УДК 621.01

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ С НЕКРУГЛЫМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

А.И. Шагиахметов

Представлена обобщенная модель зубчато-рычажного механизма периодического движения на основе некруглых зубчатых колес, реализующего движения с остановкой выходного звена без разрыва кинематической цепи. Представлены основные типы зубчато-рычажных механизмов с эллиптическими зубчатыми колесами, определены их предельные кинематические возможности. Получены выражения для определения сопряженных кривых (центроид) некруглых зубчатых колес для зубчато-рычажных механизмов, реализующих различное количество остановок ведомого звена.

В машинах автоматического и полуавтоматического действия широко используются механизмы, служащие для преобразования непрерывного вращательного движения ведущего звена в прерывистое движение с периодическими остановками (выстоями) заданной продолжительности ведомого звена [1].

Следует отметить, что задача воспроизведения движения с периодическими остановками может быть решена за счет разрыва кинематической цепи привода на время технологической операции с последующим ее замыканием для возобновления движения. Данный принцип реализации остановки ведомого звена лежит в основе работы муфт свободного хода, а также мальтийских, храповых и других механизмов.

Основным недостатком вышеперечисленных механизмов является наличие динамического удара при замыкании кинематической цепи привода, что приводит к интенсивному износу деталей механизмов, снижая надежность работы и срок службы [2]. Кроме того, ограниченная быстроходность и малая продолжительность остановок таких механизмов часто не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к технике в условиях современного производства.

В тех случаях, когда необходимо передавать большие нагрузки с высокой надежностью и с плавным законом изменения ускорений ведомого звена, в качестве механизмов прерывистого движения целесообразней применять рычажные или зубчато-рычажные механизмы.

Особый интерес представляют зубчато-рычажные механизмы периодического движения (ЗРМПД) [3]. Это комбинированные механизмы, в которых рычажные системы и системы зубчатых колес выполнены параллельно, при этом звенья рычажного механизма несут на себе оси зубчатых колес. Необходимо отметить, что зубчатые колеса в ЗРМПД можно выполнить как круглыми, так и некруглыми (например, овальными или эллиптическими).

Интерес к таким механизмам вызван тем, что с их помощью можно осуществить весьма разнообразные и сложные законы движения ведомых звеньев. После того, как были обнаружены их свойства регулируемости [4], ЗРМПД приобрели особое значение для использования в машинах автоматического и полуавтоматического типа. В этом отношении другие типы механизмов конкурировать с ними не могут.

На рис. 1 представлена обобщенная схема зубчато-рычажных механизмов периодического движения на основе некруглых зубчатых колес. И, конечно, предложенная схема не исключает использования традиционных круглых зубчатых колес, по сути, здесь круглое является частным случаем некруглого.

Показанный на рис. 1 ЗРМПД представляет собой совокупность рычажного кривошипно-коромыслового механизма, ведущее (кривошип 0_1A) и ведомое (коромысло 0_2B) звенья которого шарнирно соединены с шатуном AB и основанием $0_1 0_2$, и передаточного зубчатого механизма для передачи вращения от кривошипа на ведомый вал 0_2, который содержит сблокированное под углом Q_1 с кривошипом O_1A некруглое колесо 1, входящее в зацепление с некруглым колесом 2. В свою очередь колесо 2 сблокировано под углом Q_2 с некруглым колесом 2', которое входит в

зацепление с некруглым колесом 3, соединенным с роторным рабочим органом, выполняющим движения с остановками.

