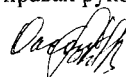


02.00.04  
Г012

На правах рукописи



Головня Оксана Александровна

**Влияние магнитного поля на результаты  
вискозиметрических экспериментов с жидкими  
металлами**

Специальность 02.00.04 – физическая химия

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Челябинск  
2011



Работа выполнена на кафедре общей и теоретической физики Южно-Уральского государственного университета.

Научный руководитель – доктор физико-математических наук,  
профессор  
Бескачко Валерий Петрович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Попель Петр Станиславович,  
кандидат физико-математических  
наук, доцент  
Майер Александр Евгеньевич

Ведущая организация – Институт металлургии УрО РАН

Защита состоится «\_\_» \_\_\_\_\_ 2011 г., в 14 ч, на заседании диссертационного совета Д 212.298.04 при Южно-Уральском государственном университете (ЮУрГУ) по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, ауд. 1001.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета.

Ваш отзыв на автореферат в одном экземпляре, заверенный гербовой печатью, просим направлять по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, ученый совет. Тел. (351) 267-91-23, факс (351) 267-92-28.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного  
совета, д. т. н.

Рожин А.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

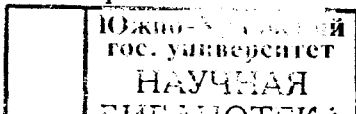
### Актуальность проблемы

Несмотря на долгую историю исследований и огромный объем накопленного материала о физико-химических свойствах электронных расплавов, остается множество нерешенных вопросов, относящихся по большей части к высокотемпературным состояниям этих систем. Так, выполненный в 2006 году Международным союзом по чистой и прикладной химии (IUPAC) анализ имеющихся опытных данных о вязкости и плотности жидких алюминия и железа [1] показал, что разница в оценках вязкости для Al достигает 400%, а для Fe – более 100%. Принимая во внимание, что данные о свойствах низкотемпературных и химически инертных жидкостей согласуются намного лучше, это означает, что существуют факторы, роль которых в процессе измерений пренебрежимо мала при низкой температуре, но возрастает по мере ее повышения настолько, что существенно изменяются данные прямых измерений. Это позволяет выдвинуть предположение, что одним из главных среди таких факторов является взаимодействие проводящего расплава с электромагнитным полем, возникающим в системе нагрева вискозиметра при пропускании через нее мощных электрических токов.

Комиссия по транспортным свойствам IUPAC в случае физико-химических экспериментов над жидкими металлами была вынуждена ослабить свои требования, обеспечивающие точность и воспроизводимость опытных данных. По-видимому, здесь нарушается главное из них: методика измерений должна опираться на полные рабочие уравнения, то есть, уравнения, учитывающие все факторы, способные повлиять на результаты измерений больше, чем на величину случайной ошибки. В качестве такого фактора может выступать магнитное поле в рабочем объеме установки. Если это предположение окажется правильным, тогда требованиям IUPAC можно удовлетворить, либо пополнив вискозиметрические уравнения учетом эффектов, связанных с магнитным полем, либо используя какие-либо иные методы нагрева образцов помимо джоулевого нагрева. Важным требованием IUPAC является также необходимость проведения измерений с высокой степенью точности. С момента становления основного метода определения вязкости жидких металлов – метода крутильных колебаний – техника измерений и средства их обработки шагнули далеко вперед. Поэтому можно попытаться улучшить качество измерений и за счет использования более информативных способов регистрации колебаний и современных методов оценки их параметров.

В связи с высказанными обстоятельствами является актуальным развитие теоретических основ методов измерения физико-химических свойств высокотемпературных проводящих расплавов, адекватно учитывающих все факторы, существующие в натурных экспериментах.

**Цель работы** состоит в изучении механизмов влияния внешнего магнитного поля на движение крутильного вискозиметра, оценке наблюдаемости МГД-эффектов и совершенствовании методики и техники экспериментов.



В соответствии с этим были поставлены следующие основные задачи работы:

1) разработать методику локальной оценки параметров колебаний подвеса крутильного вискозиметра, ориентированную на эксперименты с «непрерывной» записью закона движения и способную идентифицировать изменение этих параметров в процессе колебаний;

2) разработать численную модель движения крутильного вискозиметра в магнитном поле, исходящую из точных уравнений движения для заполняющего его расплава и не опирающуюся на приближения, обычно используемые в существующих вискозиметрических теориях;

3) в рамках предлагаемой модели исследовать механизмы влияния магнитного поля на процессы затухания и возбуждения момента импульса в проводящей жидкости, рассмотрев хорошо изученные (в отсутствие поля) задачи спинапа и спин-дауна;

4) с помощью численных экспериментов изучить влияние магнитного поля на движение расплава в крутильном вискозиметре и регистрируемые на опыте параметры его колебаний;

5) для условий, свойственных натурным экспериментам, оценить величину магнитогидродинамических эффектов и их влияние на эффективную вязкость расплава. Сопоставить предсказываемую величину вклада МГД-эффектов в эффективную вязкость с отмечаемой в литературе неопределенностью данных по вязкости высокотемпературных металлических расплавов. Дать рекомендации по выполнению экспериментов и интерпретации их результатов.

#### **Научная новизна работы**

В диссертационной работе впервые:

1) предложены методы локальной обработки первичных данных вискозиметрических экспериментов, позволяющие идентифицировать наступление режима установившихся колебаний и его параметры;

2) продемонстрировано существование больших времен релаксации избыточного момента импульса, приобретаемого системой при возбуждении колебаний и их влияние на регистрируемые в натуральных экспериментах параметры;

3) построена численная модель крутильного вискозиметра, заполненного проводящей жидкостью и помещенного в магнитное поле, не опирающаяся на приближения, принятые в известных аналитических теориях;

4) показано, что в процессе затухания колебаний вискозиметра важную роль играют эффекты разгона-торможения жидкости в пограничных слоях Экмана-Гартмана, а не только диффузия скорости от движущихся границ, как считалось ранее;

5) выполнено численное моделирование экспериментов с крутильным вискозиметром в магнитном поле для условий, встречающихся на практике. Показано, что МГД-эффекты становятся существенными уже в сравнительно слабых полях (порядка  $10^{-2}$  Тл) и ведут к полевым зависимостям параметров колебаний,

согласующимся качественно и количественно с наблюдаемыми в натуральных экспериментах с контролируемым магнитным полем.

**Достоверность и обоснованность** результатов работы обеспечивается: использованием фундаментальных принципов физико-химической и магнитной гидродинамики, современных методов численного моделирования движений жидкостей; сравнением полученных результатов с данными аналитических теорий и натуральных экспериментов.

