

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛЕПОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ДВУХ ВЕЩЕСТВЕННЫХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КУМУЛЯНТОВ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

*Н.Ю. Либеровский<sup>1</sup>, Д.С. Чиров<sup>1</sup>, В.С. Припутин<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Российская Федерация

В настоящее время методы слепого разделения сигналов используются в различных областях деятельности человека, в том числе в системах беспроводной связи, радиолокации и пеленгации. В статье представлены оригинальный метод и математическая модель слепого разделения двух вещественных радиосигналов. Слепое разделение сигналов подразумевает, что никакой информации о радиосигнале, кроме принимаемых отсчетов, нет. Решение поставленной задачи основано на двух фундаментальных предположениях, выполняемых в реальных условиях. Первое предположение состоит в том, что наблюдаемый сигнал линейно зависит от сигнала источников. Второе предположение заключается в том, что источники радиосигналов являются статистически независимыми. Общую структуру методов слепого разделения сигналов можно представить в виде комбинации контрастной функции и метода ее оптимизации. В ранее известных способах решение этой задачи слепого разделения сигналов осуществляется итерационными методами. В качестве критерия разделения радиосигналов выбрано приведение кумулянтов второго и четвертого порядков выходных сигналов к нулю. Предложенное аналитическое решение позволяет находить размещающую матрицу  $W$  для любых независимых сигналов  $s_1$  и  $s_2$ , кроме тех, у которых кумулянты четвертого порядка равны нулю. Для таких величин разработанный метод позволяет только привести их смесь к двум некоррелированным сигналам. В отличие от существующих итерационных методов, предложенный метод слепого разделения сигналов обеспечивает гарантированную сходимость задачи в заданных ограничениях. Для проверки работоспособности метода создана модель смешивания и разделения сигналов, эффективность которой оценена при различных мощностях собственных шумов в каналах приема. В результате моделирования построена зависимость уровня разделения сигналов от мощности собственных шумов. Продемонстрирована работоспособность метода при отношении шумов входных сигналов к мощности полезных сигналов менее 0,2 дБ.

*Ключевые слова:* слепое разделение сигналов; цифровая обработка сигналов; кумулянт; математическое моделирование; уровень разделения сигналов.

### Введение

В последнее время методы слепого разделения (СРС) все чаще используются в области цифровой обработки сигналов [1, 2]. Методы СРС основаны на двух фундаментальных предположениях, выполняемых в реальных условиях. Первое предположение состоит в том, что наблюдаемый сигнал линейно зависит от сигнала источников. Второе предположение заключается в том, что источники радиосигналов являются статистически независимыми. Возможность разделения источников исходя только из наблюдаемых радиосигналов позволяет существенно снизить систематическую ошибку, связанную с неверно учтенными свойствами антенной системы.

Классическими трудами по теории методов СРС являются [1, 2], в которых приведена постановка задачи СРС и показано, что общую структуру методов СРС можно

представить в виде комбинации контрастной функции и метода ее оптимизации. Решение такой задачи осуществляется итерационными методами.

Методы СРС применяются в различных областях деятельности человека. В [3] методы СРС применяются для слепого разделения результатов функциональной магнитно-резонансной томографии (ФМРТ) мозга. Работы [4–6] посвящены применению методов СРС в ММО-системах. Для разделения сигналов предлагается использовать статистики второго и более высокого порядков. В [7] представлено исследование применения СРС в задачах телемедицины, особенно во время записи медицинских данных. Показано, что применение методов СРС позволяет повысить качество медицинской помощи. В [8] рассматриваются проблемы применения СРС в задачах анализа электромагнитных помех.

Применительно к решению задачи слепого разделения радиосигналов методы СРС можно разделить на две большие группы: методы, использующие на каждом этапе оценивания вектора весовых коэффициентов отсчеты смеси сигналов (сигналы с антенной решетки) и методы, базирующиеся на работе только со статистиками сигналов. Основной идеей методов СРС на основе анализа статистик сигнала является одновременная обработка нескольких (двух или более) кроссстатистик, полученных по значениям принимаемых сигналов [9]. Эти статистики конгруэнтным преобразованием связаны с соответствующими статистиками для источников радиосигналов, которые, согласно предположению о независимости источников, диагональны.

Работа [10] посвящена обзору и сравнительному анализу методов СРС в задаче распознавания модуляции радиосигналов. Проанализированы алгоритмы слепого разделения на основе метода анализа независимых компонент (АНК): AMUSE [11], JADE [12], SOBI [13], EFICA [14]. Показано, что наиболее эффективными из этих алгоритмов слепого разделения являются алгоритмы SOBI и EFICA, тогда как алгоритмы, основанные на статистике высоких порядков (JADE) являются неэффективными.

