

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МОРФОМЕТРИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

*А.Н. Пермина, А.С. Бахарева*

В статье приведены данные спектрального анализа некоторых показателей системы кровообращения спортсменов-лыжников разного уровня подготовки. Построена имитационная модель, эмулирующая эти показатели, и определены ключевые характеристики спектров. Найдены 95 % границы варибельности изучаемых показателей.

Ключевые слова: спектральный анализ, медленноволновые колебания параметров кровообращения, распределение Дирихле, имитационное моделирование.

Система кровообращения является универсальным индикатором адаптации спортсменов к тем или иным условиям тренировок. Вариативность показателей системы обусловлена взаимоотношениями функционирования кровообращения и динамических реакций регуляторных систем. Важным показателем оценки колебательности в системе кровотока является спектральный анализ.

С помощью системы «МАРГ 10-01» регистрировались показатели<sup>1</sup> сердечно-сосудистой системы, которые при помощи компьютерной программы системы «Кентавр», были подвергнуты спектральному анализу.

Анализ мощностных характеристик медленноволновых колебаний показателей кровообращения производился по четырем диапазонам (табл. 1), в соответствии с предложенным А.П. Исаевым и А.А. Астаховым механизмом вариативности медленноволновых колебаний параметров кровообращения:

Таблица 1  
Анализ мощностных характеристик медленноволновых колебаний показателей кровообращения производился по четырем диапазонам

Частотные диапазоны высокочастотных биологических ритмов. Название диапазона	Ультра низкочастотный (УНЧ) P1	Очень низкочастотный (ОНЧ) P2	Низкочастотный (НЧ) P3	Высокочастотный (ВЧ) P4
Частотный диапазон	Менее 0,003 Гц	0,003–0,04 Гц	0,04–0,15 Гц	0,15–0,4 Гц
Количество колебаний за 1 минуту	Менее 0,18	0,18–2,4	2,4–9,0	9,0–24,0
Период колебаний в секундах	Более 333,33 (>5,5 минут)	25,0–333,33	6,67–25,0	2,5–6,67

Значительный интерес представляет анализ полученных данных с целью установления статистических закономерностей динамики исследуемых показателей. Однако, небольшой объем экспериментальных данных<sup>2</sup> не дает возможности установления значимых статистических закономерностей.

<sup>1</sup> Такие, например, как **BP**, мм рт.ст., среднединамическое артериальное давление; **HR – ЧСС**, уд/мин – частота сердечных сокращений (HR-ЧСС,) регистрируется по R-R (с) интервалам I стандартного отведения ЭКГ;

**SV – УО**, мл – ударный объем крови рассчитывается при помощи формулы Кубичека по ЭКГ и первой производной трансторакальной реограммы;

**CO – МОК** – минутный объем кровообращения (CO, л/мин);

**EF – ФВ, %** – фракция выброса левого желудочка, рассчитывается при помощи формулы Тагифта по ЭКГ и первой производной трансторакальной реограммы;

**ATHRX – Арео**, мОм – амплитуда пульсации крупных сосудов (аорты);

**АТОЕ – АфПГ**, мОм - амплитуда пульсации мелких (периферических) сосудов;

**RespX – ДВрео**, мОм – дыхательные звенья револн аорты;

**RespT – ДВфпг, ДВфпг** – револна грудной клетки, мелких сосудов и мн. др.

<sup>2</sup> В обследовании приняли участие всего 17 спортсменов. В соответствии с их личными достижениями и уровнем физической подготовки они были разбиты на четыре подгруппы – I, II, III и IV соответственно, от самых сильных (I) до самых условно «слабых» (IV).

Общебиологические закономерности и предварительный статистический анализ экспериментальных данных, а также литературные источники [1], позволяют сделать вывод, о том, что приведенные спектральные характеристики являются случайными величинами, распределенными по закону Дирихле. Это обстоятельство позволяет использовать методы имитационного моделирования для получения достаточного для мотивированных выводов объема экспериментальных данных. При этом, параметры распределения Дирихле (индивидуальные для каждой подгруппы спортсменов с идентичными показателями физической подготовленности) могут служить основой для количественного анализа уровня адаптации спортсменов к физическим нагрузкам и, в перспективе, дают возможность исследователю прогнозировать уровень физической подготовленности и успешности спортсменов.