**Практическое значение полученных результатов.** Развиваемые в работе представления и созданное программное обеспечение важны для совершенствования методики и техники исполнения вискозиметрических экспериментов с высокотемпературными проводящими расплавами, а также интерпретации получаемых результатов.

**Личный вклад соискателя.** Измерение вязкости проводилось проф. Бескачко В.П. и инж. Хисмулиным М.Б. на установке, созданной на кафедре ОТФ ЮУрГУ. Обработка опытных данных, построение модели крутильного вискозиметра в присутствии магнитного поля и ее программная реализация осуществлялись лично автором. Планирование экспериментов, их обсуждение и интерпретация проводились совместно с проф. Бескачко В.П. и проф. Коренченко А.Е. Основные положения диссертационной работы сформулированы автором.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на XI Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов» (Екатеринбург, 2004), VIII Российском семинаре «Компьютерное моделирование физико-химических свойств стекол и расплавов» (Курган, 2006), 23-м Международном Симпозиуме по реологии (Валдай, 2006), XIII Международной конференции «Liquid and amorphous metals» (Екатеринбург, 2007), Всероссийской конференции «Проблемы механики сплошных сред и физики взрыва» (Новосибирск, 2007), XII Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов» (Екатеринбург, 2008).

**Публикации.** Всего по теме диссертации опубликовано 12 работ. Из них 5 – в журналах, рекомендованных ВАК, 1 – в зарубежном журнале.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы из 95 наименований, приложения и содержит 179 страниц текста, включая 7 рисунков и 7 таблиц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, ее цель, научная и практическая ценность исследования, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** рассмотрены современные представления о процессах внутреннего трения в жидкостях, дан критический анализ имеющихся опытных данных о поведении вязкости металлических расплавов как функции параметров их термодинамического состояния, обсуждены представления о микроскопическом строении расплавов, используемые для интерпретации данных о вязкости и

ее зависимости от магнитного поля. Констатируется, что в отсутствие количественной теории внутреннего трения в жидкостях, базирующей на первых физических принципах, для интерпретации данных о вязкости используются представления, заимствованные из теории плотных газов, кристаллических твердых тел или те и другие одновременно в эклектическом единстве. Логическим следствием из этого является наделение жидкостей свойствами, присутствующими в смежных фазах, например, способностью испытывать структурные превращения подобные полиморфным в твердом состоянии (рис. 1). Опытную базу, поддерживающую эти представления, в большинстве своем составляют данные о полимерах вязкости металлических расплавов, интерпретируемые вполне в духе физико-химического анализа, рассматривающего вязкость как структурно-чувствительное свойство. Результаты такого анализа были бы вполне убедительны и требовали своего микроскопического истолкования, если бы опытные данные, полученные разными исследователями, обладали свойством воспроизводимости. Существующее сейчас положение с этим свойством проиллюстрировано на рис. 2 на примере жидкого алюминия. Здесь заштрихованный «коридор» характеризует разброс данных, оцененный IUPAC только по тем работам, которые удовлетворяют его «ослабленным» критериям, упомянутым во Введении. Это означает, что на настоящем этапе исследований целесообразно выявить причины существующих расхождений в опытных данных прежде, чем подвергать эти данные физико-химическому анализу. В качестве одной из, возможно, главных причин рассматривается присутствие в экспериментах контролируемого или нет магнитного поля, а также несовершенство используемых ныне методов регистрации и обработки данных прямых измерений. Высказанные соображения служат основой для формулировки целей и задач настоящего исследования.

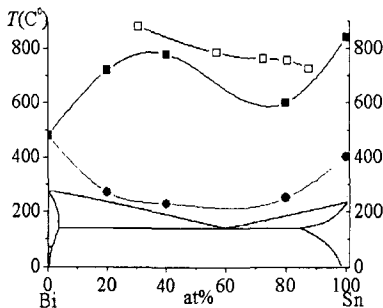


Рис. 1. ■, ● – температурно-индуцированные фазовые переходы в системе Bi-Sn по данным работы [2], □ – [3]

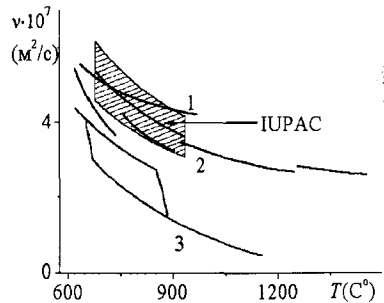


Рис. 2. Полимеры вязкости жидкого алюминия: 1 – данные работы [4], 2 – [5], 3 – [6]

Во второй главе рассмотрены вопросы, касающиеся точности и корректности экспериментального определения параметров колебаний крутильного вискозиметра. В связи с необходимостью идентификации режима установившихся ко-

лебаний ставится задача об определении их параметров по записи закона движения на небольшом временном интервале  $\Delta T$ , много меньшем длительности всего наблюдаемого цикла колебаний – задача локального анализа данных. Для решения этой задачи изучаются возможности методов оптимизации и вейвлет-анализа. Их эффективность оценивается с помощью натурных и численных экспериментов. Далее в главе рассмотрены вопросы, касающиеся качества рабочих уравнений, используемых при интерпретации опытных данных в предположении об отсутствии магнитного поля, формулируется сопряженная краевая задача о движении подвеса вискозиметра и заполняющей его жидкости в возможно наиболее полной постановке – без использования приближений, принятых в существующих аналитических теориях. После этого демонстрируется работоспособность предложенных методов локального анализа.

Во всех известных рабочих уравнениях крутильного вискозиметра в качестве исходных данных используются период  $T$  и декремент  $\delta$  колебаний, оцениваемые в режиме установившихся затухающих колебаний. Регистрируемый на опыте закон движения  $\theta_{\text{exp}}(t)$  отличается от этого режима тем, что: 1) содержит систематические  $\theta_s(t)$  и случайные  $\varepsilon(t)$  погрешности эксперимента и 2) параметры колебаний зависят от времени ( $\delta = \delta(t)$ ,  $T = T(t)$ ), если режим установившихся затухающих колебаний не наступил или невозможен для жидкости данного реологического типа

$$\theta_{\text{exp}}(t) = Ae^{-p(t)} \cos\left(\frac{2\pi}{T(t)}t + \theta_0\right) + \theta_s(t) + \varepsilon(t), \quad (1)$$

где  $p$  – коэффициент затухания ( $p = \delta/T$ ),  $A$  и  $\theta_0$  – некоторые константы, имеющие смысл начальной амплитуды и фазы. Для оценки работоспособности предлагаемых методов локального анализа с помощью (1) моделировался «экспериментальный» закон движения  $\theta_{\text{exp}}(t)$  в котором ошибки  $\varepsilon(t)$  генерировались датчиком случайных чисел с нормальным распределением и параметрами, оцененными по данным натурных экспериментов. Для восстановления параметров колебаний использовались две группы методов: методы оптимизации и методы вейвлет-анализа.

