

Д 463

ФГБОУ ВПО «ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи



Дильман Валерий Лейзерович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ  
ТОНКОСТЕННЫХ НЕОДНОРОДНЫХ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

05.13.18 – математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

автореферат диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

ЧЕЛЯБИНСК – 2011

Работа выполнена на кафедре общей математики  
ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет»  
(национальный исследовательский университет)

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук,  
профессор Кадченко Сергей Иванович  
  
доктор технических наук, старший  
научный сотрудник Твердохлебов Петр Юрьевич  
  
доктор физико-математических наук,  
профессор Федоров Александр Владимирович

**Ведущая организация:** Государственный ракетный центр  
"КБ им. акад. В.П. Макеева"

Защита диссертации состоится 29 ноября 2011 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 212.298.14 при Южно-Уральском государственном университете по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76, ауд. 1001.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета.

Автореферат разослан 29 августа 2011 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук, профессор



Л.Б. Соколинский

## Актуальность темы исследования

Проблематика, связанная с теоретическими и экспериментальными исследованиями прочности тонкостенных цилиндрических оболочек (далее в автореферате ТЦО), в частности, труб большого диаметра, участков магистральных трубопроводов, тонкостенных сосудов давления, резервуаров, является исключительно актуальной. Механический аспект этой проблематики содержит широкий класс задач, постановка, исследование и решение которых требуют привлечения методов и аппарата ряда разделов механики твердого тела, многих математических дисциплин, современных численных методов и компьютерных технологий.

Необходимо подчеркнуть, что не все задачи допускают численное решение. Классы задач, где численные исходные данные отсутствуют (имеются параметры с достаточно широким диапазоном возможных значений, определяемые механическими и геометрическими свойствами труб, сварных соединений и дефектов), возникают при подготовке нормативных документов, качественной и количественной оценке работоспособности ТЦО в эксплуатационных условиях, создании рекомендаций по конструктивно-технологическому проектированию ТЦО, выработке допустимых норм дефектности. Поэтому в данной проблематике были и остаются актуальными, наряду с численными, приближенные аналитические методы.

Исследование характера разрушений ТЦО свидетельствует о том, что перед разрушением нетто-сечение во многих случаях испытывало необратимые (пластические) деформации, то есть происходило "вязкое" разрушение. Для труб из современных трубных сталей классов К52 – К60 вязкий характер разрушения является более характерным. На это же указывает используемый в США стандарт 31G.

Исследованию прочности ТЦО, содержащих механические неоднородности и дефекты самых разных видов, посвящена обширная литература. Большой вклад в эти исследования внесли С.А. Куркин, В.А. Винокуров, Н.А. Николаев, Н.А. Махутов, А.Н. Моношков, Р.С. Зайнуллин, П.П. Бородавкин, Б.А. Щеголов, В.А. Фрейтаг, А.Я. Красовский, Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев, В.В. Панасюк, Г.И. Ковальчук, Е. Дэвис, Х. Свифт, Э. Марциньяк, Н. Итон, А. Гровер, Дж. Мак-Грат, Е.С. Фолиас, А.Р. Даффи, Г. Хан, П.Дж. Эйбер, Р.М. Денис, Дж. Кифнер и др. Благодаря их фундаментальным исследованиям был получен ряд расчетных методов для оценки несущей способности и сопротивляемости вязкому и хрупкому разрушению сварных ТЦО. Со времен работы Л. Прандтля о напряженном состоянии бесконечной пластичной прослойки, подверженной сжимающим усилиям, написано большое количество статей, глав в монографиях и учебниках, относящихся, в основном, к сжатию (осадке) пластического слоя двумя жесткими плитами. Теоретических работ, исследующих напряженное состояние (далее в автореферате НС) или напряженно-деформированное состояние (далее в автореферате НДС) неразъемных соединений, содержащих слой из менее прочного (далее в автореферате МП) материала (при не очень большой механической неоднородности, характерной для сварных соединений), когда растягивающая нагрузка действует поперек слоя или под углом к нему, и содержащих новые теоретические идеи и подходы, было немного. Большую роль в становлении этого направления сыграли работы Л.М. Качанова и О.А. Бакши, их соавторов и учеников. Их исследования воздействия механических неоднородностей на прочность и работоспособность сварных соединений при различных условиях нагружения оказали серьезное влияние на дальнейшее развитие этой проблематики. Однако, в силу значительной сложности теоретических и экспериментальных исследований, эти авторы в своих работах ограничивались большей частью рассмотрением

механически неоднородных (далее в автореферате МН) соединений листовых и стержневых конструкций. Работы указанных авторов получили развитие в трудах исследователей научной школы, основанной О.А. Бакши в Челябинском политехническом институте (Южно-Уральском государственном университете) в 60-е годы прошлого века. Следует также отметить работы М.А. Дауниса, А.В. Гурьева, С.Е. Александрова, С.И. Кадченко, П.Ю. Твердохлебова, В.Л. Колмогорова, А.А. Богатова и их соавторов, В.Г. Зубчанинова, Д.Д. Ивлева, его коллег и соавторов Р.И. Непершина, Л.А. Максимовой, Ю.Н. Радаева и др., К. Сато, М. Тойеды и их соавторов, К.-Х. Швальбе и его научной школы. В работах М.В. Шахматова, В.В. Ерофеева, А.А. Остсемина (относящихся, в основном, к восьмидесяти и девяностым годам прошлого столетия) и их соавторов были, на основе инженерных методов, проведены исследования НДС и прочности МН соединений ТЦО, в том числе содержащих разнообразные по форме, размерам и расположению дефекты. Трудность задач, возникающих при изучении неоднородных пластических сред, приводила к необходимости рассматривать упрощенные математические модели (далее в автореферате ММ), не учитывающие важные особенности поведения материала МП слоя при его пластическом деформировании, требовала существенных априорных упрощений, приводила к использованию некоторыми авторами допущений, зачастую противоречащих друг другу, что не позволяло дать оценку точности получаемых приближенных решений. Поэтому совершенствование и развитие этого круга проблем остается актуальным. То же относится к случаю, когда геометрия слоя соединения осложнена наличием в нем дефекта (дефектов). Актуальность исследования неоднородных соединений с дефектами усиливается необходимостью дополнения и уточнения существующих нормативных документов, написанных, когда не было достаточно исследовано влияние на несущую способность конструкций сочетания дефекта и механической неоднородности сварного соединения.

## Цель и задачи исследования

Цель диссертационной работы – создание и развитие нового научного направления, содержащего разработку и исследование математических моделей НДС ТЦО, в том числе неоднородных, подверженных внутреннему давлению и осевой нагрузке.

Для достижения цели работы необходимо было решить следующие задачи.

1. Разработать и исследовать комплекс ММ НДС ТЦО, нагруженных внутренним давлением и осевой силой, а также НДС тонкостенных торковых оболочек (далее в автореферате ТТО), нагруженных внутренним давлением, из упрочняемых материалов, и на этой основе получить силовые и деформационные критерии возникновения пластической неустойчивости (далее в автореферате ПН) таких оболочек в форме явных аналитических выражений, алгоритмов и программ.
2. Разработать и исследовать комплекс ММ критического НДС соединений с МП слоем (однородным и неоднородным) в условиях плоской деформации, для чего:
  - (а) разработать численно-аналитические методы приближенного решения недоопределенных краевых задач для системы уравнений пластического равновесия;
  - (б) разработать численно-аналитические методы приближенного решения недоопределенных краевых задач для системы уравнений, моделирующих НДС в пластическом слое; в частности, исследовать и получить приближенные аналитические решения для задач Коши некоторых нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

- (с) Решить задачи сопряжения для напряжений на контактной границе и, как следствие, доопределить указанные выше краевые задачи.
3. Разработать и исследовать ряд ММ критического НДС соединений с поперечным МП слоем в стержневых и трубчатых образцах в условиях осесимметричной деформации, используя численно-аналитические методы.
4. Разработать и исследовать численно и аналитически ММ НДС, в виде полей характеристик, растягиваемой полосы с дефектами, при плоской деформации, и на этой основе получить зависимости критических напряжений в полосе от размеров и расположения дефектов, в форме явных аналитических выражений и программ.
5. Разработать и исследовать ММ НДС слоев из МП материала в составе ТЦО, и на ее основе получить силовые и деформационные критерии потери несущей способности ТЦО с МП слоями и критическое внутреннее давление (в форме явных аналитических выражений и алгоритмов), а также зависимости критического давления в ТЦО от параметров оболочек и прослоек в их стенках, размеров и расположения дефектов, условий нагружения, в форме явных аналитических выражений, алгоритмов и программ.

## Методы исследования

В исследованиях, проводимых в диссертационной работе, использовался аппарат математической теории пластичности и теории оболочек, применялись некоторые методы исследования и приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных гиперболического типа, а также возможности пакета MATLAB для написания программ, проведения численных экспериментов и приближенных вычислений.

## Научная новизна результатов работы

1. Новыми являются все полученные в работе аналитические выражения, алгоритмы и программы для вычисления критических напряжений и деформаций в различных ситуациях, критических внутренних давлений и критических толщин стенок в ТЦО и ТТО, и др., в зависимости от механических и геометрических параметров оболочек, в том числе вида и характера неоднородностей.
2. Впервые найдены деформации и напряжения ПН продольного, кольцевого и спирального МП слоя в ТЦО.
3. Впервые разработаны ММ критического состояния однородных ТЦО: а) с учетом сложного нагружения, возникающего из-за меняющихся при деформировании размеров оболочки; б) с использованием теории течения. На этой основе найдены деформации и напряжения ПН ТЦО. Впервые получен алгоритм нахождения критического участка ТТО.
4. Впервые разработан комплекс ММ критического состояния МП однородно и неоднородно пластичного слоя при плоской деформации, основанных на различных предположениях: гипотезе разделения переменных для касательных напряжений, гипотезе плоских поперечных сечений, гипотезе продольных сечений.
5. Впервые исследована ММ критического состояния кольцевого МП слоя в ТЦО, основанная на гипотезе плоских поперечных сечений (ГППС) и гипотезе разделения переменных (ГРП) для касательных напряжений, позволившая качественно описать некоторые закономерности НДС материала кольцевого МП слоя.

6. Впервые использована разрывность напряжений при моделировании НС в более прочной (БП) части соединения и разработана методика нахождения линий разрыва напряжений как интегральных кривых некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений. Это позволило разработать математическую модель НС в виде поля характеристик в БП части соединения и (впервые для дефекта в БП части) вычислить критическую нагрузку в зависимости от расположения дефекта, для неоднородных соединений со схемами распределения прочности БП-МП и МП-БП-МП.
7. Впервые исследована ММ НДС спирального МП слоя в ТЦО. Впервые получены силовые и деформационные критерии потери несущей способности ТЦО со спиральными слоями и критическое внутреннее давление в таких ТЦО, в зависимости от коэффициента механической неоднородности, коэффициента двухосности нагружения и угла наклона МП слоя.

### **Теоретическая значимость работы**

Дано объяснение эффекта Девиса и показано, каким образом деформационные характеристики материала влияют на направление разрушения однородной ТЦО, и получен алгоритм определения этого направления. Впервые получено обобщение теоремы Генки на случай материала МП слоя с переменной по толщине прочностью при плоской деформации. Перенос метода разделения переменных на некоторые нелинейные уравнения в частных производных, использованный в работе, может быть полезен для получения точных и приближенных решений недоопределенных краевых задач для таких уравнений. Полуобратный метод, примененный при исследовании НС неоднородного слоя, может быть эффективен при аналитическом приближенном решении других уравнений. Используемые в работе подходы к приближенному построению инвариантов Римана и решению задач сопряжения на контактных границах для уравнений плоских и осесимметричных задач теории пластичности можно применять и для исследования и численного решения других неоднородных квазилинейных уравнений гиперболического типа.

### **Практическая значимость работы**

Полученные результаты позволяют:

1. Определять научно обоснованную толщину стенок ТЦО и ТТО (труб, трубопроводов, отводов, сосудов давления, резервуаров) в зависимости от условий эксплуатации и требуемого внутреннего давления.
2. Устанавливать научно обоснованные нормы допустимых дефектов в зависимости от геометрических и механических параметров труб, сварных швов, внутреннего давления и условий эксплуатации, и определять возможность эксплуатации или необходимость замены данного фрагмента трубопровода.
3. Устанавливать допустимую величину внутреннего давления в зависимости от толщины стенки, обнаруженных дефектов, условий эксплуатации.
4. Рекомендовать применение тех или иных видов труб (бесшовных, прямолинейных или спиральношовных) в зависимости от ожидаемых условий эксплуатации.
5. Определять критические растягивающие нагрузки, действующие на листовые и стержневые образцы, стенки ТЦО, содержащие МП прослойки.
6. Внести уточнения и дополнения в нормативные документы.

Результаты работы могут быть использованы в машиностроении (шифры специальностей 05.02.10, 05.02.11), химическом и нефтегазовом машиностроении, авиационной и ракетно-космической технике (05.07.03), обработке металлов давлением (05.16.05), строительстве (05.23.01).

## Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на:

II Международном конгрессе "Защита", Москва, ГАНГ им. И.М. Губкина, 14 – 20 ноября 1995 г.; Второй Международной конференции "Энергодиагностика и condition monitoring", Москва, ГАНГ им. И.М. Губкина, 12 – 16 октября 1998 г.; Всероссийских симпозиумах по прикладной и промышленной математике: Первом, Сочи, 1 – 6 октября 2000 г.; Втором (летняя сессия), Самара, 1 – 6 июля 2001 г.; Втором (зимняя сессия), Йошкар-Ола, 1 – 6 декабря 2001 г.; Третьем, Ростов-на-Дону, 14 – 20 мая 2002 г.; Четвертом (весенне-летняя сессия), Петрозаводск, 29 мая – 3 июня 2003 г.; Четвертом (осенняя сессия), Сочи, 1 – 7 октября 2003 г.; Пятом (весенняя сессия), Кисловодск, 2 – 8 мая 2004 г.; Шестом, Сочи, 1 – 7 октября 2005 г.; Седьмом (весенняя сессия), Кисловодск, 2 – 8 мая 2006 г.; Восьмом (осенняя сессия), Сочи – Адлер, 29 сентября – 7 октября 2007 г.; Девятом (весенняя сессия), Кисловодск, 1 – 8 мая 2008 г.; Десятым (весенняя сессия), С.-Петербург, 19 – 24 мая 2009 г.; Одиннадцатым (весенняя сессия), Кисловодск, 1 – 8 мая 2010 г.; Юбилейной 20-й научно-технической конференции сварщиков Урала, Нижний Тагил, Нижнетагильский технологический институт УГТУ – УПИ, 27 февраля – 2 марта 2001 г.; Межотраслевым научно-техническом совещании "Проблемы и перспективы производства труб большого диаметра в Российской Федерации": Челябинск, РНИИТП, 26 – 28 февраля 2004 г.; XIII Международной конференции "Трубы 2005", Челябинск, РНИИТП, 27 – 29 сентября 2005 г.; Международной конференции "Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения", посвященной 100-летию со дня рождения академика И.Н. Векуа, Новосибирск, НГУ, 28 мая – 2 июня 2007 г.; Международных конференциях "Дифференциальные уравнения и смежные проблемы", Стерлитамак, АН РБ, 24 – 28 июня 2008 г. и 27 – 30 июня 2011 г.; Международной конференции "Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений", посвященной 100-летию со дня рождения С.Л. Соболева, Новосибирск, Институт математики СО РАН, 5 – 12 октября 2008 г.; Международных Казанских летних научных школах-конференциях "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы", Казань, КГУ; Десятой, 1 – 7 июля 2009 г. и Одиннадцатой, 1 – 7 июля 2011 г.; Международной конференции "Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика", посвященной 90-летию со дня рождения Н.Н. Яненко, Новосибирск, Институт вычислительных технологий СО РАН, 30 мая – 4 июня 2011 г.; семинаре проф. В.П. Таваны на механико-математическом факультете ЮУрГУ; семинаре проф. В.Е. Федорова на математическом факультете ЧелГУ; семинаре проф. Г.А. Свиридока на механико-математическом факультете ЮУрГУ; семинаре чл.-кор. РАН В.Н. Ушакова в ИММ УрО РАН.

Все доклады опубликованы в материалах конференций (симпозиумов).

## Публикации

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в монографии и в 47 печатных работах, из них 40 – публикации в ведущих научных рецензируемых журналах, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора наук. В работах [4-7, 10, 11, 20, 22, 24, 26-28, 34, 35, 37, 40, 41, 44, 46] А.А. Остсемину принадлежит введение, В.Л. Дильману принадлежат постановка задач, разработка математических моделей и все полученные результаты. В работах [8, 9, 17-19, 21, 30, 32, 36, 38, 39] А.А. Остсемину принадлежит введение и сравнение результатов с данными натуральных экспериментов, В.Л. Дильману принадлежат постановка задач, раз-

работка математических моделей и все полученные результаты. В работах [25, 29] А.А. Остемину принадлежат введение и обзор литературы, В.Л. Дильману принадлежат разработка математических моделей и все полученные результаты. В диссертацию включены только те результаты, которые были получены лично В.Л. Дильманом (без соавторства), и не затрагивают интересов соавторов.

Выдвинутое на защиту новое научное направление поддержано грантами РФФИ № 01-01-96427-р2001урал (2001 – 2003 г.) и № 05-08-18179 (2005 – 2008 г.), в которых автор являлся руководителем проектов. В рамках этого направления под руководством В.Л. Дильмана защищена кандидатская диссертация.<sup>1</sup>

## Содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, восьми глав и списка литературы, изложена на 316 страницах, содержит 82 рисунка, 6 таблиц. Библиография включает 265 наименований.

Во **введении** дается общая характеристика работы и историография по теме диссертации, формулируются цели и задачи исследования.

В **первой главе** рассматриваются математические модели ПН ТЦО. В п. 1.1 сформулированы гипотезы об инвариантности закона упрочнения для изотропных материалов (гипотеза о "единой кривой"), то есть гипотеза о независимости диаграммы деформирования от вида напряженного состояния при сложном нагружении, и критерий Свифта – Марциньяка (далее в автореферате СМ) (H.W. Swift, Z. Marciniak)<sup>2</sup> достижения оболочкой состояния ПН. При использовании деформационной теории диаграмма деформирования имеет вид:

$$\sigma_i = f(\varepsilon_i), \quad (1)$$

где  $\sigma_i$  и  $\varepsilon_i$  – интенсивности напряжений и деформаций. В случае использования теории течения закон деформирования имеет вид:  $\sigma_i = f(\bar{\varepsilon}_i)$ , где  $\bar{\varepsilon}_i$  – параметр Одквиста. В п. 1.1 приводятся и анализируются известные из литературы аппроксимации зависимости (1), и предлагаются новые, например:

$$\sigma_i = A\varepsilon_i^n \exp(a\varepsilon_i + b\varepsilon_i^2); \quad (2)$$

Здесь  $A$ ,  $n$ ,  $a$ ,  $b$  – постоянные, характеризующие свойства материала.

Далее в п. 1.1 излагается критерий СМ и на его основе выводится зависимость коэффициента  $A$  в формуле (2) от параметров  $n$ ,  $a$ ,  $b$  и  $\sigma_B$ . В частности, при  $b = 0$   $A = (1 - a)^n n^{-n} (\exp n) \sigma_B$  ( $\sigma_B$  – предел прочности материала).

В п. 1.2 и п. 1.3 моделируется состояние ПН ТЦО на основе теории малых деформаций. При пропорциональном нагружении ТЦО осевой силой  $N$  и внутренним давлением  $p$ , в результате изменения размеров ТЦО в процессе деформирования, путь нагружения (по истинным напряжениям) несколько отклоняется от пропорционального, т. е. коэффициент  $m = \sigma_z / \sigma_\varphi$  (здесь  $\sigma_z$  и  $\sigma_\varphi$  – осевое и кольцевое напряжения в стенке оболочки) при  $N/p = \text{const}$  в общем случае не является постоянным. Величины главных напряжений в ТЦО рассчитываются по формулам<sup>3</sup> ( $R$  – внутренний радиус,  $t$  – толщина стенки):

$$\sigma_z = \frac{Rp}{2t} + \frac{N}{2\pi Rt}; \quad \sigma_\varphi = \frac{Rp}{t}; \quad \sigma_r = 0. \quad (3)$$

Из условия несжимаемости и подобия девиаторов напряжений и деформаций, в предположении, что в процессе деформации внутреннее давление  $p$  и осевая

<sup>1</sup>Ерошкина Т.В. Математическое моделирование напряженного состояния неоднородных цилиндрических стержней: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Челябинск, 2010. 103 с.

<sup>2</sup>Swift H. Plastic instability under plane stress // J. Mech. and Phys. Solids. 1952. №1. P. 1–18.

<sup>3</sup>Томсен Э., Янг Ч., Кобаяши Ш. Механика пластических деформаций при обработке металлов. М.: Машиностроение, 1969. 502 с.



нагрузка  $N$  изменяются пропорционально вплоть до начала ПН, и формул (3) следуют соотношения:

$$(2 - m)\varepsilon_z = (2m - 1)\varepsilon_\varphi; \quad 2m - 1 = (2m_0 - 1) \exp(-2\varepsilon_\varphi) \quad (4)$$

(индекс 0 указывает на начальный момент нагружения). Вторая формула (4) определяет изменение коэффициента  $m$  в зависимости от кольцевой деформации, причем  $m$  меняется в процессе пластического деформирования ТЦО, за исключением случая  $m_0 = 0, 5$ , когда осевое усилие  $N = 0$ , и случая  $m_0 = 2$ , при котором  $R$  не меняется в процессе деформирования. В п. 1.2 получены формулы

$$\sigma_i = \frac{s_0 R_0 p}{4s_0^3} \exp(\alpha\varepsilon_i + \beta\varepsilon_i^2), \quad \text{где } s = \sqrt{m^2 - m + 1}; \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{3}{2s_0} - \frac{(2m_0 - 1)^2(2 - m_0)}{4s_0^3}; \quad \beta = \frac{3(2m_0 - 1)(2 - m_0)(4m_0^3 - 9m_0^2 + 11m_0 - 3)}{16s_0^6}.$$

Из равенства дифференциалов функций (2) и (5), в соответствии с критерием СМ, найдено критическое значение интенсивности деформаций

$$\varepsilon_i^* = \frac{2n}{\sqrt{(\alpha - a)^2 + 8(\beta - b)n + \alpha - a}}.$$

Это позволяет вычислить критическое значение интенсивности напряжений  $\sigma_i^*$  и критическое давление  $p^*$ , соответствующие моменту наступления ПН ТЦО вследствие общей потери устойчивости пластического деформирования (ОПУД). Далее в п. 1.2 выводится и анализируется ряд приближенных формул для вычисления критических значений  $\varepsilon_i^*$ ,  $\sigma_i^*$  и  $p^*$ , в том числе при различных аппроксимациях закона упрочнения (1). Например, при условии (2) ( $b = 0$ ) и  $N = 0$

$$p^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{1 - a}{\sqrt{3} - a} \right)^n \exp \left( \frac{an}{\sqrt{3} - a} \right) \frac{t_0}{R_0} \sigma_B.$$

Сравнение полученных величин критических давлений с данными натурального эксперимента показало хорошее соответствие (различие 2...6%). В конце п. 1.2 анализируются условия, определяющие рабочее давление в действующем трубопроводе.<sup>4</sup> Отмечается, что отсутствие коэффициента  $m$  и параметров, определяющих упрочнение материала, свидетельствует о том, что принятая там вычислительная схема может быть усовершенствована.

В п. 1.3 исследуются условия возникновения ПН ТЦО в форме локализации пластических деформаций (ЛПД): вычисляются соответствующие значения критических деформаций, в зависимости от параметров  $m_0$  и  $n$ , устанавливаются условия появления осевой или кольцевой шейки в зависимости от тех же величин (под осевой шейкой имеется в виду локальная выпучина с утонением стенки ТЦО). Пусть  $\varepsilon_{i2}^m$  - интенсивность деформаций, при достижении которой возникает кольцевая шейка, а  $\varepsilon_{i\varphi}^m$  - интенсивность деформаций, при которой возникает шейка (локальная выпучина) в осевом направлении. Получены, с использованием критерия СМ, формул и методики п. 1.2, формулы:

$$\varepsilon_{i\varphi}^m = \frac{2n}{\sqrt{(\alpha_2 - a)^2 + 8(\beta_2 - b)n + \alpha_2 - a}};$$

$$\alpha_2 = \frac{(m_0 - 2)(2m_0^2 - 2m_0 - 1)}{4s_0^3}; \quad \beta_2 = \frac{(2 - m_0)(2m_0 - 1)(2m_0^3 - 5m_0^2 + 7m_0 - 1)}{16s_0^6},$$

и (того же уровня сложности) формулы для  $\varepsilon_{i2}^m$ . В ряде частных случаев эти формулы сводятся к известным. Анализ формул показывает, что когда  $0 \leq m \leq 2$ ,

<sup>4</sup>Строительные нормы и правила. СНиП 2.05.06-85\*. Магистральные трубопроводы. М.: Госстрой России, 2003. 59 с.

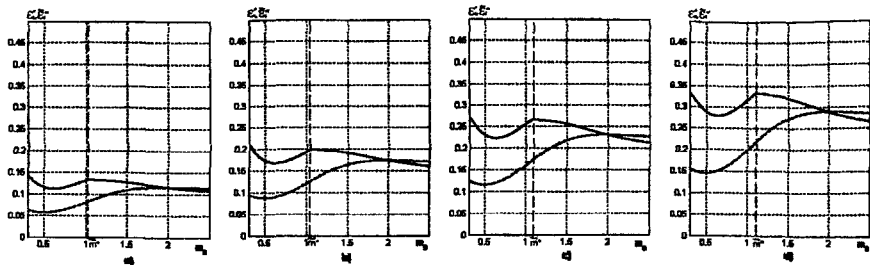


Рис. 1: Зависимость от параметра двухосности нагружения  $m_0$  величины критической интенсивности деформаций  $\varepsilon_i^*$ , при которой происходит ОПУПД (пунктирная), и  $\varepsilon_{i1}^m$ , при которой возникает шейка (сплошная): а)  $n = 0, 10$ ; б)  $n = 0, 15$ ; в)  $n = 0, 20$ ; д)  $n = 0, 25$  (всюду  $a = 0$ )

ЛПД (появление шейки или выпучины) наступает строго позже ОПУПД; если  $2 \leq m \leq \infty$ , то этап ОПУПД перед возникновением шейки отсутствует (рис. 1). Далее в п. 1.3 выясняется, каким должно быть исходное отношение главных напряжений  $\tilde{m}^*$ , чтобы возникла продольная либо, наоборот, кольцевая шейка. Когда  $\varepsilon_{iz}^m < \varepsilon_{ip}^m$ , следует ожидать появления кольцевой шейки, в противном случае – осевой. Показано, что величина  $\tilde{m}^*$  не всегда равна единице ("парадокс" Е.А. Девиса<sup>5</sup>) и зависит от параметров упрочняемого материала.

В п. 1.4 моделируется критическое НДС ТЦО на основе теории течения. Отличие ММ этого пункта от п. 1.2 в том, что вместо (4) используется система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\varepsilon_z}{2m-1} = \frac{d\varepsilon_\rho}{2-m} = \frac{d\varepsilon_r}{-(m+1)} = \frac{(d\varepsilon)_i}{2s}$$

где  $(d\varepsilon)_i$  – интенсивность приращений деформаций. На основе критерия СМ, при гипотезе (2) ( $b = 0$ ), получено рекуррентное соотношение

$$\varepsilon_i^* = \frac{2sn}{(2m-1)^2(m-2)/2s^2 + 3 - 2as}. \quad (6)$$

На этой основе в п. 1.4 описан алгоритм вычисления  $\varepsilon_i^*$ . Первое приближение для значения  $\varepsilon_i^*$  получается, если положить в правой части (6)  $m = m_0$ . Для параметра  $m$  в важном для приложений диапазоне  $0,5 \leq m \leq 2,5$  найдена оценка (приводим вариант с ошибкой порядка 1%)  $m \approx m_0 - 0,3(2 - m_0)(2m_0 - 1)\varepsilon_i$ , что позволяет получить явную приближенную формулу для вычисления  $\varepsilon_i^*$ . Анализ приведенных формул показывает, что уже первое приближение при наиболее часто встречающихся значениях  $n = 0, 1 \dots 0,3$  (для сталей) дает ошибку 1...3%.

