

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАТРИЧНЫХ ПУЧКОВ  
ДЛЯ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРНЫХ ПРОЦЕССОВ  
В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ РАЗНОСТИ ФАЗ И ЧАСТОТЫ СИГНАЛОВ  
КОРИОЛИСОВЫХ РАСХОДОМЕРОВ**

*Д.Д. Салов, О.Ю. Бушуев*

Приведены результаты применения модификации метода матричных пучков для оценки разности фаз и частоты двух сигналов с кориолисового расходомера. Произведен вычислительный эксперимент для сравнения результатов с работой других известных методов. Показано, что предложенный алгоритм показывает лучшие результаты по среднеквадратичному отклонению.

Ключевые слова: кориолисовый массовый расходомер, метод матричных пучков, преобразование Гильберта, преобразование Фурье.

За последние 20 лет интерес к массовым кориолисовым расходомерам значительно увеличился [1]. Массовый расход получают в массовом кориолисовом расходомере путем измерения разности фаз сигналов с двух датчиков, плотность жидкости можно связать с частотой сигналов [2]. Поэтому частоту сигнала и разность фаз сигналов с массового кориолисового расходомера необходимо отслеживать с высокой точностью и с минимальной задержкой. В условиях двухфазного (жидкого / газового) потока все параметры сигнала (амплитуда, частота и фаза) подвержены большим и быстрым изменениям, и способность алгоритмов отслеживания следить за этими изменениями с высокой точностью и минимальной задержкой становится все более важной задачей.

Преобразование Фурье является одним из самых изученных, универсальных и эффективных методов исследования сигналов [3, 4]. Это определяет его непрерывное совершенствование и появление методов, тесно связанных с ним, но превосходящим по некоторым характеристикам. Например, используя преобразование Гильберта [5] легко реализовать амплитудную и фазовую демодуляцию несущей, а PRISM [6] позволяет эффективно фильтровать сигналы для слежения за значениями параметров сигнала.

Перечисленные выше преобразования можно отнести к непараметрическим методам [3], имеющим принципиальное ограничение на разрешение частот, связанное со временем наблюдения соотношением неопределенности:  $\Delta\omega \sim \frac{1}{\Delta T}$ , где  $\Delta\omega$  и  $\Delta T$  – необходимое разрешение по частоте и время наблюдения необходимое для его обеспечения, соответственно. Это соотношение накладывает жесткие требования на длительность наблюдаемого участка при требованиях повышенного разрешения, что в свою очередь ухудшает динамические характеристики алгоритмов обработки и затрудняет работу с нестационарными сигналами.

Преобразование Гильберта-Хуанга [7] расширяет возможность работы с нестационарными нелинейными сигналами, однако, к настоящему времени, оно основано больше на эмпирических выводах, что затрудняет выработку рекомендаций по его конкретному применению.

Одним из способов преодолеть соотношение неопределенности является переход к параметрическим методам обработки сигналов, в которых предполагается, что сигнал состоит из суммы парциальных сигналов известной формы (обычно ортогональных по времени или частоте), а неизвестны только некоторые параметры сигнала. Например, если в качестве парциального сигнала используется комплексная экспонента, то параметрами являются комплексная амплитуда, частота каждой компоненты. Исходя из принципов решения систем независимых уравнений, это дает возможность снизить число отсчетов сигнала до числа неизвестных параметров, что может быть на порядки меньше числа отсчетов необходимых для использования в преобразовании Фурье с теми же характеристиками по разрешению.

Пожалуй, самыми известными методами этого класса являются алгоритмы, основанные на регрессионных процессах и процессах скользящего среднего [3]. Тем не менее, если сигнал можно представить в виде линейной комбинации экспоненциальных функций  $y(t) = \sum_{m=1}^M R_m e^{(\alpha_m + i\omega_m)t}$ , достаточно широко используется метод Прони, предложенный еще в конце 18 века [8]. Основной недостаток этого метода – необходимость точного знания числа экспоненциальных компонент, входящих в сигнал и достаточно сильная чувствительность к аддитивным шумам [9]. Стремление преодолеть эти недостатки привели, к появлению одного из самых эффективных методов спектрального анализа – метода матричных пучков (ММП) [10]. При этом число экспоненциальных компонент  $M$  определяется в ходе работы метода. Кроме того, как показывают исследования, ММП обладает существенно большей устойчивостью к аддитивным шумам, чем метод Прони, и приближается по этому параметру к оценке Рао-Крамера [11].