На рис. За показаны результаты восстановления периода колебаний  $T$  с помощью вейвлетов (кривая 2) и метода оптимизации (кривые 3 и 1) по «экспериментальному» закону движения (1), отвечающему режиму установившихся колебаний  $\delta, T = \text{const}$  и  $\varepsilon(t)$  с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ . Величина  $S$  среднеквадратичного отклонения оценки периода от его «истинного» значения показана как функция отношения  $\lambda$  сигнал/шум (отношения текущей амплитуды колебаний к величине  $\sigma$ ). Интервал изменения  $\lambda$  отвечает таковому в натурных экспериментах ( $10 \leq \lambda \leq 20$ ). Видно, что локальная оценка периода с использованием временного окна шириной  $\Delta T \approx T$  с помощью вейвлет-анализа может быть сделана с точностью около 0,2 %. Метод оптимизации может ее улучшить в два и более раз только за счет увеличения ширины окна до  $\Delta T \approx 3T$

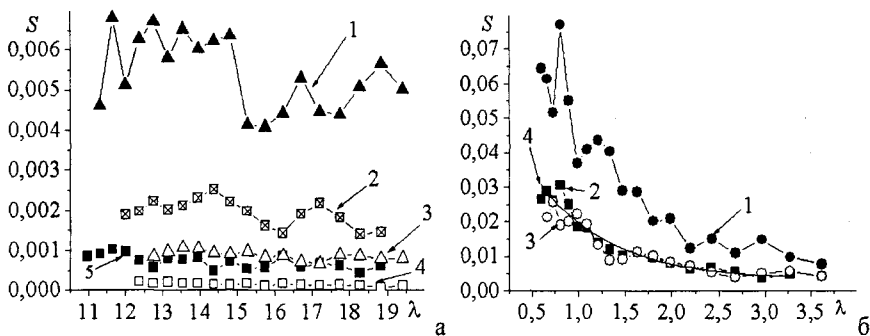


Рис. 3. Зависимости среднеквадратичного отклонения от отношения сигнал/шум: а) 1, 3 – для декремента методом оптимизации при  $\Delta t \approx 3T$  и  $\Delta t \approx 6T$ , 2 – для периода вейвлет-анализом, 4, 5 – для периода методом оптимизации при  $\Delta t \approx 6T$  и  $\Delta t \approx 3T$ ; б) для периода: 1, 3 – методом оптимизации при  $\Delta t \approx T$  и  $\Delta t \approx 2T$ , 2 – вейвлет-анализом; 4 – результат аппроксимации кривой 2 экспоненциальным законом

и более, то есть, за счет «потери локальности». Оценка для декремента колебаний всегда в несколько раз хуже, чем оценка периода при тех же условиях. В рассмотренном интервале  $\lambda$  погрешности в определении  $T$  и  $\delta$  практически не зависят от отношения сигнал/шум. Зависимость от  $\lambda$  становится существенной при  $\lambda \sim 1$ , что на практике соответствует «хвостам» регистрируемого закона движения (рис. 3б).

Переходные процессы, ведущие к режиму установившихся колебаний не описываются в рамках известных вискозиметрических теорий ввиду принятых в них приближений. Эти приближения состоят в предположении о достаточной малости амплитуды колебаний, в возможности пренебречь всеми компонентами поля скорости, кроме азимутальной (то есть всеми вторичными течениями), в наличии цилиндрической симметрии течения и, наконец, постулируется существование режима установившихся колебаний. Кроме того, всегда неявно предполагается, что при описании движения подвеса можно пренебречь возбуждением всех его степеней свободы, кроме крутильных колебаний. В этих условиях уравнение движения подвеса вискозиметра можно записать:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\kappa\theta + M, \quad M = M_1 + M_2, \quad (2)$$

где  $\theta$  – угол поворота подвеса,  $I$  – его момент инерции,  $\kappa$  – крутильная жесткость нити и  $M$  – суммарный момент сил трения, действующий на цилиндр со стороны жидкости. Моменты  $M_1$ ,  $M_2$  обусловлены трением жидкости о боковую поверхность цилиндра и его торцы и определяются как:

$$M_1 = \eta R^2 \int_0^H \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} \right) dz d\varphi, \quad M_2 = \eta \int_0^R \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \varphi} \right) r^2 dr d\varphi. \quad (3)$$



Здесь  $R$  и  $H$  – внутренний радиус и высота боковой поверхности цилиндра, содержащего исследуемую жидкость, а  $V_\varphi$ ,  $V_r$ ,  $V_z$  – компоненты вектора  $\mathbf{V}$  скорости жидкости в цилиндрической системе координат. Последние находятся из уравнений Навье – Стокса и непрерывности:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla\mathbf{V}) = -\frac{1}{\rho} \text{grad } P + \nu \Delta \mathbf{V}, \quad (4)$$

$$\text{div } \mathbf{V} = 0, \quad (5)$$

в которых  $P$  – давление, а  $\nu$  и  $\rho$  – кинематическая вязкость и плотность жидкости. В качестве граничных условий используется условие прилипания жидкости ко всем твердым границам. Здесь и далее переход к дискретному виду уравнений (2–5) осуществляется заменой производных по схеме центральных разностей с точностью  $(\Delta x)^2$ . Временная производная определяется вперед по времени по односторонней схеме, которая имеет точность  $\Delta t$ . В результате дискретизации возникает система нелинейных алгебраических уравнений, которые линеаризуются по схеме Ньютона. Полученная система линейных уравнений решается методом Гаусса, адаптированным для разреженных матриц.

Предварительные численные эксперименты показали, что в условиях, типичных для вискозиметрических экспериментов, осевая симметрия течений сохраняется во все время движения. Это позволило сократить размерность модели на единицу и соответственно уменьшить требуемые для решения задачи вычислительные ресурсы.