В п. 1.5, при использовании подходов п. 1.3 и техники, разработанной в п. 1.4, получены рекуррентные соотношения для вычисления деформаций, при которых наступает ЛПД. На этой основе описан алгоритм вычисления  $\varepsilon_i^*$ , приближенные явные аналитические выражения для  $\varepsilon_i^*$  и  $\tilde{m}^*$ . Полученные результаты объясняют не только эффект Дэвиса, но и различие экспериментальных результатов его работы и работы<sup>6</sup>: значение  $\tilde{m}^*$  существенно зависит от деформационных свойств материала – параметров  $n$  и  $a$ , причем, как видно из полученного при  $m = 1$  выражения  $\varepsilon_i^* = n(0,75 - a)^{-1}$ , параметр  $a$  может оказать существенное влияние на пограничную величину интенсивности деформации. Это указывает на необходимость как можно более точной аппроксимации зависимости (1).

<sup>5</sup> Девис Е. Рост напряжений с изменением деформаций и зависимость "напряжения-деформация" в пластической области для меди при сложном напряженном состоянии // Теория пластичности / Под ред. Ю.Н. Работнова. М.: Изд-во иностр. лит., 1948. С. 336–363.

<sup>6</sup> Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова думка, 1976. 416 с.

В п. 1.6 проводится сравнение понятий ОПУПД и напряжения пластического течения (НПТ, "flow stress")  $\sigma^*$ , в другой терминологии – напряжения пластической неустойчивости (НПН)<sup>7</sup>, на котором основаны критерии допустимости дефектов, входящие в стандарт В31G (США). На основе анализа результатов п.п. 1.2, 1.4 можно предположить, что НПТ (НПН) характеризует момент ОПУПД:

$$\sigma^* = \left( (2/3)\sqrt{m_0^2 - m_0 + 1} \right)^n \sigma_B. \quad (7)$$

Формула (7) учитывает прочностные ( $\sigma_B$ ), деформационные ( $n$ ) свойства материала и условия нагружения ( $m_0$ ) ТЦО. При отсутствии осевых нагрузок она имеет вид:  $\sigma^* = (\sqrt{3})^{-n} \sigma_B$ . Вычисленные по ней значения  $\sigma^*$  хорошо согласуются с предложенными в работах<sup>6, 8</sup> полуэмпирическими зависимостями.

В п. 1.7 делаются выводы по первой главе. Отмечается, что полученные результаты обобщают и уточняют ранее известные, и что назрела необходимость внесения изменений в нормативные документы<sup>4</sup>.

В второй главе рассматриваются математические модели ПН ТТО и отводов. В п. 2.2 исследуется, на основе подходов гл. 1, несущая способность равно-

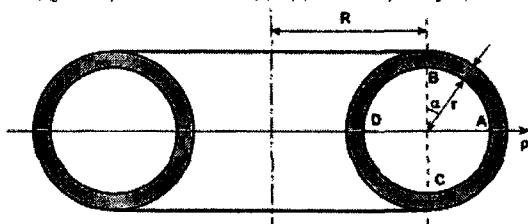


Рис. 2: Осевое сечение торовой тонкостенной оболочки

стенных ТТО по безмоментной теории. В п. 2.2.2 получена величина критической кольцевой деформации в виде:

$$\varepsilon_\varphi^* = 0,5n(1 + \omega), \quad \omega = \frac{\gamma \sin \alpha (1 - \gamma \sin \alpha)}{12(1 - (\gamma/2) \sin \alpha)(1 - (\gamma/3) \sin \alpha)}, \quad \gamma = r/R.$$

В п. 2.2.3 показано, что при достижении момента ОПУПД круговая форма осевого сечения внутренней поверхности оболочки искажается незначительно: отношение "горизонтального диаметра"  $DA$  и "вертикального диаметра"  $CB$  составляет при  $n = 0,2$  0,97, если  $\gamma = 0,5$  и 0,99, если  $\gamma = 0,25$ . Показано, что радиус круговой оси тора  $R$  увеличивается незначительно. Это изменение трудно обнаружить в экспериментах (что соответствует известным натурным экспериментам), и  $R$  можно считать постоянным в инженерных расчетах. В п. 2.2.4 описан алгоритм для вычисления критических напряжений в явном виде ТТО и критического внутреннего давления, и получены приближенные выражения.

$$p^* = \frac{2}{\sqrt{3}^{n+1}} \cdot \frac{2t_0}{r_0} \cdot \frac{1 - \gamma_0}{2 - \gamma_0} \cdot \omega_1 \sigma_B, \quad \omega_1 = 1 - \frac{n\gamma_0}{2(1 - \gamma_0)(2 - \gamma_0(1 + n/2))}. \quad (8)$$

В п. 2.2.5 полученные результаты анализируются и сравниваются с данными натурального эксперимента. Для равностенных оболочек толщина стенки, при которой оболочка, нагруженная рабочим давлением  $p$ , сохраняет несущую способность, может быть определена неравенством

$$t > t_{\min} = \frac{\sqrt{3}^{n+1} r_0 p}{2\sigma_B} \eta, \quad \eta = \frac{2 - \gamma_0}{(2 - 2\gamma_0)\omega_1}.$$

<sup>7</sup>Новые методы оценки сопротивления металлов хрупкому разрушению. М.: Мир, 1972. 439 с.

<sup>8</sup>Денис Р.М. Оценка допустимости коррозионных дефектов // Трубопроводный транспорт нефти. 1997. № 4. С. 28-34.

При  $\gamma_0 = 0$   $\eta = 1$ ; отсюда следует формула Свенсона - Щеглова для вычисления минимальной толщины тонкостенной цилиндрической оболочки (трубы), нагруженной внутренним давлением. Приведенные в работе <sup>9</sup> экспериментальные данные находятся в хорошем соответствии с расчетами, выполненными по формуле (8). Ошибка в 5...10% идет в запас прочности.

В п. 2.3 исследуется, на основе результатов п. 2.2, несущая способность равнопрочных ТГО. В п. 2.3.2 вычислена толщина стенки равнопрочной оболочки:

$$t_0(\alpha) = \frac{2 + \gamma_0(1 + n/2) \sin \alpha}{2(1 + \gamma_0(1 + n/2) \sin \alpha)} \cdot t_0(0).$$

Там же найдено критическое давление и в разностенной неравнопрочной ТГО:

$$p^* = \frac{4f(\alpha_{min})}{\sqrt{3}^{n+1} \tau_0} \sigma_B; \quad f(\alpha) = \frac{t_0(\alpha)(1 + \gamma_0(1 + n/2) \sin \alpha)}{2 + \gamma_0(1 + n/2) \sin \alpha}.$$

В п. 2.3.3 строится математическая модель НДС, основанная на гипотезе  $R = const$  и не использующая безмоментную теорию тонких оболочек. Напряжения, вычисленные по формулам этой модели, мало отличаются при  $\gamma = 0, 1, \dots, 0, 2$ , но заметно отличаются у крутоизогнутых оболочек.

В п. 2.4 делаются выводы по второй главе. Отмечается, что получены простые уравнения для вычисления наиболее слабого участка неравнопрочной осесимметричной оболочки, позволяющие указать этот участок и вычислить разрушающее давление (лимитированное этим участком).

Во третьей главе разрабатывается и исследуется комплекс ММ НС расположенного вдоль образующей слоя из МП материала, чем основной материал (далее в автореферате ОМ) ТЦО. Как модельный рассматривается плоский образец с ортогональным направлению нагрузки МП слоем.

В п. 3.1 излагается подход к решению возникающих при этом недоопределенных краевых задач для систем уравнений гиперболического типа, по схеме:

1. Находится решение в окрестности свободной границы в зоне, где оно однозначно определяется граничными условиями, для чего вычисляются, точно или приближенно, инварианты Римана, с их помощью решается задача сопряжения для напряжений на контактной границе. Найденные на отрезке  $FA$  (рис. 3) напряжения используются для вычисления критической нагрузки и для доопределения задачи из следующего пункта.
2. Находится решение в окрестности поперечной оси симметрии слоя, с использованием краевых условий на контактной поверхности, полученных в предыдущем пункте схемы и некоторых ограничений на класс решений.

Далее анализируются применявшиеся в литературе гипотезы при наложении ограничений на классы функций во втором пункте указанной схемы.

В п. 3.2 моделируется напряженное состояние прямоугольного МП слоя через описание поэтапного развития полей характеристик. В п. 3.2.1 отмечается, что многообразие вариантов при деформировании МП слоя связано с наличием нескольких вариантов критического состояния слоя:

1. Достижение соединением критического значения внешней нагрузки без вовлечения в пластическое деформирование БП части соединения (этот случай характерен для отношения толщины к ширине слоя  $\lambda$ , близкого к 1, или ( $n$ ) больших  $K$ , где  $K$  - коэффициент механической неоднородности, т. е. отношение пластических постоянных БП и МП участков).

<sup>9</sup>Бедкин Н.М. Гидроиспытания крутоизогнутых отводов до разрушения // Строительство трубопроводов. 1975. № 8. С. 13-14.

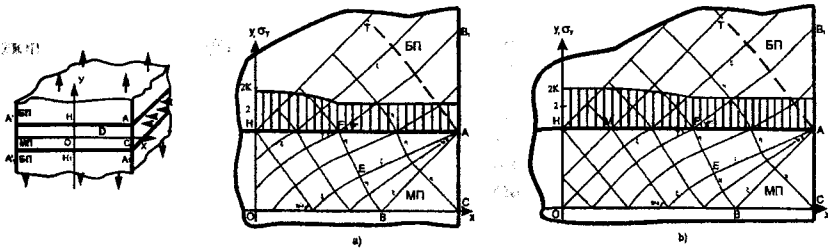


Рис. 3: Фрагмент листового образца с МП слоем, поле характеристик и эпюра напряжений  $\sigma_y$  на контактной поверхности в критический момент нагружения: а) напряжения  $\sigma_y$  не достигают значения  $2K$ ; б) напряжения  $\sigma_y$  достигают значения  $2K$  на отрезке  $HM$  ( $АСОН$  – четверть МП слоя)

2. То же, но с вовлечением в какой-то момент в пластическое деформирование приконтактных участков БП части соединения; при этом нормальные напряжения нигде в МП слое не достигают средних напряжений в ОМ.
3. То же, что в предыдущем пункте, но при этом нормальные напряжения в средней части контактной поверхности достигают средних напряжений в ОМ (это состояние характерно для малых  $\kappa$  и  $K$ ).

В п. 3.2.2, при условии  $K < 1,5$ , в варианте 1 критического состояния слоя вычисляется максимальный угол  $\omega^*$  центрированного поля с вершиной в точке  $A$  (рис. 3):  $\omega^* \approx 1/\sqrt{\kappa} - 1$ ,  $0,5 < \kappa < 1$ . В п. 3.2.3 моделируется картина полей характеристик в окрестности точки  $A$  в вариантах 2 и 3. Задача сопряжения для напряжений на контактной границе сводится к системе трансцендентных уравнений с неизвестными  $\omega = \omega^{**}$  и  $\omega^{БП}$  – углами поворота характеристик от свободной к контактной поверхности в момент начала течения БП участков ( $\omega^{**}$  – угол веерно-центрированного поля в МП части). В п. 3.2.4 найдено приближенное решение этой системы методом разложения по параметру  $\lambda = K - 1$ :

$$\omega^{БП} \approx \frac{K-1}{2K} \left( 1 + \frac{(K-1)^2}{8K} \right), \quad \omega^{**} \approx \frac{K-1}{2} \left( 1 + \frac{(K+1)(K-1)^2}{16} \right), \quad (9)$$

откуда получено условие на  $\kappa$ , при котором БП часть соединения не вовлекается в пластическое деформирование:  $\kappa > 4/(K+1)^2$ . Кроме того, в п. 3.2.4 система (9) решена численно методом итераций для любых значений  $1 < K < 3$ . Это решение показало, что  $OM$  при  $K > K^* \approx 1,99$  не вовлекается в пластическое деформирование ни при каких, даже очень малых, значениях  $\kappa$ .

