УДК 519.6 DOI: 10.14529/ctcr200407

МЕТОД СИНТЕЗА СИСТЕМЫ КОМПЛЕКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

В.Н. Бурков, И.В. Буркова, А.В. Щепкин

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия

Введение. Показано, что системы комплексного оценивания (КО) на основе дихотомического дерева критериев и совокупности матриц свертки критериев (обобщенных критериев) широко применяются при оценке самых различных объектов. **Цель исследования.** Для построения системы КО при заданной совокупности критериев необходимо решить две задачи.

1. Выбрать структуру дихотомического дерева критериев.
2. Определить матричные свертки пар критериев (обобщенных критериев) в каждой вершине дерева (за исключением висячих).

В статье рассматривается вторая задача, т. е. задача определения матриц свертки критериев. На практике эта задача часто решается на основе экспертных мнений. **Материалы и методы.** Пусть задано множество вариантов (под вариантом понимается совокупность оценок критериев) и эксперты определили комплексные оценки каждого варианта из этого множества. Задача заключается в определении матричных сверток в каждой вершине дерева таких, что КО каждого варианта в полученной системе КО равна экспертной оценке. В работе определен класс унифицированных механизмов КО, которые удовлетворяют следующим условиям.

1. Все матрицы унифицированного механизма комплексного оценивания имеют одинаковую размерность.
2. Для любой матрицы все строки различны и все столбцы различны.
3. Все матрицы монотонны по строкам и столбцам.

Если все оценки варианта равны некоторому баллу, то и комплексная оценка равна этому баллу. То есть если $j(S)$ – вариант из множества S, у которого оценки всех критериев равны j, то его комплексная оценка (КО) равна $K(j(S)) = j$. **Результаты.** Рассмотрены два случая. В первом случае эксперты могут давать оценки вариантов с любым множеством оценок критериев. Во втором случае эксперты могут давать КО только полных вариантов, то есть вариантов, содержащих оценки всех критериев. Для первого случая предложен эффективный алгоритм с оценкой вычислительной сложности порядка lm^2, где l – число критериев, а m – число градаций шкалы оценок. Алгоритм в существенной степени использует свойство 4 унифицированных механизмов. Для второго случая предложен метод решения задачи путем построения матриц «сверху-вниз», т. е. построения матрицы для корневой вершины, затем для смежных с ней и т. д. **Заключение.** Таким образом, в работе предложены алгоритмы синтеза унифицированных механизмов комплексного оценивания, при которых число требуемых экспертных вариантов минимально.

Ключевые слова: комплексное оценивание, унифицированный механизм, экспертный вариант, матричные свертки.

Введение

Задачи комплексного оценивания (КО) состояния или результатов деятельности сложного объекта широко распространены на практике [1–5]. Пусть сложный объект оценивается множеством l критериев. Предположим, что оценка по каждому критерию может принимать значения из множества $X = (0, 1, 2, \ldots, m-1)$. Совокупность оценок всех критериев будем называть полным вариантом и обозначать $x \in X = \prod_i X_i$, а совокупность оценок подмножества критериев Q будем называть вариантом. Функция $K(x)$, определенная для всех вариантов, называется комплексной (интегральной) оценкой варианта. Существует много различных представлений этой функции (линейные, аддитивные, мультипликативные и др. [6, 7]).

Широкое распространение получили механизмы комплексного оценивания на основе дихотомических деревьев и совокупности матриц (матричных сверток), определенных в вершинах дерева (за исключением висячих вершин) [8–15]. Пример механизма КО для случая трех критериев, каждый из которых принимает два значения – 0 или 1, приведен на рис. 1.

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline x_2 \backslash x_1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{y_1} \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline y_1 \backslash x_3 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{КО}}$$

Рис. 1. Пример механизма КО
Fig. 1. An example of a KO mechanism

Определение 1. Структурой механизма КО называется дихотомическое дерево (прадерево) с l висячими вершинами, каждой из которых соответствует определенный критерий.

Определение 2. Механизм КО называется монотонным, если комплексная оценка является неубывающей функцией своих переменных (критериев).

Определение 3. Критерий называется значимым, если при его изменении от 0 до $(m-1)$, комплексная оценка хотя бы одного полного варианта изменится (повысится).

В дальнейшем будем рассматривать монотонные механизмы КО.

Заметим, что если критерий не является значимым, то его можно исключить из множества критериев, поскольку он никак не влияет на величину комплексной оценки.

Таким образом, для создания механизма КО необходимо решить две задачи.

1. Выбрать структуру механизма.
2. Предложить совокупность из $(l-1)$ матриц для каждой не висячей вершины дерева.

