

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет)»

Высшая школа электроники и компьютерных наук  
Кафедра вычислительной математики и высокопроизводительных вычислений

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой, д.т.н.,  
доцент

\_\_\_\_\_/Н.М. Япарова

«\_\_»\_\_\_\_\_ 2021 г.

«Компьютерное моделирование импульсного воздействия на твердое тело»

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ЮУрГУ–090401.2021.608 ВКР

Руководитель работы, к.т.н.,  
доцент

\_\_\_\_\_/М.В. Жихарев

«\_\_»\_\_\_\_\_ 2021 г.

Автор работы

Студент группы КЭ-230

\_\_\_\_\_/Е.Ю. Довгий

«\_\_»\_\_\_\_\_ 2021 г.

Нормоконтролер, к.ф.-м.н.,  
доцент

\_\_\_\_\_/С.У. Турлакова

«\_\_»\_\_\_\_\_ 2021 г.

Челябинск 2021

## АННОТАЦИЯ

Довгий Е.Ю. Компьютерное моделирование импульсного воздействия на твердое тело – Челябинск: ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)», ВМиВВ; 2021, 57 с., 18 ил., 6 таблиц, библиогр. список – 55 наим.

В данной выпускной квалификационной работе выполнена разработка численной модели импульсного воздействия на твердое тело. В ходе выполнения были рассмотрены существующие подходы к исследованию поведения конструкции при ударной нагрузке. Исследованы популярные аналитические модели импульсного воздействия на твердое тело. Разработана численная модель, обладающая численной эффективностью. Проведено исследование влияния размера конечных элементов на точность и скорость работы модели. Проведено сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными и аналитическими моделями.

Пояснительная записка включает в себя введение, оглавление, основную часть, заключение и библиографический список.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	5
<b>1. МЕТАЛЛЫ: КЛАССИФИКАЦИЯ, СТРОЕНИЕ, МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ</b> .....	8
1.1. Металлы .....	8
1.2. Механические свойства металлов .....	8
1.3. Строение металлов .....	10
1.4. Биметаллы .....	11
1.5. Способы производства биметаллов.....	12
1.6. Области применения биметаллов.....	12
<b>2. ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ПОВЕДЕНИЯ КОНСТРУКЦИИ ПРИ УДАРНОЙ НАГРУЗКЕ</b> .....	17
2.1. Экспериментальный подход.....	17
2.2. Моделирование.....	17
2.2.1. Модель и ее свойства.....	19
2.2.2. Цели моделирования .....	20
2.2.3. Основные принципы моделирования .....	20
2.2.4. Аналитическое моделирование .....	21
2.2.5. Численное моделирование .....	22
Выводы по главе.....	23
<b>3. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ТВЕРДОЕ ТЕЛО</b> .....	24
3.1. Модель Рехт-Ипсона. ....	24
3.2. Модель Джонсона-Кука.....	28
3.3. Модель Хасанова.....	30
Выводы по главе.....	38
<b>4. ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ, ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ, ПОДБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ</b> .....	39
4.1. Метод конечных элементов.....	39
4.2. Характеристики используемой ЭВМ.....	41

4.3. Построение геометрии модели .....	41
4.4. Разработка численной модели .....	43
4.5. Анализ полученных результатов .....	46
Выводы о главе.....	51
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>52</b>
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....</b>	<b>53</b>

## ВВЕДЕНИЕ

### Описание проблемы

Тяжело представить жизнь современного человека без металлических материалов. Они используются практически во всех сферах общества: в качестве инструмента, строительстве, сельском хозяйстве, авиастроении, космической промышленности и т.д.

Важным фактором является то, что металл активно используется в качестве конструкционного материала для судов, самолетов, машин и других важных объектов, которые могут быть подвержены удару со стороны другого тела.

Раньше, для того чтобы избежать катастрофических последствий и предугадать поведение объекта после удара, ученые были вынуждены использовать аналитические или экспериментальные подходы решения данных задач. Однако данные методы обладают рядом серьезных недостатков.

- Аналитическое моделирование практически не требует финансовых затрат, однако оно неспособно точно предсказать поведение объекта для сложных случаев нагружения и конструкций неплоской формы;
- Экспериментальный подход, несмотря на то, что он является самым надежным и достоверным, тоже обладает серьезными недостатками: дороговизна; необходимость наличия специального оборудования для проведения экспериментов; большие трудозатраты на подготовку и проведение экспериментов.

С развитием персональных вычислительных машин все более широкое применение нашел численный подход решения задач. Наиболее распространенным из них является метод конечных элементов [6], суть которого заключается в том, что область, для которой ищется решение, разбивается на конечное число элементов, для каждого из которых определяется вид аппроксимирующей функции, при этом значения функций на границах элементов заранее неизвестны и являются решением задачи.

Данный метод позволяет достаточно быстро и с удовлетворительной достоверностью предсказывать поведение конструкций, подверженных ударным воздействиям.

### **Актуальность темы**

Так численное моделирование импульсных воздействий активно используется при создании конструкций, подверженных ударным воздействиям и позволяет еще на стадии проектирования подобрать необходимые материалы и отбросить заведомо «худшие» варианты конструкции. Однако построение численных моделей и их анализ при ударном воздействии является достаточно сложной задачей в виду необходимости учитывать множество факторов закладываемых в модель.

Создание новых конструкций со сложными формами сопряжено с необходимостью создания новых расчетных моделей, обладающих численной эффективностью и достоверностью полученных результатов.

Таким образом, тема данной научно-исследовательской работы «компьютерное моделирование импульсного воздействия на твердое тело» является актуальной и очень востребованной для современного общества.

**Целью выпускной квалификационной работы** является разработка и построение численной модели, описывающей поведение материала при импульсном воздействии и сравнение с аналитическими решениями для данного материала.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Изучить наиболее популярные аналитические модели ударного воздействия по преградам.
2. Разработать численную модель импульсного воздействия на твердое тело и провести необходимые расчеты;

3. Провести сравнение аналитических моделей с разработанной численной моделью;
4. Провести оценку влияния размера конечных элементов на точность и скорость численного моделирования;

**В первой главе** рассмотрены наиболее популярные конструкционные материалы – металлы, их структура, механические свойства, области применения и проблемы, с которыми сталкиваются при их эксплуатации.

**Вторая глава** посвящена существующим подходам исследования поведения конструкции при ударной нагрузке, их достоинствам и недостаткам.

**В третьей главе** более подробно рассмотрены аналитические модели ударного воздействия по металлическим объектам; выявлены области их применимости; определена аналитическая модель, с которой будет произведено в дальнейшем сравнение результатов численного моделирования;

**Четвертая глава** посвящена численному моделированию: определена среда разработки численной модели; построена численная модель; проанализированы полученные результаты численного моделирования; проведено исследование влияния размера конечных элементов на скорость и точность полученных результатов.

**В заключении** подведены итоги проделанной работы.

# 1. МЕТАЛЛЫ: КЛАССИФИКАЦИЯ, СТРОЕНИЕ, МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ

## 1.1. Металлы

Согласно [1], металлы – это конструкционные материалы, обладающие высокой обрабатываемостью, прочностью, твердостью и другими ценными свойствами, благодаря которым им находят широкое применение во многих сферах жизнедеятельности человека.

Производство и потребление металлов в мире постоянно растёт - за последние двадцать лет эти показатели увеличились вдвое [3]. Мировой объём производства (в год) наиболее применяемых металлов составляет:

- Сталь – 700 миллионов тонн;
- Чугун – 46 миллионов тонн;
- Алюминий – 12 миллионов тонн;
- Медь – 7 миллионов тонн.

Несмотря на стремительно растущие темпы производства конкурентов металлов - композиционных материалов, металлы по-прежнему остаются самыми популярными конструкционными материалами. Это обусловлено в первую очередь их прочностными свойствами и экономичностью производства.

К металлическим материалам относятся все металлы и их сплавы:

- Черные металлы - сталь и чугун;
- Цветные металлы - медь, алюминий, титан, никель и т.д.;
- Благородные металлы - золото, серебро, платина;
- Редкоземельные металлы - неодим, празеодим, лантан.

## 1.2. Механические свойства металлов

Механические свойства определяют способность металлов сопротивляться воздействию внешних сил [2].

По характеру действия различают три вида нагрузок:



- Статические – действующие постоянно или медленно возрастающие;
- Динамические – действующие мгновенно, принимающие характер удара;
- Циклические – которые изменяются по величине или направлению (или одновременно по обоим параметрам).

К основным механическим свойствам металлов относят [4]:

- Прочность – сопротивление разрушению или появлению остаточных деформаций под действием внешних сил;
- Твердость – сопротивление поверхностной деформации под действием более твердого тела;
- Упругость – возвращение к первоначальной форме после прекращения действия сил;
- Пластичность – изменение своих размеров и формы под действием внешних сил (при этом не разрушаясь);
- Ударная вязкость – сопротивление разрушению под действием динамической нагрузки.

В Таблице 1 приведены данные механических свойств основных металлов.

Таблица 1 – Механические свойства металлов [3].

Металл	Обозначение	Предел прочности $\sigma_b$ , МПа	Предел текучести $\sigma_{0.2}$ , МПа	Относительное удлинение $\delta$ , %
Вольфрам	W	1100	650-700	-
Никель	Ni	400-500	120	40
Титан	Ti	300-450	250-380	20-28
Медь	Cu	200-450	60-340	60
Железо	Fe	250-350	100	21-55
Магний	Mg	170-210	30-88	15
Цинк	Zn	150	73,5	5-20
Алюминий	Al	80-110	15	40
Олово	Sn	20-40	1,2	44
Свинец	Pb	18	5	50

### 1.3. Строение металлов

Металлы, как и любое другое вещество, состоят из атомов. В твердом состоянии атомы расположены в строго определенном порядке и представляют собой повторяющиеся элементарные фигуры – параллелепипеды [4] (рисунок 1).

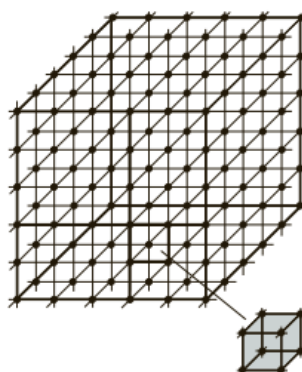


Рисунок 1 – Элементарные геометрические ячейки в атомных решетках металлов.

Основные виды кристаллических решеток металлов представлены на рисунке 2.

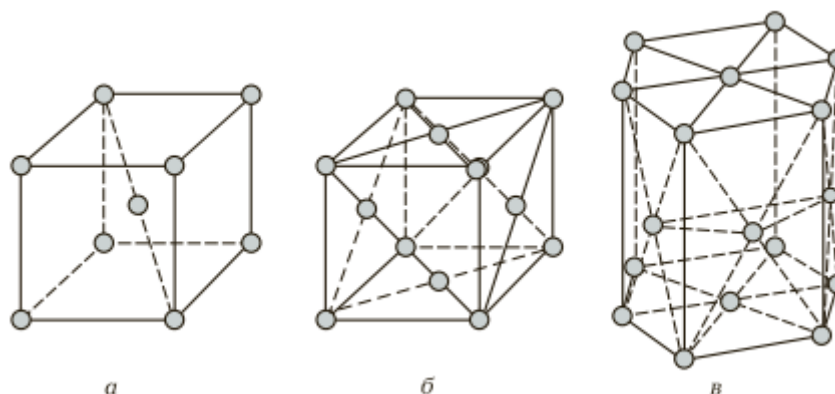


Рисунок 2 – а – объемно-центрированный куб; б – гранецентрированный куб; в – гексагональная плотноупакованная ячейка.