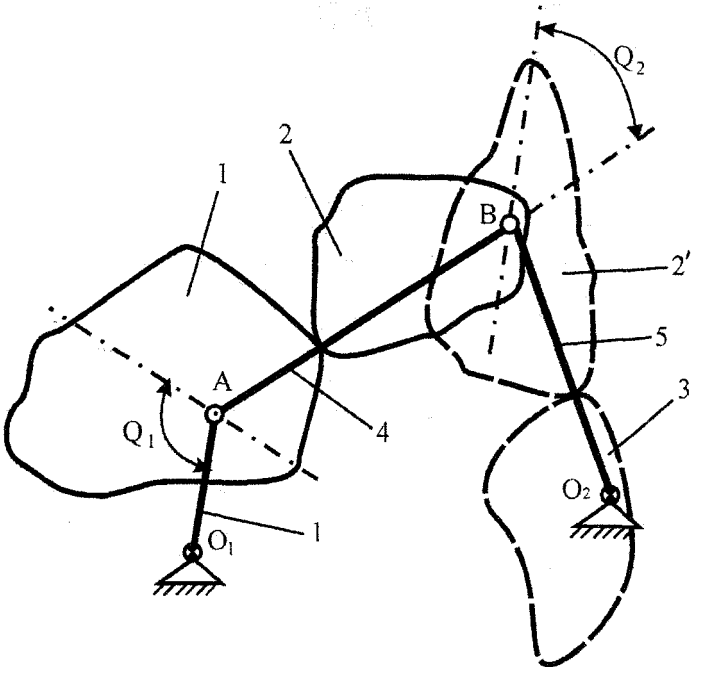

Рис. 1. Обобщенная схема зубчато-рычажного механизма с некруглыми зубчатыми колесами

При аналитическом расчете ЗРМПД, рассматривая каждое из звеньев 4 и 5 вместе со смонтированными на их концах некруглыми колесами как дифференциальную передачу, на основе теоремы Виллиса [1] можно составить следующие кинематические зависимости:

$$\frac{\omega_2-\omega_4}{\omega_1-\omega_4}=(-1)^a\frac{r_1}{r_2}, \tag{1}$$

$$\frac{\omega_3-\omega_5}{\omega_2-\omega_5}=(-1)^a\frac{(r_2)'}{r_3}, \tag{2}$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ – угловые скорости соответствующих звеньев (угловые скорости шатуна 4 и коромысла 5 можно определить известными методами [1]);

$r_1, r_2, (r_2)', r_3$ – мгновенные радиус-векторы центроид соответствующих некруглых колес в точке их касания, отношения $\frac{r_1}{r_2}$ и $\frac{(r_2)'}{r_3}$ в общем случае являются переменными величинами, для которых выполняются условия

$$r_1+r_2=AB,\ (r_2)'+r_3=BO_3; \tag{3}$$

а - коэффициент, учитывающий вид зацепления зубчатых колес: а - нечетное при внешнем зацеплении, а - четное при внутреннем зацеплении.

Решая совместно уравнения (1) и (2), получаем зависимость для определения закона периодического поворота рабочего органа

$$\omega_3=\omega_1\cdot\frac{r_1}{r_2}\cdot\frac{(r_2)'}{r_3}+\omega_4\cdot\frac{(r_2)'}{r_3}\left((-1)^a-\frac{r_1}{r_2}\right)+\omega_5\left(1-(-1)^a\cdot\frac{(r_2)'}{r_3}\right) \tag{4}$$

и далее находим условие остановки рабочего органа в приводе зубчато-рычажного механизма периодического движения:

$$\omega_1\cdot\frac{r_1}{r_2}\cdot\frac{(r_2)'}{r_3}+\omega_4\cdot\frac{(r_2)'}{r_3}\left((-1)^a-\frac{r_1}{r_2}\right)+\omega_5\left(1-(-1)^a\cdot\frac{(r_2)'}{r_3}\right)=0. \tag{5}$$

Предлагаемая схема зубчато-рычажных механизмов периодического движения позволяет охватить различные варианты выполнения некруглых зубчатых колес и их зацеплений. Например, если

$$r_2 = (r_2)', \ \frac{r_1}{r_2} = \text{const} \ \text{и} \ \frac{(r_2)'}{r_3} = \text{const},$$

то данный ЗРМПД вырождается в известный трехколесный зубчато-рычажный механизм с круглыми зубчатыми колесами (рис. 2).