Сегодня эти задачи решаются на основе мнений экспертов.

В статье рассматривается подход к решению задачи 2, в основе которой лежит формирование матричных сверток при заданном множестве вариантов, для которых эксперты определили КО.

1. Постановка задачи

В статье рассматриваются унифицированные механизмы КО (УМКО), которые удовлетворяют следующим условиям.

1. Все матрицы УМКО имеют одинаковую размерность.
2. Для любой матрицы все строки различны и все столбцы различны.
3. Все матрицы монотонны по строкам и столбцам.
4. Если все оценки варианта равны некоторому баллу, то и комплексная оценка равна этому баллу. То есть если $j(S)$ – вариант из множества S, у которого оценки всех критериев равны j, то его комплексная оценка (КО) равна

$$K(j(S)) = j .$$

Примем, что задана структура механизма КО. Для каждого варианта $x \in X$ эксперты определили комплексную оценку $K(x)$.

Для формальной постановки задачи обозначим S_i – множество оценок критериев, комплексная оценка K_i которых определяется в вершине i. Если j, k – множество вершин дерева, непосредственно предшествующих вершине i, то

$$S_i = S_j \cup S_k ,$$

а оценка K_i получается на основе матричной свертки обобщенных оценок K_j и K_k. В случае, если критерии оцениваются по m-балльной шкале, матричная свертка A_i двух комплексных оценок – это матрица $m \times m$, столбцы которой соответствуют возможным оценкам вариантов множества критериев S_j, строки – возможным оценкам вариантов множества критериев S_k, а a_{jk} определяют комплексную оценку вариантов множества критериев S_i.

Задача. Определить $(l-1)$ матрицы A_i такие, что для любого экспертного варианта x комплексная оценка равна $K(x)$.

Учитывая, что экспертиза вариантов требует времени, желательно, чтобы число экспертных вариантов было минимальным.

2. Двухбалльные шкалы

Рассмотрим случай двухбалльных шкал (каждый критерий принимает одно из двух значений – 0 или 1).

Заметим, что существуют четыре возможные матрицы свертки 2×2 для каждой вершины дерева, за исключением висячих (рис. 2).

а)

0	1
0	0

б)

1	1
0	1

в)

0	1
0	1

г)

1	1
0	0

Рис. 2. Возможные матрицы свертки для *m* = 2
Fig. 2. Possible convolution matrices for *m* = 2

Матрицы в) и г) соответствуют случаям, когда один из критериев или обобщенных критериев не является значимым. Матрица а) соответствует случаю взятия минимальной из двух оценок, а матрица б) – взятию максимальной из двух оценок.

Заметим, что для монотонных комплексных оценок имеют место следующие утверждения.

1. При нулевых значениях критериев любого варианта соответствующая комплексная оценка равна 0. Действительно, если комплексная оценка равна 1, то в силу монотонности комплексные оценки всех других вариантов должны быть равны 1. В этом случае задача КО теряет смысл (КО любого варианта равна 1).

2. При единичных значениях всех критериев любого варианта соответствующая комплексная оценка равна 1. Действительно, если она равна 0, то в силу монотонности комплексные оценки всех других вариантов должны быть равны 0 и задача КО теряет смысл (оценки всех вариантов равны 0).

Рассмотрим вершину i дерева, в которой происходит свертка множеств критериев S_j и S_k, $S_i = S_j \cup S_k$. Необходимо определить 2×2 матрицу (рис. 3).

1	a_{10}	1
0	0	a_{01}
S_j / S_k	0	1

Рис. 3. Матрица 2 × 2
Fig. 3. Matrix 2 × 2

Рассмотрим три возможных случая.

1. Эксперты могут оценить (определить) КО любого варианта.
2. Эксперты могут оценить только полные варианты.
3. Эксперты могут оценить только варианты с числом критериев не более $m_1 < m$.

Рассмотрим первый случай.

Обозначим M_i – матрицу в вершине i; S_i – множество вариантов, оцениваемых в вершине i; n, m – вершины, непосредственно предшествующие вершине i; S_n, S_m – соответствующие множества вариантов. Очевидно, что

$$S_i = S_n \cup S_m .$$

Обозначим далее $0(S)$ – вариант $x \in S$, все оценки которого равны 0; $1(S)$ – вариант $x \in S$, все оценки которого равны 1; $(0(S_n), 1(S_m))$ – вариант $x \in S_i$, у которого оценки $x \in S_n$ равны 0, а оценки $x \in S_m$ равны 1. Соответственно $(1(S_n), 0(S_m))$ – вариант $x \in S_i$, у которого все оценки

$x \in S_n$ равны 1, а все оценки $x \in S_m$ равны 0. Заметим, что $K(0(S)) = 0$, $K(1(S)) = 1$ для любого S. Обозначим a_{01} – экспертную оценку варианта $(0(S_n), 1(S_m))$; a_{10} – экспертную оценку варианта $(1(S_n), 0\,(S_m))$.

