

УДК 621.37.01:519.216.3 + 621.391

МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ УЗКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА

Е.А. Петряков, А.Н. Рагозин

В работе приведено сравнение методов прогнозирования числовой последовательности ограниченного по ширине спектра сигнала и оценка точности его прогноза.

Ключевые слова: прогнозирование, авторегрессия, временные ряды, узкополосные сигналы.

На сегодняшний день прогнозирование временных рядов является одним из самых актуальных и перспективных направлений исследований в области обработки сигналов. Оно нашло применение в таких научных дисциплинах, как экономика, медицина, энергетика, статистика, радиолокация и т.д.

Существует большое количество подходов к прогнозированию, но каждый из них дает определенную погрешность, что связано с упрощением модели и не всегда подходит для сложных сигналов. Одним из самых простых является метод авторегрессии [1,4,5], однако не существует общего подхода к подбору параметров его модели и контролю ошибки на всей длине прогнозируемой числовой последовательности. В связи с этим не учитываются случаи присутствия в рядах динамики (кроме известного случая линейной регрессии) временного тренда и экзогенных воздействий, что сужает область их прогнозирования [2]. Самое лучшее, что предлагается в литературе – это априорная установка значения некоторых параметров моделей.

В среде matlab есть стандартная функция создания полиномиальной модели авторегрессии *ar*, которая возвращает весовые коэффициенты модели, но не позволяет сказать, какой у нее должен быть порядок [5]. Таким образом, встала задача определить оптимальный порядок и определить участок временного ряда, под который будет подгоняться модель. Для определения порядка необходимо проводить обучение модели на выбранном участке известного сигнала, контролируя ошибку.

Вначале задача была решена «в лоб». В качестве исследуемой последовательности были взяты 100 отсчетов реального узкополосного сигнала. Модель подгонялась под длину всего сигнала. Порядок подбирался по учебному участку – последние 3 отсчета известного сигнала – методом минимизации максимума ошибки (применять метод наименьших квадратов (МНК) не рекомендуется в [3], в правоте чего мы убедились в ходе эксперимента). Прогнозирование осуществляется на 20 отсчетов. И в результате нашего примера, модель имеет невысокую точность – порядка 7,5 % (рис. 1). Задача – увеличить точность.

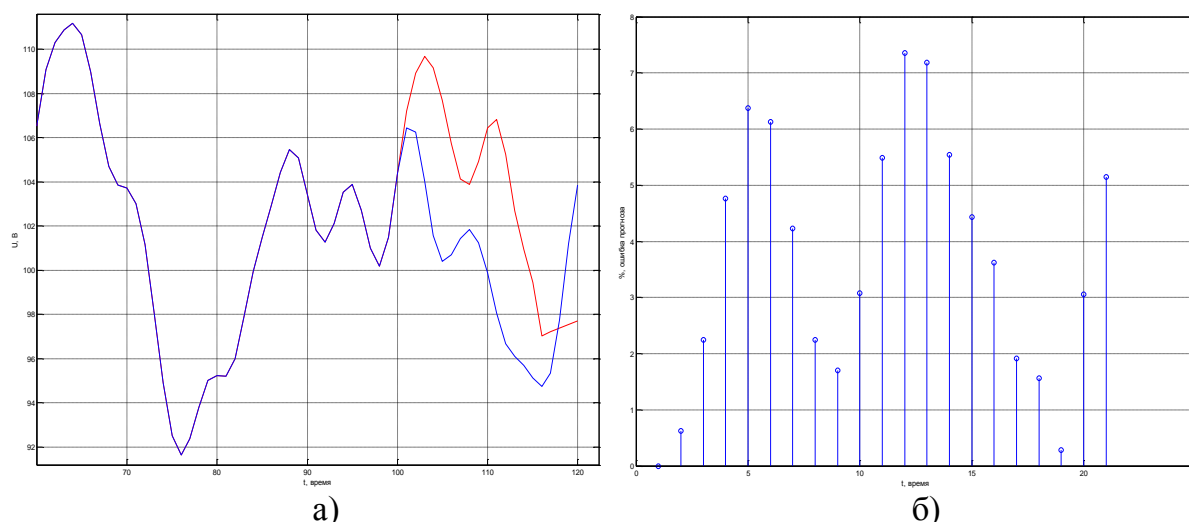


Рис. 1. Прогнозирование сигнала «в лоб» с помощью модели AR (а) и график ошибки прогноза в данном случае (б)

Теперь рассмотрим структуру исследуемого сигнала и определим, какие именно значения мы будем подбирать. На рис. 2 представлено разбиение исходного сигнала (s) на фрагменты (m , L), а так же прогноз, который мы должны получить (p). Суть метода – перебирая все возможные значения длин m и L , а так же порядка n , добиться минимума ошибки прогноза последовательности m на участке L , а затем достроить прогноз p на основе модели авторегрессии, полученной по участку m .