В [15] предложен метод слепого разделения сигналов на базе статистик второго порядка в задаче пространственно-поляризационной селекции. Показано, что предложенный метод позволяет эффективно подавлять помехи, имеющих поляризационное разнесение с информационным сигналом, направление прихода которых близко к направлению прихода информационного сигнала. При отсутствии поляризационного разнесения сигналов такой метод не позволяет решать задачу СРС, так как в этом случае отношение принимаемых сигналов будет одинаковым для любого антенного элемента вне зависимости от его местонахождения.

В [16] рассматривался метод СРС с использованием кумулянтов [17] третьего порядка. Однако этот метод не работает для случайных величин с нулевыми кумулянтами третьего порядка. Например, он не может провести слепое разделение сигналов с симметричной плотностью распределения вероятности.

В статье рассматривается аналитическое решение, позволяющее осуществлять слепое разделение двух вещественных статистически независимых сигналов. В отличие от существующих итерационных методов СРС, предложенный метод и его математическая модель позволяет получать гарантированное решение задачи.

## 1. Основные теоретические положения

Пусть  $s_1$  и  $s_2$  – статистически независимые неизвестные вещественные стационарные сигналы. Пусть  $A$  – канальная матрица смешивания сигналов  $s_1$  и  $s_2$ . Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – смешанные известные вещественные сигналы, которые представляют собой линейную комбинацию сигналов  $s_1$  и  $s_2$ :

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

Задача состоит в том, чтобы используя только информацию о сигналах  $x_1$  и  $x_2$ , найти размешивающую матрицу  $W$ , такую, чтобы матричное произведение  $WA$  представляло собой матрицу, которую можно привести к диагональной перестановкой ее строк. Тем самым сигналы  $y_1$  и  $y_2$ , полученные в результате воздействия размешивающей матрицы  $W$  на входные сигналы  $x_1$  и  $x_2$ , будут представлять собой сигналы  $s_1$  и  $s_2$  с точностью до перестановки.

Так как в рамках поставленной задачи известны только принимаемые сигналы  $x_1$  и  $x_2$ , найти размешивающую матрицу  $W$  можно только исследовав статистические свойства этих сигналов. Поэтому в дальнейшем под  $x_1$  и  $x_2$  будем понимать два случайных процесса, зависящих от времени. Также в дальнейшем будем предполагать, что случайные процессы  $x_1$  и  $x_2$  являются стационарными, то есть их вероятностные характеристики неизменны во времени.

Поскольку сигналы  $x_1$  и  $x_2$  стационарны и известны их значения на всем протяжении наблюдения, то можно оценить их основные статистические характеристики [18]. В работе в качестве используемых статистик сигналов используются кумулянты второго и четвертого порядков. Кумулянты второго порядка необходимы для приведения сигналов к некоррелированному виду. Смешанные кумулянты четвертого порядка используются как дополнительный критерий независимости сигналов. В работе не используются кумулянты третьего порядка, поскольку они равны нулю для сигналов с симметричной плотностью распределения вероятности. Для анализа вероятностных характеристик смешанных сигналов используется разложение кумулянтной функции в степенной ряд:

$$\Psi(v_1, v_2) = \sum_{k_1=0}^{+\infty} \sum_{k_2=0}^{+\infty} \frac{i^{k_1+k_2}}{k_1!k_2!} \mu_{k_1k_2} v_1^{k_1} v_2^{k_2}, \quad (2)$$

где  $i$  – мнимая единица;  $\mu_{k_1k_2}$  – кумулянт порядка  $k_1$  и  $k_2$ .

При этом, если случайные величины являются независимыми, то их совместную кумулянтную функцию можно представить в виде суммы кумулянтных функций каждой случайной величины. Отсюда следует, что у независимых случайных величин смешанные кумулянты равны нулю. Таким образом, задачу слепого разделения двух вещественных сигналов можно свести к нахождению такой матрицы  $W$ , чтобы все смешанные кумулянты выходных сигналов  $y_1$  и  $y_2$  были равны нулю. Для того, чтобы найти размешивающую матрицу  $W$ , удовлетворяющую вышеприведенным условиям, необходимо определить, как зависят кумулянты  $y_1$  и  $y_2$  от кумулянтов исходных сигналов  $x_1$  и  $x_2$  и матрицы  $W$ . Для этого воспользуемся следующим выражением для кумулянтной функции смешанных случайных величин:

$$\Psi_Y(v_1, v_2) = \Psi_{AX}(v_1, v_2) = \Psi_X(a_{11}v_1 + a_{21}v_2, a_{12}v_1 + a_{22}v_2) = \sum_{k_1=0}^{+\infty} \sum_{k_2=0}^{+\infty} \frac{i^{k_1+k_2}}{k_1!k_2!} \mu_{k_1k_2}^X (a_{11}v_1 + a_{21}v_2)^{k_1} (a_{12}v_1 + a_{22}v_2)^{k_2} = \sum_{k_1=0}^{+\infty} \sum_{k_2=0}^{+\infty} \frac{i^{k_1+k_2}}{k_1!k_2!} \mu_{k_1k_2}^Y v_1^{k_1} v_2^{k_2}, \quad (3)$$

