

663

Контрольный
экземпляр
На правах руженицы

Ю.В.

Коренченко Анна Евгеньевна

**МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ
И РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ
НА ОСНОВЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ**

(02.00.04 – «Физическая химия»)

Автореферат
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Челябинск – 2008

Работа выполнена на кафедре «Общая и теоретическая физика» ЮУрГУ и в Челябинском филиале ИМЕТ УрО РАН.

- Официальные оппоненты:
- профессор, доктор физико-математических наук Попель Петр Станиславович;
 - профессор, доктор технических наук Каган Дмитрий Наумович;
 - профессор, доктор физико-математических наук Прокудина Людмила Александровна.

Ведущая организация – Институт химии твердого тела УрО РАН, г. Екатеринбург.

Защита состоится 10 сентября 2008 г., в 11 ч, на заседании диссертационного совета Д212.298.04 при Южно-Уральском государственном университете (ЮУрГУ) по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, тел. (351) 267-91-23.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета.

Ваш отзыв на автореферат в одном экземпляре, заверенном гербовой печатью, просим высыпать по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, ученый совет. Тел. (351) 267-91-23, факс (351) 267-92-28.

Автореферат разослан « » июня 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, д. ф.-м. н.



Гельчинский Б.Р.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Вследствие происходящей в последние десятилетия технологической революции резко увеличился объем исследований физико-химических свойств жидкостей. Это связано, в первую очередь, с тем, что жидкая фаза участвует во многих производственных процессах. Так, при добыче, транспортировке и переработке природных ресурсов возникают проблемы, связанные с отложениями нежелательных осадков на поверхностях оборудования, в результате чего растет энергопотребление, снижается продуктивность и качество. Важнейшими техническими характеристиками жидкого сырья, например, нефти являются его плотность и реологические свойства. Эти характеристики определяют методы их добычи, условия перевозки и транспортировки по трубопроводам.

Появление новых технологий также вызывает интерес к физико-химическим свойствам жидкостей, например, особенности распыления и осаждения капель при струйной печати или в процессе капельного осаждения припоя существенно зависят от поверхностного натяжения, вязкости и реологических параметров жидкой среды.

Примеры можно распространить на процессы, в которых участвуют высокотемпературные расплавы. Интенсивные измерения физико-химических свойств металлических расплавов, проводимые с середины прошлого века, позволили создать основу для решения многочисленных проблем жидкого состояния и синтеза новых сплавов. Однако свойства расплавов тугоплавких металлов изучены недостаточно, часто противоречивы и требуют уточнения.

Интенсивно развивается в последнее время область медицины, основанная на диагностике заболеваний по физико-химическим свойствам крови. Значения поверхностного натяжения, вязкости и реологических свойств крови – предела текучести и вязкоупругих параметров – существенно изменяются при некоторых заболеваниях.

С теоретической точки зрения интерес к жидкостям связан с интенсивно развивающимися ныне исследованиями неупорядоченных систем, с выяснением фундаментальных вопросов о роли порядка и беспорядка в формировании свойств конденсированных фаз. В настоящее время представления о строении жидкостей основываются, главным образом, на результатах дифракционных экспериментов и одним из основных положений является факт существования ближнего порядка в расположении частиц жидкой фазы. Плотность жидкости, а также коэффициенты вязкости и поверхностного натяжения являются структурно-чувствительными свойства-

ми, так что сведения об изменениях в строении расплавов можно получать из температурных и временных зависимостей этих величин.

Важным для методов измерений физико-химических свойств представляется разделение эффектов, связанных со свойствами жидкостей и их изменениями, и эффектов, вызванных другими причинами. Таковыми могут быть, например, неточности, связанные с приближениями, принятыми в аналитических теориях, а также влияние на результаты экспериментов факторов, отсутствующих в теоретических основах применяемых методов измерений, но присутствующих в экспериментах.

Изложенное выше позволяет заключить, что на данном этапе экспериментальных исследований физико-химических свойств жидкостей необходимо исследовать теоретические основы методик измерения с целью теоретического обоснования методов определения поверхностных и реологических свойств жидкостей и поиска возможных источников погрешностей при измерениях.

Задачи исследования заключаются в проведении численного анализа гидродинамических уравнений в их полной нелинейной постановке для условий вискозиметрических экспериментов и сравнения результатов численного расчета и аналитических решений; расширении возможностей вискозиметрических методик на измерения ньютоновских свойств; создании теоретических основ новых методов исследования физико-химических свойств жидкостей.

Научная новизна работы. Можно выделить следующие новые результаты, полученные в работе:

1. Впервые численными методами получено решение сопряженной задачи о движении крутильного вискозиметра, заполненного ньютоновской жидкостью, за пределами приближений, принятых в стандартных аналитических теориях.

2. Получено численное решение задачи о естественной конвекции в рабочем объеме вискозиметра при высокотемпературных измерениях и обсужден вопрос о возможном влиянии свободноконвективных течений на результаты измерений.

3. Решена задача нестационарного поведения вязкопластической жидкости в ротационном и крутильном вискозиметрах.

4. Предложена модель вязкоупругой жидкости, пригодная для описания упругих свойств воды и водных растворов. Численными методами решена задача о затухающем вращении диска, погруженного в такую жидкость. Подгонкой под экспериментальные данные найдены упругие параметры воды.

5. Предложен метод определения вязкоупругих параметров жидкостей в экспериментах с крутильным вискозиметром в рамках предложенной модели. Метод основан на наблюдении размерных эффектов.

