УДК 629.78

УПРАВЛЕНИЕ ВОЗВРАЩАЕМЫМ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С РЕГУЛИРУЕМЫМ ЦЕНТРОМ МАСС

В.А. Афанасьев, В.И. Киселёв

Решается задача управления продольным угловым движением возвращаемых космических аппаратов (ВКА), обладающих системой перемещения центра масс (ЦМ) в поперечном направлении, чтобы получать балансировочный угол атаки, и продольном направлении, чтобы регулировать запас статической устойчивости. При практически мгновенном продольном смещении ЦМ возникают угловые колебания, которые при естественном демпфировании продолжаются недопустимо долго. Чтобы сократить их продолжительность, включаются рулевые ракетные двигатели, установленные в кормовой части ВКА. Определена структура и установлен закон управления включениями-выключениями двигателей для получения нового балансировочного равновесия. Результаты применимы в проектировании перспективных летательных аппаратов.

Ключевые слова: возвращаемый космический аппарат, смещение центра масс, угловое движение, балансировочное равновесие, ракетные двигатели, закон управления, конечное состояние, управляющие параметры.

Введение. Одно из перспективных направлений создания возвращаемых космических аппаратов (ВКА) – это установка в нём системы перемещения центра масс (ЦМ) как в поперечном направлении от продольной оси для образования балансировочного угла атаки, так и в направлении самой оси для регулирования запаса статической устойчивости. Рассматривается осесимметричный ВКА конической формы с мгновенным перемещением ЦМ, в результате которого образуются угловые колебания в продольной плоскости движения по углу атаки. Для сокращения продолжительности колебаний вводится управление угловым движением с помощью малых ракетных двигателей, установленных в кормовой части корпуса для создания управляющих угловых ускорений в канале тангажа [1].

Постановка задачи. Рассматривается задача управления по углу атаки ВКА, который совершает полёт в атмосфере с балансировочным углом атаки, образованном в результате поперечного смещения ЦМ (рис. 1) y_m и сохраняющемся до момента $t = t_{-1}$. При определённом запасе статической устойчивости в указанный предначальный момент t_{-1} ВКА находится в устойчивом балансировочном равновесии под углом атаки:

$$\alpha_b = \frac{C_x y_m}{C_y^{\alpha}\left(c_m - c_d\right)l}, \tag{1}$$

где C_x – коэффициент силы лобового сопротивления; C_y^{α} – производная коэффициента подъёмной силы по углу атаки в предположении его малости и линейности соответствующей функции; $y_m < 0$ – поперечное смещение центра масс относительно продольной оси; $c_m = x_m / l$, $c_d = x_d / l$, x_m, x_d – расстояния от наконечника ВКА до центра масс и центра давления соответственно; l – длина ВКА. Условием устойчивости балансировочного равновесия является неравенство: $x_m - x_d < 0$.