где  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ ;  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ ;  $\mu_{k_1k_2}^X$  – кумулянт порядка  $k_1$  и  $k_2$  для сигналов  $x_1$  и  $x_2$ ;  $\mu_{k_1k_2}^Y$  – кумулянт порядка  $k_1$  и  $k_2$  для сигналов  $y_1$  и  $y_2$ .

Раскладывая соотношение (3) в степенной ряд, получим следующие соотношения для кумулянтов второго порядка:

$$\begin{aligned} \mu_{20}^Y &= a_{11}^2 \mu_{20}^X + 2a_{11}a_{12} \mu_{11}^X + a_{12}^2 \mu_{02}^X; \\ \mu_{11}^Y &= a_{11}a_{21} \mu_{20}^X + a_{11}a_{22} \mu_{11}^X + a_{12}a_{21} \mu_{11}^X + a_{12}a_{22} \mu_{02}^X; \\ \mu_{02}^Y &= a_{21}^2 \mu_{20}^X + 2a_{21}a_{22} \mu_{11}^X + a_{22}^2 \mu_{02}^X. \end{aligned} \quad (4)$$

В рамках решения задачи слепого разделения сигналов необходимо, чтобы смешанный кумулянт второго порядка был равен нулю:

$$\mu_{11}^Y = a_{11}a_{21} \mu_{20}^X + a_{11}a_{22} \mu_{11}^X + a_{12}a_{21} \mu_{11}^X + a_{12}a_{22} \mu_{02}^X = 0. \quad (5)$$

Однако если бы были оставлены только эти ограничения, то тогда было бы возможно получение тривиального решения (все элементы матрицы  $W$  равны нулю). Действительно, в этом случае независимо от входных сигналов  $x_1$  и  $x_2$ , выходные сигналы  $y_1$  и  $y_2$  в любой момент времени равны нулю, и соответственно равны нулю их смешанные кумулянты. Для того, чтобы избежать подобного решения, также требуется, чтобы дисперсия выборки сигналов  $y_1$  и  $y_2$  была равна единице. Тем самым, тривиальное решение было исключено из множества допустимых решений. Таким образом, решение задачи слепого разделения сигналов должно подчиняться следующим ограничениям:

$$\begin{aligned} \mu_{20}^Y &= a_{11}^2 \mu_{20}^X + 2a_{11}a_{12} \mu_{11}^X + a_{12}^2 \mu_{02}^X = 1; \\ \mu_{02}^Y &= a_{21}^2 \mu_{20}^X + 2a_{21}a_{22} \mu_{11}^X + a_{22}^2 \mu_{02}^X = 1; \\ \mu_{11}^Y &= a_{11}a_{21} \mu_{20}^X + a_{11}a_{22} \mu_{11}^X + a_{12}a_{21} \mu_{11}^X + a_{12}a_{22} \mu_{02}^X = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим уравнение  $a_{11}^2 \mu_{20}^X + 2a_{11}a_{12} \mu_{11}^X + a_{12}^2 \mu_{02}^X = 1$ . Относительно переменной  $a_{11}$  оно является квадратным:

$$a_{11}^2 (\mu_{20}^X) + 2a_{11} (a_{12} \mu_{11}^X) + (a_{12}^2 \mu_{02}^X - 1) = 0. \quad (7)$$

Тогда дискриминант этого уравнения будет равен:

$$\frac{D}{4} = \mu_{20}^X - a_{12}^2 (\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2). \quad (8)$$

Для того, чтобы существовали решения уравнения (7), дискриминант  $D$  должен быть неотрицательным:

$$\mu_{20}^X - a_{12}^2 (\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2) \geq 0. \quad (9)$$

Так как  $\mu_{20}^X$  и  $\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2$  являются положительными числами, то введя вспомогательную переменную  $t_1$ , выразим переменную  $a_{12}$  следующим образом:

$$a_{12} = \sqrt{\frac{\mu_{20}^X}{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \sin(t_1). \quad (10)$$

Зная вид  $a_{12}$ , можно записать вид переменной  $a_{11}$ :