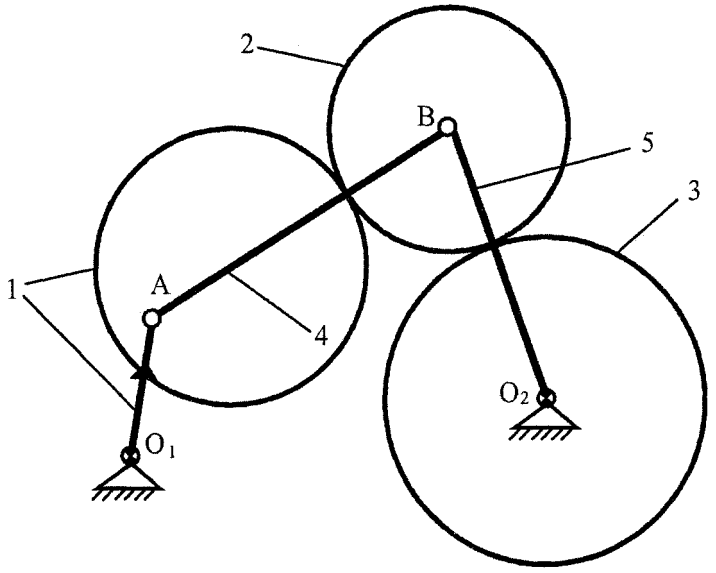

Рис. 2. Схема трехколесного зубчато-рычажного механизма периодического движения с круглыми зубчатыми колесами

В других случаях схема приводится к множеству комбинированных зубчато-рычажных механизмов, содержащих как круглые, так и некруглые зубчатые колеса. Форма некруглых зубчатых колес, входящих в зацепление, может быть разнообразной, но не произвольной. При проектировании некруглых зубчатых колес первоочередной задачей является определение таких сопряженных кривых (центроид относительного движения), которые в процессе зацепления зубьев будут перекатываться друг по другу без скольжения.

Для воспроизведения непрерывного вращательного движения центроиды некруглых зубчатых колес должны представлять собой замкнутые кривые. Ведущая и ведомая центроиды будут замкнутыми в том случае, если при повороте ведущей центроиды на угол $\varphi_1 = 2\pi$ ведомая центроида повернется на угол $\varphi_2 = \frac{2\pi}{n}$, где n - целое число (условие замкнутости центроид). При изменении числа n меняется число периодов изменения передаточного отношения за один оборот ведущей центроиды.

Если через r_i (i=1, 2) обозначим текущие радиус-векторы некруглых колес (рис. 3), то при постоянном межосевом расстоянии a_w для такого зацепления можно записать

$$r_1 + r_2 = a_w. \tag{6}$$

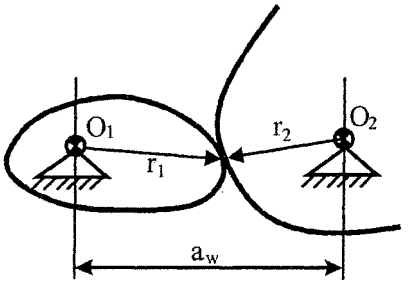

Рис. 3. Центроиды некруглых зубчатых колес

Геометрию некруглых колес определяют функция положений

$$\varphi_2 = f(\varphi_1), \tag{7}$$

где φ_1 и φ_2 – соответствующие углы поворота ведущего и ведомого некруглых колес, и функция передаточного отношения

$$u_{12}(\varphi_1) = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{1}{f'(\varphi_1)} \text{ или } u_{21} = f'(\varphi_1), \tag{8}$$

где ω_1 и ω_2 – угловые скорости ведущего и ведомого некруглых колес.

Используя выражения (6)–(8), можно по заданному межосевому расстоянию и функции передаточного отношения определить радиус-векторы центроид зубчатых колес в зацеплении

$$r_1 = \frac{a_W}{1 + u_{12}(\varphi_1)}, \; r_2 = a_W \frac{u_{12}(\varphi_1)}{1 + u_{12}(\varphi_1)}. \tag{9}$$

Угол поворота ведущего колеса φ_1 является независимой переменной, а угол поворота ведомого колеса φ_2 может быть определен из выражения

$$u_{21}(\varphi_1) = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}, \tag{10}$$

откуда

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} u_{21}(\varphi_1) d\varphi_1. \tag{11}$$

Характер изменения передаточных отношений зависит от формы сопряженных некруглых зубчатых колес, при этом наиболее приемлемой формой (с точки зрения технологичности изготовления) зубчатых колес следует считать эллиптическую или производную от нее [5].