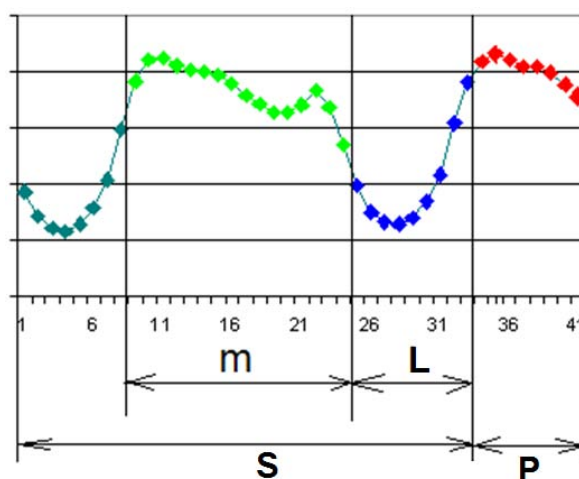


Рис. 2. Структурная модель прогнозируемого сигнала

Было исследовано несколько сигналов с разной шириной спектров, прогноз велся на 20 отсчетов, длина сигналов – 100 отсчетов.

Решим сначала ту же задачу, для которой мы применяли упрощенную адаптацию только по порядку модели.

Как мы видим на рис. 3, нам удалось добиться большой точности для $m=61$ и $L=2$, а отклонение от реального значения не превышает 2,5 %.

Рассмотрим так же сигнал со спектром в два раза шире предыдущего и определим, как изменятся отклонения и параметры для новой модели.

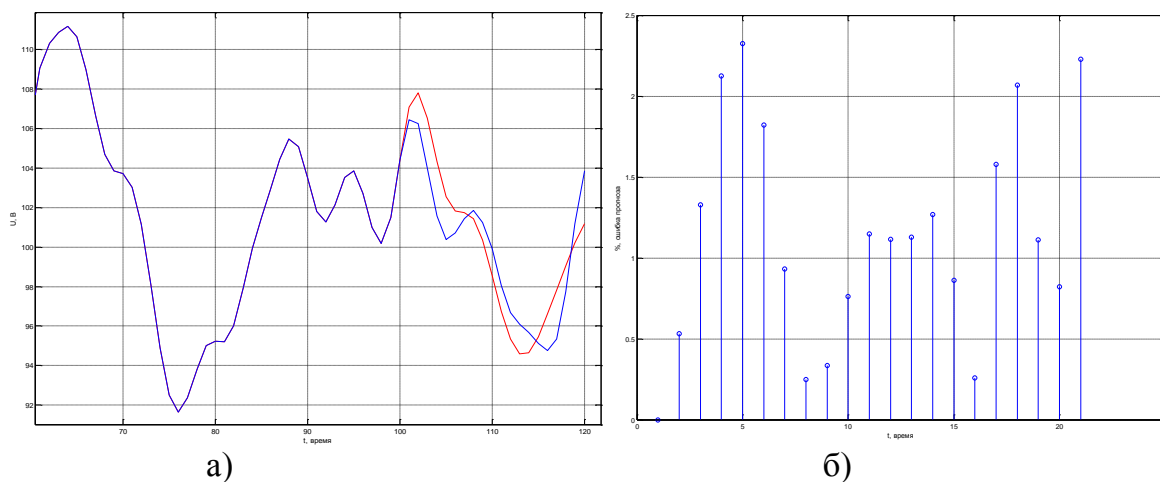


Рис. 3. Построение прогноза для узкополосного сигнала адаптивной моделью AR (а) и график модуля относительной ошибки для прогноза адаптивной моделью AR (б)

Как мы можем видеть на рис. 4, точность стала хуже, $m=91$ и $L=9$, а максимальное отклонение от реального значения уже приближается к 8 %, появились нежелательные выбросы. Можно выдвинуть гипотезу, что на нашу модель влияет высокочастотная компонента сигнала.