В работе [12] рассматриваются методы обработки токовых сигналов с кориолисового расходомера для отслеживания амплитуды, частоты и разности фаз и анализируются их характеристики при моделировании усло-

вий двухфазного потока. Эти методы включают в себя преобразование Фурье, цифровую фазовую автоподстройку частоты, цифровую корреляцию, адаптивный режекторный фильтр и преобразование Гильберта. В своей следующей статье [13] авторы описали алгоритм комплексного полосового фильтра и применили его к обработке сигнала с массового кориолисового расходомера.

Для оценки параметров сигналов с кориолисового расходомера хотелось бы предложить применение модификации классического метода матричных пучков для векторных процессов [14], сравнить его с классическим методом оценки разности фаз методом преобразования Гильберта, а также с классическим методом матричных пучков, о которых говорилось выше.

Заметим, что данный алгоритм был уже многократно модифицирован под различные задачи. Например, в [15] предложен вариант ММП для затухающих синусоид, улучшение ММП с помощью сохранения ганкелевой структуры матрицы, собственные числа которой дают полюсы сигнала, предложено в [16], версия ММП для квантовых компьютеров разработана в [17], в [18] предложен рекурсивный ММП и т.д.

В качестве проверки методов интересно рассмотреть принятую в мире [12,19] модель сигналов с кориолисового расходомера в двухфазной среде.

$$y_1(n) = A(n) \sin \left[ \omega(n)n + \frac{\phi(n)}{2} \right] + \sigma_{e1} e_1,$$

$$y_2(n) = A(n) \sin \left[ \omega(n)n - \frac{\phi(n)}{2} \right] + \sigma_{e2} e_2,$$

где

$$A(n) = \frac{(A_f(n) - \min(A_f(n))) \times A_{max} - A_{min}}{\max(A_f(n)) - \min(A_f(n))} + A_{min},$$

$$\omega(n) = \frac{(\omega_f(n) - \min(\omega_f(n))) \times \omega_{max} - \omega_{min}}{\max(\omega_f(n)) - \min(\omega_f(n))} + \omega_{min},$$

$$\phi(n) = \frac{(\phi_f(n) - \min(\phi_f(n))) \times \phi_{max} - \phi_{min}}{\max(\phi_f(n)) - \min(\phi_f(n))} + \phi_{min},$$

$$A_f(n) = H_A(n) \cdot e_A(n);$$

$$\omega_f(n) = H_\omega(n) \cdot e_\omega(n);$$

$$\phi_f(n) = H_\phi(n) \cdot e_\phi(n),$$

где,  $e_1(n), e_2(n)$  – некоррелированная последовательность белого шума с дисперсией  $\sigma_{e1}, \sigma_{e1}$ .

$e_A(n), e_\omega(n), e_\phi(n)$  – равномерно распределенные случайные шумы в интервале  $(-1; 1)$ .

$\omega_{max}, \omega_{min}, A_{max}, A_{min}$  и  $\phi_{max}, \phi_{min}$  – верхние и нижние пределы соответственно для, частоты амплитуды и фазы.

$H_{\omega/A/\phi}(n)$  – является фильтром нижних частот, для ограничения скорости изменения значения параметров.

Для численного эксперимента были выбраны параметры модели, близкие к реальному сигналу с кориолисового расходомера. Параметры модели представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры модели

Параметр	Значение
Частота дискретизации	2 kHz
Частота среза фильтра нижних частот ( $f_A^s, f_\omega^s, \omega_\phi^s$ )	6 Hz
Пределы амплитуды	$A_{min} = 0,05 \text{ V}, A_{max} = 0,3 \text{ V}$
Пределы частоты	$f_{min} = 85 \text{ Hz}, f_{max} = 100 \text{ Hz}$
Пределы разности фаз	$\phi_{min} = 0^\circ, \phi_{max} = 4^\circ$

На рис. 1 представлена реализация модели сигнала с кориолисового расходомера, а на рис. 3 изменение параметров модели.