В п. 3.3 изучается статически квазиопределимая задача, моделирующая НС МП слоя в критический момент. В п. 3.3.1 рассматривается система уравнений относительно неизвестных компонент тензора напряжений:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0; \quad (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4. \quad (10)$$

Искомые функции определены на области  $OBFH$  (см. рис. 3). Граничные условия:  $\tau_{xy}(x, 0) = 0$ ,  $\tau_{xy}(0, y) = 0$ . Задача решается в предположениях: 1) гипотеза разделения переменных (ГРП) для касательных напряжений  $\tau(x, y) = X(x)Y(y)$ ; 2) "эллиптическое" условие пластичности из (10) заменяется на близкое к нему "параболическое" условие  $\sigma_x - \sigma_y = \pm 2(1 - \mu^2 \tau_{xy}^2)$ . Пусть  $\alpha$  – наибольшее в слое в данный момент нагружения значение касательных напряжений,  $\alpha^*$  – его значение, соответствующее критической нагрузке. Тогда, при выполнении неравенства пластичности,  $\mu = (1 + \sqrt{1 - (\alpha^*)^2})^{-1}$ , или  $\mu = 0,5$  при малых  $\alpha$ . Из формул (9)

следует, что  $\alpha^* = \sin(2\omega^{**}) \approx 2\omega^{**} - (2\omega^{**})^3/6 \approx K-1$  и что (для прямоугольного слоя) абсцисса точки  $F$  (рис. 3)

$$x_F = 1 - \frac{2\kappa}{\cos \omega^{**} + \sin \omega^{**}} \simeq 1 - \frac{4\kappa}{K+1}.$$

Далее в п. 3.3.1 доказана теорема: Система (10) при условиях  $\tau_{xy}(x, 0) = 0$ ,  $\tau_{xy}(0, y) = 0$  и ГРП для касательных напряжений имеет решение тогда и только тогда, когда имеет место один из случаев:

1.  $\tau_{xy}(x, y) = X(x)y$ . В этом случае функция  $X(x)$  удовлетворяет уравнению:  

$$X'' - 4X'X = 0.$$

2.  $\tau_{xy}(x, y) = xY(y)$ . В этом случае функция  $Y(y)$  удовлетворяет уравнению:  

$$Y'' + 4Y'Y = 0.$$

В п. 3.3.2 рассматривается модель, соответствующая п. 1 теоремы п. 3.3.1. При вычислении компонент тензора напряжений возможны 2 случая (они представлены на рис. 3). В первом случае (рис. 3, а) при  $x_F \leq x \leq 1$ ,

$$\tau_{xy} = \alpha^* = K - 1; \quad \sigma_y = 2 + (K - 1)(3 - K)/2, \quad (11)$$

а когда  $0 \leq x \leq x_F$ , при  $A = x_F^{-1}\varphi(2(K-1)x_F/\kappa)$ ,  $\varphi(x) = (x^{-1} + 0,36)^{-0,5}$ ,

$$\tau_{xy} = \frac{A}{2}y \operatorname{tg}(Ax);$$

$$\sigma_y = \frac{A^2\kappa^2}{4 \cos^2(Ax_F)} - \frac{A^2y^2}{4 \cos^2(Ax)} + \frac{1}{2} \ln \frac{\cos(Ax)}{\cos(Ax_F)} + \frac{(K-1)(3-K)}{2} + 2 + \frac{p}{2},$$

где  $p$  — давление на поверхность  $AC$  (слагаемым  $p/2$  можно пренебречь, т. к.  $p/2$  составляет от 2 величину порядка  $t/(2R)$ , которая мала в тонкостенных оболочках). Во втором случае (рис. 3, б) на отрезке  $HM$

$$\sigma_y = -\frac{A^2y^2}{4 \cos^2(A(x-x_M))} + \frac{1}{2} \ln \cos(A(x-x_M)) + 2K + A^2\kappa^2/4.$$

В п. 3.3.3 на основании результатов п. 3.3.2 вычисляется среднее критическое напряжение на контактной границе  $\sigma_{y\text{ср}}$ . В первом случае  $\sigma_{y\text{ср}} = 2 + \sigma_{y\text{упр}}$ ,

$$\sigma_{y\text{упр}} = \frac{(K-1)(3-K) + p}{2} + \frac{A^2}{4}\kappa^2 \left( \frac{x_F}{\cos^2(Ax_F)} - \frac{\operatorname{tg}(Ax_F)}{A} \right) + \frac{1}{3}x_F |\ln \cos(Ax_F)|,$$

где  $\sigma_{y\text{упр}}$  — добавочная часть  $\sigma_{y\text{ср}}$ , возникающая вследствие контактного упрочнения. Во втором случае

$$\sigma_{y\text{упр}} = 2(K-1) + p/2 - (A/4)\kappa^2 \operatorname{tg}(A(x_F - x_M)) - \\ - (1 - x_F)(K^2 - 1)/2 + (A/6)(x_F - x_M)(\ln \cos(A(x_M - x_F))).$$

В конце п. 3.3.3 рассмотрено НС достаточно толстого МП слоя, когда не происходит вовлечение БП частей соединения в пластическое деформирование, т. е. при условии  $\omega^* < \omega^{**}$ . В этом случае в окрестности оси  $OX$  на участке  $OB$  НС напоминает прандтлевское, когда касательные напряжения вдоль слоя изменяются мало. Тогда

$$g_{y\text{упр}} = 1 + \frac{\sigma_{y\text{упр}}}{2} = 1 + \frac{(1 - \sqrt{\kappa})(1 - \kappa)^2}{2\sqrt{\kappa}}.$$

Отсюда видно, что при  $\kappa > 0,5$  коэффициент контактного упрочнения  $g_{y\text{упр}}$  не зависит  $K$  и незначительно превышает единицу. В п. 3.3.4 изучается второй возможный вариант точного решения задачи, поставленной в п. 3.3.1, т. е. исследуется модель, при которой касательные напряжения изменяются линейно вдоль

МП слоя:  $\tau(x, y) = xY(y)$ . Функция  $Y$  удовлетворяет уравнению  $Y'' + 4Y'Y = 0$ . Вычисляются компоненты тензора напряжений. В первом случае при  $0 \leq x \leq x_F$

$$\tau_{xy} = 0, 5Ax \operatorname{th}(Ay); \quad \sigma_y = \frac{1}{2} \ln \frac{\operatorname{ch}(Ax)}{\operatorname{ch}(Ay)} + \frac{A^2}{4}(x_F^2 - x^2) + \frac{(K-1)(3-K)}{2} + 2 + \frac{p}{2},$$

причем  $A^2 = 2(K^2 - 1)/(\varkappa(K + 1 - 4\varkappa))$ .

В п. 3.4 изучаются модели напряженного состояния МП слоя на основе полной системы уравнений НДС пластической среды при плоской деформации, содержащей, помимо уравнений (10), уравнения несжимаемости среды и пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} = V(x, y), \quad \text{где } V(x, y) = \frac{\partial v_x/\partial x - \partial v_y/\partial y}{\partial v_x/\partial y + \partial v_y/\partial x}. \quad (12)$$

Здесь  $v_x$  и  $v_y$  - (условные) скорости перемещения точек среды в направлениях  $OX$  и  $OY$  соответственно. П. 3.4.1 посвящен постановке задачи. В п. 3.4.2 рассматривается математическая модель на основе гипотезы продольных сечений - предположения о характере деформирования координатных прямых  $x = \operatorname{const}$ . Предполагается, что  $v_x(x, y) = a(x)b(y)$ . В качестве аппроксимации функции  $b(y)$  выбрана функция  $b(y) = -\cos \lambda y$ . Параметр  $\lambda$  зависит от  $\varkappa$  и  $K$ . Такой вид функции  $b(y)$  не только является правдоподобной, не противоречащей известным экспериментам аппроксимацией, но и представляет функцию  $V$  из (12) как произведение двух функций, зависящих каждая от одной переменной. Это позволяет, представив  $\tau_{xy}$  и  $\sigma_x - \sigma_y$  в виде степенных рядов относительно  $V$  и ограничившись слагаемыми степени не выше второй, свести уравнение для нахождения  $\tau_{xy}$  к разделению переменных и, в конечном счете, к краевой задаче для того же относительно  $x$  уравнения, что и в п. 3.3.2. Полученные в п. 3.4.3 результаты (аналитические выражения для компонент тензора напряжений) аналогичны результатам п. 3.3 и являются их уточнениями (порядка нескольких процентов при  $K < 1,5$ ). В п. 3.4.4 рассматривается математическая модель на основе гипотезы плоских поперечных сечений (ГППС) - предположения о характере деформирования координатных прямых  $y = \operatorname{const}$ . Здесь предполагается, что  $v_y(x, y) = W(y)$ . В п. 3.4.5 получены приближенные аналитические выражения для вычисления компонент тензора напряжений и показано, что гипотеза о линейности  $\tau$  по  $x$ , использованная в п. 3.3.4, приводит к результатам, являющимся первым приближением результатов на основе ГППС. В п. 3.4.6, в рамках модели из п. 3.4.4, вычислено среднее критическое напряжение  $\sigma_{y\text{ср}}$ . В первом случае, когда  $\varkappa_0 \leq \varkappa \leq (K+1)/4$ ,  $\varkappa_0 \approx 0,25$ ,

$$\sigma_{y\text{ср}} = 2 + \sigma_{y\text{нр}}, \quad \sigma_{y\text{нр}} = \frac{(K-1)(3-K)}{2} + \frac{(K-1)(K+1-4\varkappa)^2}{3\varkappa(K+1)^2}. \quad (13)$$

Во втором случае, когда  $0 \leq \varkappa \leq \varkappa_0$ ,

$$\sigma_{y\text{нр}} = (K-1)(2-2\varkappa - (1/6)\sqrt{\varkappa(K+1)}\sqrt{K+1-4\varkappa}). \quad (14)$$

На рис. 4 экспериментальные точки взяты из работы<sup>10</sup> (слева) и работы<sup>11</sup>. Из полученных в п. 3.4.6 результатов следует, что даже тонкий МП слой снижает прочность соединения. В п. 3.4.7 на основании результатов п.п. 3.4.4 и 3.4.5 вычислены скорости смещения точек слоя в продольном и поперечном направлениях  $v_x = -Cx(\operatorname{ch}(Ay))^{-1}$ ,  $v_y = (C/A) \operatorname{arctg}(\operatorname{sh}(Ay))$ ,

<sup>10</sup> О разрушении высокопрочных сталей при сварке / А.М. Макара, В.А. Саржевский, Н.Е. Протосей и др. // Свароч. пр-во. 1968. № 8. С. 1-5.

<sup>11</sup> О влиянии степени механической неоднородности на статическую прочность сварных соединений / О.А. Бакши, В.В. Ерофеев, М.В. Шахматов и др. // Свароч. пр-во. 1983. № 4. С. 1-4.

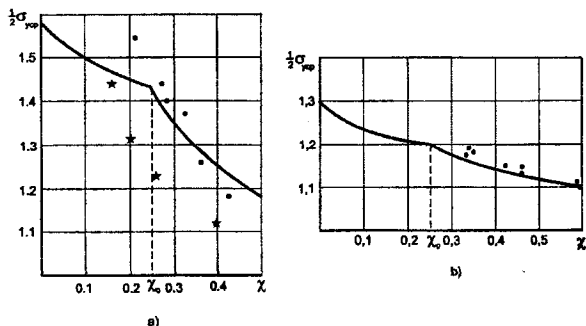


Рис. 4: Сравнение с экспериментальными данными теоретической, по формулам (13), (14), величины  $\sigma_{ур}$  в зависимости от  $\chi$

где  $C$  – произвольная постоянная,  $C > 0$ . Если скорость движения ОМ ортогонально МП слою известна,  $W = W(\chi)$ , то постоянная  $C$  находится по формуле:

$$C = AW(\chi) \operatorname{arctg}^{-1}(\operatorname{sh}(A\chi)). \quad (15)$$

В п. 3.4.8 приведены результаты численных экспериментов для сравнения нормальных напряжений, полученных на основе моделей п.п. 3.3.2 и 3.3.4 при различных значениях параметров  $K$  и  $\chi$ , показавшие незначительные отличия. Далее в п. 3.4.8 в результате анализа формул для вычисления нормальных напряжений при условии достижения всеми точками слоя критического состояния, дается описание возможной картины развития напряжений в слое и поэтапного вовлечения в пластическое деформирование различных участков. Отмечается, что в средней части (т. е. вдали от свободных поверхностей) не очень тонкого слоя (случай 1, рис. 3, а) переход в пластическое состояние и затем в состояние пластической неустойчивости сначала происходит вблизи БП частей соединения, около контактной границы. Приводятся ссылки на эксперименты, проводится параллель с известными явлениями, возникающими при растяжении полосы, ослабленной неглубокими вырезами.

В четвертой главе, на основе развития подходов п. 3.3, изучается НС МП слоя, прочность которого переменна по толщине:  $k = k_0 Z(y)$ , где  $k_0 = k|_{y=0}$ ,  $Z$  – четная функция. В п. 4.1 формулируются основные допущения, в основном совпадающие с предположениями п. 3.3. Вместо условия пластичности системы (10) рассматривается более общее уравнение

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4Z^2(y) \quad (16)$$

которое затем заменяется на приближенное "параболическое" условие;  $Z(0) = 1$ ;  $Z(\chi) = K_{сл}$ ,  $K_{сл}$  – параметр слоя, характеризующий его неоднородность.

В п. 4.2 система из уравнений равновесия и условия пластичности интегрируется вдоль характеристик, и решается задача сопряжения для напряжений на контактной поверхности. В п. 4.2.1 система уравнений пластического равновесия рассматривается в инвариантной форме; записываются уравнения характеристик; система интегрируется вдоль характеристик. Показано, что на характеристике

$$\sigma_x + \sqrt{Z^2 - \tau_{xy}^2} \pm Z \arcsin \frac{\tau_{xy}}{Z} - Z(1 + \Delta) = const$$

(плюс для  $\xi$ -характеристик с положительным к оси  $OX$  углом наклона, минус для  $\eta$ -характеристик с отрицательным углом наклона). Для функции  $\Delta$ , имеющей сложный вид, доказана лемма, в которой получены оценки:

$$|\Delta| \leq \frac{|K_{сл} - 1|\alpha^2}{2K_{сл}(1 - K_{сл}\alpha)}, \text{ если } K_{сл} < 1; \quad |\Delta| \leq \frac{|K_{сл} - 1|\alpha^2}{2K_{сл}(1 - K_{сл}\alpha)}, \text{ если } K_{сл} > 1.$$



Они позволяют при небольших  $\alpha$  или (и)  $K_{cl} - 1$  получить простые приближенные инварианты Римана на характеристиках ("+" на  $\xi$ -характеристиках), откуда:

$$\frac{\sigma_x}{Z} \approx \pm \arcsin \frac{\tau_{xy}}{Z} - \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_{xy}}{Z}\right)^2} + 1, \quad \frac{\sigma_y}{Z} \approx \pm \arcsin \frac{\tau_{xy}}{Z} + \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_{xy}}{Z}\right)^2} + 1;$$

В п. 4.2.2 на основе результатов п. 4.2.1 и методики п. 3.2.3 вычислены формула для абсциссы точки  $F$ :  $x_F = 1 - 4\kappa / (K + K_{cl})$ , а также касательные и нормальные напряжения на контактной поверхности (участок  $FA$ ) в критический момент нагружения. В частности (в упрощенном варианте):

$$\tau_{xy}(A) = \tau_{xy}(F) = K_{cl}(K - 1)(1 + (K - 1)^2 / (4K)),$$

$$\sigma_y(F) = 2K_{cl} + K_{cl}(K - 1)(3 - K) / 2.$$

В п. 4.2.3 на основе результатов п. 4.2.1, получен аналог теоремы Генки.

Пусть  $\theta = \gamma - \pi/4$ . Пусть точки  $K, L, M$  и  $N$  образуют (криволинейный) прямоугольник из характеристик:  $KL$  и  $NM$  —  $\xi$ -характеристики,  $NK$  и  $ML$  —  $\eta$ -характеристики. Тогда

$$Z(K)\theta(K) - Z(L)\theta(L) = Z(N)\theta(N) - Z(M)\theta(M).$$

При переходе от одной характеристики к другой одного семейства вдоль характеристики другого семейства изменение величин  $Z$  ( $\gamma - \pi/4$ ) не зависит от того, по какой характеристике другого семейства совершается переход.