- Объемно-центрированную решетку имеют Fe, Cr, Mo, W, V;
- Гранецентрированную – Cu, Ag, Ni, Pb, Al;
- Гексагональную плотноупакованную – Zn, Ti, Mg, Co, Zr.

Кристаллическая решетка прямо влияет на свойства металлов. Например, чем больше расстояние между атомами, тем ниже прочность материала. Данное явление называется анизотропией свойств (прочности, пластичности, модуля упругости и т.д.) – оно наблюдается в структуре с малой симметрией. При этом материалы, которые обладают одинаковыми свойствами во всех направлениях, называются изотропными.

#### 1.4. Биметаллы

Биметаллы – состоят из двух (и более) слоев металлов, которые соединены неразъемной металлической связью [7] и относятся к сложным металлическим материалам.

Основной слой биметалла (обычно это легированная или углеродистая сталь) призван обеспечить конструктивную прочность, а плакирующий слой (титан, медь, алюминий и т.д.) находится в контакте с агрессивной средой,

обеспечивая требуемую коррозионную стойкость. Благодаря такому сочетанию повышается надежность и долговечность большого класса деталей и оборудования.

#### 1.5. Способы производства биметаллов

По способу производства биметаллы можно разделить на биметаллы с неразрывной металлической связью между слоями, которую получают сваркой в жидкой фазе (так называемую “наплавку”), и в твердой фазе (сварку взрывом).

Изготовление наплавкой возможно лишь для биметаллов с близкими по химическому составу слоями. Свойства биметалла, определяемые составом и свойствами плакирующего слоя и свойствами основного слоя, формируются прямо в процессе производства.

В настоящее время в России методом электрошлаковой наплавки с последующей прокаткой изготавливают в основном биметаллы с плакирующим слоем из хромистых сталей типа 08X13 по технологии ФГУП «ЦНИИчермет им. И.П. Бардина» и ООО «Институт биметаллических сплавов» [8]

Главным недостатком данного способа производства является необходимость перестраивать металлургическое оборудование при изменении марки биметалла.

При этом метод сварки взрывом практически не изменяет свойства исходных составляющих биметалла – за счет этого можно обеспечить требуемые конструкционные свойства основного и плакирующих слоев. Сварка проходит в твердой фазе без значительного разогрева металла за промежуток времени порядка десятков микросекунд без взаимной диффузии свариваемых металлов [9]

#### 1.6. Области применения биметаллов

Согласно [10] чаще всего находят применение двухслойным листам с плакирующим слоем на основе хромистых и хромникелевых сталей.

Двухслойные стали типа 08X18H10T широко используются при изготовлении аппаратов, работающих в большинстве органических соединений, в таких средах, как растворы азотнокислых, сернокислых и хлористых солей, сухом хлоре и т.д..

В особо агрессивных средах, когда коррозионная стойкость указанных сталей оказывается недостаточной, применяют двухслойную сталь с плакирующим слоем из сплавов на основе никеля, титана и других цветных металлов и сплавов.

Компания Element сообщила [11] о том, что после замены стали на биметалл для футеровок на одном из заводов по производству щебня, было зафиксировано десятикратное замедление по скорости износа.

Биметаллические соединения типа алюминий–сталь марки 1560 так же широко используются для изготовления сталеалюминевых конструкций в качестве переходных элементов при соединении стальной палубы и надстроек из алюминиевого сплава на этапах проектирования, строительства, ремонта и модернизации надводных и подводных судов различного назначения [12].

При этом такие суда желательно должны обладать сопротивлением ко встречному высокоскоростному удару, а также иметь достаточное сопротивление коррозии.

Благодаря сочетанию относительной дешевизны изготовления и получаемым характеристикам прочности, биметаллы активно используются при изготовлении ребер жесткости для фюзеляжей и крыльев самолетов, в которых, в основном, они применяются в сочетании медных и алюминиевых сплавов с легированной сталью [13]

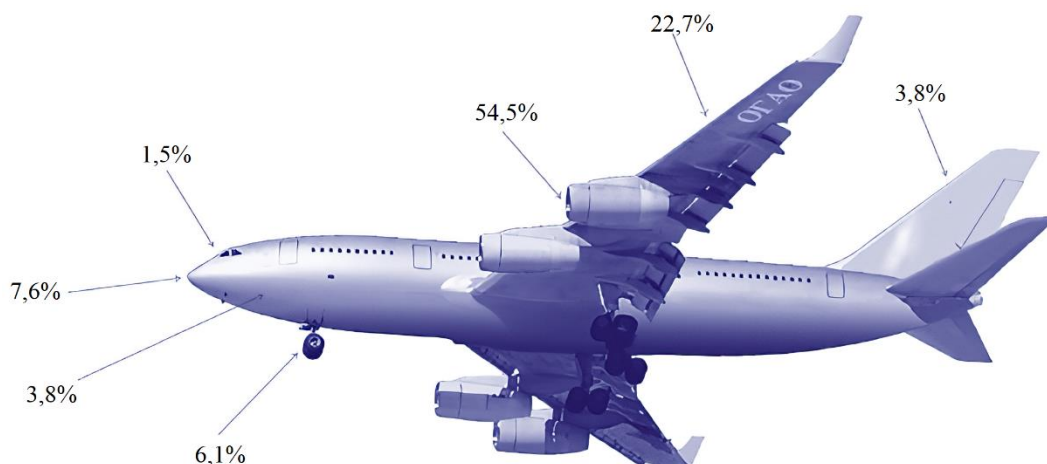
И для крыльев самолета и для фюзеляжа характерна опасность получения удара от встречного высокоскоростного летящего объекта: чаще всего в роли таких объектов выступают птицы и осколки гравия с взлетно-посадочной полосы.

Большинство столкновений не приводят к серьезным последствиям, но в ряде столкновений при высокоскоростном ударе, даже с небольшим объектом, последствия могут иметь серьезный, а иногда и катастрофический характер (рисунок 3).



Рисунок 3 – Повреждение корпуса двигателя после отрыва лопатки турбины.

Согласно [14] на долю фюзеляжа и крыльев самолета, элементы жесткости которых состоят из биметаллов, приходится около 30,3% всех случаев столкновений с объектами (рисунок 4).



Повреждения от птиц  
(все повреждения - 100%)

Рисунок 4 – Распределение соударений для гражданских воздушных судов на основе официальных данных за 2002-2005 года.

Кроме того, биметаллы стали активно использоваться [15] на Западе в качестве брони для военного транспорта и вытеснять стандартную броневую сталь. Их начали использовать после того, как возникла необходимость увеличить бронестойкость существующей на тот момент брони. При использовании стандартной гомогенной углеродистой броневой стали для повышения бронестойкости было необходимо повысить твердость, однако при увеличении твердости свыше 55 HRC такая сталь становится хрупкой и происходит раскол даже при ударном воздействии обычным стальным ударником.

В.А. Григорян, доктор технических наук, установил [16], что для избежания раскола и пролома, пластичность стали должна быть в пределах 30%. В качестве возможного решения данной проблемы, он предложил создать биметаллическую броню, которая имеет внешний слой высокой твердости (от 55 до 60 HRC) и вязкий тыльный слой.

В дальнейшем, группой исследователей [55] была разработана биметаллическая броня, состоящая из рессорной стали 65Г толщиной 6 мм (которая является внешним твердым слоем) и алюминия АД0 толщиной 6 мм

(тыльный вязкий слой). Авторами были проведены несколько опытов, в ходе которых данная броня была испытана на предмет высокоскоростных ударов с расстояния 30 метров ударником диаметром 7,62 мм (скорость при ударе ~750 м/с); с расстояния 60 метров ударником диаметра 5,45 мм (скорость при ударе ~800 м/с) – они застревали в теле пластины, при этом не происходило раскола брони. Несмотря на низкую стоимость используемых материалов для данной брони, что делает ее более экономически выгодной чем другие броневые защиты, а также успешные первоначальные испытания, для полноценного производства и внедрения данной биметаллической защиты требуются дальнейшие опыты и исследования.

Подходы к исследованию поведения конструкции при ударной нагрузке будут подробно рассмотрены в следующей главе.



## **2. ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ПОВЕДЕНИЯ КОНСТРУКЦИИ ПРИ УДАРНОЙ НАГРУЗКЕ**

### **2.1. Экспериментальный подход**

Экспериментальный подход – один из основных способов научного исследования. Эксперимент направлен на проверку научных и прикладных гипотез, требует строгую логику доказательств и опирается на достоверные факты.

При проведении эксперимента создается определенная искусственная ситуация, выделяются причины изучаемых явлений, строго контролируются и оцениваются следствия действий этих причин, выясняются связи между исследуемыми явлениями.

Главная сложность при проведении эксперимента, в случае с исследованием прочности объекта при ударной нагрузке, заключается в необходимости наличия дорогостоящего оборудования.

Например, для проведения экспериментов с высокоскоростными ударами по металлу требуется специализированный стенд, подходящее место для проведения эксперимента и специальная бронеодежда, которая отвечает требованиям ГОСТ Р 50744-95 [23].

Само собой, эти факторы являются огромным препятствием для многих начинающих ученых. Поэтому был разработан альтернативный способ изучения объекта - моделирование.

### **2.2. Моделирование**

В книге Волковой В. [24] указывается, что моделирование – это исследование физических процессов на моделях.

В определенном смысле моделирование представляет собой замещение одного объекта (оригинала) другим (моделью) для изучения его свойств. При

этом замещение осуществляется для упрощения, удешевления, ускорения изучения свойств оригинала.

Существуют различные виды моделирования: физическое, математическое, концептуальное, имитационное и т.д. В данной работе рассматриваются и применяются методы математического моделирования – аналитическое и численное.

Среди ученых принято по-разному считать, что стоит называть математическим моделированием. Например, профессор Лурье М. [27] дает следующее определение:

Математическое моделирование – это наука о построении математических задач, решение которых позволяет получить ответ о параметрах изучаемого явления без того, чтобы ставить натурные и тем более промышленные эксперименты.

Профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана П.И. Пластинин [22] дал определение понятия математического моделирование:

Математическое моделирование – комплекс действий, направленный на получение информации об объекте или о протекающих в нем процессах путем воспроизведения с помощью математической модели происходящих явлений с сохранением их логической структуры, взаимосвязей и расположения во времени.

Особенно важна заключительная часть определения автора. Недостаточно построить просто похожую модель – она должна еще и корректно отображать ключевые характеристики исследуемого объекта и его особенности.

Для корректного построения модели, процесс моделирования нужно начать с изучения объекта и выдвижения гипотезы о характере его свойств. Можно проанализировать уже существующие аналоги для данного объекта и выбрать один из них в качестве прототипа. На основе результата анализа прототипа можно создать логическую схему, которая позволит провести эксперимент и уточнить

свойства объекта. Т.е. создать модель объекта. Модель принято считать соответствующей объекту, если результаты моделирования подтверждаются.

Математическая модель использует математические соотношения для описания реального процесса, явления или объекта. Математические модели могут представлять собой системы дифференциальных уравнений, разностные уравнения, системы алгебраических уравнений, линейные, нелинейные уравнения и т.д.

### 2.2.1. Модель и ее свойства

Модель – это физическая (абстрактная) система, которая воспроизводит объект исследования и подходит для проведения экспериментов.

Если рассматривать альтернативную точку зрения на тему того, что такое модель, то согласно Экштайну В. [17], модель – это объект, заменяющий исследуемую систему, и имитирующий ее структуру и поведение.

Шеннон Р. выделяет [18] следующие виды моделей:

- детерминированные и стохастические;
- статические и динамические;
- дискретные, непрерывные и дискретно–непрерывные;
- мысленные и реальные.