6. Разработан метод компьютерной обработки профиля лежащей капли, заключающийся в сравнении изображения, полученного в результате процедуры минимизации полной механической энергии и экспериментального.

7. Предложен метод определения поверхностного натяжения и вязкости жидкости по наблюдениям за собственными и вынужденными колебаниями капли, зажатой между двумя плоскими поверхностями.

Достоверность и обоснованность результатов работы обеспечивается использованием фундаментальных принципов механики сплошной среды для моделирования и современных методов численного решения.

Практическое значение полученных результатов. Предложенные в работе новые методы и проведенный анализ возможных источников погрешностей могут способствовать точному измерению вязкости, поверхностного и межфазного натяжения, а также вязкоупругих и вязкопластических свойств жидкости.

Личный вклад соискателя. Все приведенные в диссертации результаты получены лично автором или при его непосредственном участии. В постановке и решении ряда задач и обсуждениях принимали участие проф. Бескачко В.П. и асп. Головня О.А.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на XI Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов» (Екатеринбург, 2004), VI и VIII Российских семинарах «Компьютерное моделирование физико-химических свойств стекол и расплавов» (Курган, 2002, 2006), 23-м Международном Симпозиуме по реологии (Валдай, 2006), XIII Международной конференции «Liquid and amorphous metals» (Екатеринбург, 2007), Всероссийской конференции «Проблемы механики сплошных сред и физики взрыва» (Новосибирск, 2007).

Публикации. Всего по теме диссертации опубликовано 26 работ. Из них 13 – в журналах, рекомендованных ВАК, 5 – в зарубежных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 158 наименований, приложения и содержит 211 страниц текста, включая 59 рисунков и 1 таблицу.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, научная и практическая ценность исследования, сформулированы цели работы

Первая глава содержит анализ литературных данных о методах измерения структурно-чувствительных свойств жидкостей.

1. На примере литературных данных об измерении вязкости жидких металлов показано, что значения вязкости, полученные различными авторами, могут отличаться на сотни процентов даже в пределах одной методики крутильных колебаний, а аномалии полимера вязкости в виде перегибов, скачков или гистерезиса воспроизводятся не во всех экспериментальных исследованиях. Скачкообразные изменения и гистерезис на полимерах вязкости обычно связывают с необратимой перестройкой расплавов, фазовыми переходами в расплаве или влиянием примесей [1]. Однако, имея в виду невоспроизводимость указанных данных по вязкости в работах разных авторов, можно предложить еще одно объяснение этим явлениям, например, рассматривая их как результат принятых в стандартных вискозиметрических теориях приближений и вытекающих из них расчетных схем ("рабочих уравнений"), или же влияния на результаты экспериментов неучтенных аналитической теорией факторов.

В [2–4] был проведен теоретический анализ последствий стратификации жидкости, заполняющей крутильный вискозиметр, неверной оценки условий, реализующихся на верхней границе образца (присутствие вязкой тонкой пленки) и приведены результаты исследования влияния внешнего магнитного поля, именно, присутствия в объеме образца некомпенсированного магнитного поля нагревателя.

Однако изложенным не исчерпываются возможные причины разброса значений вязкости жидкостей, полученных методом крутильных колебаний. Среди причин, не исследованных прежде, можно назвать следующие:

- возможные неточности, связанные с приближениями, принятыми в аналитической вискозиметрической теории;
- неニュтоновские свойства исследуемых жидкостей. Согласно основному реологическому тезису, неニュтоновскими свойствами обладают все жидкости, вопрос в том, как их измерить, если они выражены слабо.

Исследования возможности применения перечисленных методов к измерению вязкопластических и вязкоупругих свойств жидкостей не проводилось, исключение составляет работа [5].

2. При измерении вязкости металлических расплавов в работе [6] обнаружены интервалы температур с повышенным статистическим разбросом результатов – шумом, которые авторы соотносят с шумоиндуцирован-

ными фазовыми переходами в метастабильных системах. Однако существуют иные причины, которые могут вызвать разброс данных при высокотемпературных измерениях. Одной из таких причин может быть влияние внешних факторов, например, неизбежной температурной конвекции, возникающей в рабочем объеме вискозиметра при измерении вязкости металлических расплавов. Перестройка конвективных режимов с изменением градиента температур есть известный и проверенный факт. В пределах существования каждого режима конвекции подвесная система вискозиметра испытывает влияние со стороны набегающего потока, что создает дополнительный источник шума в измерениях. При смене режима конвекции следует ожидать возрастания этого шума вследствие хаотичности движений потерявшего устойчивость течения. Решение задачи о конвективных течениях в условиях геометрии рабочей камеры вискозиметра отсутствует, как и ответ на вопрос каким образом эти течения, перестраиваясь при изменениях температуры нагревателя, ведут себя в области, где находится вискозиметр.

3. Существуют методы определения ньютоновских свойств жидкостей, не имеющие достаточного математического обоснования. Так, в эксперименте по исследованию затухающего вращения диска, погруженного в жидкость, наблюдаются возвратные движения диска при его вращении в воде и расплаве B_2O_3 [7]. Авторы указывают на проявление в таком эксперименте механической упругости жидкости к сдвиговым деформациям, хотя возможность возникновения возвратных течений нельзя исключать даже в случае ньютоновской жидкости, учитывая нестационарность, трехмерность и нелинейность задачи. Окончательный вывод невозможен без проведения дополнительных исследований.