Данные модельные сигналы были обработаны с помощью классического метода матричных пучков, преобразование Гильберта и модификацией метода матричных пучков для векторных процессов, с окном по  $N=100$  и 50 отсчетов. Результат работы методов для окна в 100 отсчетов представлен на рис. 3, для 50 на рис. 4.

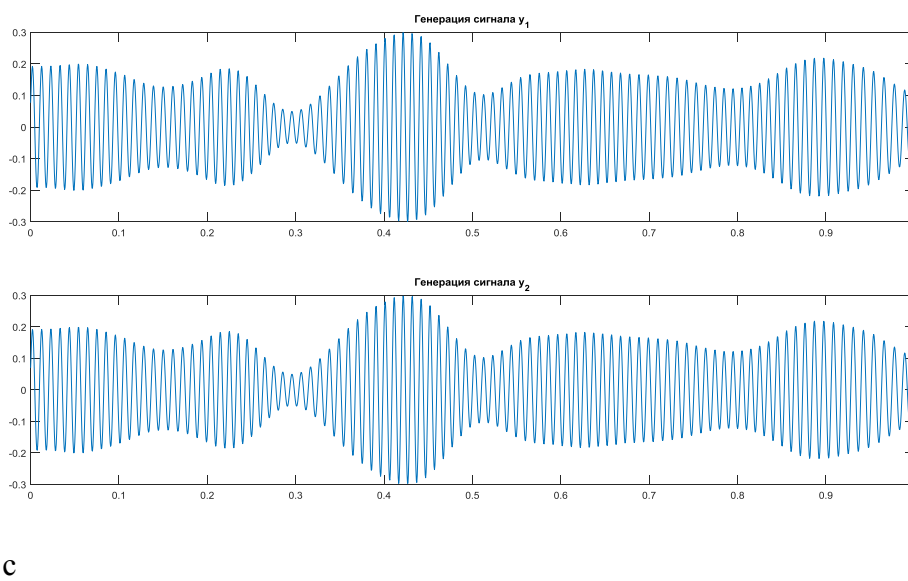


Рис. 1. Модельные сигналы с кориолисового расходомера

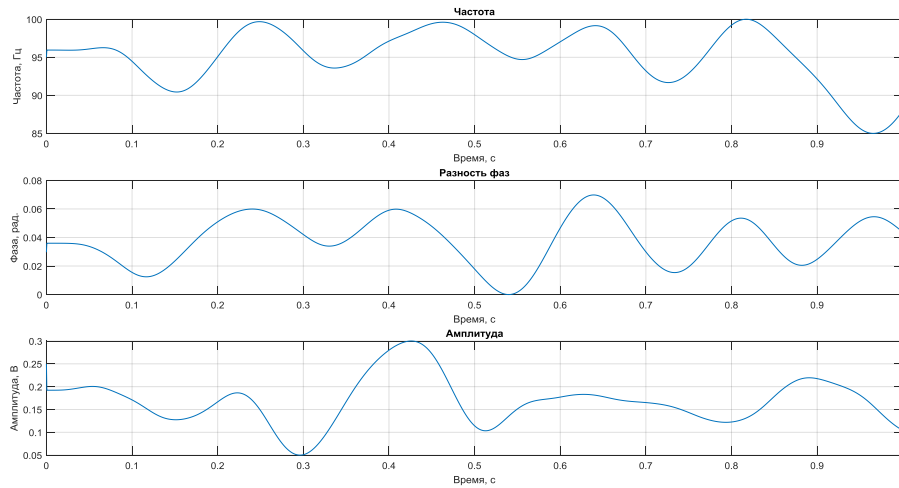


Рис. 2. Изменение параметров сигнала

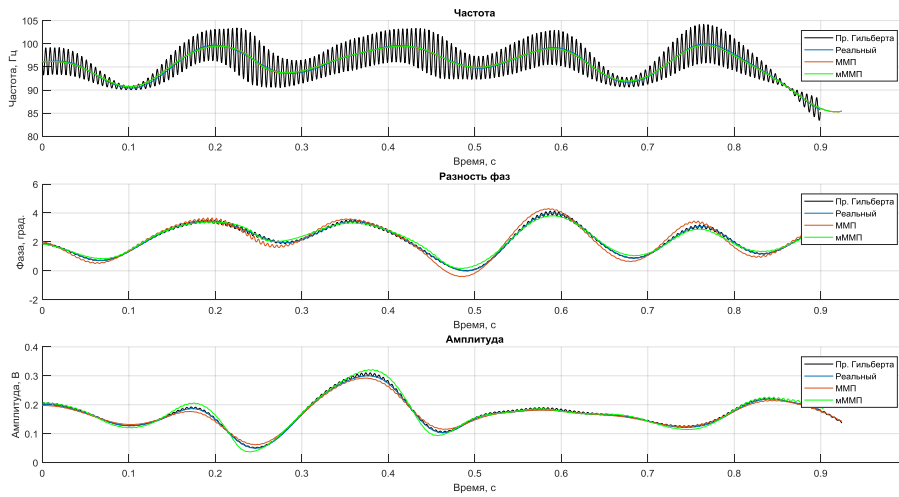


Рис. 3. Оценка параметров трех методов с окном в 100

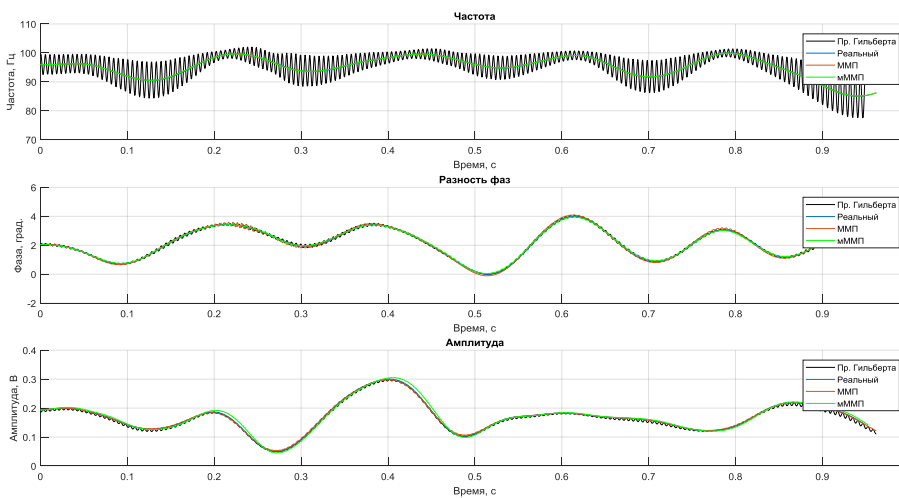


Рис. 4. Оценка параметров трех методов с окном в 50

Для численной оценки работы методов воспользуемся показателем среднеквадратичного отклонения (RMSE), показатель RMSE для всех значений параметров представлен в табл. 2 и рассчитан по следующей формуле:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}(n) - Y(n))^2}.$$

Таблица 2

Сводная таблица оценки работы методов

50	Модифицированный ММП	Классический ММП	Преобразование Гильберта
Амплитуд	0,00285	0,00162	0,00644
Частота	0,09971	0,0991	3,9951
Разн фаз	0,0248	0,0456	0,1251
100	Модифицированный ММП	Классический ММП	Преобразование Гильберта
Амплитуд	0,00351	0,00353	0,00302
Частота	0,35538	0,35540	1,69896
Разн фаз	0,05131	0,064262	0,06130

Как следует из табл. 2, лучше всех оценивает параметры сигнала модификация метода матричных пучков для векторных процессов, классический метод матричных пучков тоже достаточно точно оценивает параметры, результат преобразования Гильберта оказался намного хуже при окне 50, но чуть лучше по амплитуде при окне 100, это связано с тем, что преобразование Гильберта очень сильно зависит от количества отсчетов, так как по природе основано на преобразовании Фурье.

**Заключение.** В результате работы предложен новый метод для задачи оценки разности фаз и частоты двух сигналов с кориолисового расходомера. Произведен вычислительный эксперимент сравнения работы различных методов. Для сравнения был выбран метод преобразования Гильберта, так как из всех методов он легче всего реализуется, а также является одним из тех методов, которые используются в реальных кориолисовых расходомерах. По результатам моделирования оказалось, что модификация метода матричных пучков показывает лучшие показатели по среднеквадратичному отклонению, чем преобразование Гильберта и классический метод матричных пучков, что говорит о перспективности его применения в задаче оценки параметров сигналов с массового кориолисового расходомера.