Кроме того, если касательные напряжения невелики, с точностью, определяемой леммой п. 4.2.1, имеет место приближенное равенство

$$\sigma(K) - Z(K) - (\sigma(L) - Z(L)) \approx \sigma(N) - Z(N) - (\sigma(M) - Z(M)). \quad (17)$$

При постоянной  $Z$  равенство (17) приводит к (первой) теореме Генки<sup>12</sup>.

В п. 4.3 исследуются математические модели НС неоднородного МП слоя при ГРП. В п. 4.3.1 доказана теорема:

система из уравнений равновесия и условия пластичности (16) при ГРП  $\tau_{xy} = X(x)Y(y)$  и граничных условиях  $\tau_{xy}(x, 0) = 0$ ,  $\tau_{xy}(0, y) = 0$  разрешима тогда и только тогда, когда реализуется один из следующих вариантов:

1. Функция  $Z(y) \equiv 1$ . В этом случае функция  $Y(y)$  линейна:  $Y(y) = y$ .
2. Функция  $Z(y) = 0,5(\operatorname{ch}(\lambda y) + 1)$ ,  $y \in [0; \kappa]$ . В этом случае функция  $Y(y) = \operatorname{sh}(\lambda y) / \lambda$ , а функция  $X(x)$  удовлетворяет уравнению:

$$X''(x) - 8\mu X'(x)X(x) - \lambda^2 X(x) = 0. \quad (18)$$

Это уравнение следует решать при условиях:  $K_{cl} > 1$ ,

$$X(0) = 0, \quad X(x_F) = b, \quad b = \frac{\alpha \lambda}{\operatorname{sh}(\lambda \kappa)}, \quad \lambda = \frac{\operatorname{arcch}(2K_{cl} - 1)}{\kappa}. \quad (19)$$

3. Функция  $Z(y) = 0,5(\cos(\lambda y) + 1)$ ,  $y \in [0; \kappa]$ . В этом случае функция  $Y(y) = \sin(\lambda y) / \lambda$ , а функция  $X(x)$  удовлетворяет уравнению:

$$X''(x) - 8\mu X'(x)X(x) + \lambda^2 X(x) = 0. \quad (20)$$

Это уравнение следует решать при условиях:  $0,5 < K_{cl} < 1$ ,

$$X(0) = 0, \quad X(x_F) = b, \quad b = \frac{\alpha \lambda}{\sin(\lambda \kappa)}, \quad \lambda = \frac{\arccos(2K_{cl} - 1)}{\kappa}. \quad (21)$$

4. Функция  $Y(y)$  удовлетворяет уравнению:

$$(Y'(0) - Y'(y))Z(y) = 4\mu Y^2(y). \quad (22)$$

В этом случае функция  $X(x)$  линейна:  $X(x) = x$ .

<sup>12</sup>Генки Г.О. О некоторых статически определяемых случаях равновесия в пластических средах // Теория пластичности / Под ред. Ю.Н. Работнова. - М.: Изд-во иностр. лит., 1948. С. 80-101.

В п. 4.4 рассмотрены второй и третий варианты теоремы п. 4.3.1. В п. 4.4.1 изучаются свойства решений начальных задач уравнений (18), (20). Для модельных уравнений вида

$$T'' - T'T \pm T = 0 \quad (23)$$

доказана лемма:

*Решение задачи Коши для уравнения из (23) (с минусом) и начальных условий  $T(0) = 0$ ,  $T'(0) = a$ ,  $a > 0$  возрастает на промежутке  $[0; +\infty)$ .*

*Решение той же задачи, когда в уравнении (23) плюс, возрастает на промежутке  $[0; +\infty)$  при  $a \geq 1$ . Если  $0 < a < 1$ , то это решение возрастает на  $[0; c)$ , где  $c = \sqrt{-2 \ln(1-a)/a} = \sqrt{2(1+a/2+a^2/3+\dots)}$ .*

В п. 4.4.2 на основе разложения решений этих начальных задач в степенные ряды и применения аппроксимаций Паде предложены приближенные решения граничных задач (18), (19) и (20), (21) в форме:

$$X(x) = \frac{ax + a(7\lambda^2 - 8a)x^3/60}{1 - (16a + \lambda^2)x^2/20}, \quad K_{сл} > 1;$$

$$X(x) = \frac{ax - a(7\lambda^2 + 8a)x^3/60}{1 - (16a - \lambda^2)x^2/20}, \quad 0,5 < K_{сл} < 1.$$

Параметр  $a$  найден из уравнения  $X(x_F) = b$  в явном виде. Численные эксперименты показали хорошее соответствие решений этих задач, полученных в пакете MATLAB, и приближенных решений по приведенным формулам (ошибка порядка нескольких тысячных от  $b$ ). В п. 4.4.3, на основе результатов п.п. 4.3, 4.4.1 и 4.4.2 интегрированием выражений для касательных напряжений вычислены нормальные напряжения. В частности, получены явные приближенные аналитические выражения для вычисления напряжений  $\sigma_y$  на контактной поверхности для обоих случаев:  $K_{сл} > 1$  и  $0,5 < K_{сл} < 1$ . В п. 4.5, на основе результатов п.п. 4.2 - 4.4, в обоих случаях предложены алгоритмы для численного нахождения критической нагрузки в зависимости от параметров  $\varkappa$ ,  $K$  и  $K_{сл}$ .

В п. 4.6 рассмотрен четвертый вариант теоремы п. 4.3.1 и предложен обратный метод: выбирается возрастающая на  $[0; \varkappa]$ , с нужными граничными условиями и содержащая соответствующее количество параметров нечетная функция  $Y$ , по которой находится функция  $Z$  из уравнения (22). Рассмотрен частный случай - функция  $Y$  в виде полинома пятой степени. Схема получения формул для нормальных напряжений и вычисления критической нагрузки совпадает с п. 3.3.4, но содержит больше технических сложностей. На этой основе предложен алгоритм для численного нахождения критической нагрузки в зависимости от параметров  $\varkappa$ ,  $K$  и  $K_{сл}$  и в среде MATLAB написана программа, представляющая зависимости  $\sigma_{усп}$  от  $\varkappa$ . При  $K_{сл} = 1$  это дает еще одну ММ НС однородного МП слоя, приводящую к результатам, мало отличающимся от п. 3.3.4.

В пятой главе разрабатываются и исследуются различные модели НС поперечного слоя сплошного круглого стержня и кольцевого слоя в ТЦО, из МП, чем ОМ, материала, при осевом нагружении. Во введении (п. 5.1) отмечается, что при математическом моделировании НС осесимметричных образцов с МП поперечным слоем можно использовать ту же схему, что в плоском случае (п. 3.1), состоящую из двух шагов, но его реализация заметно сложнее по ряду причин. В задачах п. 1 приведенной схемы система уравнений не имеет гиперболического типа. Ситуацию удастся улучшить введением дополнительной гипотезы (например, ГППС), вследствие чего система упрощается и становится гиперболической, но аналоги инвариантов плоской задачи здесь не инвариантны на характеристиках. В задачах п. 2 указанной схемы больше уравнений и неизвестных; сложнее

уравнения; система уравнений в напряжениях не замкнута. В п. 5.2 моделируется НС поперечного МП слоя в сплошном круглом стержне при ГППС. В п. 5.2.1 отмечается, что контактное упрочнение самым существенным образом зависит от относительной толщины слоя, однако это не учитывается в нормативных документах.<sup>13</sup> В п. 5.2.2 рассматривается система уравнений относительно напряжений и скоростей деформаций для осесимметричного случая:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0; \quad (24)$$

$$(\sigma_r - \nu_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6\tau_{rz}^2 = 6; \quad (25)$$

$$\frac{\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r}}{\sigma_r - \sigma_\varphi} = \frac{\frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\partial v_r}{\partial r}}{\sigma_z - \sigma_r} = \frac{\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}}{2\tau_{rz}}; \quad (26)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad r \neq 0. \quad (27)$$

Здесь  $\sigma_r$  – радиальное,  $\sigma_\varphi$  – кольцевое,  $\sigma_z$  – осевое нормальные,  $\tau_{rz}$  – радиально-осевое касательное напряжения (безразмерные);  $v_z$ ,  $v_\varphi$  и  $v_r$  – соответствующие (условные) скорости перемещений; (24) – уравнения равновесия (касательные напряжения  $\tau_{\varphi r}$  и  $\tau_{\varphi z}$  тождественно равны нулю, так как изгиб и кручение отсутствуют); (25) – условие пластичности Мизеса, (26) – закон пропорциональности девиаторов скоростей деформаций и напряжений; (27) – условие несжимаемости. Искомые функции этой системы заданы на сечении слоя. Граничные условия  $\tau_{rz}(r, 0) = 0$ ,  $\tau_{rz}(0, z) = 0$ .

Лемма. Для НДС сплошного круглого цилиндрического стержня, подвергнутого осевой нагрузке и находящегося на стадии пластического деформирования, равносильны утверждения: 1) Выполняется ГППС  $v_z = W(z)$ ; 2)  $\xi_r = \xi_\varphi$ ; 3)

$\sigma_r = \sigma_\varphi$ . Здесь  $\xi_r = \frac{\partial v_r}{\partial r}$ ,  $\xi_\varphi = \frac{v_r}{r}$  – радиальные и кольцевые (тангенциальные) скорости деформации соответственно.

При выполнении ГППС в силу леммы система (24) – (27) упрощается:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0; \quad (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 3\tau_{rz}^2 = 3; \quad (28)$$

$$\frac{3W'(z)}{\sigma_z - \sigma_r} = -\frac{rW''(z)}{2\tau_{rz}}; \quad v_r = -\frac{rW'(z)}{2}. \quad (29)$$

В п. 5.2.3 при сделанных предположениях, на основе уравнений (28) и (29), вычисляются касательные напряжения в МП слое в окрестности оси стержня:

$$\tau_{rz} = \frac{Ar \operatorname{th}(0, 5Az)}{\sqrt{12 + r^2 \operatorname{th}^2(0, 5Az)}}; \quad \text{упрощенно: } \tau_{rz} = \frac{\sqrt{3}}{6} Ar \operatorname{th}(0, 5Az), \quad (30)$$

где  $A = 2\sqrt[4]{3}\sqrt{\alpha/\kappa r_F}$  (одна из приближенных формул). В п. 5.2.4 на основе результатов п.п. 5.2.2, 5.2.3 выводятся, с точностью до постоянного слагаемого, явные аналитические выражения для вычисления  $\sigma_r$  и  $\sigma_z$ . В п. 5.2.5 строится упрощенная математическая модель НС МП слоя в окрестности свободной границы на основе второй формулы (30), следствием которой является равенство  $\partial \tau_{rz} / \partial r = \tau_{rz} / r$ . Тогда система уравнений относительно напряжений приобретает вид:

<sup>13</sup>ГОСТ 10922-64. Арматура и закладные изделия сварные, соединения сварные арматуры и закладных изделий железобетонных конструкций. Общие технические условия / М.: изд-во стандартов, 1990. 30 с.; ГОСТ 6996-66. Сварные соединения. Методы определения механических свойств / М.: Стандартинформ, 2005. 44 с.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0; \quad 2 \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_r}{\partial z} - \frac{\sqrt{3} \tau_{rz}}{\sqrt{1 - \tau_{rz}^2}} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0. \quad (31)$$

Полученная система свободна от недостатка системы (28), так как в ее записи отсутствуют слагаемые, не содержащие частные производные, а коэффициенты не зависят от  $r$  и  $z$ . Это позволяет найти инварианты Римана на характеристиках и в п. 5.2.6 проинтегрировать систему (31): вдоль характеристик

$$\sigma_r + \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{1 - \tau_{rz}^2} - 1) \pm \frac{\sqrt{2}}{2} E(\arcsin \tau_{rz}; \sqrt{5/8}) = const. \quad (32)$$

Здесь через  $E(\varphi; m)$  обозначен эллиптический интеграл второго рода,  $\varphi = \arcsin \tau$ ;  $m = \sqrt{5/8}$ . В случае малых касательных напряжений формулу (32) можно упростить, оставив относительно  $\tau_{rz}$  слагаемые не выше второй степени (п. 5.2.7), получив приближенные выражения для нормальных напряжений (через  $\tau_{rz}$ ) и уравнения характеристик. Это позволяет найти:  $r_F = 1 - 2\sqrt{2}\kappa(1 - \sqrt{6\alpha/32})$  и, используя результаты п. 5.2.4, с точностью до постоянного слагаемого, формулу для вычисления нормальных напряжений в окрестности оси стержня. На основе п. 5.2.7 в п. 5.2.8 решена задача сопряжения для напряжений на контактной поверхности и приближенно вычислены: значение наибольших касательных напряжений  $\alpha$  в критическом состоянии  $\tau_{rz} = \alpha^* = (\sqrt{6}/2)(K - 1)(1 + 9(K - 1)^2/16K)$  и значение напряжений  $\sigma_z$  на контактной границе на отрезке  $FA$ :  $\sigma_z = \sqrt{3}(1 + (K - 1)(2 - K)/2)$ . В п. 5.2.9 находится, с использованием результатов п.п. 5.2.7 и 5.2.8, критическое усилие. Как и в гл. 3, при вычислении напряжений  $\sigma_z$  следует рассматривать два случая. В первом случае нигде на контактной границе эти напряжения не достигают напряжений в БП части стержня, равных  $\sqrt{3}K$ . Во втором случае, относящимся к тонким слоям, когда  $\kappa < \kappa_0 = 5\sqrt{2}/(6K + 24)$ , в некоторой окрестности оси, на отрезке  $HM$ ,  $\sigma_z = \sqrt{3}K$ . В п. 5.2.9 для обоих случаев получены аналитические зависимости  $\sigma_z$  от  $r$ ,  $\kappa$  и  $K$ . На этой основе для среднего критического напряжения получены формулы: в первом случае

$$\sigma_{zcp} = \sqrt{3} + \sigma_{yup}, \quad \sigma_{yup} = \frac{\sqrt{3}}{2}(K - 1)(2 - K) + \frac{\sqrt{3}}{48} A^2 r_F^4,$$

во втором случае

$$\sigma_{zcp} = \frac{\sqrt{3}K(3 - K)}{2} + \frac{\sqrt{3}K(K - 1)r_F^2}{2} - \frac{\sqrt{3}A^2}{12} \left( \frac{(r_F - r_M)^4}{4} + \frac{r_M(r_F - r_M)^3}{3} \right),$$

где  $r_M = r_F - \sqrt{\sqrt{2}K\kappa r_F}$ . На рис. 5 экспериментальные данные взяты из работы <sup>14</sup> (точки) и работы <sup>15</sup> (квадратики). В п. 5.2.10 вычисляются, на основании результатов п.п. 5.2.2, 5.2.3, скорости смещений и деформаций в области, где принята ГППС:

$$\xi_\varphi = \xi_r = -C/\operatorname{ch}(Az); \quad \xi_z = (C/A) \operatorname{arctg}(\operatorname{sh}(Az)).$$

Если скорость движения ОМ в направлении оси стержня известна,  $W = W(\kappa)$ , то постоянная  $C$  находится по формуле (15).