4. В работе [8] приведены опытные данные о поверхностном натяжении жидкого кремния, полученные за последние 50 лет и указано, что их разброс составляет более 30%, что намного превышает декларируемую авторами точность измерений. Эта и другие работы указывают на необходимость теоретического анализа уже существующих методов измерения поверхностных свойств и разработки новых.

Эксперименты с колеблющейся каплей давно используются для определения вязкости и поверхностного натяжения расплавов. Известно решение, полученное Релеем [Lord Rayleigh, 1879]) для малых колебаний сферической капли идеальной жидкости в отсутствие объемных сил и решение Чандraseхара [Chandrasekhar S., 1959], полученное для капли вязкой жидкости.

Случай малых колебаний свободной капли реализуется на практике только в экспериментах, проводимых в специальных башнях (drop tower),

где за время свободного падения капли в безвоздушном пространстве осуществляется слежение за изменением ее формы, либо в исследованиях, проводимых в условиях невесомости на космических кораблях. В прочих бесконтактных методиках измерения параметров жидкости из анализа колебаний капли используются различные методы левитации: электростатической, аэродинамической, диа- или парамагнитной. Общей чертой всех перечисленных методик обеспечения левитации является то, что на каплю действуют в противоположных направлениях сила гравитационного притяжения и подъемная сила, которые компенсируют друг друга, только будучи проинтегрированы по объему, а элементы капли при этом не обязательно находятся в состоянии равновесия, что может вызвать внутренние течения в образце и его вращение. Это делает невозможным применение теорий Релея и Чандрасекара, во всяком случае, без дополнительного анализа.

Эксперименты с каплей, зажатой между двумя плоскостями, ранее не использовались для измерения физико-химических свойств жидкости. Однако в таких опытах можно измерить те же свойства жидкости, что и в экспериментах со свободными каплями и не требуется сложного оборудования для обеспечения левитации.

В обобщение приведенных фактов, в первой главе конкретизируются цели исследования по каждому из 4-х названных пунктов.

Во второй главе приведено численное исследование движения крутильного вискозиметра, заполненного ньютоновской жидкостью, за пределами приближений, принятых в стандартных аналитических теориях, и анализируется возможное влияние на колебания вискозиметра конвекции в окружающей газовой среде в условиях температурной неоднородности.

Рассматривается цилиндр вискозиметра с радиусом $R_{\text{ц}}$, заполненный до высоты H исследуемой жидкостью. Полагаются выполнеными следующие условия:

- жидкость ньютоновская и несжимаемая;
- распределения скоростей и давления имеют осевую симметрию;
- на твердых границах выполнены условия прилипания.

Уравнение движения цилиндра при условии пренебрежения затуханием колебаний, связанным с процессами внутреннего трения в нити и трением о воздух, имеет вид

$$I_{\text{ц}} \frac{d\omega}{dt} = -k\varphi + m_{\text{вяз}}, \quad (1)$$

где $I_{\text{ц}}$ – момент инерции, ω и φ – угловая скорость и угол поворота цилиндра вискозиметра, K – крутильная жесткость нити, $m_{\text{вяз}}$ – момент вязких сил трения, действующий на цилиндр со стороны жидкости:

$$m_{\text{вяз}} = m_1 + m_2,$$

где моменты m_1 и m_2 обусловлены трением жидкости о боковую поверхность цилиндра и его торцы соответственно:

$$m_1 = 2\pi\eta R_{\text{ц}}^2 \int_0^{H_{\text{ц}}} \left(\frac{\partial V_{\theta}}{\partial r} - \frac{V_{\theta}}{r} \right) dz, \quad (2)$$

$$m_2 = 2\pi\eta \int_0^{R_{\text{ц}}} \left(\frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} \right)_{z=0} r^2 dr - 2\pi\eta \int_0^{R_{\text{ц}}} \left(\frac{\partial V_{\theta}}{\partial z} \right)_{z=H} r^2 dr. \quad (3)$$

Здесь $V_{\theta} = V_{\theta}(r, \theta, z, t)$ – азимутальная компонента поля скорости $\mathbf{V} = (V_r, V_{\theta}, V_z)$ (введена цилиндрическая система координат (r, θ, z)), η – коэффициент динамической вязкости жидкости.

Движение цилиндра возбуждает течение заполняющей его жидкости, подчиняющееся системе уравнений Навье-Стокса и неразрывности. Вводятся следующие безразмерные переменные и параметры: компоненты радиус-вектора отнесены к радиусу цилиндра вискозиметра $R_{\text{ц}}$, время – к $R_{\text{ц}}^2/\nu$, угловая скорость – к $\nu/R_{\text{ц}}^2$, здесь $\nu = \eta/\rho$ – коэффициент кинематической вязкости, ρ – плотность жидкости. Также приняты следующие обозначения: $\mathbf{v} = (v, w, u)$ – компоненты вектора безразмерной скорости, $\mathbf{v} = \mathbf{V}R_{\text{ц}}/\nu$, P – возмущение давления сверх $\rho g z$, отнесенное к $R_{\text{ц}}/(\rho\nu^2)$, $K = R_{\text{ц}}^4 K / (\nu^2 I_{\text{ц}})$ – безразмерный коэффициент жесткости нити на кручение, $M_{\text{вяз}} = m_{\text{вяз}} / (\rho\nu^2 R_{\text{ц}})$ – момент вязких сил.