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{-a_{12}\mu_{11}^X \pm \sqrt{\mu_{20}^X - a_{12}^2 \left( \mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2 \right)}}{\mu_{20}^X} = \\
 &= \frac{-\sqrt{\frac{\mu_{20}^X}{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \sin(t_1) \mu_{11}^X \pm \sqrt{\mu_{20}^X - a_{12}^2 \left( \mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2 \right)}}{\mu_{20}^X} = \\
 &= \sqrt{\frac{1}{\mu_{20}^X}} \left( \cos(t_1) - \frac{\mu_{11}^X}{\sqrt{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \sin(t_1) \right).
 \end{aligned} \tag{11}$$

Аналогично получаются выражения для  $a_{21}$  и  $a_{22}$ :

$$a_{21} = \sqrt{\frac{1}{\mu_{20}^X}} \left( \cos(t_2) - \frac{\mu_{11}^X}{\sqrt{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \sin(t_2) \right); \quad a_{22} = \sqrt{\frac{\mu_{20}^X}{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \sin(t_2), \tag{12}$$

где  $t_2$  – вспомогательная переменная.

Подставив полученные выражения для  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$  в уравнение (5) и упростив его, можно получить, что  $\cos(t_1 - t_2) = 0$ .

Подставив  $t_1 = t$ ,  $\cos(t_1) = \cos(t)$ ,  $\sin(t_1) = \sin(t)$ ,  $\cos(t_2) = -\sin(t)$ ,  $\sin(t_2) = \cos(t)$  в (10), (11) и (12) найдем выражения для всех коэффициентов  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$  от одной переменной  $t$ :

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \sqrt{\frac{1}{\mu_{20}^X}} \left( \cos(t) - \frac{\mu_{11}^X}{\sqrt{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \sin(t) \right); \quad a_{12} = \sqrt{\frac{\mu_{20}^X}{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \sin(t); \\
 a_{21} &= \sqrt{\frac{1}{\mu_{20}^X}} \left( -\sin(t) - \frac{\mu_{11}^X}{\sqrt{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \cos(t) \right); \quad a_{22} = \sqrt{\frac{\mu_{20}^X}{\mu_{20}^X \mu_{02}^X - (\mu_{11}^X)^2}} \cos(t),
 \end{aligned} \tag{13}$$

где  $t \in \mathbb{R}$ . Однако так как величины (13) являются  $2\pi$ -периодическими, то достаточно рассматривать любой интервал длины  $2\pi$ .

Тем самым, решением системы уравнений (6) являются коэффициенты (13) с одной степенью свободы  $t$ . Для того, чтобы получить единственное решение системы уравнений (6), необходимо наложить еще одно ограничение. В качестве такого ограничения выбрано равенство нулю смешанного кумулянта четвертого порядка  $\mu_{22}^Y$ :

$$\begin{aligned}
 \mu_{22}^Y(t) &= a_{11}^2(t) a_{21}^2(t) \mu_{40}^X + 2a_{11}^2(t) a_{21}(t) a_{22}(t) \mu_{31}^X + a_{11}^2(t) a_{22}^2(t) \mu_{22}^X + \\
 &+ 2a_{11}(t) a_{12}(t) a_{21}^2(t) \mu_{31}^X + 4a_{11}(t) a_{12}(t) a_{21}(t) a_{22}(t) \mu_{22}^X + 2a_{11}(t) a_{12}(t) a_{22}^2(t) \mu_{13}^X + \\
 &+ a_{12}^2 a_{21}^2 \mu_{22}^X + 2a_{12}^2(t) a_{21}(t) a_{22}(t) \mu_{13}^X + a_{12}^2(t) a_{22}^2(t) \mu_{04}^X = 0.
 \end{aligned} \tag{14}$$

В работе используется смешанный кумулянт четвертого порядка по следующим причинам. Смешанных кумулянтов первого порядка не существует. Смешанные кумулянты второго порядка уже были использованы для приведения сигналов к некоррелированному виду. Смешанные кумулянты нечетных порядков равны нулю для сигналов с симметричной плотностью вероятности и приводят к тривиальному тождеству. Смешанные кумулянты четных порядков выше четырех не представляется

возможным привести к нулю линейным преобразованием случайных величин аналитическими методами. Исследование возможности приведения кумулянтов четвертых порядков  $\mu_{13}$  и  $\mu_{31}$  к нулю аналитическими методами не проводилось. Подставив коэффициенты (13) в уравнение (14), получим уравнение четвертого порядка относительно  $x = \frac{\sin(t)}{\cos(t)}$  с асимметричными коэффициентами:

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 - Bx + A = 0. \quad (15)$$

Записанное уравнение (15) можно привести к квадратному используя замену  $y = x - \frac{1}{x}$  и решить аналитически, не используя итерационных методов. Таким образом, разработанный метод слепого разделения сигналов позволяет находить размещающую матрицу  $W$  для любых независимых сигналов  $s_1$  и  $s_2$ , кроме тех, у которых кумулянты четвертого порядка равны нулю. Для таких величин разработанный метод способен только привести их смесь к двум некоррелированным сигналам.

