УДК 533.6.01 + 629.782

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НОРМЫ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА-ФУНКЦИОНАЛА В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ МАСШТАБА ВАРИАЦИЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ С МАЛЫМИ ИСКАЖЕНИЯМИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ И ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ПОД МАЛЫМ УГЛОМ АТАКИ

Ю.А. Мокин

Рассмотрен один из проблемных вопросов определения аэродинамических характеристик (АДХ) спускаемых летательных аппаратов (СЛА), имеющих форму тела вращения с малыми случайными вариациями поверхности – вопрос оценки масштаба вариаций различных аэродинамических коэффициентов и их производных функциональных комплексов, имеющих первый порядок малости относительно величины искажения поверхности. Представлена апробированная методика оценки масштаба величин вариаций аэродинамических коэффициентов (АДК) на основе строгого математического понятия нормы линейного оператора, позволяющая также исключить возможное влияние элементов субъективности при выборе того или иного качественного вида искажений поверхности или при их схематизации.

Ключевые слова: сверхзвуковое обтекание, тело вращения, слабая случайная вариация поверхности, изменение аэродинамических коэффициентов.

В числе проблемных вопросов, относящихся к определению аэродинамических характеристик тел вращения с малыми случайными пространственными искажениями поверхности при сверхзвуковом и гиперзвуковом обтекании под малым углом атаки, рассмотренных в работе [1], отмечен вопрос оценки масштаба вариаций различных аэродинамических коэффициентов.

Проблемный характер указанного вопроса усугубляется в условиях неопределенности, отсутствии полной априорной информации, о возможном качественном виде искажений поверхности. Практическая значимость рационального выбора масштаба при оценке возможных величин возмущающих аэродинамических сил и моментов для задач динамики СЛА отражена в [2].

Представим уравнение поверхности СЛА с малыми искажениями поверхности в цилиндрической системе координат (x, r, φ), ось OX направлена от носка к торцу, в виде:

$$r(x,\varphi) = y(x) + \varepsilon \cdot \delta r(x,\varphi), \quad 0 \le x \le L; \quad 0 \le \varphi \le 2\pi; \qquad (1)$$

где $y(x)$ – уравнение образующей исходного тела, $\delta r(x,\varphi)$ – слабая вариация поверхности; L – длина тела; ε – параметр малости. Используем также декартову систему координат ($y = r \cdot \cos\varphi\,, z = r \cdot \sin\varphi$).

Естественный путь выработки представлений о масштабах возможных вариаций аэродинамических коэффициентов тел вращения с малыми пространственными искажениями поверхности случайного характера заключается в проведении параметрических численных или экспериментальных исследований по их определению, проведение анализа имеющейся доступной информации по результатам аналогичных или близких к рассматриваемой теме исследований.

На основе анализа подобных единичных или систематических результатов исследований могут быть получены определенные выводы относительно функциональных или стохастических зависимостей, закономерностей, определяющих связь линейного масштаба и качественного вида малых искажений поверхности с величинами вариаций аэродинамических коэффициентов, величинами возмущающих аэродинамических сил и моментов.

Описанный «естественный» путь имеет ряд достоинств и один, но довольно существенный, недостаток. Этот недостаток, по нашему мнению, может заключаться в относительной неопределенности вопроса общности, математически корректного определения области применимости, полученных выводов [1].

Исключить отмеченный недостаток можно, например, на основе решения при заданных условиях обтекания под малым углом атаки следующей задачи экстремального типа. Именно экстремальные оценки объективно определяют характерный масштаб величин возможных отклонений аэродинамических коэффициентов.

Физический смысл задачи экстремальной оценки вариаций аэродинамических коэффициентов относительно прост: при заданном ограничении на величину искажений поверхности СЛА $|\delta r(x,\varphi)| \le \psi(x)$ ставится задача получения оценки максимально возможного по абсолютной величине отклонения рассматриваемого аэродинамического коэффициента. Однако на пути строгой математической формулировки этой вариационной задачи возникают сложности, связанные, в том числе, с необходимостью введения ограничений и для величин частных производных вариации $\delta r(x,\varphi)$.