Отметим волной безразмерные величины: \tilde{t} – безразмерное время, (\tilde{r}, \tilde{z}) – компоненты радиуса-вектора, $\tilde{\omega}$ – угловая скорость цилиндра. Тогда движение цилиндра и заполняющей его жидкости при условии осевой симметрии течений и давления описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} = -K\varphi + M_{\text{вяз}},$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tilde{t}} + v \frac{\partial u}{\partial \tilde{r}} + u \frac{\partial u}{\partial \tilde{z}} = -\frac{\partial P}{\partial \tilde{z}} + \frac{\partial^2 u}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial u}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial^2 u}{\partial \tilde{z}^2},$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial v}{\partial \tilde{r}} + v \frac{\partial v}{\partial \tilde{z}} + u \frac{\partial v}{\partial \tilde{z}} - \frac{w^2}{\tilde{r}} &= -\frac{\partial P}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial^2 v}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial v}{\partial \tilde{r}} - \frac{v}{\tilde{r}^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial \tilde{z}^2}, \\
 \frac{\partial w}{\partial \tilde{t}} + v \frac{\partial w}{\partial \tilde{r}} + u \frac{\partial w}{\partial \tilde{z}} + \frac{vw}{\tilde{r}} &= \frac{\partial^2 w}{\partial \tilde{r}^2} + \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial w}{\partial \tilde{r}} - \frac{w}{\tilde{r}^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \tilde{z}^2}, \\
 \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial(\tilde{r}v)}{\partial \tilde{r}} + \frac{\partial u}{\partial \tilde{z}} &= 0.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Границными условиями для (4) служат условия прилипания жидкости ко всем твердым границам, на оси сосуда выполняются условия $v(0, \tilde{z}, \tilde{t}) = w(0, \tilde{z}, \tilde{t}) = 0$, $\partial P(0, \tilde{z}, \tilde{t})/\partial \tilde{r} = \partial u(0, \tilde{z}, \tilde{t})/\partial \tilde{r} = 0$. На поверхности жидкости рассмотрены 2 вида граничных условий: 1) жидкость соприкасается с твердой крышкой; 2) поверхность свободна. Жидкость в начальный момент времени покоятся, а цилиндр удерживается в состоянии покоя в положении, повернутом на угол ϕ_0 относительно положения равновесия. В соответствии со сказанным выше, начальными условиями для уравнений (4) являются:

$$v(\tilde{r}, \tilde{z}, 0) = 0, \quad \tilde{w}(0) = 0, \quad \phi(0) = \phi_0. \tag{5}$$

Задача заключается в отыскании закона движения цилиндра $\phi(t)$.

Численное решение системы (4) с указанными граничными условиями и начальными условиями (5) находилось методом конечных разностей.

Вернемся к приближениям, используемым в стандартных вискозиметрических теориях и оценим их справедливость, располагая численным решением рассматриваемой задачи. При рассмотрении удобно обозначить $\gamma = H/R_{\text{ц}}$ – отношение высоты жидкости в цилиндре к его радиусу, и $\beta = I_{\text{ц}}/I_{\text{ж}}$ – отношение моментов инерции цилиндра и «замороженной» жидкости.

1. Предположение о малости радиальной и осевой компонент скорости жидкости по сравнению с азимутальной не всегда верно для цилиндра конечной длины. На рис. 1 изображено поле скоростей в осевом сечении цилиндра, $\gamma = 1$, заполненного слабовязкой жидкостью. Видно образование двух вихрей, причем наибольшая осевая скорость наблюдается вблизи поверхности цилиндра (точка A). Как показывает численный расчет, вихри зарождаются в углах вискозиметра в моменты, когда угловая скорость максимальна. Затем они распространяются вглубь жидкости, охватывая все больший объем, расплываются и исчезают. Области существования вихрей прилегают ко дну и крышке вискозиметра, поэтому их влияние на

движение общей массы жидкости для достаточно длинного цилиндра будет малым. Еще одна особенность течений в осевой плоскости заключается в том, что зарождение вихрей происходит при каждом прохождении положения равновесия, поэтому осевая и радиальная скорости имеют двойную частоту.

На рис. 2 приведены временные зависимости осевой скорости в жидкости для отношений $\gamma = 1$ и $\gamma = 2$ в точке A и указано наибольшее значение азимутальной скорости (равное амплитуде угловой скорости цилиндра). Из рисунка видно, что отношение наибольших значений осевой и азимутальной скоростей для $\gamma=1$ превышает 0,1. Это не дает достаточных оснований для пренебрежения нелинейными слагаемыми в уравнениях (4), во всяком случае, на начальном этапе колебаний.

2. Для разделения переменных в уравнениях (4) используется предположение о том, что **жидкость внутри цилиндра совершают колебательные движения около положения равновесия с частотой, равной частоте колебаний цилиндра и фазой, определяемой скоростью передачи момента импульса к внутренним слоям**. Это предположение выполняется не всегда. На рис. 3 изображены зависимости от времени азимутальной скорости на небольших расстояниях ($r = R_{\Pi}/4$) от оси вращения для слабовязких жидкостей. Расчеты произведены для цилиндра с $R_{\Pi} = H = 0,01$ м, $\beta = 2$, а крутильная жесткость нити подобрана так, чтобы период колебаний пустого вискозиметра был $T_0 = 7$ с. Как видно из рисунка, предположение о характере из-