## 2. Результаты моделирования

В реальных системах связи помимо полезных сигналов в каналах приемника присутствуют дополнительные помехи [19]. Они ухудшают качество разделения сигналов, так как система уравнений смешивания входных сигналов становится переопределенной. Тем самым реальную модель смешивания сигналов можно представить в виде линейной комбинации полезных сигналов и аддитивного шума:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z \\ z \end{pmatrix}, \quad (16)$$

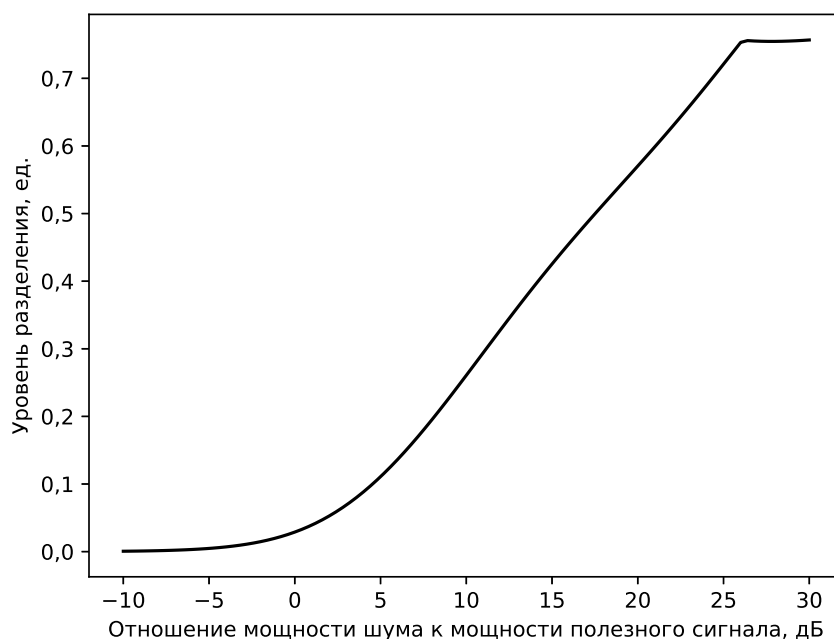
где  $z$  – дополнительная помеха.

Для проверки работоспособности разработанного метода слепого разделения сигналов создана математическая модель и проведено компьютерное моделирование. В ходе моделирования генерировались статистически независимые сигналы, из которых составлялась линейная смесь сигналов, подаваемая на вход слепого алгоритма разделения сигналов. Смесь сигналов состояла из суммы линейной комбинации сгенерированных независимых сигналов и собственных шумов. В качестве помехи был выбран гауссовый шум. Для расчета кумулянтов входных сигналов по их отсчетам были выбраны стандартные смещенные оценки:

$$\begin{aligned} \mu_{20}^X &= m_{20} - m_{10}^2; \mu_{02}^X = m_{02} - m_{01}^2; \\ \mu_{11}^X &= m_{11} - m_{10}m_{01}; \\ \mu_{40}^X &= m_{40} - 3m_{20}^2 - 4m_{10}m_{30} + 12m_{10}^2m_{20} - 6m_{10}^4; \\ \mu_{31}^X &= m_{31} - 3m_{11}m_{20} + 6m_{10}^2m_{11} - m_{01}m_{30} + 6m_{10}m_{01}m_{20} - 6m_{10}^3m_{01}; \\ \mu_{22}^X &= m_{22} - 2m_{11}^2 - 2m_{10}m_{12} - m_{20}m_{02} + 2m_{10}^2m_{02} - 2m_{01}m_{21} + \\ &\quad + 8m_{10}m_{01}m_{11} + 2m_{01}^2m_{20} - 6m_{10}^2m_{01}^2; \\ \mu_{13}^X &= m_{13} - 3m_{11}m_{02} + 6m_{01}^2m_{11} - m_{10}m_{03} + 6m_{01}m_{10}m_{02} - 6m_{01}^3m_{10}; \\ \mu_{04}^X &= m_{04} - 3m_{02}^2 - 4m_{01}m_{03} + 12m_{01}^2m_{02} - 6m_{01}^4, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $m_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_{1n}^i x_{2n}^j$ ;  $N$  – объем выборки;  $x_{in}$  –  $n$ -й отсчет сигнала  $x_i$ .