Известно, что длительность переходных процессов, ведущих к установившемуся режиму движения, зависит от способа возбуждения колебаний. Бытует мнение, поддерживаемое некоторыми качественными расчетами, что она составляет 1–2 периода колебаний. Этот результат относится к случаям, когда в начальный момент цилиндр и жидкость покоятся, будучи повернутыми на некоторый угол  $\theta_0$  относительно положения равновесия, либо выводятся из него коротким импульсом момента сил, приложенных к подвесу. На практике часто применяют другой способ возбуждения колебаний – вращающимся магнитным полем, когда момент (электромагнитных) сил приложен к расплаву, и он вначале приходит в движение, увлекая за собой подвес. Идеализацией такого способа возбуждения являются начальные условия, в которых при  $t < 0$  цилиндр и жидкость вращаются как твердое тело с некоторой угловой скоростью  $\Omega$ , а, начиная с момента  $t = 0$ , к подвесу прикладывается момент упругих сил со стороны закручивающейся нити. Это означает, что в начальный момент времени жидкость обладает некоторым избыточным моментом импульса, так что режим установившихся колебаний наступит никак не раньше, чем этот момент диссипирует под действием вязких сил. Результаты расчета параметров колебаний при таком способе возбуждения, найденные с помощью локального анализа закона движения вискозиметра, приведены на рис. 5. Видно, что влияние начальных условий на наблюдаемые параметры колебаний станет несущественным по прошествии примерно 10 периодов колебаний, пока не релаксирует начальный избыточный

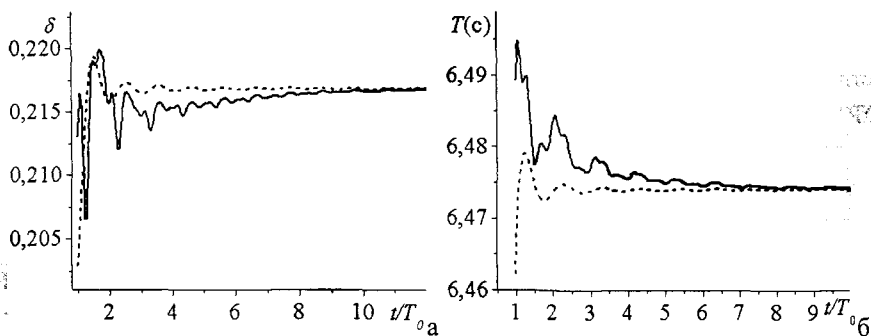


Рис. 5. Зависимость от времени параметров колебаний подвеса:

- с использованием полных уравнений движения;
  - - - в пренебрежении вторичными течениями;
- $T_0$  – период колебаний пустого подвеса

момент импульса. Если же вторичными течениями пренебречь, стационарные значения параметров колебаний устанавливаются за 3–4 периода. Предсказываемый эффект начальных условий вполне наблюдаем, если учесть точность определения этих параметров на практике.

Некритическое отношение к подобным эффектам может привести к неверной интерпретации результатов опыта. Например, показанное на рис. 5 поведение параметров колебаний можно интерпретировать как зависимость вязкости от скорости сдвига и отнести исследуемую жидкость к одному из видов неньютоновских жидкостей.

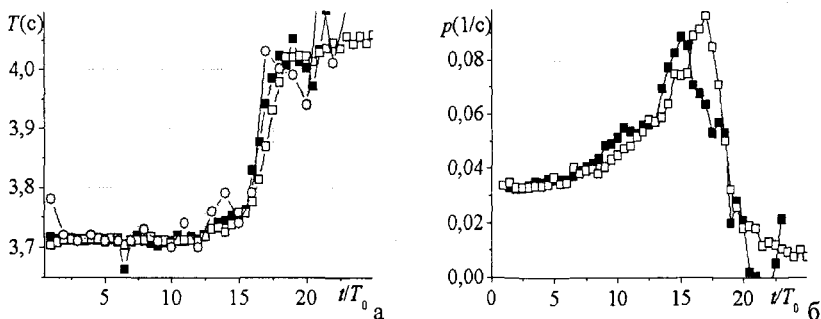


Рис. 6. Временная зависимость периода  $T$  (а) и коэффициента затухания (б) колебаний в «экспериментальном» сигнале:

- – обработка по Розенброку «чистого» сигнала, ширина окна  $\Delta T = T_0$ ,
- – то же для зашумленного сигнала,  $\Delta T = 3T_0$ ,
- – вейвлет-анализ зашумленного сигнала,  $\Delta T \approx T_0$

В этой связи было рассмотрено поведение вискозиметра, заполненного жидкостью Бингама, то есть средой, которая приходит в движение, только если

сдвиговое напряжение превзойдет некоторый предел, называемый пределом текучести  $\tau_0$ . По мере затухания колебаний вискозиметра уменьшается и сдвиговое напряжение в каждой точке жидкости, так что рано или поздно наступит момент, когда часть жидкости, а затем и вся жидкость перестанет участвовать в вязком течении и будет совершать колебания как твердое тело. В случае, когда  $\tau_0$  очень мал и жидкость является «почти ньютоновской», предсказываемый моделью закон движения  $\theta(t)$  «графически неотличим» от такового для ньютоновского случая во все время существования текучей фазы. Тем не менее, локальный анализ этого закона движения позволяет вполне определенно констатировать зависимость периода и коэффициента затухания колебаний от времени (рис. 6) даже в присутствии значительного «экспериментального» шума.

В третьей главе рассмотрены вопросы, являющиеся принципиальными для рассматриваемого метода измерения вязкости – о механизмах взаимодействия жидкости с содержащим ее движущимся сосудом и роли в них магнитного поля. Для изучения этих механизмов в «чистом виде» рассматриваются две диалектически связанные друг с другом идеализированные задачи – о возбуждении и затухании момента импульса в жидкости, обусловленном изменением состояния вращения сосуда, известные в (англоязычной) литературе как задачи спин-апа и спин-дауна соответственно.

Для описания этих процессов уравнение движения (4) надо обобщить учетом электромагнитных сил и дополнить его уравнениями движения для электромагнитных полей:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\Delta\mathbf{V} + \frac{1}{\rho}[\mathbf{j}, \mathbf{B}_0], \quad (6)$$

$$\Delta\Phi = \mathbf{B}_0 \cdot \text{rot}\mathbf{V}, \quad \mathbf{j} = \sigma(-\nabla\Phi + [\mathbf{V}, \mathbf{B}_0]), \quad (7)$$

где  $\mathbf{B}_0$  – индукция приложенного магнитного поля,  $\mathbf{j}$  и  $\Phi$  плотность тока и электрический потенциал, индуцируемые движением расплава,  $\sigma$  – его электропроводность. Уравнения записаны в безиндукционном приближении, поскольку в рассматриваемых условиях параметр, сравнивающий магнитное поле, индуцированное движением расплава, с внешним магнитным полем (магнитное число Рейнольдса), весьма мал. При формулировке краевых задач в модели (6, 7) для гидродинамических величин ставятся те же условия, что и в модели (4, 5), а для электромагнитных – условия протекания электрического тока через границы проводящего расплава. Внешнее магнитное поле считалось однородным, статическим и направленным вдоль оси цилиндра.