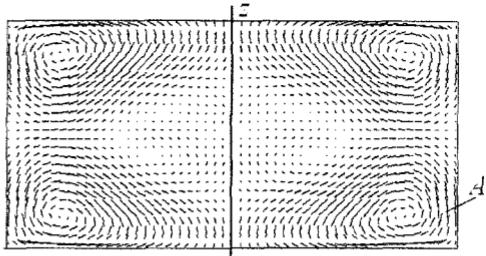


Рис. 1. Картина мгновенного распределения скоростей в осевом сечении цилиндра при условии прилипания жидкости к верхней крышке

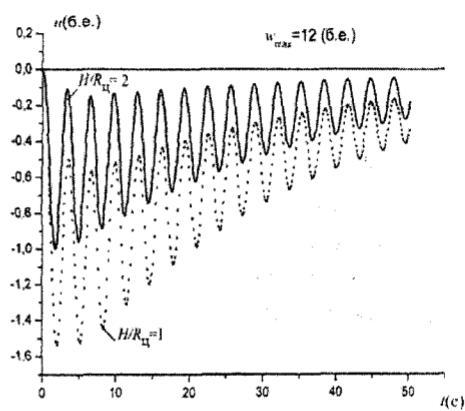


Рис. 2. Осевая скорость в области наиболее интенсивного движения; $R_{\Pi}=0,01$ м

менения азимутальной скорости как затухающей синусоидальной функции времени выполняется лишь асимптотически и тем позднее, чем меньше вязкость жидкостей. Чем дальше от оси (и ближе к стенкам), тем быстрее устанавливается режим затухающих колебаний. Рассмотрение распределения скоростей в поперечном сечении вискозиметра показывает, что возможны режимы, когда прилежащая оси область покойится или движется как твердое ядро.

3. Сравним предсказания аналитических и численных расчетов параметров колебаний вискозиметра. Для этого, выбрав некоторые параметры установки и зафиксировав плотность жидкости, мы выполнили расчеты зависимости $\phi(t)$ для значений вязкости, типичных для слабовязких жидкостей. Далее эти данные были подогнаны под зависимость вида

$$\phi(t) = A \cdot e^{-pt} \sin(ft + \psi_0) \quad (6)$$

с целью определения частоты колебаний f и коэффициента затухания p .

На рис. 4 изображены зависимости коэффициента затухания от вязкости жидкости. Отметим следующие особенности: 1) при $\gamma \rightarrow \infty$ аналитические и численные результаты практически повторяют друг друга, а при конечном γ располагаются по разные стороны от этой «кривой согласия» и отстоят от нее тем дальше, чем меньше γ ; 2) согласие достигается в пределе малой вязкости, и становится тем хуже, чем больше вязкость; 3) из рис. 4а видно также, что при фиксированном значении β (равном 20 в данном случае) согласие тем лучше, чем «длиннее» цилиндр. Таким образом, расчеты показали, что предположения аналитической теории верны не всегда. Погрешности, связанные с приближениями, малы в случае слабовязких жидкостей, т.к. тогда имеет малую толщину пограничный слой внутренней поверхности цилиндра, и для длинных цилиндров, когда можно пренебречь влиянием вторичных течений. При неблагоприятном сочетании экспериментальных условий погрешность, связанная с неточностями аналитической теории, может достигать сотни и более процентов.

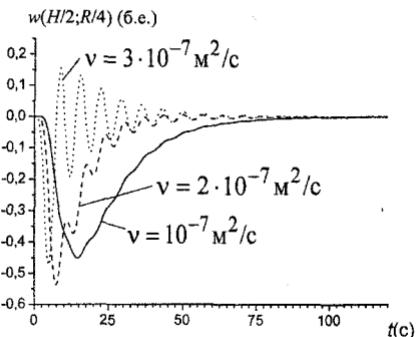


Рис. 3. Зависимость азимутальной скорости вблизи оси от времени

4. При проведении оценки вязкости расплавов методом крутильных колебаний всегда считают, что колебания совершаются столь долго, что все переходные процессы, связанные с выбором начальных условий (выбором способа возбуждения колебаний) уже завершились, и система находится в режиме установившихся затухающих колебаний. Для корректной интерпретации опытных данных необходимы количественные оценки длительности переходного процесса. Во второй главе с этой целью проведен анализ частотных характеристик закона движения крутильного вискозиметра.

Как было отмечено выше, частота колебаний осевой и радиальной скоростей в 2 раза превышает частоту колебаний азимутальной скорости. Это вызывает появление высших гармоник в спектре азимутальной скорости, благодаря инерционным членам уравнений Навье-Стокса. Фурье-анализ зависимости $\omega(t)$ указывает, что наряду с основной частотой в ней присутствуют и другие гармоники, обусловленные затуханием колебаний, влиянием начальных условий, а также нелинейным взаимодействием между различными колебаниями. В процессе установления колебаний отношение амплитуд второй и первой гармоник изменяется, приближаясь к некоторому постоянному значению. Длительность интервала установления существенно зависит от параметра β . Так, например, при $\beta = 10$ переходный интервал длится 2 периода колебаний, а при $\beta = 5 - 4$ периода. Приблизительно с десятого колебания во всех рассмотренных случаях для $\beta \geq 2$ можно считать, что колебания установились, и проводить измерения.