П. 5.3 посвящен исследованию математической модели НДС пластического кольца при осевом растяжении, являющегося ортогональным оси МП слоем в составе ТЦО. В п. 5.3.2 выводятся приближенные формулы для вычисления

<sup>14</sup>Sato K., Toyoda M. Joint strength of heavy plastics with lower strength weld metal // Welding Journal. 1975. №9. P. 311-319.

<sup>15</sup>К вопросу о расчетной прочности составных образцов с мягкой прослойкой при статическом растяжении / А.В. Гурьев, В.П. Багмутов, Ю.Д. Хески, Л.В. Бойков // Проблемы прочности. 1973. №1. С. 9-13.

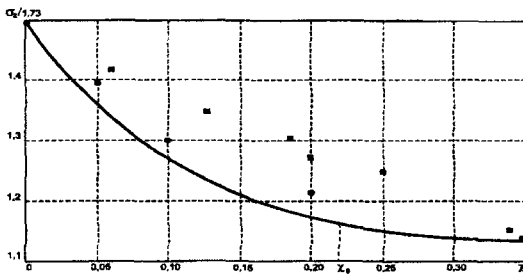


Рис. 5: Сравнение теоретической зависимости  $\sigma_z / \sqrt{3}$  от  $\chi$  с экспериментальными данными;  $K = 1,5$

касательных напряжений. При ГППС из системы (24) – (27) получена приближенная формула

$$\tau = - \frac{Z(z)P(r)}{\sqrt{4 + Z^2(z)P^2(r)}}$$

где  $P = (r^2 - r_0^2)/(2r)$ , а  $Z(z) = W''(z)/W'(z)$ , и удовлетворяет уравнению  $Z'' - 2Z'/Z = 0$ , откуда  $Z(z) = -A \operatorname{th}(Az)$ , а постоянная  $A$  вычисляется по методике п. 3.3.4. В п. 5.3.3 обсуждается возможность использования некоторых результатов гл. 3. В п. 5.3.4, на основании п. 5.3.2, вычисляются нормальные напряжения  $\sigma_z$  и  $\sigma_r$ , с точностью до постоянного слагаемого  $C$ . В частности,

$$\sigma_z = - \frac{2r - r_0}{2r} \ln \operatorname{ch}(Az) - \frac{A^2(r - r_0)^2}{4} + \ln \frac{r}{r_0} + 2 + C. \quad (33)$$

Для постоянных  $C$  и  $r_0$ , с использованием формулы, аналогичной (11) для  $\sigma_z$  (вместо  $\sigma_y$ ), получена система двух уравнений. Ее решение (упрощенный вариант) имеет вид (здесь  $r_0$  – расстояние от оси ТЦО до поверхности раздела течения в стенке;  $r_{cp}$  – до серединной поверхности ТЦО.):

$$d = r_{cp} - r_0 = \frac{2}{A^2 r_{cp}} \left( 1 - \frac{(A\chi)^2}{4} \right), \quad (34)$$

$$C = \frac{(K - 1)(3 - K)}{2} + \frac{\ln \operatorname{ch}(A\chi)}{2} + \frac{A^2}{4} \left( 1 - \frac{4\chi}{K + 1} \right)^2.$$

При подстановке этого выражения для  $C$  в формулу (33) получается формула для вычисления осевых нормальных напряжений в окрестности линии раздела течения, аналогичная формуле п. 3.3.4 в плоской задаче. В п. 5.3.4 анализируются полученные результаты в сравнении с плоским случаем. Отмечается, что цилиндрическая поверхность раздела течения в предельном состоянии оболочки расположена ближе к внутренней поверхности трубы. Этот вывод подтверждается экспериментами работы<sup>16</sup>. Однако указанное смещение (формула (34)) невелико – например, при  $K = 1,2$ ;  $\chi = 0,2$   $r_{cp}d = 0,56$ . При исследовании распределения нормальных напряжений по сечению слоя отмечено, как и в случае плоской задачи (п. 3.4.8), что прилегающие к контактными поверхностям участки МП слоя раньше достигают состояния ПН.

<sup>16</sup> Пуйко А.В., Зельман М.Г., Алясиков Ю.И. Экспериментальный анализ пластического деформирования мягких кольцевых прослоек в составе трубы // Экономика материальных, энергетических и трудовых ресурсов в сварочном производстве. Челябинск: О-во "Знание", 1986. С. 271 – 273.

В п. 5.3.5, на основании п. 5.3.4, вычисляется критическая нагрузка на МП слой при осевом растяжении образца. Здесь так же, как и в плоском случае, необходимо различать два случая в зависимости от толщины МП слоя. Отмечено, что контактное упрочнение МП поперечного слоя в трубе несколько меньше, чем в полосе (на 1...2% в зависимости от  $r_0$ ,  $K$  и  $\kappa$ ); если этим различием пренебречь, в данном случае оказываются верными формулы для вычисления  $\sigma_{упр}$  (13) и (14). В п. 5.3.6, на основании результатов п. 5.3.4, вычислены скорости смещений и деформаций точек слоя, в той его части, где выполнена ГППС:

$$v_r = -C(\operatorname{ch}(Az))^{-1}(r_0^2 - r^2)/(2r); \quad v_z = \frac{C}{A} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh}(Az));$$

$$\xi_r = \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{C}{\operatorname{ch}(Az)} \left( 1 + \frac{r^2 - r_0^2}{2r^2} \right);$$

$$\xi_\varphi = \frac{v_r}{r} = -\frac{C}{\operatorname{ch}(Az)} \left( \frac{r^2 - r_0^2}{2r^2} \right); \quad \xi_z = \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{C}{\operatorname{ch}(Az)},$$

где  $C > 0$ . Если скорость движения основного металла в направлении, ортогональном МП слою, известна,  $W = W(\kappa)$ , то постоянная  $C$  находится по формуле (15).

В шестой главе разрабатываются и исследуются математические модели НС неоднородного соединения, содержащие трещиноподобные дефекты различного расположения, в условиях плоской деформации. Нетто-сечение соединения (ортогональное направлению растягивающей нагрузки) находится, по предположению, в пластическом состоянии. НС определяется полем характеристик, которое строится в каждом из рассматриваемых случаев. Это позволяет найти критическую нагрузку  $\sigma_{укр}^{БП}$  (в случае пластического разрушения) в зависимости от расположения и размеров дефекта и МН соединения, а также наибольшее значение относительной длины  $(l/t)_p$  дефекта из БП материала, при котором соединение с дефектом выдерживает такую же нагрузку, что и соединение без дефекта. При построении математической модели НС существенной является разрывность решений в БП части, возникающая в силу того, что в БП части, вследствие ослабляющего влияния МП части, поля характеристик, определяемые контактной и свободной границами, накладываются друг на друга.

В п. 6.2 исследуется НС соединения, имеющего в сечении форму полосы с распределением прочности по схеме МП - БП, и содержащего трещиноподобный дефект на границе между МП и БП участками либо в БП части, внутри или на свободной поверхности (рис. 6). Расположение вблизи дефекта МП участка сни-

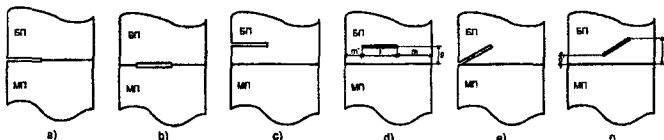


Рис. 6: Варианты расположения трещиноподобного дефекта в окрестности контактной границы между БП и МП частями соединения в БП части

жает прочность соединения. Количественная оценка величины этого снижения зависит от параметров, характеризующих размеры и расположение дефекта:  $l$ ,  $g$  и  $g'$ ,  $t$  и  $t'$  (рис. 6) и коэффициента  $K$ , причем положение концов дефекта приводит к большому разнообразию модельных ситуаций (две из них представлены на рис. 7). Далее в п. 6.2 предложен алгоритм для вычисления критической нагрузки в зависимости от  $K$  и размеров и расположения дефекта (см. рис. 6), основанный на следующих формулах.

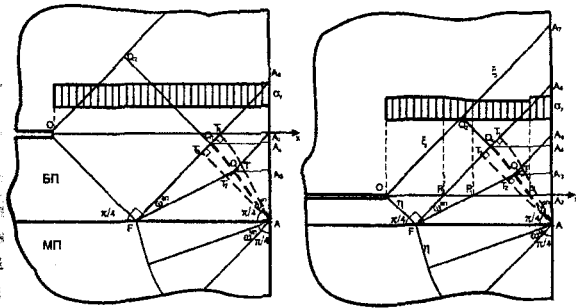


Рис. 7: Поле характеристик и эпюра нормальных напряжений по нетто-сечению, соответствующие случаям 1 и 3

Если наружный или внутренний дефект расположен на границе БП и МП участков (рис. 6, а, б), то (в безразмерных величинах)

$$\sigma_{укр}^{БП} = \frac{K^2 + 4K - 1}{2K} (1 - l/t); (l/t)_p = \frac{K^2 - 1}{K^2 + 4K - 1}.$$

Введем обозначение:  $\zeta = g/(t - l)$ . Если наружный дефект лежит в БП части соединения (рис. 6, с), то

$$\sigma_{укр}^{БП} = (K + 1) \left( 1 - \frac{l}{t} + \frac{3(K - 1)g}{2t} \right), \quad 0 \leq \zeta \leq 1/3; \quad \sigma_{укр}^{БП} = 2K(1 - l/t), \quad \zeta \geq 1/3.$$

Если дефект внутри БП части соединения (рис. 6, д), то возможны три подслучая при разных соотношениях между  $g$  и  $m$  (считаем  $m \geq m'$ ).

$$\sigma_{укр}^{БП} = 2K(1 - l/t) - ((K - 1)(3K - 1)/(2K))(1 - l/t - 6g/t), \quad g \leq m'/3;$$

$$\sigma_{укр}^{БП} = 2K(1 - l/t) - ((K - 1)(3K - 1)/(2K))(m/t - 3g/t), \quad m'/3 \leq g \leq m/3;$$

$$\sigma_{укр}^{БП} = 2K(1 - l/t) - ((K - 1)(3K - 1)/(2K))(m - m'), \quad g \geq m/3.$$

При  $\zeta < 1/6$  реализуются первый или второй случай, при  $\zeta > 1/6$  - второй и третий. Общая тенденция - при приближении дефекта к контактной или свободной поверхности величина критического напряжения снижается, причем, если дефект расположен достаточно далеко от контактной поверхности, влияние МП части соединения отсутствует. Далее в п. 6.2 получены аналитические выражения для относительной длины дефекта  $(l/t)_p$ , не снижающего прочности соединения, в зависимости от  $K$  и  $\zeta$ , в различных ситуациях.

5. Наклонные дефекты (см. рис. 6, ф, г) исследуются аналогично, причем в случае наружного дефекта получаются те же результаты, что и в случае 3, а внутренний наклонный дефект исследуется так же, как в случае 4, но с большим числом вариантов.

В п. 6.3 рассматривается НС соединения со схемой распределения прочности МП - БП - МП при некоторых вариантах расположения дефекта в БП части (рис. 8), причем допускается различная прочность МП участков. Если толщина БП слоя достаточно велика, ситуация сводится к задачам из п. 6.2. На практике встречаются и тонкие БП прослойки. Примерно такое распределение прочности бывает в продольных сварных швах труб большого диаметра с так называемыми подкаленными участками в ЗТВ. Наличие второй контактной границы оказывает значительное усложняющее влияние на НС БП участка. Рассматриваемая

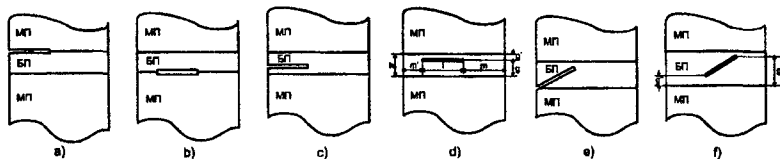


Рис. 8: Варианты расположения трещиноподобного дефекта в БП слое

ситуация распадается на большое количество случаев с существенно различными полями характеристик, приводящих к различным формулам для вычисления  $\sigma_{ср}$ . Эти случаи определяются размерами и расположением относительно друг друга "зон влияния МП участков" (один из простых вариантов показан на рис. 9, а) – области  $FQ_1QA$  и  $F'Q'_1Q'A'$ , а "зоны влияния" зависят от механических и геометрических (см. рис. 8) параметров. Если нетто-сечение пересекает только одну "зону влияния" (см. рис. 9, а и б), методика вычисления  $\sigma_{ср}$  не отличается от случая схемы МП – БП. Если же линия разрыва напряжений пересекает

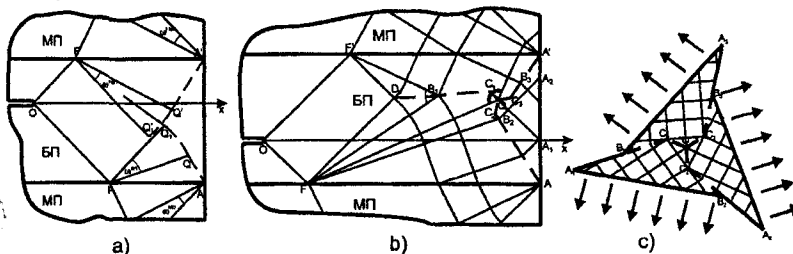


Рис. 9: Поле характеристик и линии разрыва напряжений в соединении типа МП – БП – МП с дефектом в БП слое: а) зоны влияния МП участков не пересекаются; б) зоны влияния МП участков накладываются друг на друга; в) поле характеристик и линии разрыва напряжений в области с тремя различными направлениями действия внешней нагрузки

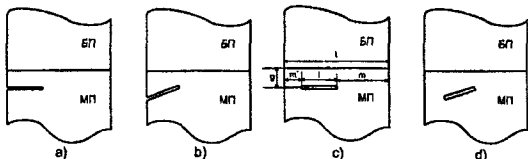


Рис. 10: Варианты расположения трещиноподобного дефекта в окрестности контактной границы между БП и МП частями соединения в МП части

нетто-сечение (отрезок  $OA_1$ ), интеграл по этому отрезку приходится разбивать на несколько участков, на которых  $\sigma_y$  вычисляется по разным формулам. Три линии разрыва напряжений, выходящие из точек  $D_1, A, A'$  (рис. 9, б) образуют "вертушку"; их уравнения в п. 6.3 выписаны. В вычислительной среде MATLAB написана программа, строящая интегральные кривые этих уравнений.