Параметром, характеризующим рассматриваемые процессы, является так называемое число Россби  $\varepsilon = (\Omega_f - \Omega) / \Omega$ , где  $\Omega$ ,  $\Omega_f$  – начальная и конечная угловые скорости цилиндра соответственно, а  $\Omega$  – наибольшая из них. В работе рассматривались процессы спин-апа, в которых жидкость и цилиндр вначале покоятся, а затем цилиндр внезапно приводится во вращение с постоянной угловой

скоростью ( $\Omega \sim 10^{-1} \text{ с}^{-1}$ ) – спин-ап из состояния покоя,  $\varepsilon = 1$ . В обратном процессе спин-даун цилиндр и жидкость вначале вращаются как твердое тело, а затем цилиндр резко останавливается – спин-даун в состояние покоя,  $\varepsilon = -1$ . Если  $|\varepsilon| \ll 1$ , задача может быть линеаризована и изучена аналитическими методами. При  $|\varepsilon| \sim 1$  задача существенно нелинейная, аналитическое решение для нее неизвестно. Остальные параметры задачи выбирались из диапазонов, свойственных вискозиметрическим экспериментам над жидкими металлами. Интервал изменения магнитного поля брался равным (0,0 – 0,063) Тл, как и в натуральных экспериментах.

В расчетах находились поля скорости  $V(r,t)$  и плотности электрического тока  $j(r,t)$ . Сравнение картин течения, а также интегральных характеристик процессов (времен установления нового стационарного состояния – времен спин-апа и спин-дауна) в отсутствие магнитного поля и тех же величин в процессе спин-апа при  $B_0 \neq 0$  с литературными данными показывает их вполне удовлетворительное согласие, свидетельствующее в пользу корректности предлагаемой модели.

Как показывает анализ картин течения, механизмы возбуждения момента импульса жидкости различны в случаях (бесконечно) длинного и короткого цилиндра. Первый случай является идеализацией второго и часто рассматривается в моделях вискозиметра для получения аналитических оценок. В этом случае единственной причиной, приводящей жидкость во вращение в процессе спин-апа является трение о боковую поверхность цилиндра. В приближениях, справедливость которых проверялась в предыдущей главе, уравнения движения для единственной существенной здесь компоненты скорости (азимутальной) совпадают с уравнением диффузии и поэтому перенос движения от движущейся стенки цилиндра в жидкость называют диффузией скорости. Вращение торцов приводит к закручиванию потока в их окрестности – возникновению так называемого пограничного слоя Экмана. Двигаясь в этом слое, частицы жидкости приобретают дополнительный момент импульса помимо того, что возникает вследствие диффузии. Таким образом, в практически важном случае цилиндра конечной длины работают два механизма возбуждения момента импульса: за счет диффузии скорости и ускорения в экмановском слое. Во всех известных аналитических теориях крутильного вискозиметра во внимание принимается только первый из них.

Априори, магнитное поле существенно влияет на движение расплава, если безразмерный параметр  $Ha = (\sigma / \rho \nu)^{1/2} B_0 R$  (число Гартмана) порядка или больше единицы. В обсуждаемых численных экспериментах визуально заметные изменения в картинах течения возникают, начиная с полей  $B \approx 0,02$  Тл, соответствующих  $Ha \approx 10$ . С увеличением магнитного поля происходит, с одной стороны, «вымораживание» вторичных течений, а с другой – разгон внутренних областей жидкости амперовскими силами, действующими на возникаю-

щие электрические токи, направленные радиально к оси вращения. Обе эти причины приводят к более быстрому достижению нового стационарного состояния (твердотельного вращения), то есть к уменьшению времени спин-апа. В противоположном случае спин-дауна картина вторичных течений и токов аналогична рассмотренной и отличается от нее только направлением соответствующих векторов. На этом основании можно было бы выдвинуть предположение о симметрии процессов спин-апа и спин-дауна, однако количественные оценки показывают, что это не так.

На рис. 7 показано, как изменяется во времени относительный момент импульса жидкости  $l(t) = L_z(t)/L_z(0)$  относительно оси вращения ( $z$ ) в процессе спин-дауна и как на него влияет магнитное поле. Видно, что с увеличением  $B_0$  момент импульса затухает быстрее. Поскольку  $l(t)$  стремится к нулю лишь асимптотически, то за время спин-дауна  $\tau_s$  следует взять такое время, когда  $l(t)$  уменьшится до некоторой заданной величины, например,  $l(\tau_s) = 0,03$ . Тогда можно построить зависимость времени спин-дауна от числа Гартмана. Она приведена на рис. 8 вместе с аналогичной зависимостью для процесса спин-апа. По оси абсцисс здесь откладывается обратное число Гартмана, поскольку, известно, что для больших магнитных полей в случае линейного спин-апа (при  $\varepsilon \sim 0$ ) справедливо соотношение:

$$\tau_s = \left( \frac{\hbar^2 \rho}{\nu \sigma B_0^2} \right)^{1/2} \sim \frac{1}{Ha}.$$

Из рисунка видно, что в присутствии магнитного поля имеет место асимметрия между процессами нелинейного спин-апа и спин-дауна, которая, однако, исчезает в пределе больших полей. В этом пределе перестает быть существенной и нелинейность рассматриваемых процессов.

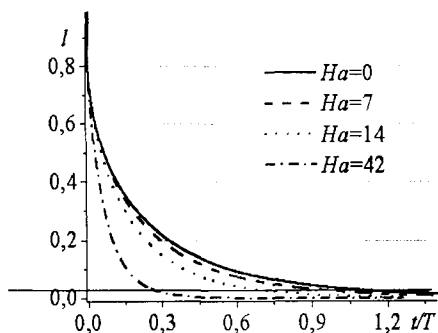


Рис. 7. Временная зависимость относительного момента импульса жидкости в процессе спин-дауна при различных индукциях магнитного поля (числах Гартмана)

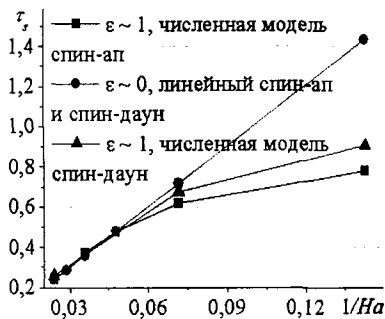


Рис. 8. Зависимость времени спин-апа и спин-дауна от величины магнитного поля (числа Гартмана)