Библиографический список

1. Wang, T. Coriolis flowmeters: a review of developments over the past 20 years, and an assessment of the state of the art and likely future directions / T. Wang, R. Baker // *Flow Meas. Instrum.* – 2014. – V. 40 № 1. – Pp. 99–123.
2. Henry, M. Self-validating digital Coriolis mass flow meter / M. Henry // *Comput. Control Eng.* – 2000. – V. 11, № 5. – Pp. 219–227.
3. Marple, S.L. Digital spectral analysis: with applications / S.L. Marple. – New Jersey: Prentice-Hall, 1987. – 492 p.
4. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Изд-во Питер, 2002. – 608 с.
5. Rabiner, L.R. Theory and application of Digital Signal Processing / L.R. Rabiner, B. Gold – New Jersey: Prentice-Hall, 1975. – 762 p.
6. Henry, M.P. Prism Signal Processing for Sensor Condition Monitoring / M.P. Henry, O. Bushuev, O. Ibryaeva // 2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics ISIE. – 2017. – V. 10, № 2. – Pp. 224–276.
7. Huang, N.E. A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies / N.E. Huang, Z. Wu. // *Reviews of geophysics.* – 2008. – V. 46, № 2. – Pp. 1–23.
8. Prony, G. Essai experimental et analytique: sur les lois de la dilatabilite de fluides elastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, a differentes temperatures / G. Prony // *J. E. Poly tech.* – 1795. – V. 1, № 2. – Pp. 24–76.
9. Kumeresan, R. Prony method for noisy data: Choosing the signal components and selecting the order in exponential signal models / R. Kumaresan, D.W. Tufts, L.L. Scharf // *Proceedings of the IEEE.* – 1984. – V. 72, № 2. – Pp. 230–233.
10. Hua, Y. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped / Undamped Sinusoids in Noise / Y. Hua, T. K. Sarkar // *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* – 1990. – V. 38, № 5. – Pp. 814–824.
11. Sarrazin, F. Comparison between Matrix Pencil and Prony methods applied on noisy antenna responses / F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen // *Loughborough Antenna and Propagation Conference Loughborough Antennas & Propagation Conference.* – 2011. – Pp. 1–44.
12. Li, M. Signal Processing Methods for Coriolis Mass Flow Metering in Two-Phase Flow Conditions / M. Li, M.P. Henry // in 2016 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). – 2016. – V. 1, № 1 – Pp. 1-14.
13. Li, M. Complex Bandpass Filtering for Coriolis Mass Flow Meter Signal Processing / M. Li, M.P. Henry // in 42nd IEEE Industrial Electronics Conference. – 2016. – V. 1, № 1 – Pp. 133-137.
14. Генри, М.П. Метод матричных пучков для оценки параметров векторных процессов / М.П. Генри, О.Л. Ибряева, Д.Д. Салов, А.С. Семенов // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование».* – 2017. – Т. 10, № 4. – С. 92–105.
15. Enrique, J. Comparison between the Matrix Pencil Method and the Fourier Transform Technique for High-Resolution Spectral Estimation / J. Enrique, F. Rio, T.K Sarkar // *Digit. Signal Process.* – 1996. – V. 6, № 1 – Pp. 108–125.

16. Lu, B. Improved matrix pencil methods / B. Lu, D. Wei, B.L. Evans // Proc. IEEE Asilomar Conf. Signals, Systems, and Computers. – 1998. –V. 2, № 2 – Pp. 1433-1437.

17. Steffens, A. An efficient quantum algorithm for spectral estimation / A. Steffens, P. Rebentrost, I. Marvian // New J. Phys. – 2017. – V. 19, № 1. – Pp. 1–14.

18. Ibryaeva, O.L. Recursive Matrix Pencil Method / O.L. Ibryaeva // IEEE Explore. – 2017. –V. 4, № 2 – Pp. 444-448.

19. Tu, Y. CMF Signal Processing Method Based on Feedback Corrected ANF and Hilbert Transformation / Y. Tu, H. Yang, H. Zhang, and X. Liu // Meas. Sci. Rev. – 2014. – V. 14, № 1 – Pp. 301–304.

[К содержанию](#)