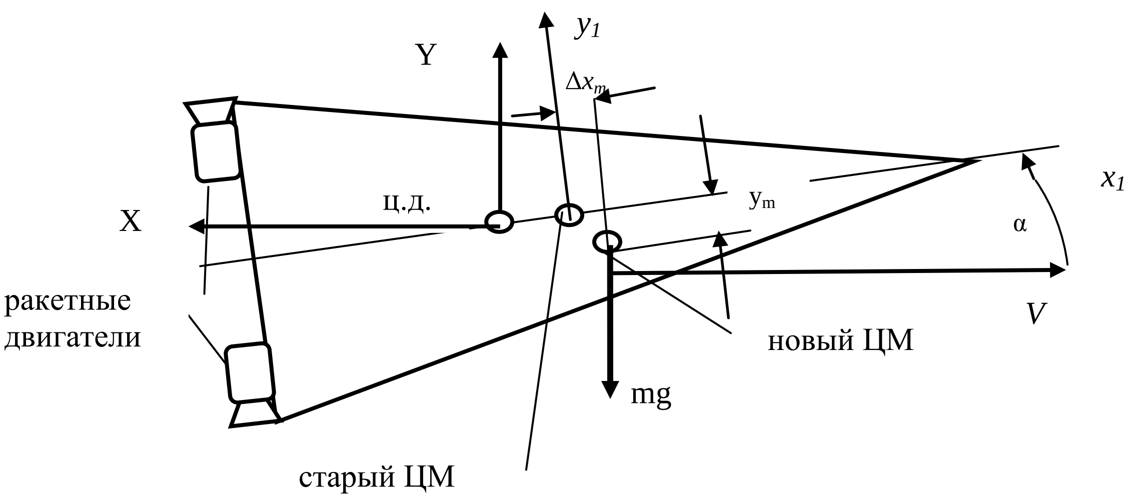

Рис. 1. Балансировочное равновесие при поперечном смещении центра масс

В этот момент происходит практически мгновенное смещение центра масс по продольной оси на величину Δx_m в сторону наконечника и возникает угловое движение по углу атаки из-за нарушения балансировочного равновесия (рис. 2). Через достаточно малое время, в течение которого параметры движения и характеристики ВКА считаются неизменными, в момент t_0, когда угловое положение ВКА характеризуется начальными значениями угловой скорости $\dot{\alpha}_0$ и угла атаки $\Delta\alpha_0$:

$$\dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}(t_0), \qquad \alpha_0 = \alpha_b + \Delta\alpha_0, \tag{2}$$

где α_0 – полная начальная величина угла атаки, происходит включение рулевых ракетных двигателей. Двигатели создают управляющее угловое ускорение n, направленное на демпфирование углового движения так, чтобы по окончании управления в некоторый момент t_k, пока неизвестный, угловое положение ВКА характеризовалось параметрами:

$$\dot{\alpha}_k = \dot{\alpha}(t_k) = 0, \qquad \alpha_{bk} = \alpha_b + \Delta\alpha_k, \tag{3}$$

где α_{bk} – балансировочный угол атаки в конечный момент управления t_k, который меньше исходного (1), $\alpha_{bk} < \alpha_b$, из-за увеличения плеча момента подъёмной силы на величину $\Delta x > 0$, $\Delta\alpha_k = \Delta\alpha(t_k) < 0$ – заданное отклонение угла атаки от исходного балансировочного угла атаки α_b.

Решение задачи состоит в том, чтобы при заданном начальном моменте включения управления t_0 определить закон управления, устанавливающий такие значения момента переключения управления t_1 и момента выключения управления t_k, при которых формируется конечное состояние (3).

Математическая модель управляемого углового движения. Угловое движение, возникшее в результате продольного смещения ЦМ и управляемое под действием углового ускорения, создаваемого рулевыми ракетными двигателями, описывается следующим уравнением второго порядка:

$$\ddot{\alpha} + C_y^{\alpha} qSl\left(c_m - \Delta c_m - c_d\right)\alpha / I = C_x y_m qS / I \pm n, \tag{4}$$

где α – угол атаки; I – момент инерции относительно поперечной оси oz_1 связанной системы координат; S – характерная площадь ЛА, например, площадь кормового среза; $q = \rho V^2/2$ – скоростной напор; ρ – плотность атмосферы; V – скорость полёта; n – угловое ускорение, создаваемое ракетными двигателями; $\Delta c_m = \Delta x / l$.

Запишем уравнение движения по тангажу (4) в отклонениях от балансировочного равновесия, определяемого углом атаки α_b (1). Для этого представим действительные параметры углового движения в виде сумм балансировочного параметра и его отклонения от соответствующей величины:

$$\ddot{\alpha} = \ddot{\alpha}_b + \Delta\ddot{\alpha}, \qquad \dot{\alpha} = \dot{\alpha}_b + \Delta\dot{\alpha}, \qquad \alpha = \alpha_b + \Delta\alpha.$$

Подставляя последние выражения в уравнение (4), после несложных преобразований приходим к уравнению в отклонениях $\Delta\alpha$, $\Delta\dot{\alpha}$, $\Delta\ddot{\alpha}$ от параметров балансировочного равновесия:

$$\ddot{\alpha} = a\alpha + b \pm n, \tag{5}$$

в котором отброшен символ Δ и приняты следующие обозначения:

$$a = C_y^{\alpha} qSl(c_d - c_m)/I > 0, \quad b = C_x y_m \Delta c_m qS/[(c_m - c_d)I] > 0.$$

Теперь в дальнейшем параметры углового движения имеют смысл отклонений от соответствующих балансировочных значений, совпадающих при $\ddot{\alpha}_b = \dot{\alpha}_b = 0$ с полными величинами.