В четвертой главе рассмотрены затухающие крутильные колебания вискозиметра в осевом магнитном поле. Здесь в отличие от рассмотренных выше случаев спин-апа и спин-дауна движение цилиндра заранее неизвестно, его описание и составляет задачу. Для этого уравнения МГД (6, 7) должны быть дополнены уравнением движения подвеса вискозиметра (2, 3). В результате возникает сопряженная задача гидродинамики – о совместном движении твердого тела и граничащей с ним жидкости. Имея в виду современную методику измерения вязкости, интерес представляет отыскание асимптотического решения, называемого иначе режимом установившихся затухающих колебаний. Необходимость интегрирования системы (2, 3, 6, 7) на больших временных интервалах предполагает использование достаточно эффективных и точных вычислительных схем. По этим причинам в настоящей работе были использованы два метода расчета: 1) схема расщепления по координатам с последующим решением системы линейаризованных уравнений с помощью метода прогонки и 2) чисто неявная схема центральных разностей с решением системы уравнений методом Гаусса, адаптированным для работы с разреженными матрицами. Численные эксперименты показали, что первый метод, несмотря на высокую производительность и возможность использования густой сетки, не обеспечивает достаточной точности в отличие от несколько более медленного второго метода. Поэтому приведенные далее результаты получены вторым методом. Кроме того, как видно из (3), для описания движения подвеса наиболее важны движения жидкости вблизи твердых границ. Поэтому сетка узлов вблизи этих границ бралась в несколько раз гуще, чем в объеме жидкости.

С помощью описанной модели рассчитывались картины течений и электрических токов в процессе движения подвеса вискозиметра, находились законы его движения, обработка которых методами, изложенными в главе 2, позволяла определить наблюдаемые на опыте параметры колебаний и их зависимость от магнитного поля. Анализ картин течения дал возможность выяснить, как реализуются рассмотренные выше механизмы взаимодействия расплава с движущимися стенками в случае крутильных колебаний подвеса.

Сразу после старта из состояния покоя подвеса, закрученного на некоторый угол  $\theta_0$ , в течение первой четверти периода стенки цилиндра приходят в ускоренное движение, увлекая за собой прилегающие слои жидкости. У торцов образуются, как и в процессе спин-апа, экмановские пограничные слои, а у боковой стенки – пограничный слой за счет диффузии скорости. Радиальное течение в экмановских слоях, упираясь в боковую стенку, приводит к образованию вблизи торцов тороидальных вихрей, интенсивность которых постепенно нарастает. Затем цилиндр начинает тормозиться моментом упругих сил нити всю следующую четверть периода возникает процесс спин-дауна. Обращения направления циркуляции тороидальных вихрей при этом, однако, не происходит (рис. 9а) из-за того, что на предыдущем этапе жидкость уже была приведена во вращение. Рядом на рис. 9б показан в увеличенном виде фрагмент поля скоростей вблизи стыка боковой и торцевой поверхностей.

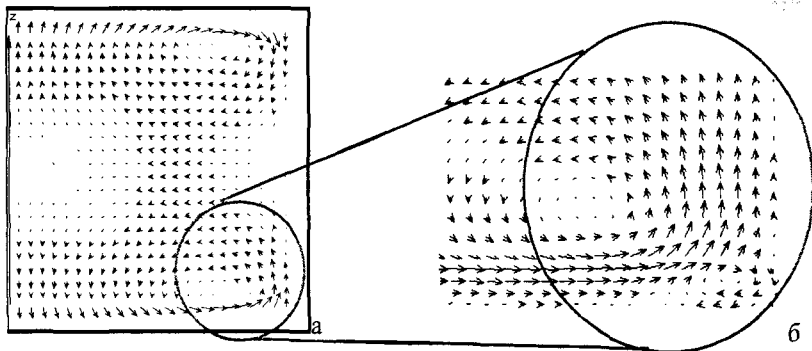


Рис. 9. Поле вторичных течений для  $t = 0,54T_0$ , а) сетка  $26 \times 26$ , б) сетка  $68 \times 50$  со сгущением у торцов в 4 раза

Распределение меридиональных компонент плотности тока повторяет картину вторичных гидродинамических течений, за исключением того, что вихри более вытянуты и прижаты к торцам. Нужно отметить, однако, что в отличие от гидродинамических вихрей направление циркуляции вихрей тока меняется на противоположное всякий раз, когда меняется направление вращения подвеса. Это означает, что азимутальная компонента амперовской силы, примененной к частицам жидкости, находящимся за пределами пограничных слоев, направлена против азимутальной компоненты их скорости и поэтому тормозит их движение в этом направлении. Это приводит к вытеснению вторичных течений в пограничные слои и более быстрому затуханию колебаний подвеса, чем в отсутствие магнитного поля.

На рис. 10 показаны результаты расчета полевых зависимостей параметров колебаний вместе с опытными данными для жидкого галлия. В эксперименте магнитное поле создавалось соленоидом, внутри которого магнитное поле достигало  $6 \times 10^{-2}$  Тл при пропускании постоянного тока максимальной величины

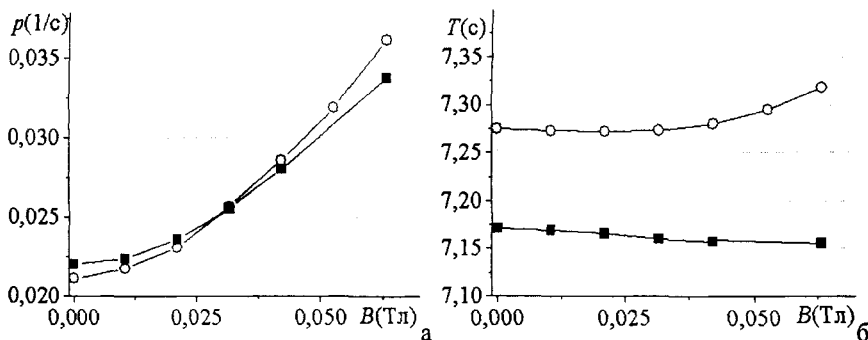


Рис. 10. Полевая зависимость коэффициента затухания  $\rho$  и периода  $T$  колебаний:  $\circ$  – натуральный эксперимент,  $\blacksquare$  – численный эксперимент, поверхность расплава накрыта крышкой