В ходе слепого разделения сигналов подбирались такие значения элементов матрицы  $W$ , чтобы смешанные кумулянты второго и четвертого порядков выходных



Зависимость уровня разделения выходных сигналов от отношения мощности собственных шумов каналов приема к мощности полезных сигналов

сигналов были равны нулю. В качестве критерия разделения сигналов размещивающая матрица  $W$  перемножалась со смешивающей матрицей  $A$ , а затем вычислялся уровень разделения  $PI$  произведения  $WA$  по следующей формуле [20]:

$$PI(G) = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^2 \left( \sum_{m=1}^2 \frac{|g_{nm}|^2}{\max |g_{nk}|^2} - 1 \right) + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^2 \left( \sum_{m=1}^2 \frac{|g_{mn}|^2}{\max |g_{kn}|^2} - 1 \right), \quad (18)$$

где  $G = WA$ ;  $g_{mn}$  – элемент матрицы  $G$  на пересечении строки  $m$  и столбца  $n$ .

Чем ближе уровень разделения к нулю, тем больше матрица похожа на диагональную матрицу с учетом перестановок. Меняя мощность собственных шумов по отношению к мощностям полезных сигналов, на выходе модели разделения сигналов были получены различные значения уровня разделения. Зависимость уровня разделения сигналов от мощности собственных шумов представлена на рис. По рисунку можно видеть, что при отношении собственных шумов к мощности полезных сигналов меньше 0 дБ, матрица  $WA$  близка к диагональной. При отношении мощности шума к мощности полезного сигнала, равном примерно 25 дБ, виден резкий перелом графика. Связано это с тем, что при низком уровне полезных сигналов на фоне помех статистические свойства полезных сигналов несут незначительные и алгоритм слепого разделения сигналов перестраивается на разделение других сигналов.

## Заключение

В статье изложен новый метод слепого разделения двух вещественных сигналов с использованием смешанных кумулянтов четвертого порядка. Новизна метода заключается в том, что решение задачи является аналитическим, тогда как ранее известные

методы являются итерационными и не всегда обеспечивают сходимость. Построена модель смешивания сигналов, рассчитаны кумулянты выходных сигналов, приведен критерий разделения сигналов. Также была создана модель разделения сигналов. В ходе моделирования была построена зависимость уровня разделения сигналов от мощности собственных шумов. Тем самым продемонстрирована работоспособность метода при отношении шумов входных сигналов к мощности полезных сигналов менее 0,2 дБ.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 19-37-90010.*

## Литература

1. Cardoso, J.-F. Blind Signal Separation: Statistical Principles / J.-F. Cardoso // Proceedings of the IEEE. – 1998. – V. 86, № 10. – P. 2009–2025.
2. Hyvärinen, A. Survey on Independent Component Analysis / A. Hyvärinen // Neural Computing Surveys. – 1999. – № 2. – P. 94–128.
3. Wu Xing-Jie. An Improved Group BSS-CCA Method for Blind Source Separation of Functional MRI Scans of the Human Brain / Wu Xing-Jie, Hu Yun-an, Li Ming, Zeng Ling-Li, Shen Hui, Hu Dewen // Proceedings ICBDA. – 2017. – P. 758–761.
4. Bhandari, R. A Literature Survey on BSS Approaches for MIMO-OFDM Detection / R. Bhandari, S. Jadhav // Proceedings ICCUBE. – 2015. – P. 238–241.
5. Chao-Cheng Tu. Subspace. Blind MIMO-OFDM Channel Estimation with Short Averaging Periods: Performance Analysis / C. Tu, B. Champagne // IEEE Wireless Communications and Networking Conference. – 2008. – P. 24–29.
6. Sarperi, L. Blind OFDM Receiver Based on Independent Component Analysis for Multiple-Input Multiple-Output Systems / L. Sarperi, X. Zhu, A.K. Nandi // IEEE Transactions on Wireless Communications. – 2007. – V. 6. – P. 4079–4089.
7. Sahroni, A. Performance of Blind Source Separation (BSS) Techniques for Mixed Source Signals of EEG, ECG, and Voice Signal / A. Sahroni, H. Setiawan, E. Marfianti // Proceedings IWCI. – 2014. – P. 213–217.
8. Lin Hongyi. A Single-Channel BSS Method Based on ICEEMDAN and FastICA and Its Application in EMI Analysis / Hongyi Li, Wei Lin, Di Zhao // Proceedings ICCSE. – 2019. – P. 780–784.
9. Аджемов, С.С. Слепое разделение сигналов на основе сдвиговых статистик / С.С. Аджемов, А.А. Кучумов, Д.В. Савостьянов // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2009. – Спецвыпуск. – С. 16–19.
10. Кучумов, А.А. Эффективность использования алгоритмов слепой обработки для разделения сигналов с различными типами модуляции / А.А. Кучумов, Н.Е. Мирошникова // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2016. – Т. 10, № 5. – С. 17–20.
11. Belouchrani, A. Second-Order Blind Separation of Temporally Correlated Sources / A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, J.-F. Cardoso, E. Moulines // Proceedings International Conference on Digital Signal Process. – 1993. – P. 346–351.
12. Cardoso, J.-F. Blind Beamforming from Non-Gaussian Signals / J.-F. Cardoso, A. Souloumiac // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. – 1993. – V. 140, № 6. – P. 362–370.
13. Tong Lang. Indeterminacy and Identifiability of Blind Identification / Lang Tong, Vic Soon, Yih-Fang Huang, Raymond Liu // IEEE Transactions on Circuits and Systems. – 1991. – № 38. – P. 499–509.