Аэродинамическая асимметрия тел вращения с малыми пространственными искажениями поверхности при малых величинах пространственного угла атаки $\alpha_{\text{п}}$ характеризуется отклонениями стационарных аэродинамических коэффициентов сил и моментов $\{\Delta c_x, \Delta c_y, \Delta c_z, \Delta m_x, \Delta m_y, \Delta m_z\}$ при $\alpha_{\text{п}} = 0$ от номинальных значений, отклонениями производных $\{\,\Delta c_y^\alpha, \Delta c_z^\beta, \Delta m_y^\beta, \Delta m_z^\alpha, \}$, изменением положения центра давления Δx_f, а также ненулевыми величинами производных коэффициента момента крена $\{m_x^\alpha, m_x^\beta, m_x^{\alpha^2}, m_x^{\beta^2}, m_x^{\alpha\beta}\}$ по углам атаки α и скольжения β [1–4].

Почти все из перечисленных параметров, за исключением коэффициента момента крена $m_{x0} = m_x(\alpha_{\text{п}} = 0)$, имеют первый порядок малости по ε. Это обстоятельство позволяет с целью обхода указанных сложностей, в предположении только слабости вариации поверхности $\delta r(x,\varphi)$, с сохранением прозрачного физического смысла, получить строгую математическую формулировку экстремальной задачи в линеаризованном виде.

На основе априорной информации о возможных или вероятных величинах искажений поверхности определяется кусочно-непрерывная ограничительно-нормирующая функция $0 \le \psi(x) \le \varepsilon \cdot \left(1 + {y'}^2(x)\right)^{-1/2}$ с носителем $\Psi \in [0, L]$ и на множестве слабых вариаций $\delta r(x,\varphi)$, равных нулю при $x \notin \Psi$, определяется норма:

$$\|\delta r(x,\varphi)\|_\psi = \ sup_{x\in\Psi}[|\delta r(x,\varphi)|/\psi(x)], \tag{2}$$

превращающая его в линейное нормированное пространство Δ. При этом условие $\|\delta r(x,\varphi)\|_\psi \le 1$ равносильно требованию $|\delta r(x,\varphi)| \le \psi(x)$.

Далее каким-либо способом, например, с использованием метода [5] определяется в интегральной форме главная линейная по ε часть полного приращения оцениваемого коэффициента, например, Δc_y, то есть первая вариация δc_y, являющаяся линейным интегральным оператором – функционалом на линейном пространстве Δ, и задача получения экстремальной оценки коэффициента отождествляется с определением нормы этого оператора:

$$\left\|\delta c_y\right\|_\psi = \ sup_{\delta r(x,\varphi)\in\Delta}(\left|\delta c_y\right|/\|\delta r(x,\varphi)\|_\psi). \tag{3}$$

Численное значение нормы первой вариации коэффициента (3) суть верхняя грань коэффициента пропорциональности между величиной слабой вариации $\delta r(x,\varphi)$ и первой вариацией АДК. При определении интегрального выражения первой вариации аэродинамических коэффициентов разложение вариации поверхности $\delta r(x,\varphi)$ в тригонометрический ряд Фурье позволяет, как правило, после интегрирования по φ представить ее в виде обыкновенного интеграла по $x\in[0,\ L]$, а не двойного. В процессе вычисления нормы (3) первой вариации АДК одновременно может быть определен и качественный вид вариации поверхности $\delta r(x,\varphi)$, реализующей близкое к максимально возможному приращение соответствующего АДК.

Описанный общий способ использования нормы линейного оператора-функционала, первой вариации соответствующего АДК, при оценке возможных вариаций различных аэродинамических коэффициентов тел вращения с малыми искажениями поверхности при сверхзвуковом и гиперзвуковом обтекании апробирован для частных случаев в ряде работ автора, более десяти, по указанной тематике. Библиография этих работ и некоторые результаты оценок приведены в [1, 4–8].

В качестве характерных примеров экстремальных оценок отклонений АДК, и полученных соответствующих величин нормы их первых вариаций, для простейших классических аэродинамических форм в [1] приведены следующие результаты.

При гиперзвуковом обтекании сферы, при ограничительно-нормирующей функции $\psi(x) = \left(1 + y'^2(x)\right)^{-1/2}$, в предположении, что нормальные вариации поверхности не превышают ± 1 % ее радиуса, возможны следующие отклонения АДК:

– норма $\|\delta c_x\| \cong 4{,}7$; приращение коэффициента сопротивления c_x в пределах $\sim\ \pm(5 \dots 5{,}2)$ % ;

– норма $\|\delta x_f\| \cong 3{,}5$; изменение положения продольной координаты x_f центра давления при малых углах атаки в пределах $\pm(3 \dots 3{,}5)$ % ее радиуса;

– норма $\|\delta c_y\| \cong 2$; величина коэффициента возмущающей нормальной силы δc_y при нулевом угле атаки в пределах $|\delta c_y| \leq 0{,}02$.