В других работах [19, 20] модели классифицируют по следующим признакам:

- по степени случайности моделируемого процесса;
- по способу реализации;
- по отношению ко времени;
- по способу представления состояния системы;
- по характеру моделируемой стороны объекта.

### 2.2.2. Цели моделирования

1. Получения неизвестных ранее данных, предсказания новых свойств и будущих поведений,
2. Извлечения пользы при реализации решений,
3. Систематизации (обобщения) известных данных.

Таким образом, к моделированию стоит прибегать в тех случаях, когда:

1. Проведение эксперимента опасно;
2. Большая стоимость проведения эксперимента, либо имеются потенциально-дорогостоящие последствия в случае неправильных расчетов;
3. Слишком большая/малая длительность исполнения: в одном случае нет времени ждать, допустим, длительный процесс коррозии, а в другом – не удастся провести эксперимент из-за его малой продолжительности (например взрыв);
4. Невозможность проведения эксперимента в принципе, ввиду разных причин (например объекта не существует);

### 2.2.3. Основные принципы моделирования

Ученые, на основе накопленного опыта, сформировали основные принципы моделирования [21]:

1. Принцип адекватности: модель должна учитывать наиболее существенные стороны исследуемого объекта и отражать его свойства с приемлемой точностью. Только в этом случае результаты моделирования можно распространить на объект исследования.
2. Принцип простоты и экономичности: модель должна быть достаточно простой для того чтобы ее использование было эффективно и экономически выгодно. Она не должна быть более сложной, чем это требуется для исследователя.
3. Принцип информационной достаточности: при полном отсутствии информации об объекте построить модель невозможно. При наличии

полной информации моделирование лишено смысла. Существует уровень информационной достаточности, при достижении которого может быть построена модель системы.

4. Принцип осуществимости: создаваемая модель должна обеспечивать достижение поставленной цели исследования за конечное время.
5. Принцип множественности и единства моделей: любая конкретная модель отражает лишь некоторые стороны реальной системы. Для полного исследования необходимо построить ряд моделей, отражающих наиболее существенные стороны исследуемого процесса и имеющих что-то общее. Каждая последующая модель должна дополнять и уточнять предыдущую.
6. Принцип системности: исследуемая система представима в виде совокупности взаимодействующих друг с другом подсистем, которые моделируются стандартными математическими методами. При этом свойства системы не являются суммой свойств ее элементов.
7. Принцип параметризации: некоторые подсистемы моделируемой системы могут быть охарактеризованы единственным параметром (вектором, матрицей, графиком, формулой).

#### 2.2.4. Аналитическое моделирование

Аналитическое моделирование представляет из себя процесс взаимодействия элементов системы, записывается в виде определенных математических соотношений или логических условий [25].

Родионов И. Б. выделил следующие достоинства и недостатки аналитического моделирования [26]:

Достоинства:

- Возможность получения решения в явной аналитической форме, которая позволяет провести детальный анализ процессов;
- Практически нулевые финансовые затраты;

Недостатки:

- Трудность при формализации;
- Трудность при построении модели (можно рассчитать лишь конструкции простых форм);
- Можно рассчитать лишь простые случаи нагружения;
- Возможные трудности в вычислениях, из-за чего приходится переходить к численным методам;

#### 2.2.5. Численное моделирование

Для построения численной модели используются методы вычислительной математики, а вычислительный эксперимент заключается в численном решении некоторых математических уравнений при заданных значениях параметров и начальных условиях. Таким образом, на ЭВМ воспроизводится процесс функционирования исследуемой системы.

Достоинства:

- Возможность расчета сложных численных методов, которые проблематично рассчитать без ЭВМ;
- По сравнению с аналитическими методами позволяют решать более широкий круг задач.
- Низкая стоимость, по сравнению с экспериментами над реально существующими моделями и образцами;
- Возможность менять ключевые параметры и оценивать их степень влияния на модель;
- Возможность описывать поведение во времени.

Недостатки:

- Численные ошибки (погрешность) из-за ошибок в исходных параметрах, округления и неточности представления связей между параметрами в математической модели.
- Большие времязатраты относительно аналитического моделирования;

- Нельзя доказать, что модель ведет себя так же, как реальный объект;
- Сложная модель может потребовать много времени для тестирования и проверки результатов;
- Каждая численная модель – это, по сути, частное решение задачи.

#### Выводы по главе

1. Экспериментальный подход позволяет получить наиболее точные данные о поведении рассматриваемого объекта при ударной нагрузке, однако он имеет существенные недостатки – большие временные и финансовые затраты для проведения экспериментов;
2. Аналитическое моделирование, несмотря на то, что оно обладает низкими финансовыми затратами и быстротой расчетов для простых объектов, так же имеет и существенное ограничение в виде сложности (невозможности) построения модели для объектов сложной формы;
3. Численное моделирование позволяет решать широкий круг задач, исследовать влияние ключевых параметров на поведение объекта и изменять их. Кроме того, данный метод анализа объекта не требует больших финансовых затрат. Его главный недостаток заключается в том, что каждая численная модель – это по сути частное решение задачи. Кроме того, расчеты для численной модели могут занять много времени у ЭВМ, из-за чего необходимо прибегать к методам оптимизации полученной модели. Необходимо соблюдать баланс между точностью и временем расчетов модели.

Таким образом, оценив достоинства и недостатки каждого метода, было определено, что оптимальным подходом к исследованию поведения конструкции при ударной нагрузке является численное моделирование. Однако может потребоваться проведение оптимизации над полученной численной моделью для ускорения расчетов при сохранении приемлемой точности результатов.

### **3. ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ТВЕРДОЕ ТЕЛО**

Аналитические модели используются для анализа импульсного воздействия по твердому телу уже не один десяток лет. Первоначально данный вид анализа объекта применяли из-за невозможности расчетов с помощью численных методов, в виду малой вычислительной мощности ЭВМ на тот момент.

Тем не менее, несмотря на значительный рост популярности численных методов в последние 20 лет, который связан в первую очередь со значительным ростом мощности ЭВМ и их удешевлением, аналитические модели разрабатываются и используются и по сей день.

Современные аналитические модели, в основном, создаются для предварительного исследования объекта. Благодаря им исследователь может быстро оценить создаваемую конструкцию на предмет реакции объекта при определенных видах нагрузки.

В данной главе будут рассмотрены некоторые существующие аналитические модели, их применимость и ограничения.

#### **3.1. Модель Рехт-Ипсона.**

Одной из самых известных аналитических моделей ударной нагрузки является модель Рехт-Ипсона [28]. Рехт и Ипсон разработали способ расчета остаточной скорости жесткого снаряда, опираясь на законы сохранения энергии и импульса, предполагая, что разрушение преграды происходит путем выбивания из нее пробки.

В данной модели требуется заранее знать величину минимальной скорости, необходимой для пробивания цели. Авторы рассмотрели удар боеприпаса по цели, в том случае, когда снаряд остается невредимым, но допускается его небольшая деформация. Процесс внедрения они моделировали как неупругое столкновение двух цилиндров — снаряда и пробки, отделившейся от преграды.



Удар они считали абсолютно неупругим, и поэтому конечные скорости снаряда и пробки совпадали.

Применение закона о сохранении импульса дает уравнение:

$$M_p V = (M_p + m_p) V_r \quad (1)$$

$M_p$  – масса снаряда;

$m_p$  – масса цели;

Применение закона о сохранении энергии дает уравнение вида:

$$\frac{1}{2} M_p V^2 = \frac{1}{2} (M_p + m_p) V_r^2 + W_s + E_d \quad (2)$$

$W_s$  - энергия, используемая для сдвига пробки (материала внутри цели);

$E_d$  – энергия, связанная с деформацией и нагревом;

$E_d$  - разница между начальной и конечной кинетической энергией:

$$E_d = \frac{1}{2} \left( \frac{m_p}{M_p + m_p} \right) M_p V^2 \quad (3)$$

Потеря энергии из-за сдвига пробки рассчитывается по формуле (2), путем нахождения минимальной скорости, которая выражается через остаточную скорость снаряда. Минимальная скорость обозначается как  $V_{50}$ . При  $V_r = 0$  и подстановке (3) в (2), энергия сдвига будет равна:

$$W_s = \frac{1}{2} \left( \frac{M_p}{M_p + m_p} \right) M_p V_{50}^2 \quad (4)$$

Подставив уравнение (3) и уравнение (4) в уравнение (2), уравнение остаточной скорости будет равно:

$$V_r = \left( \frac{M_p}{M_p + m_p} \right) (V^2 - V_{50}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Так как снаряд является цилиндром, уравнение (5) можно переписать согласно терминам геометрических параметров, где

$d/D$  - отношение диаметра пробки к диаметру снаряда;

$T/L$  - отношение толщины цели к длине снаряда;

$P_t$  – плотность цели;

$P_p$  – плотность снаряда;

$$V_r = \frac{1}{1 + \frac{P_t}{P_p} \left(\frac{d}{D}\right)^2 \frac{T}{L}} (V^2 - V_{50}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Авторы отметили, что уравнение (6) корректно при  $T/L < 0,5$  и  $T/D < 0,5$ . Результаты трех серий экспериментов для стальных цилиндров в пластинах из мягкой стали показаны на рисунке 5. При относительно низких скоростях удара твердый стальной фрагмент не деформируется. Для упрощения расчетов было принято установить  $d = 1$ .

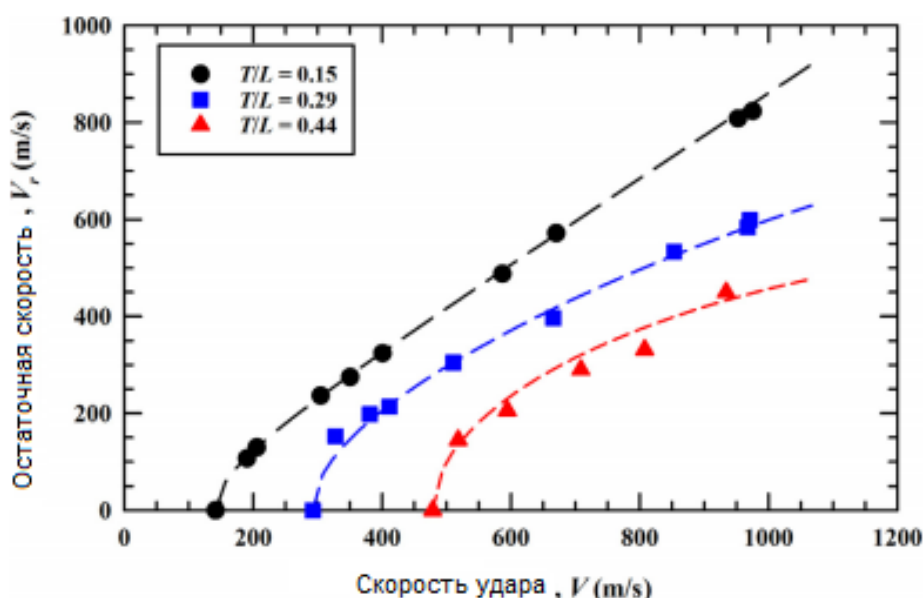


Рисунок 5 – Сравнение прогнозов (пунктирная линия) модели Рехта-Ипсона с экспериментальными данными для трех разных  $T/L$ .

Результаты модели оказались верны только для  $T / L = 0,15$ . При дальнейшем увеличении скорости удара и увеличении толщины пластины значительно повышается вероятность разрушения снаряда, из-за чего возникают результаты, которые не укладываются в рамках заданной аналитической модели.