Конструирование закона управления. На рис. 2 представлена динамика углового движения ВКА, управляемого с помощью ракетных двигателей, в отклонениях от параметров балансировочного равновесия: $\ddot{\alpha}_b = 0$, $\dot{\alpha}_b = 0$, $\alpha_b > 0$.

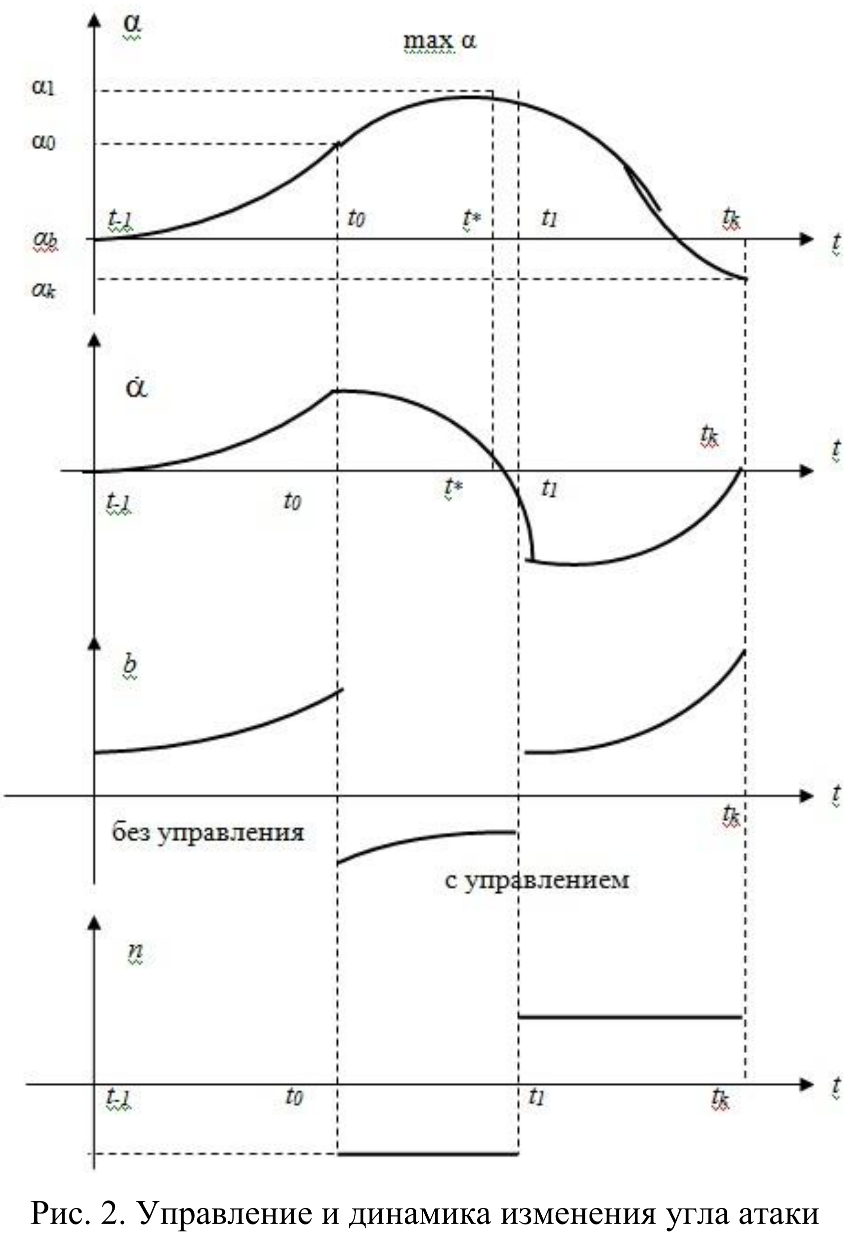

Рис. 2. Управление и динамика изменения угла атаки
после продольного смещения центра масс к наконечнику

В момент t_{-1}, когда ЛА имеет нулевые начальные условия (в отклонениях от параметров балансировочного равновесия), угловое движение описывается уравнением (5) при $n=0$. Уравнение решается достаточно просто и на промежутке $t \in [t_{-1}, t_0)$ получаем следующие зависимости угловой скорости $\Delta\dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}_0$ от угла атаки $\Delta\alpha_0 = \alpha_0$:

$$\dot{\alpha}_0 = \sqrt{(a\alpha_0 + 2b)\alpha_0}\,. \tag{6}$$

и времени от угла атаки:

$$t_0 = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln\left| \frac{a}{b}\alpha_0 + 1 + \sqrt{\frac{a^2}{b^2}\alpha_0^2 + 2\frac{a}{b}\alpha_0} \right|. \tag{7}$$

Выражения (6) и (7) определяют параметры свободного углового движения после продольного смещения центра масс. Задавая величину α_0 по формуле (7), получим время t_0, а по формуле (6) – угловую скорость $\dot{\alpha}_0$.