При гиперзвуковом обтекании под малыми углами атаки острого конуса с углом полураствора $\theta_к = 10°$ для ограничительно-нормирующей функции $\psi(x) = 1$ норма $\|\delta x_f\| \cong 9{,}8$. В предположении, что радиальные вариации поверхности $\delta r(x,\varphi)$ не превышают ± 1 % радиуса миделевого сечения конуса, возможно изменение положения продольной координаты x_f центра давления в пределах $\approx \pm(1{,}73)$ % его длины L [1, 7].

Необходимо отметить, что в описанной общей схеме, предлагаемого способа решения задачи оценки вариаций аэродинамических коэффициентов, центральное место занимает получение в аналитической интегральной форме выражения для первой вариации оцениваемых коэффициентов. В большинстве подобных работ автора указанные интегральные выражения получены на основе полуаналитического метода ДГЛ (дифференциальная форма представления обобщенной гипотезы локальности) [5], ориентированно разработанного для решения такого рода задач.

Далее полученные приближенные экстремальные оценки, численные значения нормы, могут быть в принципе уточнены в окрестностях полученных решений (геометрии экстремальных искажений поверхности) с использованием всего существующего арсенала расчетных методов, алгоритмов, программ и программных комплексов, разработанных на основе уравнений Эйлера или Навье-Стокса, или экспериментально.

Представленная в настоящей работе методика оценки масштаба вариаций аэродинамических коэффициентов на основе строгого математического понятия нормы линейного оператора позволяет, кроме всего, исключить возможное влияние элементов субъективности за счет произвола при выборе качественного вида рассматриваемых искажений поверхности или их схематизации.

Библиографический список

1. V.G. Degtyar, S.T. Kalaschnikov, and Yu.A. Mokin On problem of analyzing aerodynamic properties of blunted rotary bodies with small random surface distortions under supersonic and hypersonic flows // Proceedings of the XXV Conference on High-Energy Processes in Condensed Matter (HEPCM 2017), AIP Conf. Proc. 1893, 020004-1 – 020004-6. – URL: https://doi.org/10.1063/1.5007442.

2. Ярошевский, В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере / В.А. Ярошевский, – М.: Машиностроение, 1978. – 168 с.

3. Нестационарная аэродинамика баллистического полета / Ю.М. Липницкий, А.В. Красильников, А.Н. Покровский, В.Н. Шманенков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.

4. Мокин, Ю.А. О моделировании коэффициента аэродинамического момента крена затупленных тел вращения с малой вариацией поверхности при сверхзвуковом их обтекании / Ю.А. Мокин // Космонавтика и ракетостроение. – 2012. – Вып. 1(66). – С. 38–44.

5. Мокин, Ю.А. О возможностях решения задач гиперзвуковой аэродинамики на основе дифференциальной формы представления обобщенной гипотезы локальности и ее композиции с точными численными методами / Ю.А. Мокин // Космонавтика и ракетостроение. – 2008. – Вып. 2(51). – С. 136–145.

6. Мокин, Ю.А. Оценка вариаций положения центра давления за счет малого изменения формы затупленных тел вращения при их гиперзвуковом обтекании / Ю.А Мокин, В.И. Киселев // Наука ЮУрГУ: материалы 66-й научной конференции. Секции технических наук. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – С. 1719–1727.

7. Калашников, С.Т. Об изменении положения центра давления острого конуса с малыми вариациями поверхности при гиперзвуковом обтекании [Электронный ресурс] / С.Т. Калашников, Ю.А. Мокин, Р.К. Швалева // Труды МАИ. – 2017. – № 96. – URL: http://trudymai.ru/pulished.php?ID=85668.

8. Мокин, Ю.А. Оценка изменения положения центра давления сферы за счет малого изменения формы ее передней части при сверхзвуковом и гиперзвуковом обтекании / Ю.А. Мокин // Наука ЮУрГУ: материалы 67-й научной конференции. Секции технических наук. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2015. – С. 1685–1694.

К содержанию