Рехт и Ипсон также изучили случай пробития толстой пластины бронебойным ударником. В этом случае пробка не извлекается и нет деформации ударника. Таким образом, все потери кинетической энергии происходят из-за пластической деформации преграды:

$$\frac{1}{2} M_p V^2 = \frac{1}{2} M_p V_r^2 + W_t \quad (7)$$

Если предположить, что пластическая деформация не зависит от скорости удара, то:

$$W_t = \frac{1}{2} M_p V_{50}^2 \quad (8)$$

После преобразования, уравнение (7) превращается в:

$$\frac{V_r}{V_{50}} = \left( \frac{V^2}{V_{50}^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Результаты эксперимента для бронебойного ударника в стальную преграду показаны на рисунке 6, наряду с аналитической моделью, которое дало уравнение (9).

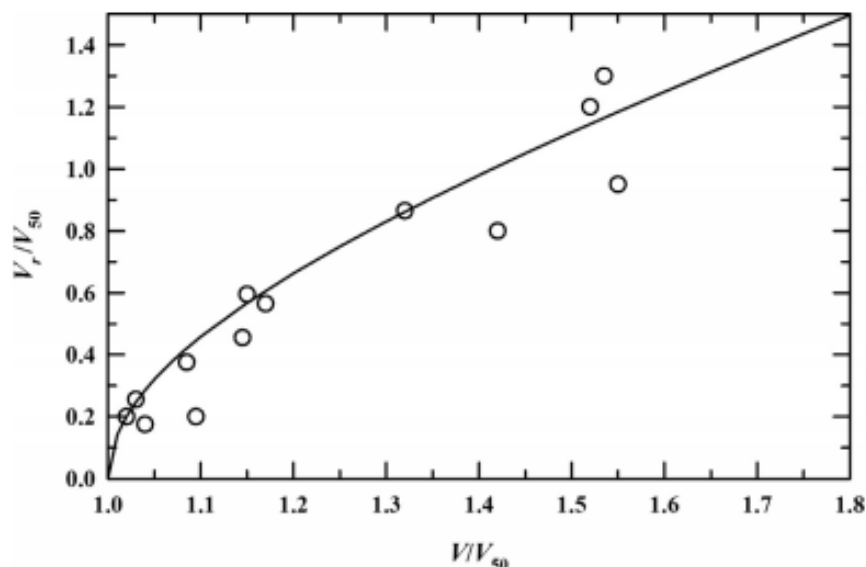


Рисунок 6 – Сравнение прогноза модели Рехт-Ипсона для бронебойного ударника в толстой пластине с результатами расчетов через уравнение (9).

Выводы о модели Рехт-Ипсона:

- Данная модель корректна при пробитии преграды снарядом цилиндрической формы;
- По словам авторов, данная модель корректна только при  $T / L < 0,5$  и  $T / D < 0,5$ ;
- Исходя из рассмотренных результатов экспериментов, определено, что модель выдает полностью корректные результаты только при  $T/L \sim 0,15$ , при дальнейшем увеличении отношения толщины цели к длине снаряда значительно растет неточность модели;
- Данная модель так же некорректна для бронебойных ударников, которые не подвергаются деформации;
- Одним из значительных недостатков данной модели является то, что нужно заранее знать величину минимальной скорости, необходимой для пробития объекта.

### 3.2. Модель Джонсона-Кука.

При соударении двух объектов важную роль играет описание пластических процессов в материале [29]. Модель Джонсона-Кука [32, 33] учитывает

зависимость предела текучести от температуры, скорости деформирования и накопленной пластической деформации. Прямое экспериментальное определение параметров модели представляет собой сложную, не решенную до конца задачу. В литературе встречаются данные лишь для ограниченного круга материалов [34–37], при этом параметры одного материала, взятые из разных источников, могут различаться весьма значительно.

Джонсон Г. и Кук В., выполнив обработку экспериментальных данных для металлов, предложили модель, учитывающую деформационное упрочнение и зависимость напряжения от скорости деформирования и температуры:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n)(1 + C \ln \varepsilon^*)(1 - (T^*)^m) \quad (10)$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \quad (11)$$

где  $\varepsilon$  - эффективная пластическая деформация;

$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_0}$  - эффективная скорость пластической деформации;

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{C^{-1}}$$

$A, B, n, C, m$  - зависящие от свойств материала константы, определяемые на основе экспериментальных данных;

$T_0, T_m$  - температура окружающей среды и температура плавления материала.

Процесс деформации разрушения определяется соотношением:

$$\varepsilon^f = (D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)) (1 + D_4 \ln \varepsilon^*) (1 + D_5 T^*) \quad (12)$$

$D_i$  - параметры материала;

$\sigma^*$  - коэффициент жесткости напряженного состояния.

Модель разрушения описывает историю повреждения каждого элемента с помощью параметра повреждаемости  $D = \sum \frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon^f}$ . Элемент разрушается при  $D > 1$ .

В работе [38] проводится эксперимент, в ходе которого модель Джонсона-Кука сравнивается с результатами испытаний пробития металлического объекта в реальной жизни. Автором проводятся испытания для трех титановых сплавов: ВТ6, ОТ4 и ОТ4-0 с целью определения вероятности пробития корпуса двигателя

при разрушении лопатки в авиа-воздушном средстве передвижения. Были определены начальные значения параметров для данной модели, а также проведено сравнение реально-полученных данных с численным моделированием в программной среде LS-DYNA.

Автор установил, что вычисленные значения параметров модели Джонсона — Кука и коэффициенты модели разрушения адекватно описывают имеющиеся экспериментальные данные.

Однако известно, что у модели Джонсона-Кука имеется серьезный недостаток: неприменимость на высоких скоростях деформации, из-за этого данная модель дорабатывалась многими другими авторами [30, 31, 39].

### 3.3. Модель Хасанова

Ученый Хасанов А. провел масштабное исследование [46], посвященное процессу пробития преграды цилиндрическим ударником с конической головной частью, с целью доработки существующих аналитических моделей [40-45]. Результаты разработанной модели были соотнесены им с экспериментальными данными исследования Форрестела [47].

Основные обозначения:

$R(y)$  – радиус кратера;

$f$  – уравнение образующей ударника;

$\zeta$  – координата, с расстоянием от кончика ударника вдоль его оси;

$f(\zeta)$  – граница поверхности ударника;

$h$  – высота;

$L$  – глубина проникания ударника;

$m$  – масса ударника;

$a$  – угол полураствора конуса;

$k_T$  – коэффициент трения;

$p_n$  – сопротивление материала;

$\sigma_c$  – собственное сопротивление;

$\sigma_d$  – удельное сопротивление расширению цилиндрической полости;

$v_{bl}$  – баллистический предел;

$v_0$  – начальная скорость;

$v_{res}$  – остаточная скорость;

$b$  – толщина плиты;

$A, B$  – неизвестные постоянные;

$C$  – аппроксимирующая зависимость.

$k_1, k_2$  – безразмерные величины.

В своей модели Хасанов А. ввел ограничение, при котором радиус кратера  $R(y)$  ограничен поверхностью ударника:

$$R(y) = f(\zeta) \quad (13)$$

При этом глубина проникания ударника:

$$L = y + \zeta \quad (14)$$

Поскольку уравнение образующей кратера зависит от текущего положения ударника при проникании, то удобнее преобразовать (13) к виду:

$$R(y) = f(L - y) \quad (15)$$

Схема проникания ударника в преграду представлена на рисунке 7.

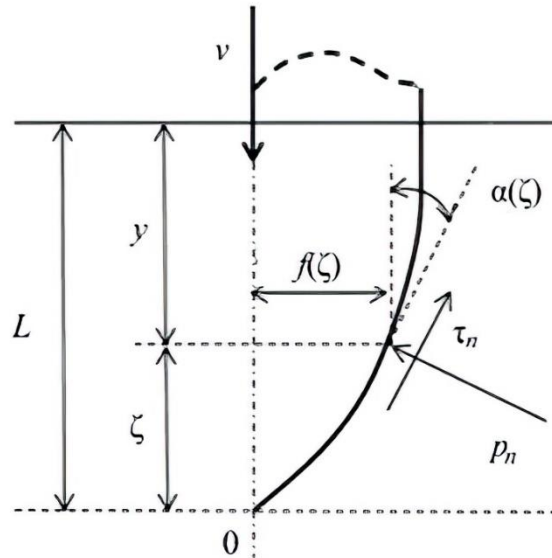


Рисунок 7 – Схема проникания ударника в преграду.

Уравнение образующей для цилиндрического ударника с конической головной частью высотой  $h$  и углом полураствора конуса  $a$ :

$$f(L-y) = \begin{cases} (L-y) \cdot \operatorname{tg} a, & (L-y) < h, \\ h \cdot \operatorname{tg} a, & (L-y) > h \end{cases} \quad (16)$$

Производные первого и второго порядка для данного уравнения:

$$R' = v \cdot \operatorname{tg} a \quad (17)$$

$$R'' = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dL} \operatorname{tg} a \quad (18)$$

Автор предположил, что сопротивление материала  $p_n$  совпадает с удельным сопротивлением расширению цилиндрической полости  $\sigma_d$ :

$$p_n = \sigma_d \quad (19)$$

Удельное сопротивление прониканию для конической части:

$$p_n = \sigma_c + k_1 p_o v^2 \operatorname{tg}^2 a + \frac{1}{2} k_2 p_o \operatorname{tg} a R \frac{d(v^2)}{dL} \quad (20)$$

Для цилиндрической части:



$$p_n = \sigma_c \quad (21)$$

Сопротивление прониканию ударника:

$$F_c = 2\pi \int_0^L f(\zeta) p_n(\zeta) tga(\zeta) d\zeta \quad (22)$$

Трение:

$$F_T = 2\pi \int_0^L f(\zeta) \tau_n(\zeta) d\zeta, \quad (23)$$

, где  $\tau_n = k_T p_n$

Уравнение движения ударника:

$$c \frac{1}{2} m \frac{d(v^2)}{dL} = -F_c - F_T = -2\pi \int_0^L f(\zeta) p_n(\zeta) [tga(\zeta) + k_T] d\zeta \quad (24)$$

Формулу (24) можно привести к более удобному виду, на основе эмпирической двухчленной зависимости сопротивления проникания [49]:

$$\frac{1}{2} \{m + A(L)\} \frac{d(v^2)}{dL} = -B(L) - C(L)v^2 \quad (25)$$

Ключевое отличие уравнения (25) из модели Хасанова от [49] заключается в добавленной неизвестной  $A(L)$ , которая меняется в ходе процесса пробития.

$$A(L) = 2\pi \int_0^L f(\zeta) [tga(\zeta) + k_T] k_2 p_o R f'(\zeta) d\zeta \quad (26)$$

$$B(L) = 2\pi \int_0^L f(\zeta) [tga(\zeta) + k_T] \sigma_c(\zeta) d\zeta \quad (27)$$

$$C(L) = 2\pi \int_0^L f(\zeta) [tga(\zeta) + k_T] \times [k_1 p_o (f'(\zeta))^2 + k_2 R f''(\zeta)] d\zeta \quad (28)$$

$$k_1 = k_2 + \frac{1}{2}(R^2 - 1)$$

$$k_2 = \frac{\ln}{R}$$

В работе [48] автором были определены значения аппроксимирующей зависимости  $C$  для основных металлических сплавов:

- Магниевые сплавы - 1,3;
- Алюминиевые сплавы - 1,435;
- Титановые сплавы - 1,359;
- Стали - 1,283.