Наиболее сложный вид линия разрыва напряжений имеет в области пересечения трех "зон влияния" – МП участков и свободной поверхности. На рис. 9, с) изображена "модельная" ситуация (внешняя нагрузка действует на образец, как показано на рис.). В любой точке линии разрыва напряжений (пунктир на рис. 9, с)) подходящие к ней характеристики образуют с ней равные углы с разных ее сторон. Получены явные аналитические выражения для среднего критического напряжения в полосе в зависимости от коэффициента механической неоднородности, размеров и расположения трещиноподобного дефекта, ортогонального краям полосы, а также вычислены размеры дефектов, не снижающих



прочности соединения, в зависимости от тех же величин. Показано, что приближение дефекта к свободной или контактной границе снижает (в общем случае) прочность полосы. Для удобства их использования в среде MATLAB написан соответствующий комплекс программ. В п. 6.4 исследуется НС соединения, имеющего в сечении форму полосы с распределением прочности по схеме МП – БП, и содержащего трещиноподобный дефект в МП части, внутри или на свободной поверхности (рис. 10). Наличие БП участка вблизи дефекта повышает прочность соединения. Найдены количественные оценки этого упрочнения в зависимости от механических и геометрических параметров. 1. Наружный или внутренний дефект на границе БП и МП участков (см. рис. 6, а) и б). Для вычисления  $\sigma_{укр}$  надо в формуле (35) (см. ниже) положить  $g = 0$ . 2. Наружный дефект внутри МП участка (см. рис. 10, а) и б). Тогда

$$\sigma_{укр} = \begin{cases} 2(1-l/t), & m \leq g; \\ \frac{2(m^3 + m^2g + 3mg^2 - g^3)}{m(m+g)^2} (1-l/t), & \frac{3-K}{1+K} m \leq g \leq m; \\ 0,5(1+4K-K^2)(1-l/t) + 0,5(K-1)g/t, & g(1+K) \leq (3-K)m. \end{cases}$$

3. Внутренний дефект внутри МП участка (см. рис. 10, с) и d). Имеют место 9 различных ситуаций (по 3 для каждого из двух концов дефекта). При условии  $\min(m, m') \geq g(1+K)/(3-K)$ , которое возможно тогда и только тогда, когда  $l \leq t - 2g(1+K)/(3-K)$ , независимо от соотношения между  $m$  и  $m'$ ,

$$\sigma_{укр} = 0,5(1+4K-K^2)(1-l/t) + (K-1)g/t. \quad (35)$$

Это наибольшее значение  $\sigma_{укр}$  при фиксированном расстоянии  $g$  от дефекта до контактной поверхности. Для исследования зависимости критической нагрузки от дефекта по алгоритму п. 6.4 в среде MATLAB написаны программы.

В седьмой главе разрабатываются и исследуются математические модели НС МП слоя, расположенного под углом к направлению нагрузки. Во введении (п. 7.1.1) отмечается приложение этой проблематики к исследованию несущей способности ТЦО со спиральными МП слоями, в т. ч. спиральношовных ТВД. В п. 7.1.2 рассматриваются математические модели напряженного состояния наклонного (по отношению к направлению внешних нагрузок) МП слоя с прямоугольным поперечным сечением, в плоском образце. В направлении слоя НДС

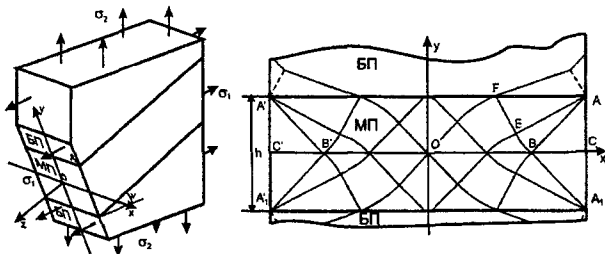


Рис. 11: Наклонный МП слой в плоском листовом образце и его поперечное сечение

в нем однородно, поэтому все компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций не зависят от  $z$ . Тогда уравнение несжимаемости запишется в виде  $\partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y = 0$ , и из условия пропорциональности дивергентов напряжений и скоростей деформаций следует, что  $2\sigma_z = \sigma_x + \sigma_y$ . Напряжения в основном металле и на контактных поверхностях между основным металлом и мягким слоем можно представить в виде (обозначения на рис. 11):

$$\sigma_y = B\sigma_2, \quad \tau_{yz} = 0,5C\sigma_2, \quad B = \cos^2 \nu + m \sin^2 \nu, \quad C = (1-m) \sin 2\nu, \quad (36)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  – главные напряжения ( $\sigma_3 = 0$ ),  $m = \sigma_1/\sigma_2$ . Так как толщина слоя (по  $y$ ) мала по сравнению с длиной (измеряемой в направлении оси  $Oz$ ), касательные напряжения  $\tau_{yz} = \tau$  считаются постоянными по толщине слоя, т. е. предполагается, что второе равенство в (36) выполняется для внутренних точек слоя. Условие пластичности Мизеса имеет вид  $(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4k^2 - 4\tau^2$ . Далее приводятся формулы для вычисления средних критических напряжений  $\sigma_{\text{уср}} = (2 + \sigma_{\text{упр}}(\alpha, \kappa)) \sqrt{k^2 - \tau^2} \approx 2g\sqrt{k^2 - \tau^2}$ ,  $g = 1 + 0,5\sigma_{\text{упр}}(\alpha, \kappa)$ . При наклонном, по отношению к направлению наибольшего главного напряжения, направлению слоя, наличие касательных напряжений  $\tau$ , действующих вдоль слоя, уменьшает несущую способность соединения. В п. 7.1.2 показано, что в этом случае аналогом коэффициента  $K$  является величина

$$K^{\text{нак}} = K \sqrt{1 + \frac{K^2 - 1}{K^2} \frac{(g^*)^2 C^2}{B^2}}. \quad (37)$$

$K^{\text{нак}}$  от  $\nu$  на отрезке  $\nu \in [0; \pi/2]$  при  $m \neq 1$  имеет единственный экстремум в точке  $\nu^* = 0,5 \arccos[(m-1)/(1+m)]$ . Формула (37) в общем случае не является явной зависимостью, т. к. коэффициент  $g$  зависит от  $K$ , однако уже первое приближение при вычислении по ней  $K^{\text{нак}}$ , полученное при  $g = 1$ , дает ошибку порядка лишь одного процента. При вычислении коэффициента  $g$  в формулах (13) или (14) в качестве параметра  $K$  можно взять первое приближение  $K^{\text{нак}}$ .

В п. 7.2 рассматриваются математические модели НДС ТЦО со спиральным МП слоем. В п. 7.2.1 на основе критерия СМ вычисляются критические деформации в МП слое, соответствующие моменту ОПУПД, если деформационное упрочнение аппроксимируется зависимостью (2) при  $b = 0$ :

$$\varepsilon_i^* = \frac{2n\sqrt{B^2 + g^{*2}C^2}}{\sqrt{3}\sqrt{1 - \alpha^{*2}B - 2a\sqrt{B^2 + g^{*2}C^2}}}.$$

На этой основе в п. 7.2.2 вычисляется критическое давление в ТЦО, содержащей спиральные МП слои. Сначала, с использованием последних формул, вычисляются критические напряжения в МП слое. Для случая (2),  $a = b = 0$ ,

$$\sigma_i^* = \beta \sigma_B, \quad \beta = \left(\frac{2e}{\sqrt{3}}\right)^n \left(\frac{\sqrt{B^2 + C^2}(g^*)^2}{B\sqrt{1 - (\alpha^*)^2}}\right)^n. \quad (38)$$

С помощью формулы (38) и результатов п. 7.2.2 вычислены критическое давление  $p^*$  и условное расчетное кольцевое напряжение  $\sigma_\varphi^{\text{усл}}$ :

$$p^* = \sigma_\varphi^{\text{усл}} \frac{t_0}{R_0}, \quad \sigma_\varphi^{\text{усл}} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{n+1} S \sigma_B, \quad S = \frac{g^* \left(\sqrt{B^2 + C^2}(g^*)^2\right)^{n-1}}{B^n \left(\sqrt{1 - (\alpha^*)^2}\right)^n}.$$

Для нахождения зависимостей критического давления от различных параметров ТЦО, МП слоя и условий нагружения в вычислительной среде MATLAB написан программный комплекс, что позволило проанализировать в сравнении работу бесшовных, прямо- и спиральношовных ТБД. В частности, если относительная толщина МП слоя велика,  $\kappa \approx 1$  или больше (но мала по сравнению с диаметром), то контактное упрочнение в слое отсутствует, однако прочность ТЦО с МП слоем выше, чем однородная ТЦО из материала слоя (рис. 12).

В п. 7.3 исследуются математические модели НДС ТЦО со спиральным МП слоем, содержащим дефект. В п. 7.3.1 исследуется МП "широкий" слой ТЦО, в котором не возникает контактное упрочнение. На основании результатов, полученных в п. 7.1, 7.2, а также в гл. 1 и 3, в среде MATLAB написан программный

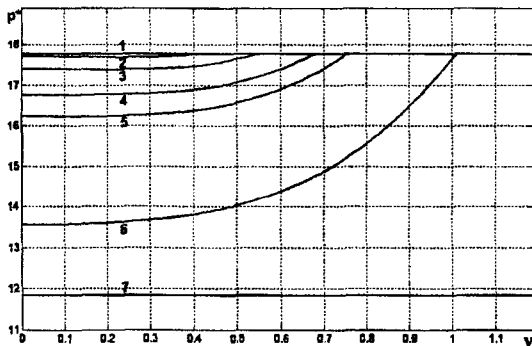


Рис. 12: Зависимость критического давления  $p^*$  от угла  $\nu$  при  $\kappa = 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 1$  (линии 2 – 6 соответственно), а также критическое давление в однородной ТЦО, изготовленной из ОМ (линия 1) и материала МП слоя (линия 7);  $m = 0,5$  (нет осевой нагрузки),  $K = 1,5$ ,  $n = 0,15$ ,  $\sigma_B^{МП} = 400$  МПа,  $R_0 = 610$  мм,  $t = 17$  мм

комплекс, позволяющий вычислять критическое внутреннее давление в ТЦО как функцию от угла  $\nu$  при различных значениях параметров  $\kappa$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $R_0$ ,  $t_0$ ,  $m$  и величин, характеризующих различные размеры и положения дефектов, и представлять результаты в графической форме. Зависимости критического давления  $p^*$  от расположения дефекта в МП "широком" слое ТЦО представлены на рис. 13. Видно, что с удалением дефекта от контактной границы или (и) от свободной границы критическое давление уменьшается; от положения дефекта на контактной границе оно не зависит. В п. 7.3.2 выводятся аналитические зависимости для

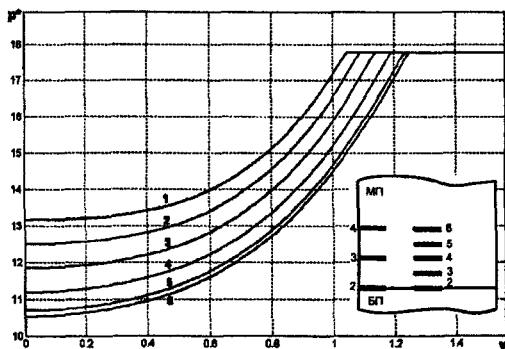


Рис. 13: Зависимость критического давления  $p^*$  от расположения дефекта  $l = 0,2$  в МП "широком" слое ТЦО: 1 - нет дефекта; 2 -  $g = 0$ ; 3 -  $g = 0,1$ ;  $h = 0,4$  или  $g = 0,2$ ;  $h = 0$ ; 4 -  $g = 0,2$ ;  $h = 0,4$  или  $g = 0,4$ ;  $h = 0$ ; 5 -  $g = 0,3$ ;  $h = 0,4$ ; 6 -  $g = 0,4$ ;  $h = 0,4$ . Здесь  $g$  - расстояние от дефекта до контактной поверхности;  $h$  - расстояние от левого конца дефекта до свободной поверхности;  $\nu = 0$ ,  $m = 0,5$ ,  $K = 1,5$ ,  $n = 0,15$ ,  $\sigma_B^{МП} = 400$  МПа,  $R_0 = 610$  мм,  $t = 17$  мм

вычисления критических напряжений в наклонной МП прослойке, содержащей протяженный поверхностный дефект (рис. 14), а в п. 7.3.3, на этой основе, получены формулы для вычисления критического давления в ТЦО со спиральной МП прослойкой с поверхностным дефект. Методика вычисления заключается в нахождении координат точки раздела течения (т. О на рис. 14), вычисления относительной толщины  $\kappa_D$  некоторого бездефектного МП слоя и применения (с

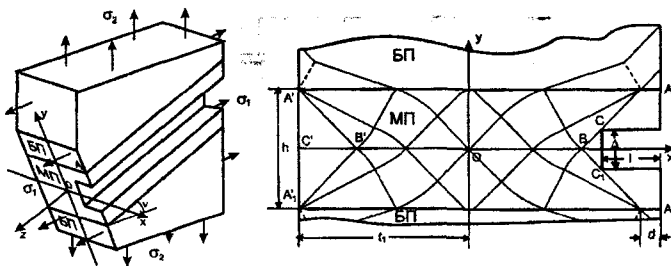


Рис. 14: Наклонный МП слой с поверхностным дефектом в плоском листовом образце и его поперечное сечение с сеткой характеристик. Координатные оси – линии раздела течения

некоторыми уточнениями) к этому слою методики и результатов п.п. 7.1, 7.2. Для критического давления получены формулы ( $d = \Delta/2 + l - h/2$ ):

$$p^* = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \frac{\sigma_B(t_0 - l)}{R_0} S; \quad S = \frac{g_D^* ((B/g_D^*)^2 + C^2)^{0,5(n-1)}}{B^n (1 - (\alpha^*)^2)^{0,5n}}$$

где  $g_D^* = 1 - l/t + 0,5(1 - d/t)K_{\text{упр}}^D$ ,  $d \geq 0$ , и  $g_D^* = 1 - l/t + 0,5K_{\text{упр}}^D$ ,  $d < 0$ .