Действительно два равных эллипса 1 и 2 с осями вращения, проходящими через фокусы O_1 и O_2 (рис. 4), могут быть приняты за центроиды некруглых зубчатых колес, реализующие определенную функцию передаточного отношения.

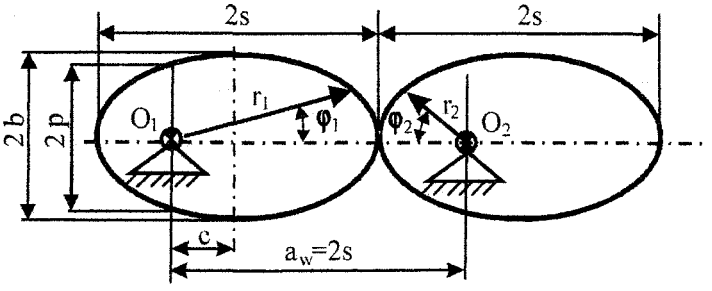

Рис. 4. Эллиптические цилиндрические зубчатые колеса

Обозначим длину большей оси эллипса через 2s, длину малой оси через 2b, длину хорды, проведенной через фокус эллипса перпендикулярно большой оси, через 2p. Тогда уравнение эллипса в полярной форме будет иметь вид:

$$r_1 = \frac{p}{1 - e \cdot \cos\varphi_1}, \tag{12}$$

где $e = \frac{c}{s}$ – эксцентриситет эллипса, φ_1 – полярный угол, 2s – расстояние между фокусами.

С учетом зависимости $p = s(1 - e^2)$ радиус-вектор центроиды ведущего колеса определяется выражением

$$r_1 = \frac{s(1 - e^2)}{1 - e \cdot \cos\varphi_1}. \tag{13}$$

Радиус-вектор центроиды ведомого колеса

$$r_2 = \frac{s(1 + e^2 - 2e \cdot \cos\varphi_1)}{1 - e \cdot \cos\varphi_1}. \tag{14}$$

Передаточное отношение

$$u_{21}(\varphi_1) = \frac{1 + e^2 - 2e \cdot \cos\varphi_1}{1 - e^2}. \qquad (15)$$

Функция положения ведомого колеса при среднем передаточном отношении $u_{21}(\varphi_1) = 1$ выражается зависимостью

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{u_{12}(\varphi_1)} = 2\mathrm{arctg}\left(\frac{1+e}{1-e}\mathrm{tg}\frac{\varphi_1}{2}\right).$$

Таким образом, выражения (13)—(16) вполне определяют центроиды сопряженных эллиптических зубчатых колес, которые можно использовать в ЗРМПД.

Следует отметить, что вследствие параллельного включения в рычажную систему механизма эллиптических зубчатых колес ЗРМПД приобретают более широкие кинематические возможности (по сравнению с ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами) за счет установочного варьирования монтажными (фазовыми) углами Q_1 и Q_2 и за счет использования различных законов изменения передаточных отношений зубчатых колес.

Зубчато-рычажные механизмы на основе эллиптических зубчатых колес можно разделить на три типа.

На рис. 5 представлен ЗРМПД первого типа, в котором первая пара зубчатых колес 1 и 2 выполнена в виде сопряженных эллипсов, а вторая пара - в виде круглых зубчатых колес 2' и 3.