Заметим, что a_{01} и a_{10} полностью определяют матрицу M_i, а именно, если $a_{01} = a_{10} = 0$, то это min-матрица, если $a_{01} = a_{10} = 1$, то это max-матрица, если $a_{01} = 0$, $a_{10} = 1$, то множество критериев, оцениваемых в вершине n, не является значимым, и их можно исключить, если $a_{01} = 1$, $a_{10} = 0$, то множество критериев, оцениваемых в вершине m, не является значимым, и эти критерии можно исключить из рассмотрения.

Таким образом, для получения матрицы M_i достаточно получить экспертные оценки всего двух вариантов. Для получения всех матриц достаточно получить экспертные оценки $2(l-1)$ вариантов.

Рассмотрим второй случай.

Алгоритм существенно усложняется, поскольку эксперты дают оценки только полных вариантов. Поэтому оценки остальных вариантов приходится получать на основе оценок полных вариантов. Алгоритм рассмотрим сначала на примере.

Пример 1. Рассмотрим задачу с 5 критериями. Структура механизма приведена на рис. 4.

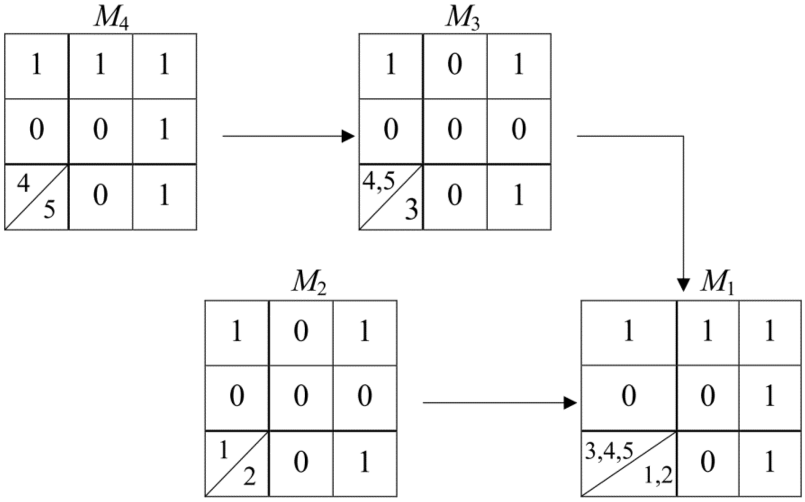

Рис. 4. Механизм КО примера 1
Fig. 4. KO mechanism of example 1

Шаг 1. Получаем матрицу M_1. Для этого берем два полных варианта

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (00111)$ и $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (11000)$

с экспертными оценками

$K(00111) = 1$ и $K(11000) = 1$.

Матрица M_1 является max-матрицей.

Шаг 2. Получаем матрицу M_2. Для этого рассматриваем два варианта – $(x_1, x_2) = (01)$ и $(x_1, x_2) = (10)$. Но у нас нет экспертных оценок этих вариантов. Поэтому рассматриваем полные варианты

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (01000)$ и $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (01111)$

для варианта $(x_1, x_2) = (01)$ и полные варианты

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (10000)$ и $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (10111)$

для варианта $(x_1, x_2) = (10)$.

Пусть экспертные оценки вариантов

$K(01000) = 0$ и $K(01111) = 1$.

В этом случае комплексная оценка варианта (0, 1) равна 0.

Пусть экспертные оценки вариантов

$K(10000)=0$ и $K(10111)=1$.

Следовательно, матрица M_2 является min-матрицей.

Заметим, что потребовалось рассмотреть 4 полных варианта.

Шаг 3. Получаем матрицу M_3. По аналогии с шагом 2 рассматриваем 4 полных варианта – (00100), (11100), (00011), (11011). Пусть их экспертные оценки

$K(00100)=0$, $K(11100)=1$, $K(00011)=0$, $K(11011)=1$.

Следовательно, комплексные оценки вариантов $K(100)$ и $K(011)$ равны 0 и матрица M_3 является min-матрицей.

Шаг 4. Получаем матрицу M_4. Рассматриваем два варианта – $(x_4, x_5)=(01)$ и $(x_4, x_5)=(10)$. Но их оценок мы также не имеем. Для получения оценок рассматриваем 4 варианта – $(x_3, x_4, x_5)=(001)$, (101), (010) и (110). Но их оценок мы также не имеем. Поэтому рассматриваем 8 полных вариантов:

(00001), (11001), (00101), (11101), (00010), (11010), (00110), (11110).