ЗА. При таком токе за счет джоулева нагрева соленоида температура образца внутри него составляла  $35^{\circ}\text{C}$ . На меньших токах эта температура поддерживалась маломощной трубчатой печью сопротивления с бифилярной намоткой, магнитным полем которой можно было пренебречь. Закон движения подвеса вискозиметра регистрировался с помощью системы «непрерывной» записи колебаний [7], их параметры определялись методами, описанными в главе 2. Натурные эксперименты и аналитическая теория [8] показывают, что в относительно слабых полях коэффициент затухания колебаний есть монотонно возрастающая функция индукции магнитного поля. Эта закономерность прослеживается также и во всех выполненных в работе численных экспериментах. Расхождение их результатов с опытными данными для коэффициента затухания составляет менее 5% в малых магнитных полях и возрастает до 6 – 10% на границе исследованного интервала полей. Для периода колебаний расхождение составляет не более 2%. Из рисунка видно, что в условиях выполненных экспериментов коэффициент затухания возрастает в присутствии магнитного поля на величину порядка 50%. Для того же расплава при изменении параметров установки это увеличение может стать еще большим или, наоборот, меньшим. Если для определения вязкости в таких экспериментах использовать стандартные (не учитывающие МГД-эффектов) рабочие уравнения, тогда такое поведение параметров колебаний можно интерпретировать как изменение вязкости расплава. Эта вязкость, однако, является эффективной, поскольку зависит не только от природы расплава, но и от условий опытов. Эти условия в рассматриваемом примере таковы, что для обработки данных стандартными методами следует использовать так называемое «слабовязкое» приближение, указанное Швидковским. Тогда возрастание коэффициента затухания в магнитном поле будет интерпретировано как возрастание (эффективной) вязкости. Если бы набор параметров установки соответствовал условиям применимости «сильновязкого» приближения, тогда то же поведение параметров колебаний интерпретировалось бы не как увеличение, а как уменьшение вязкости, что еще более увеличивает «размах» в значениях определяемого свойства, если оно оценивается без учета влияния магнитного поля.

Вернемся теперь к рис. 2 и проблемам, упомянутым во введении в связи с анализом IUPAC данных по вязкости высокотемпературных металлических расплавов. На рис. 11 приведены результаты расчета эффективной вязкости  $\nu_{eff}$  алюминия как функции  $B_0^2$ . В качестве исходных данных были использованы параметры колебаний подвеса, найденные с помощью описанной в этой главе модели для различных параметров установки, обеспечивающих возможность применения «слабовязкого» приближения Швидковского. В выбранных координатах, как видно, зависимость оказывается практически линейной во всем диапазоне исследованных полей. Ясно видно, что темп возрастания эффективной вязкости с ростом  $B_0^2$  весьма существенно зависит от выбора параметров установки, даже если интервалы их изменения сравнительно невелики. Изменение



$v_{eff}$  с приближением к краю исследованного диапазона полей может составлять от десятка до сотен процентов, что вполне согласуется с разбросом данных, обсуждаемых в упомянутом обзоре IUPAC. Из качественных соображений ясно, что этот разброс должен увеличиваться с ростом температуры.

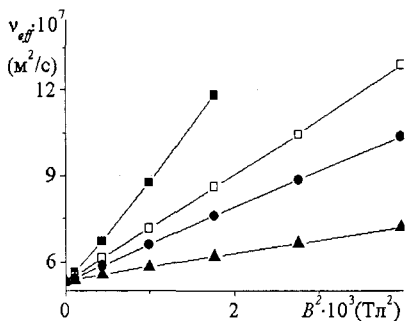


Рис. 11. Полевая зависимость эффективной вязкости алюминия: ■ —  $m = 28,4$  г,  $T_0 = 7,0016$  с,  $R = 1,5025$  см, □ —  $m = 53$  г,  $T_0 = 7,0016$  с,  $R = 1,5025$  см, ● —  $m = 53$  г,  $T_0 = 5,0$  с,  $R = 1,5025$  см, ▲ —  $m = 28,4$  г,  $T_0 = 7,0016$  с,  $R = 1,0$  см

Действительно, температура нагревателя  $\Theta$  пропорциональна мощности джоулева тепловыделения (при теплообмене посредством теплопроводности или конвекции), то есть пропорциональна квадрату силы тока. Поскольку по закону Био-Савара-Лапласа индукция магнитного поля в окрестности проводника пропорциональна силе тока, то можно считать, что  $\Theta \sim B^2$ . Таким образом, для несовершенного в магнитном отношении нагревателя можно предположить, что  $B_0 \sim \sqrt{\Theta}$ . Заметим, что при лучистом теплообмене со стенками камеры (в вакуумированной установке) должно быть  $\Theta^4 \sim B^2$  или  $B_0 \sim \Theta^2$ . Точная связь  $B_0 = f(\Theta)$  определяется конструкцией нагревателя и установки в целом, а также условиями ее работы (вакуум или защитная атмосфера). В любом случае, однако, с повышением температуры будет увеличиваться и магнитное поле в месте расположения образца.

Выполненное исследование позволяет сформулировать следующие рекомендации, выполнение которых позволит улучшить согласие данных о вязкости высокотемпературных проводящих расплавов и избежать их неверной интерпретации:

1. Конструкция нагревателя, точнее — геометрия всех токонесящих проводников в установке, должна быть такой, чтобы обеспечить возможно большую компенсацию магнитного поля в месте расположения подвеса вискозиметра. Качество нагревателя в этом отношении целесообразно оценивать еще на этапе его проектирования с использованием техники магнитоэстатических расчетов.

2. Необходимо опытным путем определить характер и величину остаточного магнитного поля, создаваемого в месте расположения образца установкой в целом. Если возможно, эти измерения должны быть сделаны в предполагаемых условиях эксперимента (интервале температур, атмосфере установки и пр.). Если нет, тогда измерения должны быть выполнены на «холодной» установке —

при малых токах в системе нагрева, а затем их результаты экстраполированы на случай больших токов.

3. Получив оценки для параметров магнитного поля в условиях предполагаемых опытов, следует оценить величину вызванной этим полем систематической ошибки измерений, с помощью методов, представленных в настоящей работе или аналитических [8] и сделать вывод о качестве планируемых экспериментов.

4. Если предлагаемые меры не приведут к желаемому результату, тогда можно рассмотреть альтернативный подход – использовать систему нагрева с контролируемым магнитным полем простой конфигурации (однородным, осевым и статическим) и при обработке опытных данных использовать рабочие уравнения, дополненные учетом МГД-эффектов – вполне в соответствии с требованиями IUPAC.

### **Основные выводы**

1. Предложена методика локальной оценки параметров колебаний подвеса вискозиметра в непрерывной схеме регистрации, позволяющая их определение с точностью до долей процентов.

2. Выявлено, что в зависимости от способа возбуждения крутильных колебаний длительность переходных процессов может увеличиваться с обычно принимаемых 1 – 2 колебаний до 7 – 10 колебаний.

3. Проведено численное исследование течений расплава при возбуждении и затухании в нем углового момента в присутствии магнитного поля. Выявлено, что нелинейные процессы спин-апа и спин-дауна существенно асимметричны в слабых магнитных полях, симметрия процессов достигается лишь в пределе сильных полей.