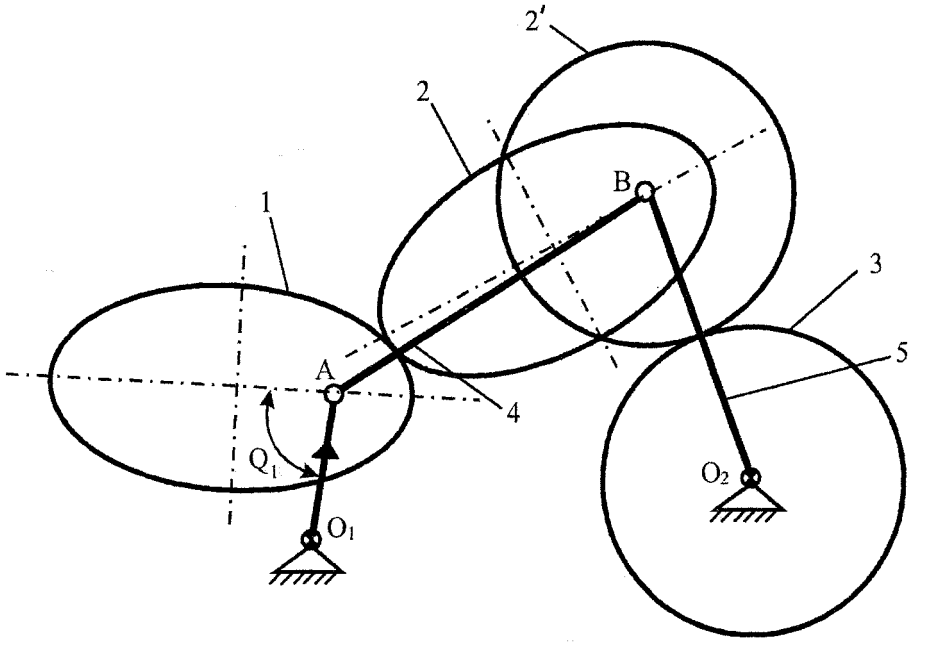

Рис. 5. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения первого типа

Кинематические возможности таких механизмов превышают возможности ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами. Продолжительность выстоя при прочих равных условиях (точность позиционирования, силовые характеристики) увеличена на 40 % , но не превышает 70°-75° угла поворота кривошипа, при котором обеспечивается остановка ведомого колеса 3. Кроме того, наличие в механизме пары эллиптических зубчатых колес обеспечивает возможность регулирования продолжительности выстоя за счет изменения фазового угла Q_1.

На рис. 6 представлен ЗРМПД второго типа, в котором первая пара зубчатых колес 1 и 2 круглая, а вторая пара выполнена в виде эллиптических зубчатых колес 2' и 3. Продолжительность выстоя таких механизмов в сравнении с ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами увеличена на 80 %, но не превышает 90°-95° угла поворота кривошипа, при котором обеспечивается остановка ведомого колеса 3. Возможность регулирования продолжительности выстоя обеспечивается за счет изменения фазового угла Q_2.

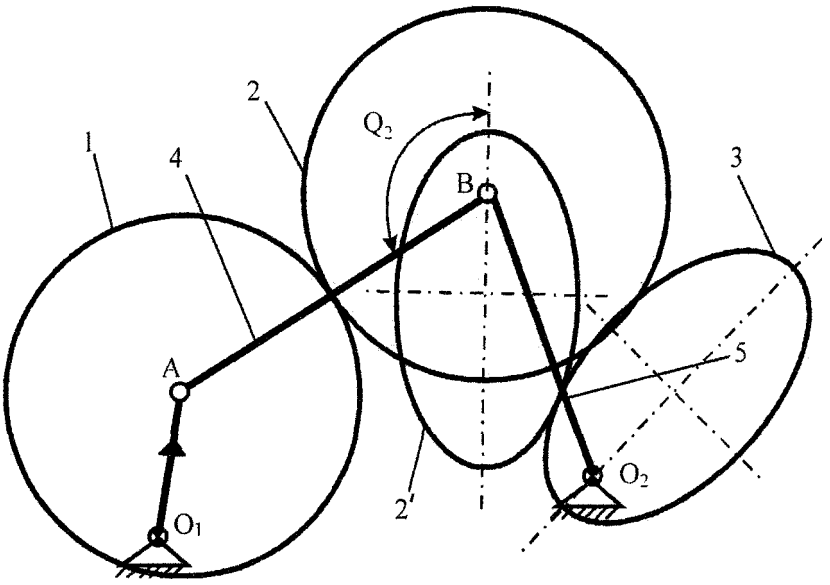

Рис. 6. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения второго типа

ЗРМПД третьего типа изображен на рис. 7.