Имитационная модель строилась в два этапа. На первом этапе по имеющимся реальным экспериментальным данным проводилась грубая оценка параметров распределений Дирихле, которому, как предполагалось, подчиняются спектральные характеристики  $P_1, P_2, P_3$  и  $P_4$ . Далее эмулировались реализации с этими характеристиками в объеме, достаточном для значимых статистических заключений. После этого определялся 95 % диапазон вариабельности показателей  $P_1, P_2, P_3$  и  $P_4$  и, если реальные экспериментальные данные лежали в этом диапазоне, полагалось, что параметры найдены. Если же оказывалось, что это не так, параметры распределений Дирихле корректировались и вся процедура повторялась.

В табл. 2 приведены оценочные значения параметров  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  для всех четырех подгрупп.

Таблица 2

Оценочные параметры распределения  
для каждой из групп физической подготовленности

	I	II	III	IV
$\lambda_1$	2,26369557939	0,664597546035	0,515900263541	0,380241051862
$\lambda_2$	7,49175441752	2,91343181945	1,88603049502	0,97027027027
$\lambda_3$	8,21038793479	5,71516657234	2,5112049488	1,17743608473
$\lambda_4$	0	0,0110766257672	0,337804347716	0,0944046749452

Для эмуляции реализаций распределения Дирихле использовалась известная ([2]) связь между распределением Дирихле и гамма-распределением: если  $c_i = \gamma(\lambda_i), i = 1, \dots, 4$  – независимые случайные величины, имеющие

гамма-распределение, то случайные величины  $\xi_i = \frac{c_i}{\sum_{j=1}^4 c_j}, i = 1, \dots, 4$ ,

распределены по Дирихле с параметрами  $\lambda = \{ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \}$ .

Для каждой из групп I–IV было сгенерировано 100 выборочных значений  $x^k = \{x_1^k, x_2^k, x_3^k, x_4^k\}$ ,  $k = 1, 2, \dots, 100$ ,  $x_1^k + x_2^k + x_3^k + x_4^k = 1$ .

Для каждой выборки с помощью метода моментов были заново посчитаны значения параметров  $\hat{\lambda}_i$ , для сравнения с исходными значениями  $\lambda_i$  (табл. 2). Результаты оценивания приведены в табл. 3.

Таблица 3

Оценочные параметры распределения выборок  
для каждой из групп физической активности

	I	II	III	IV
$\hat{\lambda}_1$	2,09102405	0,5754764	0,553539434	0,414150473
$\hat{\lambda}_2$	6,67328229	2,839402982	1,759001858	0,86497846
$\hat{\lambda}_3$	7,340620365	5,488636919	2,195035267	1,095799324
$\hat{\lambda}_4$	0	0,001326396	0,259124327	0,074493193

Кроме того, для каждой спектральной позиции были найдены оценки средних и дисперсий.

Таблица 4

Образец вывода данных, оценок среднего и дисперсии для группы I

$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$\xi_4$	$ \xi $	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$
0,1412655	0,2824266	0,5763078	0	0,1790529	0,1298375	0,4143627	0,45579968	0
0,0251927	0,3417407	0,6330665	0	0,2182843	$S_1^2$	$S_2^2$	$S_3^2$	$S_4^2$
0,1018140	0,5040635	0,3941223	0	0,1124083	0,0066051	0,0118929	0,01187384	0
0,1198563	0,3858369	0,4943067	0	0,0489503				

Для нахождения области  $D$  таких модельных значений  $x^k$ , для которых выполняется условие:  $P\{x^k \in D_\alpha\} \geq \alpha$ , возьмем  $\alpha = 0,95$ . Область  $D$  определим следующим образом:  $x^k \in D$ , если  $\sqrt{\sum_{i=1}^4 (x_i^k - \bar{x}_i)^2} \leq \varepsilon$ . В табл. 5 приведены соответствующие значения параметра  $\varepsilon$ .

Таблица 5

Значения  $\varepsilon$  для каждой из групп физической подготовленности

	I	II	III	IV
$\varepsilon$	0,325	0,365	0,5015	0,68

**Заключение.** С вероятностью 0,95 сгенерированные выборочные значения попадают в  $\varepsilon$ -окрестность средних значений по выборкам. Имитаци-

онная модель, построенная на основе распределения Дирихле, дает значения, идентичные значениям, полученным в результате эксперимента, и может быть использована для дальнейшего анализа.

#### Библиографический список

1. B.A. Frigyik, A. Kapila, and M.R. Gupta, “Introduction to the Dirichlet distribution and related processes,” UWEE, Tech. Rep. UWEETR-2010-0006, 2010.
2. Уилкс, С. Математическая статистика / С. Уилкс. – М.: Наука, 1967. – 632 с.

[К содержанию](#)