Пусть их экспертные оценки равны

$K(00001) = 0$, $K(11001) = 1$, $K(00101) = 1$, $K(11101) = 1$,

$K(00010) = 0$, $K(11010) = 1$, $K(00110) = 1$, $K(11110) = 1$.

Поскольку $K(00001) = 0$, $K(11001) = 1$, то $K(001) = 0$. Далее, так как $K(00101) = 1$ и $K(11101) = 1$, то $K(101) = 1$. Аналогично $K(010) = 0$, $K(110) = 1$. Наконец, поскольку $K(001) = 0$, $K(101) = 1$, то $K(01) = 1$, а поскольку $K(110) = 1$, а $K(010) = 0$, то $K_{10} = 1$. Следовательно, M_4 является max-матрицей.

Определение 4. Уровнем матрицы M_j называется число следующих за вершиной j вершин, включая вершину j.

Корневая вершина имеет уровень 1, непосредственно следующая за ней – уровень 2 и т. д.

Дадим описание алгоритма.

Пусть матрица M_j имеет уровень q и является сверткой подмножеств критериев S_t и S_q. Требуется получить оценки $K(K-1)$ вариантов. Примем, что уже получено $(q-1)$ матриц, следующих за M_j. Пусть M_{j1} – матрица, непосредственно следующая за M_j. Рассмотрим процедуру получения элемента a_{ip} матрицы M_j. Для этого нужно получить оценку $K(i(S_q);\, p(S_t))$. Но эксперты не могут дать такую оценку, если вариант $(i(S_q);\, p(S_t))$ не является полным. Поэтому рассматриваем матрицу M_{j1}. Пусть эта матрица является сверткой подмножеств (S_q, S_t) и S_r. Получим оценки следующих двух вариантов:

$(i(S_q), p(S_t), 0(S_r)), (i(S_q), p(S_t), 1(S_r))$.

Возможны два случая.

1. $S_q \cup S_t \cup S_r$ – множество оценок полных вариантов. В этом случае мы имеем экспертные оценки рассматриваемых 2 вариантов. Сравниваем полученную последовательность оценок со строками матрицы M_{j1}. Если найдется строка матрицы M_{j1}, элементы которой совпадают с полученной последовательностью оценок, то оценка, соответствующая этой строке, определяет комплексную оценку

$$K(i(S_q);\, p(S_p)) = a_{ip}. \quad (1)$$

2. $S_q \cup S_t \cup S_r$ не является множеством оценок полных вариантов. В этом случае переходим к матрице M_{j2}, непосредственно следующей за матрицей M_{j1}, и повторяем предыдущую процедуру для каждого из двух вариантов и т. д. Если матрица M_j имеет уровень q, то описанную процедуру применяем $(q-1)$ раз. В результате получаем 2^{q-1} полных варианта. Получив их экспертные оценки, методом обратного хода определяем оценки (1).

Как следует из примера, для получения матрицы, имеющей уровень q, необходимо иметь экспертные оценки 2^q полных вариантов. Если обозначить q_j уровень матрицы M_j, то число полных вариантов, необходимое и достаточное для получения матрицы M_j, равно

$$N = \sum_{j=1}^{l-1} 2^{q_i} .$$

Теорема 1. Минимальное число вариантов N имеет максимально симметричная структура.

Рассмотрим третий случай.

Эксперты могут давать оценки вариантов с числом критериев не более $p < l$. В этом случае требуется декомпозиция дерева на поддеревья с числом висячих вершин не более p. Далее для каждого поддерева применяется алгоритм, описанный в первом случае.

Приведем простую, но важную теорему.

Теорема 2. Пусть комплексная оценка варианта равна 0. Тогда существует хотя бы один путь из висячих вершин в корневую, длина которого равна 0 (длины дуг пути равны КО в соответствующей вершине).

Доказательство. Очевидно, что найдется хотя бы одна висячая вершина с КО, равной 0. Пометим все такие висячие вершины знаком (+). Далее помечаем знаком (+) все вершины, в которые входят дуги из помеченных вершин длины 0. Пусть в результате корневая вершина не помечена. Тогда все дуги, исходящие из помеченных вершин в непомеченные, имеют длины, равные 1. Но в этом случае КО не может быть равной 0.

Определение 5. Пути из висячих вершин в корневую нулевой длины называются критическими (соответствующие вершины также называются критическими).