Баллистический предел в данной модели рассчитывается по формуле (29):

$$v_{bl}^2 = \int_0^{b+h} \frac{2B(L)}{m + A(L)} \exp\left(\int_0^L \frac{2C(\zeta)}{m + A(\zeta)} d\zeta\right) dL \quad (29)$$

Остаточная скорость рассчитывается по формуле (30):

$$v_{res}^2 = (v_0^2 - v_{bl}^2) \exp\left(-\int_0^{b+h} \frac{2 \cdot C(L)}{m + A(L)} dL\right) \quad (30)$$

С помощью полученной аналитической модели, Хасановым были проведены расчеты остаточной скорости и баллистического предела для цилиндрического вольфрамового ударника диаметром  $2a = 8,31$  мм с конической головной частью высотой  $l = 14,83$  мм ( $\alpha = 15,7^\circ$ ), длиной цилиндрической части  $L = 20,7$  мм и плотностью –  $18500$  кг/м<sup>3</sup>, который представлен на рисунке 8, в алюминиевые бронированные листы 5083-Н131 толщиной  $12,7$  мм,  $50,8$  мм и  $76,2$  мм. Листы были квадратной формы шириной  $304$  мм [50]. Их плотность составляла  $2660$  кг/м<sup>3</sup>, динамический предел текучести =  $430$  МПа [51], модуль Юнга =  $70,3$  Гпа.

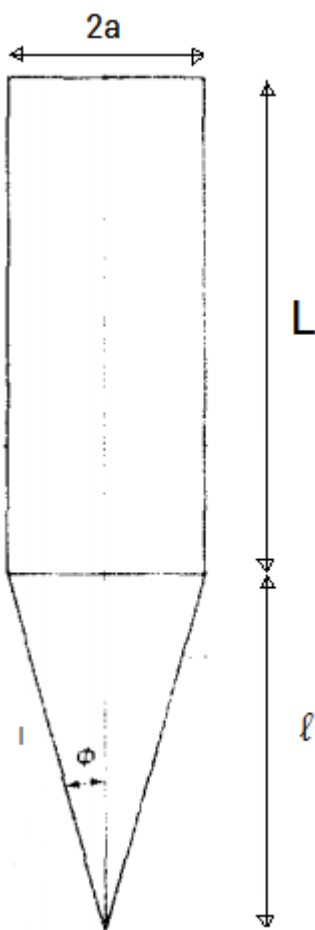


Рисунок 8 – Вольфрамовый ударник из эксперимента [50].

На рисунке 9 представлен сравнительный график зависимости остаточной скорости снаряда от начальной скорости удара при расчете с помощью аналитической модели (линия) и экспериментальных данных (точки).

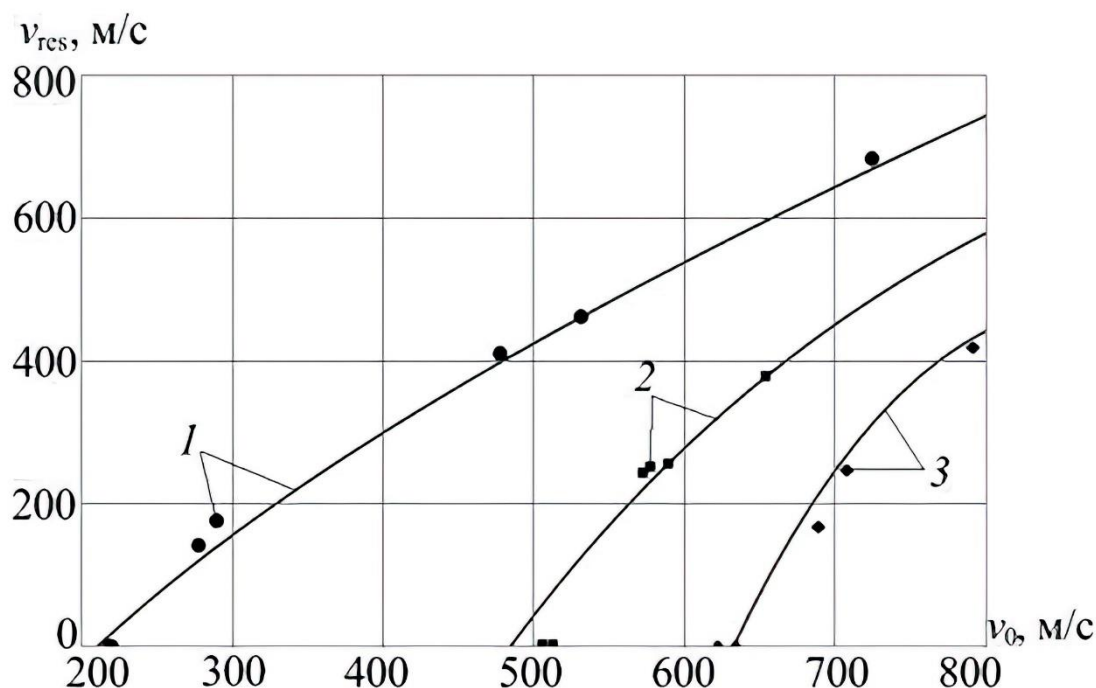


Рисунок 9 – График зависимости  $v_{res}$  от  $v_0$ ; точки – экспериментальные данные из работы [50], линии – результаты прогноза с помощью аналитической модели Хасанова; 1 – преграда толщиной 12,7 мм, 2 - преграда толщиной 50,8 мм, преграда толщиной 76,2 мм.

Для наглядности данные из рисунка 8 перенесены в Таблицу 2.

Таблица 2 – Сравнение полученных аналитических (А) и экспериментальных (Э) данных для  $v_{res}$ .

Толщина преграды, мм	$V_0$ , м/с	$v_{res}$ (А), м/с	$v_{res}$ (Э), м/с	Отклонение, % $\left  \frac{v_{res} (A) - v_{res} (Э)}{v_{res} (A)} \right  \cdot 100\%$
12,7	220	0	0	0
12,7	278	135	142	5,18
12,7	290	170	177	4,11
12,7	479	410	412	0,48
12,7	532	463	464	0,22
12,7	726	679	684	0,74

Окончание Таблицы 2.

50,8	506	0	0	0
50,8	513	0	0	0
50,8	573	237	242	2,11
50,8	578	242	250	3,3
50,8	590	254	255	0,4
50,8	655	376	378	0,53
76,2	623	0	0	0
76,2	635	0	0	0
76,2	690	205	169	17,5
76,2	709	262	248	5,34
76,2	792	429	420	2,1

Как можно заметить, в среднем, расхождение между результатами аналитической модели Хасанова и экспериментальными данными составляет не более 5%. Однако, в таблице так же присутствует расхождение в целых 17,5% - скорее всего, это можно списать на ошибку при получении экспериментальных данных.

На рисунке 10 представлен график зависимости баллистического предела от толщины преграды на основе расчетов аналитической модели Хасанова и экспериментальных данных [50].

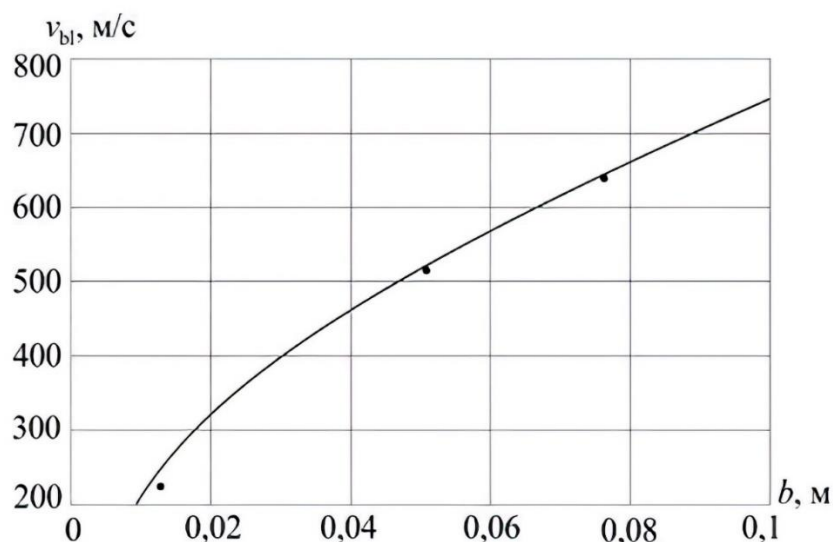


Рисунок 10 – График зависимости баллистического предела от толщины преграды; три точки – преграды толщиной 12,7 мм, 50,8 мм и 76,2 мм из работы [50], линия – аппроксимация прогнозов аналитической модели

Автор упоминает, что данная модель имеет определенные ограничения применимости: она не применима для низкоскоростных ударов (меньше 200 м/с) и тонких преград из-за некорректности выдаваемых прогнозов.

#### Выводы по главе

В данной главе были рассмотрены три аналитические модели импульсного воздействия на твердое тело: Рехт-Ипсона, Джонсона-Кука и Хасанова, были определены ограничения применимости каждой из моделей.

Наименьшими ограничениями обладает модель Хасанова: например, диапазон допустимых скоростей, при которых модель выдает достоверные результаты, варьируется от 200 до 800 м/с, что является довольно хорошим показателем для аналитической модели.

Учитывая вышесказанное, а так же то, что данная модель обладает наиболее полными исходными данными; ее автором были представлены прогнозируемые ею результаты, а так же доступны сравнительные экспериментальные данные – модель Хасанова была выбрана для сравнения с полученными результатами при численном моделировании.

#### **4. ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ, ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ, ПОДБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ**

В данной главе проводится численное моделирование поведения конструкции при ударной нагрузке. Моделирование осуществляется на основе известных исходных данных из главы 3.3.

Численное моделирование выполняется в ANSYS – программном комплексе компьютерного инженерного анализа (CAE), который основан на методе конечных элементов. Используется для решения линейных и нелинейных, стационарных и нестационарных пространственных задач механики деформируемого твёрдого тела и механики конструкций, электродинамики, акустики и т.д. [53]. Задача ударного нагружения конструкции в ANSYS решается в явном виде.

##### **4.1. Метод конечных элементов**

Метод конечных элементов (МКЭ) – это метод приближенного численного решения физических задач. Он базируется на двух идеях: дискретизация исследуемого объекта на конечное множество элементов (рисунок 11) и кусочно-элементная аппроксимация исследуемых функций (рисунок 12) [54].

В МКЭ тело подверженное деформации разбивается на конечные элементы, которые могут иметь различную форму и размеры. В результате разбиения создается сетка из границ элементов. Пересечение данных границ образует узлы. Композиция всех конечных элементов и узлов являются конечно-элементной моделью деформируемого тела.

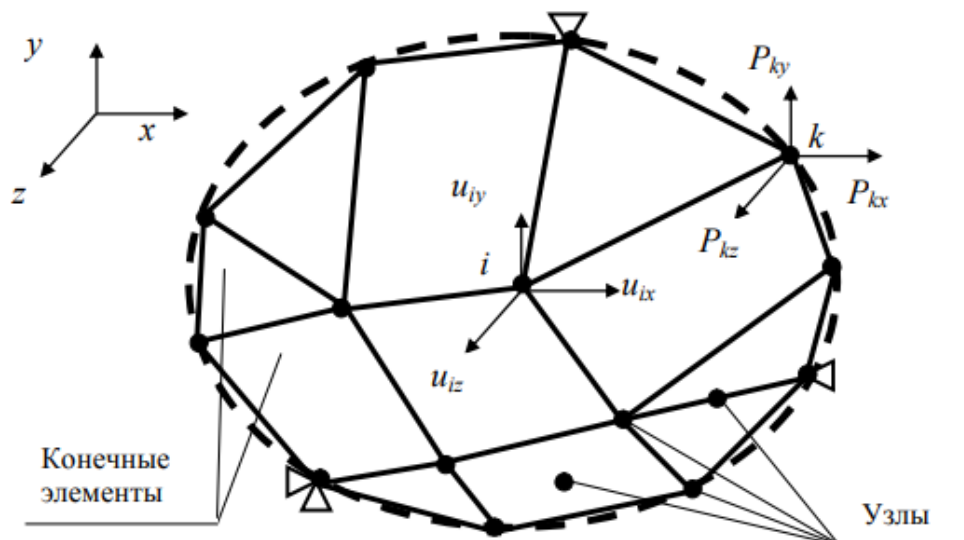


Рисунок 11 – Конечно-элементная модель.