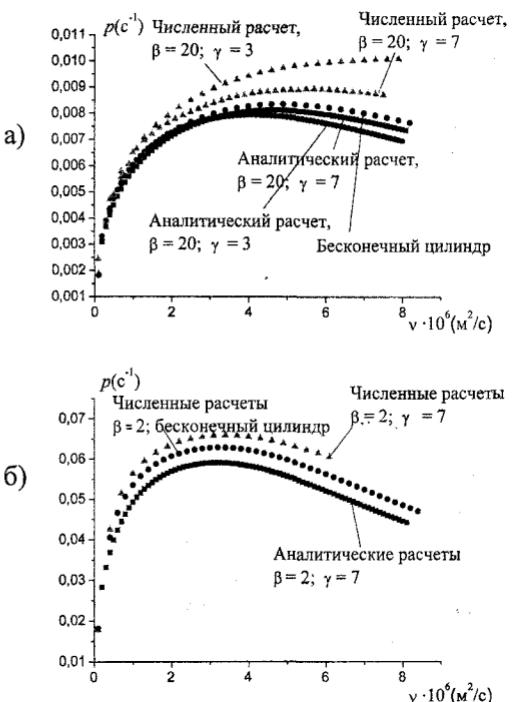


Рис. 4. Зависимость коэффициента затухания колебаний от вязкости жидкости;
а) $\beta = 20$; б) $\beta = 2$

Далее во второй главе рассмотрен еще один фактор, влияющий на измерения вязкости в экспериментах с крутильным вискозиметром: свободно-конвективные течения в камере вискозиметра, возникающие всякий раз, когда камера заполнена газом и существует разница температур между элементами ее конструкции – нагревателем и охлаждаемыми стенками. На рис. 5 изображена идеализированная схема расположения нагревателя в камере вискозиметра. Стенки камеры и нагреватель представляют собой цилиндрические слои, температура стенок камеры поддерживается равной комнатной. Камера наполняется гелием, давление газа незначительно превышает атмосферное. Цилиндр вискозиметра подвешивается на упругой нити вдоль оси установки. Численно исследуется случай осесимметричных конвективных течений, азимутальная составляющая скорости предполагается равной нулю. Газовая среда считается несжимаемой.

Расчеты были выполнены для трех перепадов температур: $\Delta T = T_h - T_c = 250, 750$ и 1250 K , здесь T_h и T_c – температуры нагревателя и стенок камеры. Результаты (рис. 6) показывают, что уже при $\Delta T=250\text{ K}$ в камере формируются развитые конвективные течения, всегда сопровождающие, таким образом, измерения вязкости высокотемпературных металлических расплавов. На рисунке стрелки представляют поле скорости конвективного течения, серым цветом отмечен нагреватель. Во всех случаях показана половина осевого сечения камеры.

Следует отметить следующие особенности этого распределения:
 1) зона покоя вихря, формируемого между нагревателем и внешней стенкой камеры остается неподвижной для всего рассмотренного диапазона температур, распределение скоростей в этом вихре мало изменяется с увеличением T_h ; 2) эволюция течений в области внутри нагревателя при увеличении его температуры приводит к формированию вихря, вытянутого вдоль нагревателя так что течение направлено вниз вдоль оси симметрии и поднимается вдоль нагревателя; 3) в этом течении достигаются наибольшие абсолютные значения скорости в объеме, причем они возрастают с увеличением T_h .

Таким образом, в условиях, типичных для высокотемпературных вискозиметрических экспериментов, в рабочей камере вискозиметра

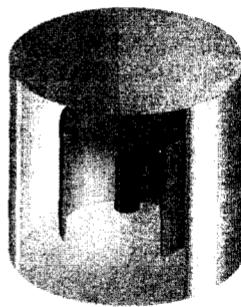
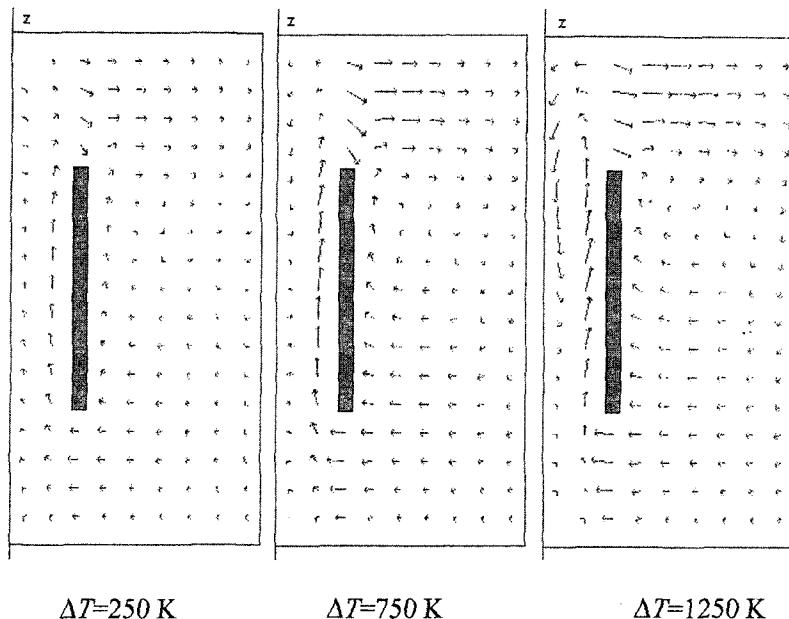


Рис. 5. Схема установки для измерения вязкости высокотемпературных расплавов

действительно реализуются условия для развитой свободной конвекции со сменой ее режимов по мере возрастания перепада температур между



$\Delta T=250 \text{ K}$

$\Delta T=750 \text{ K}$

$\Delta T=1250 \text{ K}$

Рис. 6. Поле скоростей конвективных течений в газовой среде при различных температурах нагревателя. Показана половина осевого сечения рабочей камеры

нагревателем и стенками. Не исключено, что это является одной из причин наблюдаемых температурных областей с повышенным разбросом значений параметров колебаний.