Важность критических путей заключается в том, что при разработке мер по повышению КО в первую очередь следует обращать внимание на критерии, соответствующие критическим вершинам.

3. Произвольные шкалы

Рассмотрим общий случай шкал с m градациями. Обозначим $j(S)$ вариант из множества S, у которого оценки всех критериев равны j. Основное предположение состоит в том, что $K(j(S)) = j$, то есть если вариант состоит из одинаковых оценок j, то и его комплексная оценка равна j. Как и с двухбалльной шкалой, рассмотрим три варианта.

1. Эксперты могут давать оценки любых вариантов.

Рассмотрим матрицу M_j. Обозначим ее элементы a_{ip}, $i,\ p = \overline{0, m-1}$. В силу сделанных предположений $a_{ii} = i, i = \overline{0, m-1}$. Осталось определить $m(m-1)$ элементов a_{ip}, $i \neq j$. Пусть матрице M_j соответствуют подмножества оценок S_i и S_p, $S_j = S_i \cup S_p, S_i \cap S_p = \varnothing$. Для определения элемента a_{ip} рассмотрим вариант $(i(S_q);\ p(S_t))$ с экспертной оценкой $K(i(S_q);\ p(S_t))$.

Утверждение. $a_{ip} = K(i(S_q); p(S_t))$.

Доказательство. Оценка варианта $(i(S_q)) = i$. Оценка варианта $(p(S_t)) = t$. Вариант $(i(S_q);\ p(S_t)) \in S_j$ является сверткой этих двух вариантов, которая по определению равна a_{ip}.

Таким образом, для получения матрицы M_j достаточно рассмотреть $m(m-1)$ вариантов из множества S_j с их экспертными оценками. Для построения механизма КО с l критериями достаточно рассмотреть $m(m-1)(l-1)$ вариантов.

Пример 2. Имеется последовательная структура с тремя критериями, причем сначала происходит свертка оценок критериев 1 и 2, а затем свертка оценок этих критериев с оценками критерия 3 (см. рис. 1). Примем $m = 3$.

Шаг 1. Рассмотрим матрицу M_1. Необходимо получить шесть значений a_{ij}. Имеем 6 полных вариантов:

1. (001), $K(001) = 0 = a_{01}$.
2. (002), $K(002) = 1 = a_{02}$.
3. (110), $K(110) = 1 = a_{10}$.
4. (112), $K(112) = 2 = a_{12}$.
5. (220), $K(220) = 2 = a_{20}$.
6. (221), $K(221) = 2 = a_{21}$.

Матрица M_1 приведена на рис. 5.

Шаг 2. Рассмотрим матрицу M_1. Имеем:

1. (01), $K(01) = 1 = a_{01}$.
2. (02), $K(02) = 1 = a_{02}$.
3. (10), $K(10) = 0 = a_{10}$.
4. (12), $K(12) = 2 = a_{12}$.
5. (20), $K(20) = 1 = a_{20}$.
6. (21), $K(21) = 1 = a_{21}$.

Соответствующая матрица M_2 приведена на рис. 6.

Всего потребовалось

$$m(m-1)(l-1)=12$$

экспертных вариантов.

2	2	2	2
1	1	1	2
0	0	0	1
x_1, x_2 / x_3	0	1	2

Рис. 5. Матрица *M*$_1$
Fig. 5. Matrix *M*$_1$

2	1	1	2
1	0	1	2
0	0	1	1
x_1 / x_2	0	1	2

Рис. 6. Матрица *M*$_2$
Fig. 6. Matrix *M*$_2$

2. Эксперты могут давать оценки только полных вариантов.

Пусть матрица M_j имеет уровень q и является сверткой подмножеств критериев S_t и S_p. Требуется получить оценки $m(m-1)$ вариантов. Примем, что уже получено $(q-1)$ матриц, следующих за M_j. Пусть M_{j1} – матрица, непосредственно следующая за M_j. Рассмотрим процедуру получения элемента a_{ip} матрицы M_j. Для этого нужно получить оценку $K(i(S_q); p(S_t))$. Но эксперты не могут дать такую оценку, если вариант $(i(S_q); p(S_t))$ не является полным. Поэтому рассматриваем матрицу M_{j1}. Пусть эта матрица является сверткой подмножеств (S_q, S_t) и S_r. Получим оценки следующих m вариантов:

$$(i(S_q), p(S_t), 0(S_r)), \ldots, (i(S_q), p(S_t), (K-1)(S_r)).$$

Возможны два случая.