Получили параметры углового движения, при которых в момент t_0 начинается угловое движение при включении управляющего ускорения n, направленного на торможение углового движения, возникшего в результате продольного смещения центра масс. Математически управление означает уравнение движения с отрицательным ускорением $-n$ в правой части.

На первом управляемом промежутке $t \in [t_0, t_*)$ происходит торможение. Угловое движение рассматривается до момента достижения максимального угла атаки $\alpha_* = \alpha(t_*) = \alpha_{\max}$ и описывается уравнением с отрицательным управляющим ускорением:

$$\ddot{\alpha} = a\alpha + b - n, \tag{8}$$

с начальными условиями (6) и (7). Замена переменных $p = d\alpha / dt = \dot{\alpha}$ приводит уравнение (8) к виду:

$$\frac{dp}{d\alpha}p = a\alpha + b - n.$$

Решение этого уравнения даёт выражение для текущей угловой скорости:

$$\dot{\alpha} = \sqrt{\dot{\alpha}_0^2 + a\alpha^2 - 2(n-b)\alpha - a\alpha_0^2 + 2(n-b)\alpha_0}\,. \tag{9}$$

Положительная скорость (9) сохраняется до момент $t = t_*$, когда она обращается в нуль: $\dot{\alpha}_* = 0$. Решение квадратного уравнения относительно угла атаки α_* имеет вид:

$$\alpha_* = \frac{n-b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{n-b}{a} - \alpha_0\right)^2 - \frac{\dot{\alpha}_0^2}{a}}. \qquad (10)$$

Для определения величины угла атаки решаем уравнение (9):

$$\ln\left|\frac{a\alpha - (n-b) + \sqrt{a^2\alpha^2 - 2a(n-b)\alpha - a^2\alpha_0^2 + 2a(n-b)\alpha_0 + a\dot{\alpha}_0^2}}{a\alpha_0 - (n-b) + \sqrt{a}\dot{\alpha}_0}\right| = \sqrt{a}(t - t_0).$$

В момент $t = t_*$ с учётом (10) получаем формулу:

$$t_* = t_0 + \frac{1}{\sqrt{a}} \ln\left|\sqrt{\frac{n - b - a\alpha_0 + \sqrt{a}\dot{\alpha}_0}{n - b - a\alpha_0 - \sqrt{a}\dot{\alpha}_0}}\right|. \qquad (11)$$

На втором промежутке $t \in [t_*, t_1)$ угловое движение также описывается уравнением с отрицательным управляющим ускорением (8) с начальными условиями (10), (11) и $\dot{\alpha}_* = 0$. Решение уравнения, как и для первого промежутка, даёт выражение для угловой скорости:

$$\dot{\alpha}^2 = \dot{\alpha}_*^2 + a\alpha^2 - 2(n-b)\alpha - a\alpha_*^2 + 2(n-b)\alpha_*.$$

С учётом $\dot{\alpha}_* = 0$ и (10) получаем:

$$\dot{\alpha} = -\sqrt{a\alpha^2 - 2(n-b)\alpha + 2(n-b)\alpha_0 - a\alpha_0^2 + \dot{\alpha}_0^2}. \qquad (12)$$

По окончании второго промежутка составной траектории получаем алгебраическое уравнение с двумя неизвестными $\dot{\alpha}_1$ и α_1:

$$\dot{\alpha}_1 = -\sqrt{a\left(\alpha_1^2 - \alpha_0^2\right) - 2(n-b)(\alpha_1 - \alpha_0) + \dot{\alpha}_0^2}. \qquad (13)$$

Решение уравнения (12) с учётом (10) даёт:

$$\ln\left|\frac{a\alpha - (n-b) + \sqrt{a^2\alpha^2 - 2a(n-b)\alpha + 2a(n-b)\alpha_0 - a^2\alpha_0^2 + a\dot{\alpha}_0^2}}{a\alpha_* - (n-b)}\right| = -\sqrt{a}(t - t_*).$$