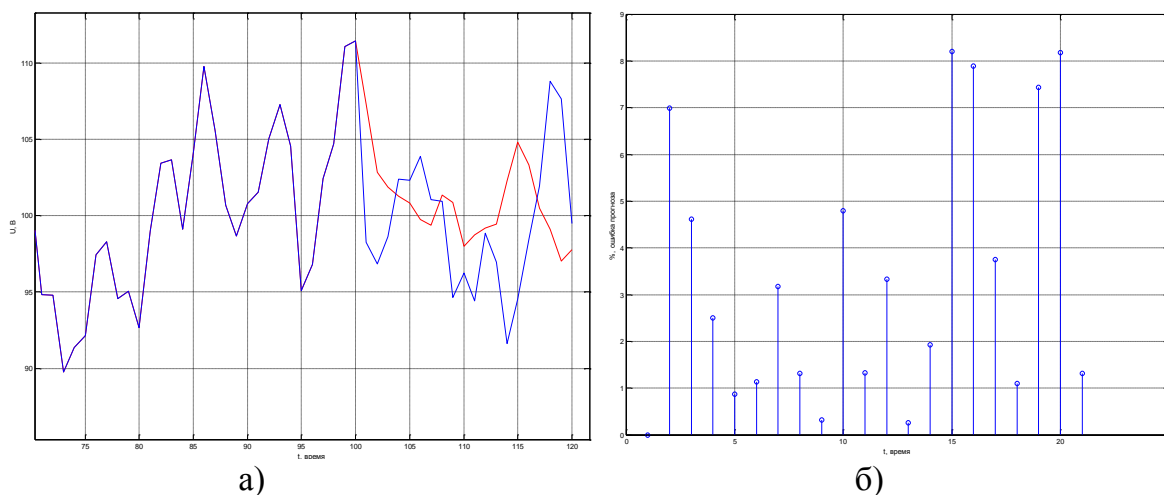


Рис. 4. Построение прогноза для широкополосного сигнала адаптивной моделью AR (а) и график модуля относительной ошибки для прогноза адаптивной моделью AR (б)

Если мы возьмем полосу спектра в 2 раза уже, чем в первом рассмотренном случае, то получим ярко выраженную степенную зависимость ошибки с увеличением прогноза. Можно выдвинуть гипотезу, что на нашу модель влияет низкочастотная компонента сигнала.

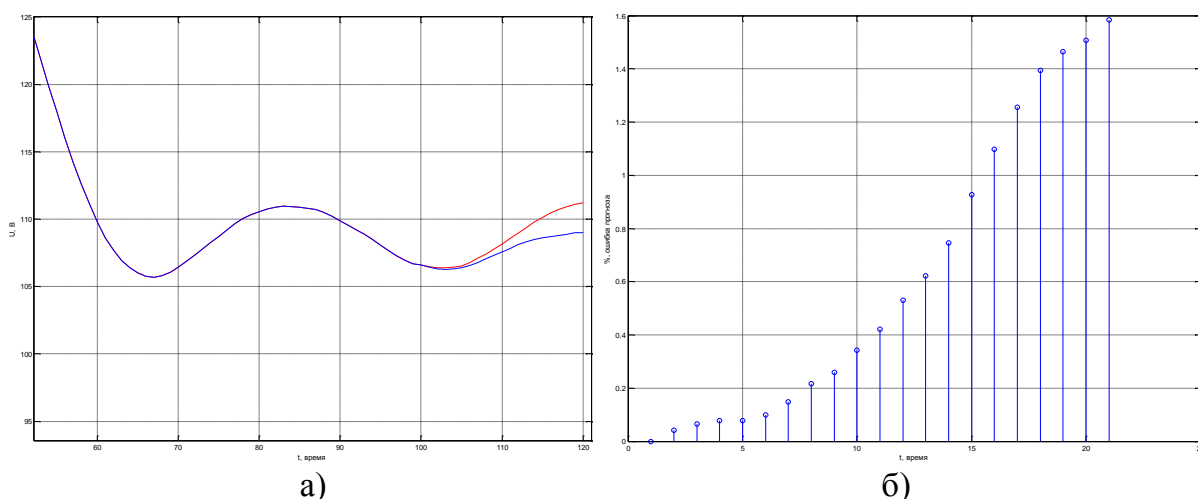


Рис. 5. Построение прогноза для узкополосного сигнала адаптивной моделью AR (а) и график модуля относительной ошибки для прогноза адаптивной моделью AR (б)

Таким образом, был автоматизирован выбор параметров модели, что повысило точность прогноза.

Обобщая, отметим, что предложенный подход позволил осуществить уже структурную идентификацию, не предполагая априорного количественного знания отдельных параметров. В дальнейшем предполагается применять данный метод для анализа кратно-масштабированных по частоте последовательностей. Так же предстоит выяснить, можно ли обнаруживать высокочастотные и низкочастотные компоненты, влияющие на устойчивость модели и устранять их.

Библиографический список

1. Семенычев, В.К. Идентификация экономической динамики на основе моделей авторегрессии / В. К. Семенычев. – Самара.: АНО «Изд-во СНЦ РАН», 2004. – 243 с.
2. Семенычев, В.К. Эконометрическое моделирование и прогнозирование рядов динамики на основе параметрических моделей авторегрессии: дис. ... д-ра экон. наук / В.К. Семенычев. – Самара: Самар. гос. аэрокосмический ун-т им. акад. С.П. Королева, 2005. – 306 с.
3. Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 2. / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир. 1974. – 197 с.
4. Айвазян, С.А. Прикладная статистика. Теория вероятностей и прикладная статистика / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2001. – 656 с.
5. Чучуева, И.А. Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия: автореф. дис. ... канд. техн. наук / И.А Чучуева. – М., 2012. – 16 с.

[К содержанию](#)