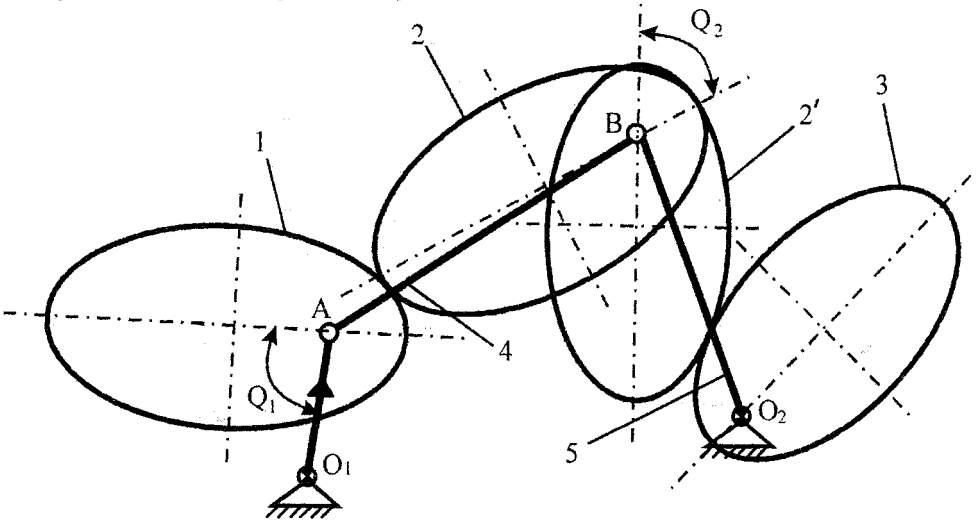

Рис. 7. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения третьего типа

В этих механизмах все зубчатые колеса выполнены в виде попарно сопряженных эллипсов, вследствие чего они обеспечивают продолжительность остановки на 150 % больше, чем ЗРМПД с круглыми зубчатыми колесами. Два фазовых угла Q_1 и Q_2 обеспечивают регулирование продолжительности остановки выходного звена от 5° до 125° без потери силовой и кинематической работоспособности ЗРМПД.

При использовании ЗРМПД в качестве привода револьверного стола, когда выходное колесо служит одновременно револьверным диском, следует учитывать, что передаточное отношение механизма зависит от числа рабочих позиций в револьверном столе. Определим уравнение центроиды для этого случая.

Допустим, если задана одна из центроид (ведущая) и межосевое расстояние, то ведомая центроида и угол поворота ведомого колеса определяется уравнениями

$$r_2 = a_W - r_1\,,\ \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1}{a_W - r_1} d\varphi_1\,. \qquad (17)$$

Используя выражение функции положения (16), а также выражения (17), получим

$$\varphi_2 = \frac{2p}{\sqrt{(a_W - p)^2 + p^2 e^2}} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{(a_W - p)^2 - a_W{}^2 e^2}}{a_W(a_W - e) - p} \operatorname{tg}\frac{\varphi_1}{2} \right). \quad (18)$$

Итак, согласно условию замкнутости центроид (см. выше), выражение (18) можно представить в виде

$$n = \frac{\sqrt{(a_W - p)^2 - a_W^2 e^2}}{p}, \quad (19)$$

откуда для межосевого расстояния получим

$$a_W = \frac{p}{1 - e^2}\left(1 + \sqrt{1 + (n^2 - 1)(1 - e^2)}\right) \quad (20)$$

и уравнение ведомой центроиды определяется по зависимостям (17).

Таким образом, значение n в выражении (20) фактически характеризует число позиций поворотного стола, для случая, когда выходное зубчатое колесо служит револьверным диском.

На рис. 8 изображен зубчато-рычажный механизм периодического движения третьего типа, отличающийся от ЗРМПД, изображенного на рис. 7, тем, что зацепление зубчатых колес 2' и 3 выполнено при среднем передаточном отношении n=2.