В момент $t = t_1$ с учётом (11) и (13) получаем формулу для вычисления первого управляющего параметра в искомом законе управления:

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{\sqrt{a}} \ln\left|\frac{n - b - a\alpha_0 + \sqrt{a}\dot{\alpha}_0}{a\alpha_1 - (n-b) - \sqrt{a}\dot{\alpha}_1}\right|. \qquad (14)$$

На заключительном промежутке $t \in [t_1, t_k]$ угловое движение после переключения управления в момент t_1 на положительное ускорение описывается уравнением:

$$\ddot{\alpha} = a\alpha + b + n,$$

с начальными условиями $\dot{\alpha}_1$ (13) и α_1, t_1, связанными зависимостью (14).

Для текущей величины угловой скорости на заключительном промежутке стабилизирующего закона управления получаем выражение:

$$\dot{\alpha} = -\sqrt{\dot{\alpha}_1^2 + a\alpha^2 + 2(b+n)\alpha - a\alpha_1^2 - 2(b+n)\alpha_1}\,. \tag{15}$$

По окончании управляемого разворота $t = t_k$ получаем величину угловой скорости, которая выдерживается равной нулю (3):

$$\dot{\alpha}_k = -\sqrt{\dot{\alpha}_1^2 + a\alpha_k^2 + 2(b+n)\alpha_k - a\alpha_1^2 - 2(b+n)\alpha_1} = 0, \tag{16}$$

откуда при подстановке (13) следует алгебраическое уравнение, из решения которого получаем величину угла атаки в момент переключения управления:

$$\alpha_1 = \left[2(n-b)\alpha_0 + \dot{\alpha}_0^2 + a\left(\alpha_k^2 - \alpha_0^2\right) + 2(b+n)\alpha_k\right] / (4n). \tag{17}$$

С другой стороны, из выражения (16) следует соотношение:

$$\dot{\alpha}_1^2 - a\alpha_1^2 - 2(b+n)\alpha_1 = -a\alpha_k^2 - 2(b+n)\alpha_k,$$

подставляя которое в (15), приходим к уравнению:

$$\dot{\alpha} = -\sqrt{a\left(\alpha^2 - \alpha_k^2\right) + 2(b+n)(\alpha - \alpha_k)}, \tag{18}$$

решение которого в конечный момент $t = t_k$ даёт формулу для определения второго управляющего параметра в законе управления:

$$t_k = t_1 + \frac{1}{\sqrt{a}} \ln\left| a\alpha_1 + b + n + \sqrt{a^2\left(\alpha_1^2 - \alpha_k^2\right) + 2a(b+n)(\alpha_1 - \alpha_k)} / n \right|, \tag{19}$$

где величина α_1 определяется по формуле (17), а величина α_k задаётся в отклонении от исходного балансировочного угла атаки α_b.

Пример. Пусть ЛА имеет следующие конструктивные $l = 1{,}5$ м; $S = 0{,}5$ м^2; $I = 5$ кгм^2, и аэродинамические характеристики: $C_x = 0{,}1$; $C_y^{\alpha} = 2{,}0$ 1/рад; $c_m - c_d = -0{,}01$. Поперечное смещение центра масс равно $y_m = -0{,}00909$ м. Рулевые ракетные двигатели создают управляющее ускорение $n = 20$ с$^{-2}$. Продольное смещение центра масс проводится на величину $\Delta c_m = 0{,}002$.

По формуле (1) определяем балансировочный угол атаки:

$$\alpha_b = \frac{C_x y_m}{C_y^\alpha (c_m - c_d) l} = \frac{0{,}1 \cdot (-0{,}00909)}{2 \cdot (-0{,}01) 1{,}5} = 0{,}0303 \text{ или } 1{,}736^\circ.$$

Вычислим коэффициенты уравнения (5):

$$a = C_y^\alpha q S (c_d + \Delta c - c_m) l / I = 210000 \cdot 0{,}5 (0{,}01 + 0{,}002) \cdot 1{,}5 / 5 = 36 \text{ с}^{-2};$$

$$b = \frac{C_x y_m \Delta c}{(c_m - c_d)} \frac{qS}{I} = \frac{0{,}1 \cdot (-0{,}00909) \cdot 0{,}002}{-0{,}01} = 0{,}2727 \text{ с}^{-2}.$$