В восьмой главе дано описание программ и программных комплексов, написанных на основе алгоритмов и зависимостей, полученных в гл. 1 – 7. Для ряда программ представлены блок-схемы.

## Основные результаты диссертации

Диссертационная работа посвящена созданию и развитию нового научного направления, содержащего разработку и исследование математических моделей НДС ТЦО, в том числе содержащих МП слои, при монотонном статическом нагружении внутренним давлением и осевой силой. В ходе диссертационного исследования были получены и выносятся на защиту следующие основные результаты. В работе:

1. Разработаны приближенные аналитические методы исследования ММ НДС однородных ТЦО; на этой основе получены силовые и деформационные критерии общей и локальной неустойчивости пластического деформирования таких ТЦО в форме аналитических выражений и алгоритмов, и формулы критического давления; разработан метод проверки адекватности таких моделей натурным экспериментам.
2. Разработаны приближенные аналитические методы исследования ММ НДС ТТО; на этой основе получены силовые и деформационные критерии ПН ТТО в форме аналитических выражений и алгоритмов и критерий равнопрочности ТТО; разработан метод проверки адекватности таких моделей натурным экспериментам.
3. Разработан приближенный численно-аналитический метод исследования ММ НС неоднородной полосы с дефектом, при плоской деформации, с различными схемами распределения прочности по полосе, на основе развития метода характеристик, учитывающего разрывность решений.
4. Разработан комплекс ММ НДС ТЦО, содержащих продольные, кольцевые или спиральные МП слои. На этой основе получены силовые и деформационные критерии ПН таких слоев, в т. ч. содержащих дефекты; получены количественные зависимости критического давления в форме аналитических выражений и алгоритмов и новые закономерности, характеризующие НДС таких ТЦО.

5. Разработан метод математического моделирования, основанный на двухшаговой схеме построения модели, и на его основе разработан и исследован численно-аналитическими методами (в т. ч. в сравнении друг с другом) комплекс математических моделей НДС МП слоев, однородных и неоднородных, в критический момент нагружения при плоской и осесимметричной деформации.
6. Разработан метод математического моделирования, основанный на корректировке исходной модели с целью получения точных решений, применительно к моделированию НДС МП слоев (однородных и неоднородных) в критический момент нагружения при плоской деформации, с использованием вычислительных экспериментов при исследовании возникающих при этом научных проблем (приближенное решение трансцендентных уравнений с параметрами и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений). Разработан полуобратный метод применительно к моделированию НДС неоднородных МП слоев в критический момент нагружения при плоской деформации.
7. Разработаны: программный комплекс для вычисления критического давления в ТЦО, содержащей слой из МП материала; программный комплекс для вычисления критической нагрузки в неоднородной полосе с дефектом и критического давления в ТЦО, содержащей дефект в МП слое; программа для построения линий разрыва напряжений в неоднородной полосе; программы для вычисления критических напряжений, деформаций и давления в ТЦО и ТТО – в зависимости от геометрических и механических параметров тонкостенных оболочек, содержащихся в них МП и более прочных слоев, дефектов, и условий нагружения.

## Публикации по теме диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

### Монография

1. Дильман, В.Л. Математические модели напряженного состояния неоднородных тонкостенных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. 202 с.,

### Публикации в научных журналах из перечня ВАК

2. Дильман, В.Л. Напряженное состояние и прочность неоднородной пластической полосы с дефектом в более прочной части / В.Л. Дильман // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. № 2. С. 89–102.
3. Дильман В.Л. Пластическая неустойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2005. № 4. С. 165–175.
4. Дильман, В.Л. О напряженно-деформированном состоянии пластического кольца при растяжении / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2002. № 2. С. 109–120.
5. Дильман, В.Л. О напряженно-деформированном состоянии при растяжении пластического слоя с двумя осями симметрии / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 6. С. 115–124.
6. Дильман, В.Л. О влиянии двухосности нагружения на несущую способность труб магистральных газонефтепроводов / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2000. № 5. С. 179–185.

7. Дильман, В.Л. Напряженное состояние пластического слоя с переменной прочностью по толщине / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2000. № 1. С. 141–148.
8. Дильман, В.Л. Пластическая устойчивость и прочность торковых тонкостенных оболочек и отводов при нагружении внутренним давлением / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 2. С. 105–112.
9. Дильман, В.Л. Напряженное состояние и статическая прочность пластичной прослойки при плоской деформации / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2005. № 4. С. 38–48.
10. Дильман, В.Л. Влияние дефекта более прочного участка сварного соединения на несущую способность прямошовной трубы большого диаметра / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2003. № 6. С. 107–115.
11. Дильман, В.Л. О потере пластической устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2002. № 5. С. 50–57.
12. Дильман, В.Л. Численный анализ критического давления в тонкостенной цилиндрической оболочке, содержащей мягкую прослойку / В.Л. Дильман // Вест. ЮУрГУ. Серия "Математическое моделирование и программирование". 2011. Вып. 8. № 17(234). С. 29–35.
13. Дильман, В.Л. О некоторых математических моделях напряженного состояния пластической среды при осесимметричной деформации / В.Л. Дильман // Вест. ЮУрГУ. Серия "Математика, физика, химия". 2005. № 2. С. 20–25.
14. Дильман, В.Л. Математическая модель напряженно-деформированного состояния спирального менее прочного слоя в тонкостенной цилиндрической оболочке / В.Л. Дильман // Обзорение приклад. и пром. математики. 2009. Т. 16, вып. 2. С. 322–323.
15. Дильман, В.Л. Анализ напряженного состояния неоднородной полосы с дефектом в более прочной части / В.Л. Дильман // Обзорение приклад. и пром. математики. 2008. Т. 15, вып. 3. С. 463–464.
16. Дильман, В.Л. Анализ пластической устойчивости осевых и спиральных мягких прослоек в цилиндрической тонкостенной оболочке / В.Л. Дильман // Обзорение приклад. и пром. математики. 2007. Т. 14, вып. 4. С. 704–705.
17. Дильман, В.Л. Расчет на прочность прямошовных труб большого диаметра с дефектом / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Вестн. машиностроения. 2006. № 1. С. 7–14.
18. Остсеин, А.А. Влияние дефектов сварки, расположенных на границе сплавления, на прочность сварного соединения / А.А. Остсеин, В.Л. Дильман // Вестн. машиностроения. 2006. № 2. С. 21–26.
19. Остсеин, А.А. Статическая прочность механически неоднородных сварных соединений с односторонним поверхностным дефектом при вязком разрушении / А.А. Остсеин, В.Л. Дильман // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 2005. № 10. С. 9–12.
20. Дильман, В.Л. Несущая способность прямошовных труб большого диаметра с поверхностным дефектом / В.Л. Дильман, А.А. Остсеин // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 2005. № 2. С. 8–13.
21. Остсеин, А.А. Оценка влияния механической неоднородности на прочность термоупрочненных труб большого диаметра и пластин с дефектами в сварных швах / А.А. Остсеин, В.Л. Дильман // Вестн. машиностроения. 2004. № 9. С. 23–28.

22. Дильман, В.Л. Статическая прочность сварного соединения с твердыми прослойками и дефектами по линии сплавления шва / В.Л. Дильман, А.А. Остсемин // Свароч. пр-во. 2004. № 5. С. 3-7.
23. Дильман, В.Л. Об одной новой формуле для вычисления напряжения пластического течения при оценке допустимости коррозионных дефектов / В.Л. Дильман // Обзорение приклад. и пром. математики. 2004. Т. 11, вып. 2. С. 327-328.
24. Дильман, В.Л. Влияние поверхностных дефектов на статическую прочность сварных швов спиральношовных труб / В.Л. Дильман, А.А. Остсемин // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 2004. № 2. С. 16-19.
25. Остсемин, А.А. Расчет испытательного давления магистральных трубопроводов / А.А. Остсемин, В.Л. Дильман // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 2003. № 1. С. 14-17.
26. Дильман, В.Л. Оценка равнопрочности наклонных мягких прослоек листовых конструкций и труб / В.Л. Дильман, А.А. Остсемин // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 2002. № 10. С. 12-16.
27. Дильман, В.Л. Несущая способность спиральношовных труб большого диаметра / В.Л. Дильман, А.А. Остсемин // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 2002. № 6. С. 11-15.
28. Дильман, В.Л. Развитие методики оценки несущей способности равнопрочных тонкостенных торковых оболочек и отводов / В.Л. Дильман, А.А. Остсемин // Завод. лаб. 2002. № 3. С. 47-51.
29. Остсемин, А.А. Расчет толщины стенки труб магистральных газонефтепроводов (анализ нормативных документов) / А.А. Остсемин, В.Л. Дильман // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 2002. № 2. С. 15-18.
30. Дильман, В.Л. Несущая способность прямошовных труб большого диаметра с дефектами на границе сплавления сварного шва / В.Л. Дильман, А.А. Остсемин // Свароч. пр-во. 2002. № 3. С. 3-7.
31. Дильман, В.Л. Напряженное состояние и прочность неоднородных соединений, содержащих трещиноподобные поверхностные макродефекты на границе твердого и мягкого участков / В.Л. Дильман // Обзорение приклад. и пром. математики. 2002. Т. 9, вып. 1. С. 186-187.
32. Остсемин, А.А. Оценка влияния дефектов и эксплуатационной надежности сварных прямошовных и спиральношовных труб / А.А. Остсемин, В.Л. Дильман // Технология машиностроения. 2001. № 2. С. 44-49.
33. Дильман, В.Л. Условия равнопрочности мягких прослоек, не ортогональных внешним усилиям / В.Л. Дильман // Обзорение приклад. и пром. математики. 2001. Т. 8, вып. 2. С. 586-587.
34. Дильман, В.Л. Напряженное состояние и прочность сварных швов труб большого диаметра / В.Л. Дильман, А.А. Остсемин // Хим. и нефтегаз. машиностроение. 1998. № 4. С. 16-20.
35. Dilman, V.L. Strenth of mechanically heterogeneous welded joints with a slit-like defect / V.L. Dilman, A.A. Ostsemin // Welding International. 1999. V. 13(8). P. 648-650.
36. Ostsemin, A.A. Strenght of straight-seam pipes in transmission gas and oil pipelines / A.A. Ostsemin, V.L. Dilman // Welding International. 2001. V. 15(7). P. 557-562.
37. Dilman, V.L. Static strenght of welded joints in spiral-seam pipes / V.L. Dilman, A.A. Ostsemin // Welding International. 2001. V. 15(10). P. 812-815.



1000001 0906643

38. Dilman, V.L. Evaluation of the effect of joints in straight-seam and spiral-seam Welding International. 2002. V. 16(2). P. 1-4.
39. Dilman, V.L. Load-carrying capacity of defects at the fusion boundary of the weld // Welding International. 2003. V. 17(5). P. 1-4.
40. Dilman, V.L. Static strenght of a weld at the fusion line of the weld / V.L. Dilman. 2004. V. 18(5). P. 805-808.
41. Dilman, V.L. Effect of defect on the load carrying capacity of pipes of transmission oil and gas pipelines under biaxial loading / V.L. Dilman, A.A. Ostsemin // Welding International. 2006. V. 20(1). P. 63-67.

**Другие публикации**

42. Дильман, В.Л. Исследование аналитическими методами математических моделей напряженного состояния тонкостенных неоднородных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман // Вест. ЮУрГУ. Серия "Математическое моделирование и программирование". 2009. Вып. 3. № 17(150). С. 36-58.
43. Дильман, В.Л. Математические модели напряженно-деформированного состояния мягких прослоек тонкостенных цилиндрических оболочек / В.Л. Дильман // Тр. Математического центра им. Н.И. Лобачевского. Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та, 2009. Т. 38. С. 106-107.
44. Дильман, В.Л. Анализ методом линий скольжения вязкой прочности сварного соединения с подрезом прямошовных труб большого диаметра / В.Л. Дильман, А.А. Остсемина // Проблемы прочности. 2004. № 3. С. 72-82.
45. Дильман, В.Л. Пластическая стабильность и условия разрушения под действием внутреннего давления тонкостенной торовой оболочки / В.Л. Дильман // Вестник ЮУрГУ. Серия "Математика, физика, химия". 2003. № 8. Вып. 4. С. 3-6.
46. Остсемина, А.А. О сжатии пластического слоя двумя шероховатыми плитами / А.А. Остсемина, В.Л. Дильман // Проблемы прочности. 1990. № 7. С. 107-113.
47. Программный комплекс "Вычисление критической нагрузки в неоднородной полосе, содержащей дефект в менее прочной части": свидетельство 2011614610 / В.Л. Дильман (RU); правообладатель ГОУ ВПО "Южно-уральский государственный университет". 2011612885; заявл. 22.04.2011; зарегистрир. 10.06.2011, Реестр программ для ЭВМ.
48. Программный комплекс "Вычисление критического давления в тонкостенной цилиндрической оболочке, содержащей слой из менее прочного материала": свидетельство 2011614611 / В.Л. Дильман (RU); правообладатель ГОУ ВПО "Южно-уральский государственный университет". 2011612886; заявл. 22.04.2011; зарегистрир. 10.06.2011, Реестр программ для ЭВМ.

Подписано в печать 23.08.2011

Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 2,0.

Бумага офсетная. Тираж 100 экз.

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета  
454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76