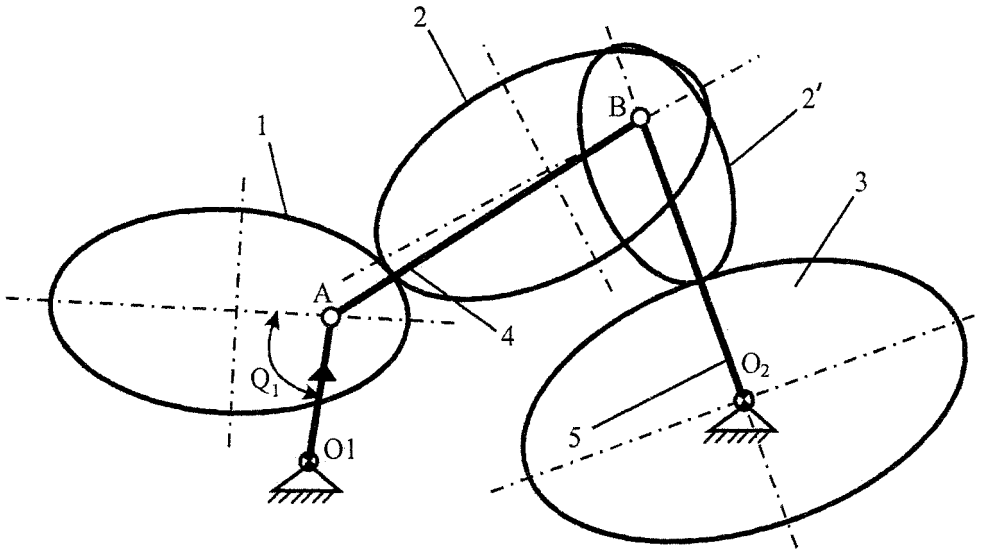

Рис. 8. Схема зубчато-рычажного механизма периодического движения по схеме третьего типа для двухпозиционного револьверного стола

Возможности представленного ЗРМПД позволяют использовать его в качестве регулируемого привода двухпозиционного револьверного питателя машины-автомата, обеспечивающего продолжительность остановки выходного звена от 10° до 90° угла поворота кривошипа при максимально допустимом угле давления $\alpha_{MAX} = 45^\circ$ и точности позиционирования ведомого звена $\Delta\varphi_{3доп} = 0{,}5^\circ$.

Выводы

1. Зубчато-рычажные механизмы периодического движения позволяют осуществлять остановку ведомого звена без разрыва кинематической цепи, обеспечивая передачу значительных нагрузок с высокой надежностью.

2. Зубчато-рычажные механизмы периодического движения обеспечивают остановку ведомого звена без использования дополнительных фиксирующих устройств, что ведет к упрощению конструкции, повышая технологичность изготовления.

3. Применение некруглых (в частности эллиптических) зубчатых колес в зубчато-рычажных механизмах периодического движения обеспечивает увеличение продолжительности остановки на 150 % больше, чем ЗРМПД, в котором все зубчатые колеса выполнены круглыми.

4. Зубчато-рычажные механизмы периодического движения на основе эллиптических зубчатых колес обеспечивают возможность регулирования продолжительности остановки во всем диапазоне регулирования без потери силовой и кинематической работоспособности.

Литература

1. Кожевников, СИ. Механизмы (справочник) / СИ. Кожевников. - М.: Машиностроение, 1965. - 460 с.

2. Левитская, О.Н. Курс теории механизмов и машин / О.Н.Левитская, Н.И. Левитский. - М.: Высшая школа, 1985.

3. Пожбелко, В. И. Структура и кинематические возможности трехколесного зубчато-рычажного механизма периодического поворота / В.И. Пожбелко, А.И. Шагиахметов, Н.И. Ахметшин // Материалы II международной конференции «Проблемы механики современных машин». - Т.1.- Улан-Удэ: ВСГТУ, 2003. - С. 35-39.

4. Пат. RU 2285168 C1, МПК F16H 27/04. Способ и устройство регулирования угла выстоя зубчато-рычажного механизма / В.И. Пожбелко, А.И. Шагиахметов, Н.И. Ахметшин; заявлено 22.03.2005; опубл. 10.10.2006. Бюл. №28.

5. Литвин, Ф.Л. Некруглые зубчатые колеса / Ф.Л. Литвин. -М.: Машгиз, 1956.