Пусть предначальное свободное движение продолжается до угла атаки $\alpha_0 = 0{,}1$ (5,730°). По формуле (6) определяем начальную скорость:

$$\dot{\alpha}_0 = \sqrt{(a\alpha_0 + 2b)\alpha_0} = \sqrt{(36 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}2727)0{,}1} = 0{,}6438 \text{ с}^{-1} \text{ (36,890°/с)}.$$

По формуле (7) при $a / b = 36 / 0{,}2727 = 132{,}013$ получаем время:

$$t_0 = \ln\left|13{,}201 + 1 + \sqrt{174{,}266 + 26{,}402}\right| / \sqrt{36} = 0{,}5575 \text{ с}.$$

Вычисления по формуле (20) определяют максимальное отклонение угла атаки от балансировочного угла атаки:

$$\alpha_* = \frac{20 - 0{,}2727}{36} - \sqrt{\left(\frac{20 - 0{,}2727}{36} - 0{,}1\right)^2 - \frac{0{,}6438^2}{36}} = 0{,}1130 \text{ (6,4758°)}.$$

Вычисления по формуле (11) определяют момент достижения максимального угла атаки:

$$t_* = 0{,}5575 + 0{,}0407 = 0{,}5982 \text{ с}.$$

Новый балансировочный угол атаки изменится на величину, следующую из уравнения движения (8) при $\ddot{\alpha} = 0$ и $n = 0$: $a\alpha + b = 0$:

$$\alpha_k = -b / a = -0{,}2727 / 36 = -0{,}007575 \text{ } (-0{,}4340^\circ),$$

откуда новый балансировочный угол атаки равен:

$$\alpha_{bk} = 0{,}0303 - 0{,}007575 = 0{,}0227 \text{ (1,3020°)}.$$

По формуле (17) вычислим приращение угла атаки относительно балансировочного угла атаки в момент переключения управления:

$$\alpha_1 = (3{,}9455 + 0{,}4135 - 0{,}3579 - 0{,}3971)/80 = 0{,}04505\ (2{,}581^\circ).$$

Абсолютное значение равно: 0,0303+0,04505 = 0,07535 (4,317°). По формуле (13) вычисляем угловую скорость при переключении управления:

$$\dot{\alpha}_1 = -1{,}1097\ \text{с}^{-1}\ (63{,}582^\circ/\text{с}).$$

По формуле (14) вычисляем первый управляющий параметр в законе управления:

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{6}\ln\left|\frac{20 - 0{,}2727 - 36 \cdot 0{,}1 + \sqrt{36} \cdot 0{,}6438}{36 \cdot 0{,}04505 - (20 - 0{,}2727) + \sqrt{36} \cdot 1{,}1097}\right| = t_0 + 0{,}0929\ \text{с}.$$

По формуле (19) получаем второй управляющий параметр в законе программного управления:

$$t_k = t_1 + \frac{1}{6}\ln\left|\left(1{,}6218 + 20{,}2727 + \sqrt{2{,}5559 + 76{,}8133}\right)/20\right| = t_1 + 0{,}0720\ \text{с}.$$

Полное время углового разворота равно:

$$t_k = 0{,}5575 + 0{,}0929 + 0{,}0720 = 0{,}7224\ \text{с}.$$

Заключение. Таким образом, методом аналитического решения уравнений углового движения получена конструкция закона программного управления для ВКА, совершающего полёт в атмосфере на балансировочном угле атаки, образованном от поперечного смещения центра масс, после продольного смещения центра масс. Закон управления угловым движением состоит из момента переключения t_1 управляющего ускорения, создаваемого ракетными двигателями, на противоположное, и момента завершения углового разворота t_k по достижении нового балансировочного угла атаки [2]. Конструирование закона программного управления осуществляется по простым формулам, удобным на начальных этапах проектирования перспективных ВКА.

Библиографический список

1. Афанасьев, В.А. Управление разворотами космического аппарата за назначенное время с помощью ракетных двигателей / В.А. Афанасьев, Г.Л. Дегтярев, А.С. Мещанов, Т.К. Сиразетдинов // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2013. – № 1. – С. 73–77.

2. Афанасьев, В.А. Аналитическое конструирование траекторий полета возвращаемых космических аппаратов / В.А. Афанасьев, А.С. Мещанов, В.Р. Хайруллин // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2010. – № 4. – С. 161–170.

К содержанию