Выбор типа, формы и размера конечного элемента зависит от вида напряжённо-деформированного состояния, формы и нагрузки исследуемого тела. Конечные элементы обладают различными свойствами, которые задаются с помощью констант.

Свойства материала конечных элементов должны отражать физические условия деформации. В качестве основных свойств, которые вводят для МКЭ: плотность, предел текучести, модуль упругости и т.д.

Искомая функция в МКЭ представляет из себя поле перемещений точек деформируемого тела, которое аппроксимируется с помощью множества кусочно-непрерывных функций. Каждая такая функция отличается от нуля лишь в области своего конечного элемента, равна единице в узле данного элемента и нулю во всех других узлах.



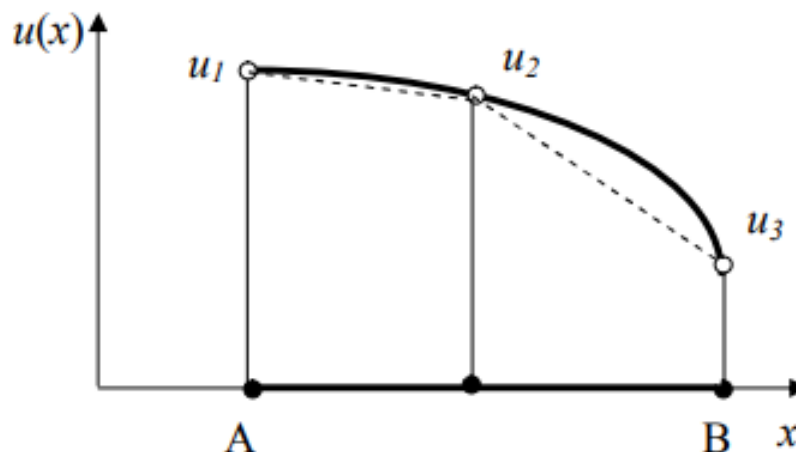


Рисунок 12 – Аппроксимация функции.

Для получения максимальной точности результатов численной модели, размер конечного элемента должен совпадать с размером зерна материала объекта (глава 1.3). Однако размер зерен в металле очень мал и, задавая размер КЭ сопоставимым с размером зерна, мы делаем модель очень тяжелой и вычислительно неэффективной. Поэтому необходимо добиться «баланса» точности полученных результатов и «веса» модели.

#### 4.2. Характеристики используемой ЭВМ

Расчеты численного моделирования были произведены с помощью стационарной ЭВМ, которая имеет следующие технические характеристики:

- Процессор: AMD Ryzen 1600 (6 ядер по 3.6 ГГц);
- Оперативная память: 16 ГБ;
- Дисковая память: 256 ГБ;
- Пиковая производительность ЭВМ: 8,2 Тфлопс;
- Операционная система: Windows 10 20H2.

#### 4.3. Построение геометрии модели

Для построения геометрии конструкции использовалась система автоматизированного проектирования Solidworks 2018 SP5.0 [52].

На рисунке 13 представлена модель созданного цилиндрического ударника с конической головной частью в соответствии с параметрами из рисунка 8.



Рисунок 13 – Модель ударника.

На рисунке 14 – представлены три созданные модели преграды разной толщины – 12,7 мм, 50,8 мм и 76,2 мм.

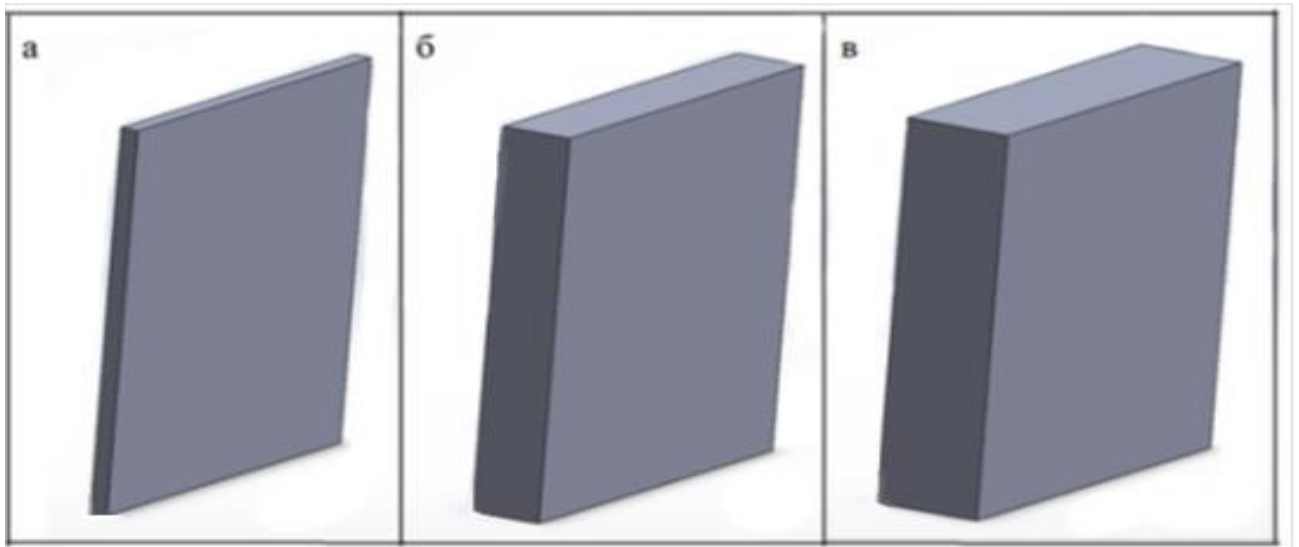


Рисунок 14 – Модели преграды. а - преграда толщиной 12,7 мм; б – преграда толщиной 50,8 мм; в – преграда толщиной 76,2 мм.

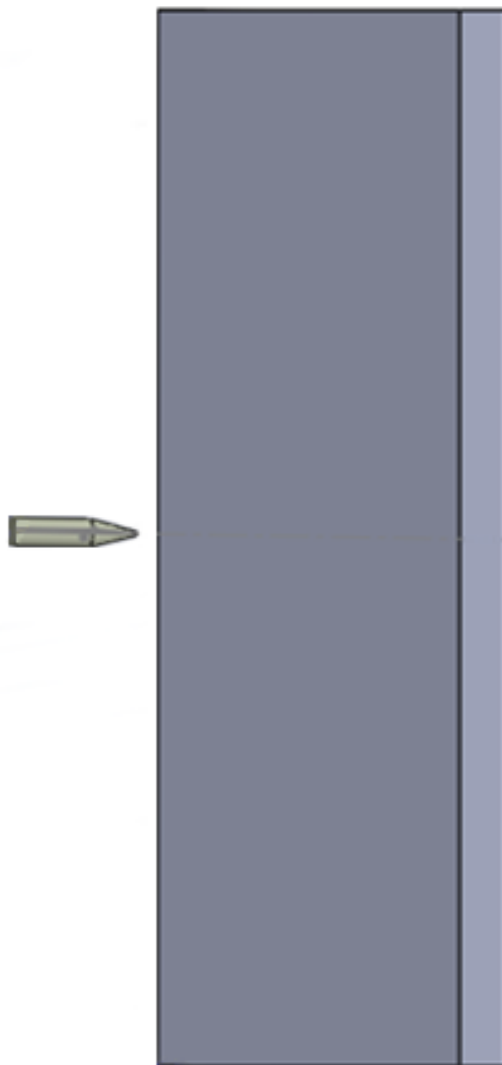


Рисунок 15 – Созданная геометрия конструкции.

Созданная геометрия (рисунок 15) была экспортирована в ANSYS 2019 R3, где она подверглась ударной нагрузке.

#### 4.4. Разработка численной модели

Для дальнейшего сопоставления результатов моделирования с экспериментальными данными необходимо закладывать в модель те же свойства материалов, что и в эксперименте. Свойства ударника, преграды, а так же граничные условия модели были взяты из главы 3.3.

Для ударника были заданы следующие свойства материала:

- Материал – Tungsten alloy;
- Плотность – 18500 кг/м<sup>3</sup>;

- Модуль Юнга – 399 ГПа;
- Коэффициент Пуассона – 0,29;
- Предел текучести – 399 ГПа.

Для преграды были заданы следующие свойства материала:

- Материал – Aluminum alloy, wrought, 5083, H111;
- Плотность – 2660 кг/м<sup>3</sup>;
- Модуль Юнга – 70,3 ГПа;
- Коэффициент Пуассона – 0,33;
- Предел текучести – 430 МПа;
- Максимальное напряжение при растяжении – 430 МПа;
- Максимальное напряжение сдвига – 430 МПа.

В качестве отправной точки при выборе размера конечных элементов у численной модели, был выбран размер 5 мм – это минимальный размер, который предлагает ANSYS по умолчанию, с дальнейшим шагом уменьшения размера на 1 мм.

Таким образом, для анализа и определения влияния размеров конечных элементов на точность и скорость первоначально были созданы и рассчитаны три численные модели с размерами конечных элементов 5 мм, 4 мм и 3 мм.

Сгенерированные сетки конечных элементов представлены на рисунке 16.

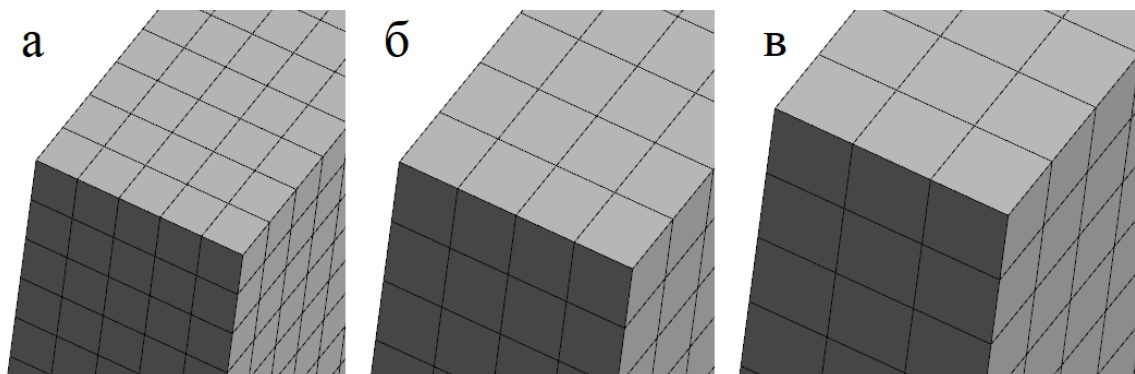


Рисунок 16 – Сгенерированные сетки для различных размеров конечного элемента: а – 3 мм; б – 4 мм; в – 5 мм.

Продолжительность моделирования было задано равным 0,0008 с. В качестве граничных условий было задано закрепление боковых сторон пластины (рисунок 17), как в эксперименте:

$$U_x = U_y = U_z$$

$$Rot_x = Rot_y = Rot_z$$

Ударнику была задана скорость в направлении преграды и равная скоростям, полученным в эксперименте.