14. Koldovský, Z. Efficient Variant of Algorithm FastICA for Independent Component Analysis Attaining the Cramér-Rao Lower Bound / Z. Koldovský, P. Tichavský, E. Oja // IEEE Transactions on Neural Networks. – 2006. – V. 17, № 5. – P. 1265–1277.
15. Припутин, В.В. Метод слепого разделения сигналов на базе статистик второго порядка в задаче пространственно-поляризационной селекции / В.В. Припутин // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2014. – № 6. – С. 36–39.
16. Kuchumov, A.A. Blind Two Real Signals Separation Method Based on Third Order Cumulants / A.A. Kuchumov, N.Y. Liberovskiy, V.S. Priputin // Proceedings Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. – 2019. – P. 1–4.
17. Малахов, А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований / А.Н. Малахов. – М.: Советское радио, 1978.
18. Левин, Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – М.: Радио и связь, 1989.
19. Стратонович, Р.Л. Принципы адаптивного приема / Р.Л. Стратонович. – М.: Советское радио, 1973.
20. Mesloub, A. A New Algorithm for Complex Non-Orthogonal Joint Diagonalization Based on Shear and Givens Rotations / A. Mesloub, K. Abed-Meraim, A. Belouchrani // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2014. – V. 62, № 8. – P. 1913–1925.

Никита Юрьевич Либеровский, аспирант, Московский технический университет связи и информатики (г. Москва, Российская Федерация), liberovsky.nikita@mail.ru.

Денис Сергеевич Чиров, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Радиотехнические системы», Московский технический университет связи и информатики (г. Москва, Российская Федерация), chirov@srd.mtu.ru.

Владимир Сергеевич Припутин, кандидат технических наук, заведующий научно-исследовательской лабораторией научно-исследовательской части, Московский технический университет связи и информатики (г. Москва, Российская Федерация), v.priputin@gmail.com.

*Поступила в редакцию 22 марта 2020 г.*

MSC 03C98

DOI: 10.14529/mmp200204

## DEVELOPMENT OF THE TWO REAL SIGNALS BLIND SEPARATION METHOD USING FOURTH-ORDER CUMULANTS

*N.Y. Liberovsky<sup>1</sup>, D.S. Chirov<sup>1</sup>, V.S. Priputin<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russian Federation

E-mails: liberovsky.nikita@mail.ru, chirov@srd.mtu.ru, v.priputin@gmail.com

Currently, blind signal separation methods are used in various fields of human activity, including wireless communication systems, radar and direction finding. This paper describes a method for blindly separating two material radio signals. Blind separation of signals implies that no information about the radio signal other than the received samples is unknown. The solution to this problem is based on two fundamental assumptions performed

in real conditions. The first assumption is that the observed signal linearly depends on the source signal. The second assumption is that the radio sources are statistically independent. The general structure of blind source separation methods can be represented as a combination of a contrast function and a method for its optimization. In known methods, the solution of the SRS problem is carried out by iterative methods. As a criterion for the separation of radio signals in this work, we selected the reduction of the second and fourth order cumulants of the output signals to zero. The proposed analytical solution makes it possible to find a unmixing matrix  $W$  for any independent  $s_1$  and  $s_2$  signals in addition to those for which the fourth order cumulants are equal to zero. For such quantities, this method can only bring their mixture to two uncorrelated signals. In contrast to existing iterative methods, the proposed blind source separation method provides guaranteed convergence of the problem in given constraints. To test the operability of the method, a model of mixing and separation of signals was created, the efficiency of the method was tested at various powers of intrinsic noise in the receiving channels. As a result of modeling the proposed method, a dependence of the signal separation level on the power of intrinsic noise was constructed. The efficiency of the method was demonstrated with a ratio of input signal noise to useful signal power of less than 0,2 dB.