1. $S_q \cup S_t \cup S_r$ – множество оценок полных вариантов. В этом случае мы имеем экспертные оценки рассматриваемых m вариантов. Сравниваем полученную последовательность оценок со строками матрицы M_{j1}. Если найдется строка матрицы M_{j1}, элементы которой совпадают с полученной последовательностью оценок, то оценка, соответствующая этой строке, определяет комплексную оценку

$$K(i(S_q); p(S_t)) = a_{ip}. \qquad (2)$$

2. $S_q \cup S_t \cup S_r$ не является множеством оценок полных вариантов. В этом случае переходим к матрице M_{j2}, непосредственно следующей за матрицей M_{j1}, и повторяем предыдущую процедуру для каждого из m вариантов и т. д. Если матрица M_j имеет уровень q, то описанную процедуру применяем $(q-1)$ раз. В результате получаем m^{q-1} полных вариантов. Получив их экспертные оценки, методом обратного хода определяем оценки (2).

Пример 2. Возьмем данные предыдущего примера.

Шаг 1. Матрица M_1 является матрицей свертки полных вариантов. Поэтому она была получена в предыдущем примере.

Шаг 2. Матрица M_2 имеет уровень $q = 2$. Ограничимся получением элемента a_{12}. Необходимо получить $m = 3$ оценок вариантов

(1, 2, 0), (1, 2, 1) и (1, 2, 2).

Это полные варианты. Пусть их экспертные оценки

$K(1, 2, 0) = K(1, 2, 1) = K(1, 2, 2) = 2.$

Строка этих оценок совпадает со строкой матрицы M_1, соответствующей оценке 2. Поэтому $a_{12} = 2$. Повторяем эту процедуру для остальных пяти элементов матрицы M_2.

Замечание 1. Если не найдется ни одной строки матрицы, оценки которой совпадают с последовательностью из m полученных оценок, то механизма КО не существует.

Замечание 2. Предполагается, что все строки матриц, следующих за M_j, различаются. В противном случае размер шкалы оценок можно уменьшить.

Таким образом, для построения механизма КО достаточно получить экспертные оценки

$$\sum_{j=1}^{l-1} m^{q_j}\left(m-1\right)$$

полных вариантов, где q_j – уровень матрицы M_j.

Остается справедливой теорема об оптимальности максимально симметричной структуры. Дадим обобщение теоремы 2.

Теорема 3. Пусть комплексная оценка варианта равна j. Тогда существует путь из висячих вершин в конечную, все длины дуг которого не превышают j.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 2.

3. Эксперты могут давать оценки вариантов с числом критериев не более $m_1 < m$.

Как и в случае двухбалльных шкал, в этом случае разбиваем дерево на поддеревья с числом висячих вершин не более m_1 и применяем процедуру двух предыдущих случаев для каждого поддерева.

Заключение

В статье рассмотрена задача построения унифицированных механизмов комплексного оценивания состояния или результатов деятельности сложных систем на основе экспертных вариантов. Заметим, что механизмы комплексного оценивания, описанные в [1–5], являются унифицированными.

Поскольку экспертам предлагается оценить только часть возможных вариантов, нельзя утверждать, что полученный механизм КО будет удовлетворять предпочтениям экспертов на других вариантах. Мы можем лишь утверждать, что если существует механизм КО, удовлетворяющий всем предпочтениям экспертов, то это механизм, полученный на основе описанных выше алгоритмов.

Полученные оценки числа экспертных вариантов естественно достаточны для синтеза механизма КО. Для двухбалльных шкал они являются и необходимыми, т. е. определяют минимальное число экспертных вариантов, требуемое для синтеза механизма. Для произвольных шкал оценка минимального числа экспертных вариантов требует дальнейших исследований.

В рассмотренной постановке экспертам предлагается оценить предъявляемое им множество вариантов. Представляет интерес другая задача, когда эксперты предлагают множество вариантов с их оценками и требуется построить механизм КО, удовлетворяющий предпочтениям экспертов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-07-01258.

Литература

1. Модели, методы и механизмы управления научно-техническими программами / В.Н. Бурков, Б.Н. Коробец, В.А. Минаев, А.В. Щепкин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. – 202 с.

2. Управление промышленными предприятиями: стратегии, механизмы, системы: моногр. / О.В. Логиновский, А.А. Максимов, В.Н. Бурков и др.; под ред. О.В. Логиновского, А.А. Максимова. – М.: Инфра-М, 2018. – 410 с. – (Научная мысль).

3. Кондратьев, В.Д. Проектное управление при реализации стратегии безопасности дорожного движения / В.Д. Кондратьев, А.В. Щепкин // Вестник Московского автомобильнодорожного государственного технического университета (МАДИ). – 2019. – Вып. 4 (59). – С. 112–119.