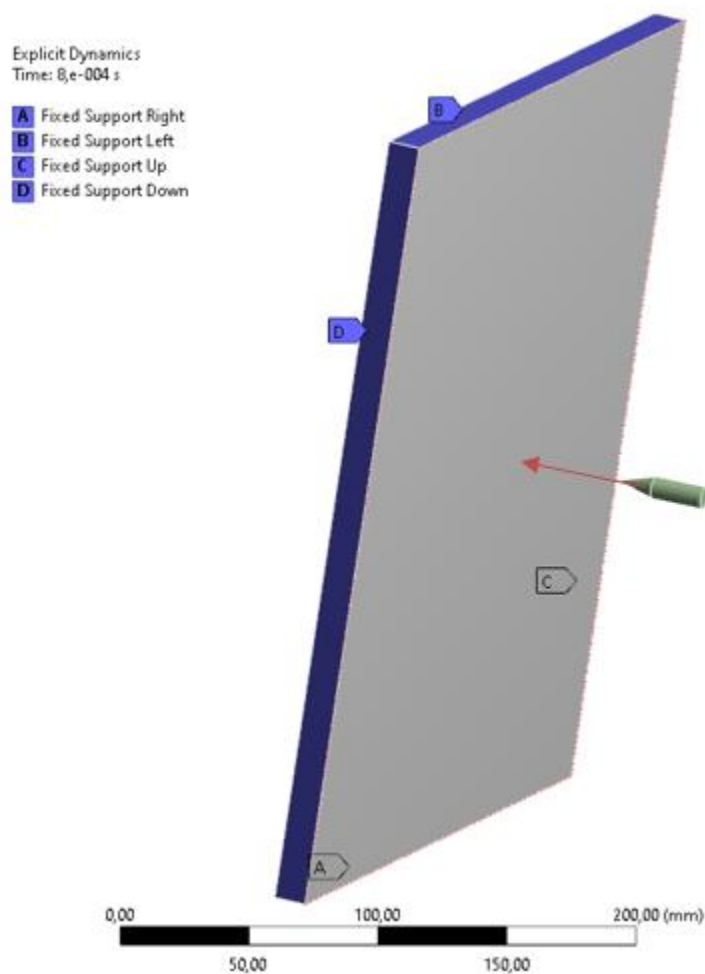


Рисунок 17 – Заданные граничные условия в ANSYS.

#### 4.5. Анализ полученных результатов

В результате численного моделирования были получены данные о скорости расчета модели при различных размерах и количестве конечных элементов, а также толщины преграды. Данные представлены в Таблице 3.

Таблица 3 – Зависимость времени расчета модели от размеров и количества конечных элементов, а так же толщины преграды.

Толщина преграды, мм	12,7			50,8			76,2		
	5	4	3	5	4	3	5	4	3
Размер КЭ, мм	5	4	3	5	4	3	5	4	3
Количество КЭ	15 471	23 500	52 878	56 075	75 655	178 030	76 903	116 087	271 666
Время выполнения, мин	2	3,5	10	11	15	36	15	25	47

На основе Таблицы 3 можно сделать вывод, что время расчета данной модели растет экспоненциально относительно количества конечных элементов.

На рисунке 18 представлены результаты численных моделей, которые сравниваются с аналитическим прогнозом и экспериментальными данными.

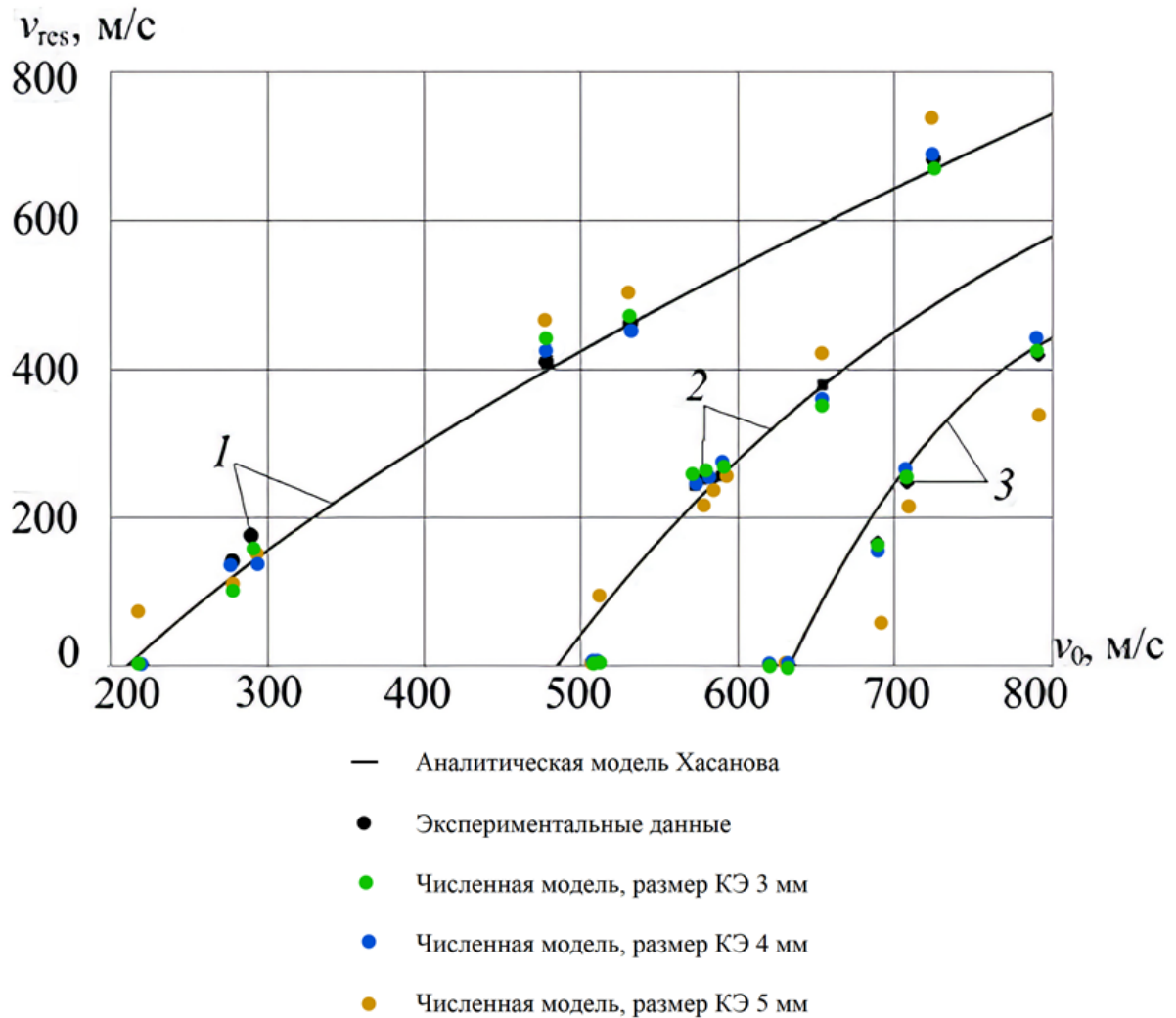


Рисунок 18 – Сравнение результатов различных подходов при толщине преграды 12,7 мм (1), 50,8 мм (2) и 76,2 мм (3).

В Таблице 4 проводится оценка отклонения созданной численной модели с размером конечных элементов 5 мм, относительно экспериментального подхода и аналитической модели Хасанова; в Таблице 5 – для численной модели с размером конечных элементов 4 мм; в Таблице 6 – для численной модели с размером конечных элементов 3 мм.

Отклонение численной модели относительно прогноза аналитической модели рассчитывалось по формуле:

$$\sigma_a = \left| \frac{v_{res} (A) - v_{res} (Ч)}{v_{res} (A)} \cdot 100\% \right|$$

Отклонение численной модели относительно экспериментальных данных рассчитывалось по формуле:

$$\sigma_3 = \left| \frac{v_{res} (\text{Э}) - v_{res} (\text{Ч})}{v_{res} (\text{Э})} \cdot 100\% \right|$$

- Красным цветом в Таблицах 4, 5 и 6 выделены неудовлетворительные результаты с отклонением больше 10%;
- Коричневым цветом в Таблицах 4, 5 и 6 выделены серьезные отклонения от 8 до 10%.

Таблица 4 – Сравнение точности численной модели с размером КЭ = 5 мм относительно прогноза аналитической модели и экспериментальных данных.

Толщина преграды, мм	$v_{res} (A)$ , м/с	$v_{res} (\text{Э})$ , м/с	$v_{res} (\text{Ч}; 5 \text{ мм})$	$\sigma_a$ , %	$\sigma_3$ , %
12,7	0	0	69	-	-
12,7	135	142	120	11,1	15,5
12,7	170	177	145	14,7	18,1
12,7	410	412	437	6,6	6,1
12,7	463	464	486	5,0	4,7
12,7	679	684	701	3,2	2,5
50,8	0	0	0	0	0
50,8	0	0	75	-	-
50,8	237	242	211	11,0	12,8
50,8	242	250	213	12,0	14,8
50,8	254	255	224	11,8	12,2
50,8	376	378	409	8,8	8,2
76,2	0	0	0	0	0
76,2	0	0	0	0	0
76,2	205	169	67	67,3	60,4
76,2	262	248	204	22,1	17,7
76,2	429	420	349	18,6	16,9



Численная модель с размером КЭ = 5 мм показала, в основном, неудовлетворительные результаты: отклонение относительно аналитического прогноза и экспериментальных данных в 58% случаев превысило 10%. При этом еще в 6% случаев были зафиксированы серьезные отклонения от 8 до 10%.

Данную численную модель нельзя считать достоверной.

Таблица 5 – Сравнение точности численной модели с размером КЭ = 4 мм относительно аналитической модели и экспериментальных данных.

Толщина преграды, мм	$v_{res} (A)$ , м/с	$v_{res} (Э)$ , м/с	$v_{res} (Ч; 4 \text{ мм})$	$\sigma_a$ , %	$\sigma_3$ , %
12,7	0	0	0	0	0
12,7	135	142	138	2,2	2,8
12,7	170	177	160	5,9	9,6
12,7	410	412	420	2,4	1,9
12,7	463	464	470	1,5	1,3
12,7	679	684	672	1,0	1,8
50,8	0	0	0	0	0
50,8	0	0	0	0	0
50,8	237	242	229	3,4	5,4
50,8	242	250	265	9,5	6,0
50,8	254	255	274	7,9	7,5
50,8	376	378	365	2,9	3,4
76,2	0	0	0	0	0
76,2	0	0	0	0	0
76,2	205	169	178	13,2	5,3
76,2	262	248	250	4,6	0,8
76,2	429	420	445	3,7	6,0

Численная модель с размером КЭ = 4 мм показала хорошие результаты: лишь в одном случае (3% от общего количества) отклонение превысило 10%. В 6% случаев были зафиксированы серьезные отклонения от 8% до 10%.

Поскольку для 91% случаев данная численная модель показала отклонение в пределах допустимых инженерных 5%, то ее можно считать достоверной.

Таблица 6 – Сравнение точности численной модели с размером КЭ = 3 мм относительно прогноза аналитической модели и экспериментальных данных.

