cdot R$. Чтобы величина мгновенной мощности оставалась постоянной во времени, при уходе от симметрии контурные токи $\dot{I}1$ и $\dot{I}2$ связной цепи (рис. б) должны оставаться связанными с исходными токами ортогональным преобразованием:

$$\begin{bmatrix}\cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\dot{I}01\\ \dot{I}02\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{I}1\\ \dot{I}2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{I}a\\ -\dot{I}c\end{bmatrix}, \qquad (7)$$

где $\dot{I}a$ и $\dot{I}c$ – фазные токи стандартных направлений.

Любая из строк (7) при значении $\alpha=\pi/4$ позволяет при измеренных в реальной симметричной схеме токах $\dot{I}a$ и $\dot{I}c$ найти величину $E01_m/R$ конкретной установки. В дальнейшем при появлении нарушений симметрии изменяющаяся величина $\dot{I}a$ с помощью (7) даст возможность рассчитать угол α как показатель «ухода» цепи от симметричной и скомпенсировать управляемыми источниками цепь до режима восстановления постоянства мгновенной мощности на основе связи $\mathbf{E}=\mathbf{T}(\alpha)\cdot\mathbf{E0}$. Такой расчёт, очевидно, прост для автоматического отслеживания нужного режима.

Несколько иная тактика восстановления режима постоянной мгновенной мощности может быть построена с помощью графиков-номограмм, следующих из соотношения (7). Примем $E01/R=1$ и угол $\alpha=\pi/4$, тогда строки (7) дадут связи для токов симметричного режима:

$$\frac{0{,}707}{3}-0{,}707\cdot\frac{e^{-j\pi/2}}{\sqrt{3}}=0.471\cdot e^{j\pi/3}=\dot{I}a\,,$$

$$-\frac{0{,}707}{3}-0{,}707\cdot\frac{e^{-j\pi/2}}{\sqrt{3}}=0.471\cdot e^{j2\pi/3}=\dot{I}c\,. \qquad (8)$$

Приняв токи (8) за нормирующие, токи по (7) остальных схем данной группы при изменении параметра α от симметричного режима будем описывать как относительные, получаемые делением на токи (8). Соответствующие заготовленные траектории токов из (7), отнесённых к (8) на комплексной плоскости, могут служить номограммами для определения параметра α. Представление номограмм несложно и выходит за рамки статьи.

Выводы. Применение ортогональных преобразований к описаниям состояний цепей в однородном базисе позволяет ввести понятие группы цепей одной мощности с плавными переходами от цепи к цепи с различающимися параметрами элементов. Это открывает новые возможности оптимизации цепей относительно традиционных преобразований, обеспечивающих эквивалентность лишь по токам или по напряжениям. Хотя рассмотрение проведено для несложной цепи, общий аппарат ортогональных преобразований пригоден для линейных цепей любой сложности.

Библиографический список

1. Hirofumi Akagi, Edson Hirokazu Watanabe, Maurício Aredes. Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – N.Y., Tokyo.: John Wiley and Sons, 2007. – 304 p.

2. Грамм, М.И. Множество цепей с постоянной мгновенной мощностью и экстремальные принципы для цепей / М.И. Грамм // Электричество. – 2003. – № 4. – С. 37–43.

3. Грамм, М.И. Спектрально-матричные методы расчётов в электротехнике и принцип минимума потерь / М.И. Грамм, Ю.Н. Немов, Ф.Н. Шакирзянов. – М.: Изд. Дом МЭИ, 2006.

4. Воеводин, В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984.

К содержанию