4. Бурков, В.Н. Информационные технологии разработки систем управления глобальной безопасностью / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, А.В. Щепкин // Стратегические приоритеты. – 2018. – № 1 (17). – С. 25–37.

5. Бурков, В.Н. Механизмы повышения безопасности дорожного движения // В.Н. Бурков, В.Д. Кондратьев, А.В. Щепкин. – М.: УРСС, 2011. – 208 с.

6. Методы определения коэффициентов важности критериев / А.М. Анохин, В.А. Глотов, В.В. Павельев, А.М. Черкашин // Автоматика и телемеханика – 1997. – № 8. – С. 3–35.

7. Айзерман, М.А. Выбор вариантов: основы теории / М.А. Айзерман, Ф.Т. Алескеров. – М.: Наука, 1990. – 206 с.

8. Механизмы управления: учеб. пособие / под ред. Д.А. Новикова. – М.: Ленанд, 2011. – 192 с. – (Умное управление).

9. Бурков, В.Н. Проблемы синтеза механизма комплексного оценивания на основе обучающего набора данных / В.Н. Бурков, Н.А. Коргин, О.Л. Марин // Труды 13-го Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ XIII, Москва, 2019). – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 2280–2284.

10. Глотов В.А. Векторная стратификация / В.А. Глотов, В.В. Павельев. – М.: Наука, 1984. – 132 с.

11. Глотов, В.А. Дихотомическая декомпозиция многомерной функции / В.А. Глотов // Механизмы функционирования организационных систем. Теория и приложения. – М.: ИПУ РАН, 1982. – Вып. 29. – С. 104–110.

12. Умрихина, Е.В. Задача представления метрических сверток обобщенными аддитивными свертками при формировании комплексных оценок / Е.В. Умрихина // АиТ. – 1987. – № 11. – С. 161–171.

13. Комплексное оценивание: принцип бинарности и его приложения / А.М. Анохин, В.А. Глотов, В.В. Павельев, А.М. Черкашин. – М.: ИПУ. – 1994. – 38 с.

14. Алексеев, А.О. Комплексное оценивание сложных объектов в условиях неопределенности / А.О. Алексеев // Прикладная математика и вопросы управления. – 2019. – № 1. – С. 103–131.

15. Алексеев, А.О. Управление сложными объектами, состояния которых описываются с помощью матричных механизмов комплексного оценивания / А.О. Алексеев // Прикладная математика и вопросы управления. – 2020. – № 1. – С. 114–139.

Бурков Владимир Николаевич, д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва; vlab17@bk.ru.

Буркова Ирина Владимировна, д-р техн. наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва; irbur27@mail.ru.

Щепкин Александр Васильевич, д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва; sch@ipu.ru.

Поступила в редакцию 10 сентября 2020 г.

DOI: 10.14529/ctcr200407

METHOD OF SYNTHESIS OF THE INTEGRATED ASSESSMENT SYSTEM

V.N. Burkov, *vlab17@bk.ru*,
I.V. Burkova, *irbur27@gmail.com*,
A.V. Shchepkin, *sch@ipu.ru*
V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Introduction. Systems of complex estimation (CO) based on a dichotomous tree of criteria and a set of criteria convolution matrices (generalized criteria) are widely used in the evaluation of a wide variety of objects. **Purpose of the study.** To build a CO system for a given set of criteria, you need to solve two problems:

1. To choose the structure of the dichotomous tree of criteria.
2. To define matrix convolutions of pairs of criteria (generalized criteria) at each vertex of the tree (except for hanging ones).

The article deals with the second problem, i.e. the problem of determining matrices the criteria convolution. In practice, this task is often solved based on expert opinions. **Materials and methods.** Let us assume that there are a set of options (a variant is a set of criteria estimates) and experts have defined complex estimates for each option from this set. The task is to define matrix convolutions at each vertex of the tree such that the CO of each variant in the resulting system CO is equal to the EXPERT estimate.

The paper defines a class of unified CO mechanisms that meet the following conditions:

1. All matrices of the unified complex estimation mechanism have the same dimension.
2. For any matrix all rows are different and all columns are different.
3. All matrices are monotonous in rows and columns;
4. If all the variant scores are equal to a certain score, then the complex score is equal to this score.

Results. Two cases are considered. In the first case, experts can give estimates of options with any set of criteria estimates. In the second case, experts can give a CO of only complete options, that is, options that contain estimates of all criteria. For the first case, an efficient algorithm with an estimate of computational complexity of the order of lm^2 is proposed, where l is the number of criteria, and m is the number of gradations of the rating scale. The algorithm makes significant use of the 4 property of unified mechanisms.