*Keywords: blind signal separation; digital signal processing; cumulant; mathematical modelling; separation level.*

## References

1. Cardoso J.-F. Blind Signal Separation: Statistical Principles. *Proceedings of the IEEE*, 1998, vol. 86, no. 10, pp. 2009–2025.
2. Hyvärinen A. Survey on Independent Component Analysis. *Neural Computing Surveys*, 1999, no. 2, pp. 94–128.
3. Wu Xing-Jie, Hu Yun-an, Li Ming, Zeng Ling-Li, Shen Hui, Hu Dewen. An Improved Group BSS-CCA Method for Blind Source Separation of Functional MRI Scans of the Human Brain. *Proceedings ICBDA*, 2017, pp. 758–761.
4. Bhandari R., Jadhav S. A Literature Survey on BSS Approaches for MIMO-OFDM Detection. *Proceedings ICCUBEA*, 2015, pp. 238–241.
5. Chao-Cheng Tu, Champagne B. Subspace. Blind MIMO-OFDM Channel Estimation with Short Averaging Periods: Performance Analysis. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, 2008, pp. 24–29.
6. Sarperi L., Zhu X., Nandi A.K. Blind OFDM Receiver Based on Independent Component Analysis for Multiple-Input Multiple-Output Systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, vol. 6, pp. 4079–4089.
7. Sahroni A., Setiawan H., Marfianti E. Performance of Blind Source Separation (BSS) Techniques for Mixed Source Signals of EEG, ECG, and Voice Signal. *Proceedings IWCI*, 2014, pp. 213–217.
8. Li Hongyi, Lin Wei, Zhao Di. A Single-Channel BSS Method Based on ICEEMDAN and FastICA and Its Application in EMI Analysis. *Proceedings ICCSE*, 2019, pp. 780–784.
9. Adzhemov S.S., Kuchumov A.A., Savost'janov D.V. [Blind Separation of Signals Based on Shear Statistics]. *T-Comm: Telekommunikacii i transport*, 2009, Special, pp. 16–19. (in Russian)
10. Kuchumov A.A., Miroshnikova N.E. [Efficiency of Using Blind Processing Algorithms to Separate Signals with Different Types of Modulation]. *T-Comm: Telekommunikacii i transport*, 2016, vol. 10, no. 5, pp. 17–20. (in Russian)

11. Belouchrani A., Abed-Meraim K., Cardoso J.-F., Moulines E. Second-Order Blind Separation of Temporally Correlated Sources. *Proceedings International Conference on Digital Signal Process*, 1993, pp. 346–351.
12. Cardoso J.-F., Souloumiac A. Blind Beamforming from Non-Gaussian Signals. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 1993, vol. 140, no. 6, pp. 362–370.
13. Tong Lang, Soon Vic, Huang Yih-Fang, Liu Raymond. Indeterminacy and Identifiability of Blind Identification. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1991, vol. 38, pp. 499–509.
14. Koldovský Z., Tichavský P., Oja E. Efficient Variant of Algorithm FastICA for Independent Component Analysis Attaining the Cramér-Rao Lower Bound. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, vol. 17, no. 5, pp. 1265–1277.
15. Priputin V.S. [The Method of Blind Separation of Signals Based on Second-Order Statistics in the Problem of Spatial Polarization Selection]. *T-Comm: Telekommunikacii i transport*, 2014, no. 6, pp. 36–39. (in Russian)
16. Kuchumov A.A., Liberovskiy N.Y., Priputin V.S. Blind Two Real Signals Separation Method Based on Third Order Cumulants. *Proceedings Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*, 2019, pp. 1–4.
17. Malahov A.N. *Kumuljantnyj analiz sluchajnyh negaussovyh processov i ih preobrazovanij* [Cumulative Analysis of Random Non-Gaussian Processes and Their Transformations]. Moscow, Sovetskoe radio, 1978. (in Russian)
18. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering]. Moscow, Radio i svjaz', 1989. (in Russian)
19. Stratonovich R.L. *Principy adaptivnogo priema* [Adaptive Admission Principles]. Moscow, Sovetskoe radio, 1973. (in Russian)
20. Mesloub A., Abed-Meraim K., Belouchrani A. A New Algorithm for Complex Non-Orthogonal Joint Diagonalization Based on Shear and Givens Rotations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, vol. 62, no. 8, pp. 1913–1925.

*Received March 22, 2020*