4. Изучена эволюция течений и токов в крутильном вискозиметре в присутствии магнитного поля; установлено, что основными механизмами передачи момента количества движения от стенок цилиндра к жидкости являются: диффузия скорости от стенок и разгон (торможение) жидкости в пограничных слоях Экмана-Гартмана.

5. Рассчитаны полевые зависимости параметров колебаний для условий, свойственных натурным экспериментам. Они качественно и количественно (с точностью до 3 – 10%) совпадают с имеющимися опытными данными.

6. Проведенные исследования позволяют заключить, что даже слабое магнитное поле способно существенно повлиять на первичные данные натурных экспериментов и согласно рекомендациям IUPAC либо должно быть учтено при создании «полных рабочих уравнений», либо должны быть предоставлены гарантии его отсутствия. В первом случае представленная работа составляет основу для такого учета.

Основное содержание диссертационной работы изложено в следующих публикациях:

1. Коренченко, А. Е. Численная модель крутильного вискозиметра, заполненного ньютоновской жидкостью / А. Е. Коренченко, О. А. Головня, В. П. Бескачко // Расплавы. – 2006. – № 1. – С. 71–76.

2. Коренченко, А. Е. Возможность идентификации вязкопластических свойств жидкостей в экспериментах с крутильным вискозиметром / А. Е. Коренченко, О. А. Головня, В. П. Бескачко // ПМТФ. – 2006. – № 6. – Т. 47. – С. 59–63.

3. Бескачко, В. П. Численная модель нестационарного течения вязкопластической жидкости в ротационном вискозиметре / В. П. Бескачко, О. А. Головня, А. Е. Коренченко // ИФЖ. – 2007. – № 1. – С. 12–14.

4. Бескачко, В. П. Определение вязкопластических свойств жидкости в экспериментах с крутильным вискозиметром / В. П. Бескачко, О. А. Головня, А. Е. Коренченко // ИФЖ. – 2007. – № 1. – С. 124–127.

5. Бескачко, В. П. Локальный анализ данных реологических экспериментов / В. П. Бескачко, О. А. Головня, А. Е. Коренченко // Расплавы. – 2007. – № 3. – С. 49–58.

6. The oscillating-cup viscometer placed in the magnetic field: the experiments under liquid gallium / V. P. Beskachko, O. A. Golovnya, M. B. Khismatulin, A. E. Korenchenko // Journal of Physics: Conference Series. – 2008. – V. 98. – P. 062016–062019.

7. Головня, О.А. Влияние магнитного поля на процессы нелинейного спинапа и спин-дауна в цилиндре конечных размеров / О. А. Головня, А. Е. Коренченко, В. П. Бескачко // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика, физика, химия». – 2009. – № 22(155). – С. 52–58.

8. Коренченко, А. Е. Достоверность значений коэффициента вязкости, полученного из анализа данных крутильного вискозиметра / А. Е. Коренченко, В. П. Бескачко, О. А. Головня // Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов: сб. науч. тр. XI Российской конференции 14–16 сентября 2004 г. – Екатеринбург – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2004. – Т. 2. – С. 121–126.

9. Головня, О. А., Поведение вязкопластической жидкости в крутильном вискозиметре / О. А. Головня, А. Е. Коренченко, В. П. Бескачко // Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов: сб. науч. тр. XI Российской конференции 14–16 сентября 2004 г. – Екатеринбург – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2004. – Т. 2. – С. 251–256.

10. Коренченко, А. Е. Возможность идентификации вязкопластических свойств жидкостей в экспериментах с крутильным вискозиметром / А. Е. Коренченко, В. П. Бескачко, О. А. Головня // Материалы 23 Симпозиума по реологии 19–24 июня 2006 г. – М.: ИНХС им. А. В. Топчиева РАН. – 2006. – С. 42.

11. Головня, О. А. Применение метода локального спектрального анализа для обработки данных реологических экспериментов / О. А. Головня, А. Е. Коренченко, В. П. Бескачко // VIII Российский семинар «Компьютерное моделирование физико-химических свойств стекол и расплавов»: сб. науч. тр. – Курган: Изд. Курганского гос. ун-та, 2006. – С. 77–78.

12. Крутильный вискозиметр в магнитном поле: сравнение результатов экспериментов и численных расчетов / В. П. Бескачко, О. А. Головня, К. Р. Капоте и др. // XII Российская конференция «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов»: сб. науч. тр. – Екатеринбург: УрО РАН, 2008. – Т. 2. – С. 95–97.

### Список цитируемой литературы

1. Reference Data for the Density and Viscosity of Liquid Aluminum and Liquid Iron / Assael M. J., Kakosimos K., Banish R. M. et al. // J. Phys. Chem. Ref. Data. – 2006. – V. 35. – No 1. – P. 285–300.

2. Wang, L. Discontinuous structural phase transition of liquid metal and alloys (1) / Li Wang, Xiufang Bian, Jiantong Liu // Physics Letters A. – 2004. – 326. – P. 429–435.

3. High-temperature liquid–liquid structure transition in liquid Sn–Bi alloys: Experimental evidence by electrical resistivity method / Xian-Fen Li, Fang-Qiu Zu, Hou-Fu Ding et al. // Physics Letters A. – 2006. – 354. – P. 325–329.

4. Методические особенности измерения вязкости жидкого алюминия / М. Н. Кушнир, П. С. Попель, Е. С. Махнев, В. С. Мушников // Экспериментальные исследования металлических расплавов: сб. тез. докл. III Всесоюзной конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1978. – Ч. 2. – С. 418.

5. О структурном модифицировании металлических расплавов / И. А. Новохатский, В. И. Архаров, В. И. Ладьянов, В. З. Кисунько // Экспериментальные исследования металлических расплавов: сб. тез. докл. III Всесоюзной конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1978. – Ч. 2. – С. 48.

6. Замятин, В. М. О скачкообразных изменениях вязкости алюминия, олова и галлия / Замятин В.М., Насыров Я.А., Классен Н.И. // Экспериментальные исследования жидких и аморфных металлов: сб. тез. докл. VI Всесоюзной конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1986. – Ч. 2. – С. 309.

7. Хисматулин, М.Б. Система непрерывной записи колебаний крутильного вискозиметра. / М. Б. Хисматулин, В. П. Бескачко // X Российская конференция «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов»: сб. науч. тр. – Челябинск, 2001 – Т. 2. – С. 76–79.

8. Теория крутильного вискозиметра, помещенного в осевое магнитное поле / В. П. Бескачко, Г. П. Вяткин, Н. М. Писарев, М. Б. Хисматулин // Магнитная гидродинамика. – 1992. – №2. – С. 65–70.