Толщина преграды, мм	$v_{res}$ (А), м/с	$v_{res}$ (Э), м/с	$v_{res}$ (Ч; 3 мм)	$\sigma_a$ , %	$\sigma_3$ , %
12,7	0	0	0	0	0
12,7	135	142	134	0,7	5,6
12,7	170	177	190	11,8	7,3
12,7	410	412	440	7,3	6,8
12,7	463	464	460	0,6	0,9
12,7	679	684	674	0,7	1,5
50,8	0	0	0	0	0
50,8	0	0	0	0	0
50,8	237	242	249	5,1	2,9
50,8	242	250	259	7,0	3,6
50,8	254	255	278	9,4	9,0
50,8	376	378	360	4,3	4,8
76,2	0	0	0	0	0
76,2	0	0	0	0	0
76,2	205	169	175	14,6	3,6
76,2	262	248	256	2,3	3,2
76,2	429	420	431	0,5	2,6

Численная модель с размером КЭ = 3 мм показала схожие результаты относительно численной модели с размером КЭ = 4 мм: всего в 6% случаев отклонение превысило 10%. Еще в 6% случаев были зафиксированы серьезные отклонения от 8% до 10%.

Так как для 88% случаев данная численная модель показала отклонение в пределах допустимых инженерных 5%, то ее можно считать достоверной.

Учитывая то, что численные модели с размером КЭ 3 мм и 4 мм показали схожие высокие результаты точности, можно сделать вывод, что дальнейшее уменьшение размера конечного элемента для данной конструкции не имеет смысла, поскольку это экспоненциально приведет к увеличению времени расчета модели, но не окажет практического эффекта на точность результатов.

Поскольку численная модель с размером конечных элементов 4 мм рассчитывается на 25-50% быстрее численной модели с размером конечных элементов 3 мм, то данную модель можно считать наиболее оптимизированной для данной конструкции.

#### Выводы о главе

В данной главе:

- Были разработаны численные модели импульсного воздействия на твердое тело;
- Определено влияние размера конечных элементов на скорость расчета численных моделей;
- Рассчитано отклонение разработанных численных моделей относительно прогноза аналитической модели Хасанова и экспериментальных данных;
- Установлено, что удовлетворительной достоверностью обладают модели с размером конечных элементов 3 мм и 4 мм;
- Определено, что наиболее оптимальной численной моделью для данной конструкции является модель с размером конечных элементов 4 мм.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были решены следующие задачи:

1. Изучены наиболее популярные аналитические модели ударного воздействия по преградам;
2. Разработана численную модель импульсного воздействия на твердое тело, проведены необходимые расчеты;
3. Проведено сравнение аналитической модели и экспериментальных данных с разработанной численной моделью;
4. Проведена оценка влияния размера конечных элементов на точность и скорость численного моделирования.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Заплатин В.Н. Основы материаловедения / В.Н. Заплатин, Ю.И. Сапожников, А.В. Дубов – 8-е изд. – М.:Издательский центр «Академия», 2017. – С. 6.
2. Ковалевская Ж.Г. Основы материаловедения. Конструкционные материалы: учебное пособие / Ж.Г. Ковалевская, В.П. Безбородов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – С. 5.
3. Ковалевская Ж.Г. Основы материаловедения. Конструкционные материалы: учебное пособие / Ж.Г. Ковалевская, В.П. Безбородов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – С. 10.
4. Ковалевская Ж.Г. Основы материаловедения. Конструкционные материалы: учебное пособие / Ж.Г. Ковалевская, В.П. Безбородов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – С. 16.
5. Заплатин В.Н. Основы материаловедения / В.Н. Заплатин, Ю.И. Сапожников, А.В. Дубов – 8-е изд. – М.:Издательский центр «Академия», 2017. – С. 8.
6. Белова И.М. Компьютерное моделирование – М.: МГИУ, 2007. – С. 45.
7. Рогов В.А. Новые материалы в машиностроении / В.А. Рогов, В.В. Соловьев – М.: РУДН, 2008. – 324 с.
8. Первухина О.Л. Свойства коррозионно-стойких биметаллов, полученных сваркой взрывом, для производства оборудования в нефтехимическом машиностроении, 2012. – 39 с.
9. Родионова И.Г. Коррозионно-стойкие биметаллы с прочным сцеплением слоев для нефтехимической промышленности и других отраслей / И.Г. Родионова, А.А. Павлов, А.И. Зайцев – М.: ЗАО «Металлургиздат», 2011. – С. 65-69.
10. Родионова И.Г. Коррозионно-стойкие биметаллы с прочным сцеплением слоев для нефтехимической промышленности и других отраслей / И.Г. Родионова, А.А. Павлов, А.И. Зайцев – М.: ЗАО «Металлургиздат», 2011. – С. 46-50.

11. Меткалф А. Структура и свойства композиционных материалов – М.: Машиностроение, 1978. – 437 с.
12. Орыщенко А.С. Биметаллические сталеалюминиевые соединения в судостроительных корпусных конструкциях – М.: Прометей, 2009. – 47 с.
13. Как делают слоистые металлы – URL: <https://remote.misis.ru/courses/170/pages/kak-dielaiut-sloistyie-mietally>
14. Повреждение воздушных судов птицами – URL: <http://www.otpugivanie.narod.ru/damage.html>
15. Гладышев С.А. Броневые стали / С.А. Гладышев, В.А. Григорян. – М.: «Интернет Инжиниринг», 2010. – 336 с.
16. Материалы и защитные структуры для локального и индивидуального бронирования / В.А. Григорян, И.Ф. Кобылкин, В.М. Маринин, Е.Н. Чистяков. Под ред. В.А. Григоряна. – М.: Изд. РадиоСофт, 2008. – С. 137-138.
17. Экштайн В. Компьютерное моделирование – М: Мир, 1995. – 319 с.
18. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем: искусство и наука – М.: Мир, 1978.– 302 с.
19. Боев В.Д. Компьютерное моделирование / В.Д. Боев, Р.П. Сыпченко – М: ИНТУ-ИТ, 2010. – 349 с.
20. Паничев В.В. Компьютерное моделирование / В.В. Паничев, Н.А. Соловьев – М: ГОУ ОГУ, 2008. – 130 с.
21. Майер Р.В. Компьютерное моделирование – М.: Глазовский пединститут, 1992. – 23 с.
22. Пластинин П.И. Поршневые компрессоры. Том.1. Теория и расчет. Учебное пособие. – М.: Высш. шк., 2006. – 456 с.
23. ГОСТ Р 50744-95. Бронеодежда. Классификация и общие технические требования – Введ. 1995–07–01. – М.: Изд-во стандартов, 2003. – 6 с
24. Волкова В.Н. Моделирование систем и процессов : учебник для академического бакалавриата / В.Н. Волкова, Г.В. Горелова, В.Н. Козлов. – М. : Издательство Юрайт, 2015. – С. 12.

25. Штерензон В.А. Моделирование технологических процессов: конспект лекций — Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2010. – С. 25.
26. Родионов, И. Б. Теория систем и системный анализ – Казань : Изд-во КГТУ/КГТИ, 2006 – 48 с.
27. Лурье М.В. Математическое моделирование процессов трубопроводного транспорта углеводородов. – М.: ГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2002. – 210 с.
28. Recht R., Ipson T. Ballistic Perforation Dynamics // Transactions of the ASME – 1963. – P. 384-390.
29. Фортова В.Е. Ударные волны и экстремальные состояния вещества / В.Е. Фортова, Л.В. Альтшулера – М.: Наука, 2000. – 425 с.
30. Shokry A. An improved generic Johnson-Cook model for the flow prediction of different categories of alloys at elevated temperatures and dynamic loading conditions // Materials today communication / A.Shokry, G.Samer, G.Kharmanda, 2021 – 15 p.
31. Chakrabarty R. A modified Johnson-Cook material model with strain gradient plasticity consideration // Surface and Coatings Technology – 2020 – Vol. 397 – 18 p.
32. Johnson G. A constitutive model and data for metals subjected to large strains. High rates and high temperatures / G.Johnson, V.Cook – М.: Roy. Inst. of Engrs in the Netherlands, 1983. – P: 541-547.
33. Johnson G. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures, and pressures / G.Johnson, V.Cook М.: Eng Fract. Mech., 1985. – P. 31-48.
34. Loikkanen M. A computational and experimental analysis of ballistic impact to sheet metal aircraft structures – CD-издание, глава 3С-79.
35. Gritten F. Quasi-static perforation of thin aluminum plates / F.Gritten, T.Borwik – М.: Impact, 2009. – P.486-497.

36. Templeton D., Gorsich T. Computational study of a functionally graded metallic armor // International Symposium On Ballistics Tarragona – 2007. – Vol. 23 – P.1155-1163.
37. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
38. Селютина Н.С. Прогнозирование динамического предела текучести металлов с помощью двух структурно-временных параметров / Н.С. Селютина, Ю.В. Петров – 2018 г. – 5 с.
39. Кинеловский С.А. Модель поведения алюминия и смесей на его основе при ударно-волновом воздействии / С. А. Кинеловский, К. К. Маевский – 2014. – С. 843-851
40. Warren T. The effect of target inertia on the penetration of aluminum targets by rigid ogive-nosed long rods // International Journal of Impact Engineering – 2016. – Vol.91 – P. 6-13.
41. Сагомоян А.Я. Динамика пробивания преград. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988 – 220 с.
42. Bishop R.F., Hill R., Mott N.F. The theory of indentation and hardness tests // Proceedings of the Physics Society. – 1945. – Vol. 57, № 3. – P. 147–159.
43. Forrestal M.J., Okajima K., Luk V.K. Penetration of 6061- T651 aluminum target with rigid long rods // Journal of Applied Mechanics. – 1988. – Vol. 55(4). – P. 755–760.
44. Forrestal M.J., Luk V.K., Brar N.S. Perforation of aluminum armor plates with conical-nose projectiles // Mechanics of Materials. – 1990. – Vol. 10(1–2). – P. 97–105.
45. Penetration of 7075-T651 aluminum targets with ogivalnose rods / M.J. Forrestal, V.K. Luk, Z. Rosenberg, N.S. Brar // Int. J. of Solids and Structures. – 1992. – Vol. 29(14–15). – P. 1729–1736.
46. Хасанов А.Р. Динамическое расширение цилиндрической полости в сжимаемой упругопластической среде. Анализ сопротивления среды динамическому прониканию остроконечного ударника // Вестник



- Пермского национального исследовательского политехнического университета. – 2020. – № 1 – С. 126-137.
47. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. World Scientific Handbook of Experimental Results on High Speed Penetration into Metals, Concrete and Soils // World Scientific. – 2016 – P.508-557.
48. Аптуков В.Н., Хасанов А.Р. Расширение цилиндрической полости в сжимаемой упругопластической среде // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 1. – С. 14.
49. Витман Ф.Ф., Златин Н.А., Иоффе Б.С. Сопротивление деформированию металлов при скоростях 10–6–102 м/с // Журнал технической физики. – 1949. – Т. XIX, вып. 3. – С. 123–128.
50. Forrestal M.J., Luk V.K., Brar N.S. Perforation of aluminum armor plates with conical-nose projectiles // Mechanics of Materials. – 1990. – Vol. 10(1–2). – P. 97–105.
51. Rosenberg Z., Dekel E. Revisiting the perforation of ductile plates by sharp-nosed rigid projectiles // Int. J. of Solids and Structures. – 2010. – Vol. 47(22–23). – P. 3022–3033.
52. Проектирование/конструирование при помощи Solidworks – URL: <https://www.solidworks.com/ru/domain/design-engineering>
53. Области применения ANSYS – URL: <https://www.cadfem-cis.ru/products/ansys/>
54. Метод конечных элементов в механике деформируемого твёрдого тела: Учеб. пособие / В.Г. Фокин. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. – С. 5
55. Материалы и защитные структуры для локального и индивидуального бронирования / В.А. Григорян, И.Ф. Кобылкин, В.М. Маринин, Е.Н. Чистяков. Под ред. В.А. Григоряна. – М.: Изд. РадиоСофт, 2008. – С. 145-147.