For the second case, we propose a method for solving the problem by constructing "top-down" matrices, i.e. constructing a matrix for the root vertex, then for adjacent ones, and so on. **Conclusion.** Thus, the paper proposes algorithms for the synthesis of unified mechanisms for complex evaluation, in which the number of required expert options is minimal.

Keywords: complex assessment, unified mechanism, export version, matrix convolution.

The work was partially supported by RFBR grant No. 18-07-01258.

References

1. Burkov V.N., Korobets B.N., Minayev V.A., Shchepkin A.V. *Modeli, metody i mekhanizmy upravleniya nauchno-tekhnicheskimi programmami* [Models, Methods and Mechanisms for Managing Scientific and Technical Programs]. Moscow, MGTU Publ., 2017. 202 p.
2. Loginovskiy O.V., Maksimov A.A., Burkov V.N. et al. *Upravleniye promyshlennymi predpriyatiyami: strategii, mekhanizmy, sistemy: monogr.* [Management of industrial enterprises: strategies, mechanisms, systems: monograph]. Moscow, Infra-M Publ., 2018. 410 p.
3. Kondrat'yev V.D., Shchepkin A.V. [Project management in the implementation of the road safety strategy]. *Vestnik Moskovskogo avtomobil'nodorozhnogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta (MADI)*, 2019, vol. 4 (59), pp. 112–119. (in Russ.)

4. Burkov V.N., Burkova I.V., Shchepkin A.V. [Information Technologies for the Development of Global Security Management Systems]. *Strategicheskiye prioritety*, 2018, no. 1 (17), pp. 25–37. (in Russ.)

5. Burkov V.N., Kondrat'yev V.D., Shchepkin A.V. *Mekhanizmy povysheniya bezopasnosti dorozhnogo dvizheniya* [Mechanisms for Increasing Road Safety]. Moscow, URSS, 2011. 208 p.

6. Anokhin A.M., Glotov V.A., Pavel'yev V.V., Cherkashin A.M. [Methods for Determining the Coefficients of the Importance of Criteria]. *Avtomatika i telemekhanika*, 1997, no. 8, pp. 3–35. (in Russ.)

7. Ayzerman M.A., Aleskerov F.T. *Vybor variantov: osnovy teorii* [Choice of Options: Fundamentals of Theory]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 206 p.

8. Novikov D.A. (Ed.). *Mekhanizmy upravleniya: ucheb. posobiye* [Control mechanisms]. Moscow, Lenand Publ., 2011. 192 p.

9. Burkov V.N., Korgin N.A., Marin O.L. [Problems of the Synthesis of a Complex Assessment Mechanism Based on a Training Data Set]. *Proceedings of the 13th All-Russian Meeting on Management Problems (VSPU XIII, Moscow, 2019)*. IPU RAN, 2019, pp. 2280–2284. (in Russ.)

10. Glotov V.A., Pavel'yev V.V. *Vektornaya stratifikatsiya* [Vector stratification]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 132 p.

11. Glotov V.A. [Dichotomous Decomposition of a Multidimensional Function]. *Mechanisms of the functioning of organizational systems. Theory and applications*. IPU RAN, 1982, vol. 29, pp. 104–110. (in Russ.)

12. Umrikhina E.V. [The Problem of Representing Metric Convolutions with Generalized Additive Convolutions in the Formation of Complex Estimates]. *AiT*, 1987, no. 11, pp. 161–171. (in Russ.)

13. Anokhin A.M., Glotov V.A., Pavel'yev V.V., CHerkashin A.M. *Kompleksnoye otsenivaniye: printsip binarnosti i ego prilozheniya* [Complex Assessment: the Principle of Binarity and Its Applications]. Moscow, IPU, 1994. 38 p.

14. Alekseyev A.O. [Complex Estimation of Complex Objects in Conditions of Uncertainty]. *Applied Mathematics and Control Issues*, 2019, no. 1, pp. 103–131. (in Russ.)

15. Alekseyev A.O. [Management of Complex Objects, the States of Which are Described Using Matrix Mechanisms of Complex Assessment]. *Applied Mathematics and Control Issues*, 2020, no. 1, pp. 114–139. (in Russ.)

Received 10 September 2020

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Бурков, В.Н. Метод синтеза системы комплексного оценивания / В.Н. Бурков, И.В. Буркова, А.В. Щепкин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2020. – Т. 20, № 4. – С. 63–73. DOI: 10.14529/ctcr200407

FOR CITATION

Burkov V.N., Burkova I.V., Shchepkin A.V. Method of Synthesis of the Integrated Assessment System. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2020, vol. 20, no. 4, pp. 63–73. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr200407