Таким образом, численное исследование метода крутильных колебаний позволяет дать следующие рекомендации по его применению:

- Использование цилиндров с $\gamma \geq 7$ дает при измерении слабовязких жидкостей расхождение между результатами аналитических и численных расчетов, меньшее 3%.
- Выполнение условия $\beta \geq 2$ гарантирует установление режима затухающих колебаний за 10 первых колебаний.
- С целью уменьшения уровня шума при проведении высокотемпературных измерений рекомендуется подавить свободную конвекцию в рабочей камере вискозиметра.

Третья глава диссертационной работы посвящена определению вязко-пластических свойств жидкости в экспериментах с ротационным и крутильным вискозиметрами. Эта проблема интересна как для измерения вязкопластических свойств (известно, что пластическими свойствами обладают нефти, топлива и кровь), так и с точки зрения их влияния на результаты измерения вязкости.

Ротационный вискозиметр является распространенным инструментом для измерения реологических свойств жидких сред. В частных случаях возможна аналитическая связь между скоростью сдвига ω (относительной угловой скорости вращения цилиндров) и моментом сил, приводящих цилиндр во вращение $M(\omega)$ (рассматривается случай вращения внешнего цилиндра, внутренний покоятся). К этим случаям относятся ньютоновская среда и линейная вязкопластическая жидкость (Бингама). Оба решения получены в приближении длинных цилиндров (тогда гидродинамические уравнения содержат только азимутальную скорость), осесимметричности (рассматривается только зависимость этой скорости от радиальной координаты r) и стационарного вращения (производные по времени равны нулю). Решение задачи определения вида зависимости $M(\omega)$ при снятии любого из наложенных ограничений возможно только численными методами.

Нестационарное уравнение движения вязкопластической среды в приближении длинного цилиндра и осесимметричности записывается как

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{r\theta}) \right). \quad (7)$$

Определяющие соотношения для линейного вязкопластического материала имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= - \left(\eta + \frac{\sigma_0}{\sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\epsilon}, \dot{\epsilon})}} \right) \dot{\epsilon}_{ij}, \quad \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma, \sigma)} > \sigma_0, \\ \dot{\epsilon}_{ij} &= 0, \quad \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma, \sigma)} \leq \sigma_0, \end{aligned} \quad (8)$$

где обозначения совпадают с приведенными ранее, кроме того, σ – тензор напряжений, σ_0 – предел текучести, $\dot{\epsilon}_{ij}$ – компоненты тензора скоростей деформации, из которых отлична от нуля только $\dot{\epsilon}_{r\theta} = \partial V_\theta / \partial r - V_\theta / r$.

Уравнение (7) справедливо только в области вязкого течения, остальная часть жидкости представляет собой застойную зону и движется как твердое тело. На твердых границах выполнены условия прилипания. В на-

чальный момент времени жидкость вместе с цилиндрами находится в покое, а при $t=0$ внешний цилиндр толчком приобретает скорость ω .

Для решения задачи (7), (8) была использована разностная схема с равномерной сеткой. Условия (8) означают, что для существования вязкого течения в окрестности некоторой точки необходимо выполнение требования $\sqrt{(\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon})}/2 > 0$, тогда как в области твердотельного движения имеем $\sqrt{(\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon})}/2 \equiv 0$, волной отмечены безразмерные аналоги переменных. Граница, разделяющая области вязкого течения и застойные зоны, заранее неизвестна и изменяется во времени до наступления стационарного состояния. Сложность численного описания нестационарных течений вязкопластической жидкости состоит в том, что области вязкого течения следует определять на каждом временному шаге, используя условия (8), которые в разностной интерпретации задачи могут выполняться лишь приближенно. В работе использовался следующий критерий определения границы застойной зоны: течение считается вязким для $\sqrt{(\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon})}/2 \geq \delta$, а в области твердотельного движения выполнено условие $\sqrt{(\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon})}/2 < \delta$. Как показал анализ, достаточную точность при сравнении аналитических и численных зависимостей дает выбор $\delta = \sigma_0 \cdot R_{\text{ex}}^2 / (N \cdot \nu^2 \cdot \rho)$, R_{ex} – радиус внешнего цилиндра, N – число разбиений сетки.

В момент начала движения модуль тензора скоростей деформации отличен от нуля лишь в области, непосредственно прилегающей к внешнему цилинду, вся остальная жидкость покоятся. Заостная зона, прилегающая к внутреннему цилинду, очень быстро «рассасывается». Через некоторое время значение $\sqrt{(\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon})}/2$ в точках вблизи внешнего цилиндра может стать меньшим δ , что указывает на формирование застойной зоны, прилипшей к внешнему цилинду. Тогда в течение некоторого времени происходит увеличение толщины этой зоны, затем наступает режим стационарного вращения. По достижении стационарного состояния вычисляется радиус стационарной застойной зоны (если она сформирована) и момент M вязких сил, действующих на внешний цилиндр и равный врашающему моменту, необходимому для поддержания движения с заданной угловой скоростью.

На рис. 7 изображены аналитическая и численная зависимости $M = M(\omega)$ для жидкостей с различными значениями предела текучести. Формирования застойной зоны для жидкости с $\sigma_0 = 10^{-4}$ Па не происходит в рассмотренном диапазоне угловых скоростей, характер зависимости $M(\omega)$ линейный, а разность между аналитическими и численными ре-

зультатами не превышает 0,1%. Угол наклона этой прямой используется в реологической практике для измерения вязкости η , а отрезок, отсекаемый ею на оси ординат, – для измерения предела текучести. Для жидкости с $\sigma_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ Па застойная зона формируется при угловых скоростях $\omega < 0,01 \text{ c}^{-1}$. Это отражается на характере зависимости вращающего момента от угловой скорости. Отклонение численной кривой от аналитической линейной зависимости является не по грешностью расчета, а следствием того, что прямая, полученная в предположении, что застойная зона в жидкости не формируется, продолжена в область угловых скоростей, где это условие не выполняется. Для диапазона угловых скоростей, при которых застойная зона не формируется, аналитическая и численная зависимости совпадают.

Используя данные численного расчета, можно решить вопрос о времени установления течений в ротационном вискозиметре при принятых физических допущениях. На рис. 8 показаны зависимости времени установления от угловой скорости вращения внешнего цилиндра при различных значениях предела текучести. Как видно из рисунка, каждая зависимость представляет собой кривую с выраженным скачком производной. Левая часть кривой соответствует условиям, при которых происходит формирование застойной зоны, а правая – отсутствию этой зоны.

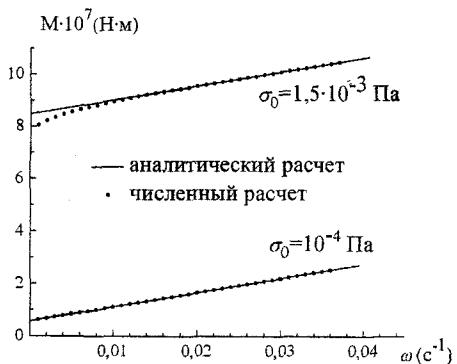


Рис. 7. Зависимости приложенного вращающего момента от угловой скорости вращения внешнего цилиндра ротационного вискозиметра

Используя данные численного расчета, можно решить вопрос о времени установления течений в ротационном вискозиметре при принятых физических допущениях. На рис. 8 показаны зависимости времени установления от угловой скорости вращения внешнего цилиндра при различных значениях предела текучести. Как видно из рисунка, каждая зависимость представляет собой кривую с выраженным скачком производной. Левая часть кривой соответствует условиям, при которых происходит формирование застойной зоны, а правая – отсутствию этой зоны.

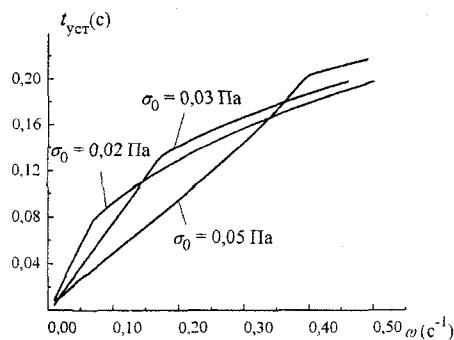


Рис. 8. Зависимости времени установления течения в ротационном вискозиметре от угловой скорости и предела текучести

Стационарное состояние устанавливается менее чем за 300 мс, что значительно меньше периода вращения для указанных на рисунке значений угловой скорости. Поскольку выход на стационарное вращение происходит за очень малые промежутки времени, то установление стационарного состояния в ротационном вискозиметре определяется в основном стабильностью механической системы, приводящей цилиндр во вращение, и не может стать источником погрешностей при измерениях.

Далее в третьей главе в предположении осевой симметрии течения и в приближении бесконечно длинного цилиндра решена задача о колебаниях крутильного вискозиметра, заполненного вязкопластической жидкостью.

В принятом приближении застойная зона может представлять собой либо цилиндр, если находится в центре, либо цилиндрический слой некоторой толщины. Тогда уравнения движения цилиндра вискозиметра и засторных зон записываются как

$$I_{\text{ц}} \frac{d\omega_{\text{ц}}}{dt} = -\kappa \cdot \varphi + M_{\text{ц}}, \quad (9)$$

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = M_i. \quad (10)$$

Здесь I_i , ω_i – момент инерции и угловая скорость засторной зоны, $I_{\text{ц}}$ – момент инерции вискозиметра, M_i – момент сил трения, действующих на засторную зону, $M_{\text{ц}}$ – момент сил трения, действующих на цилиндр. В (10) предполагается, что могут существовать несколько засторных зон одновременно, i – порядковый номер зоны.

В начальный момент скорость деформации отлична от нуля лишь в области, непосредственно прилегающей к цилиндуру. На протяжении первого периода колебаний радиус засторной зоны, расположенной вдоль оси цилиндра уменьшается. Если угол начального отклонения достаточно мал ($< 0,05$ рад), то полного «рассасывания» осевой засторной зоны в процессе колебаний не происходит. Эволюция засторных зон в поперечном сечении вискозиметра на протяжении первого полупериода пятого колебания показана на рис. 9. Как видно из рисунка, в момент прохождения положения

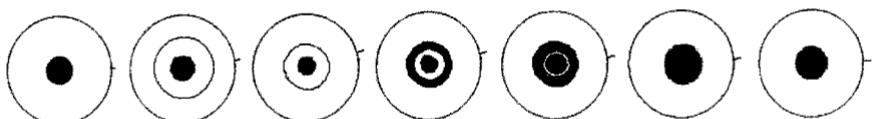


Рис. 9. Распределение засторных зон в поперечном сечении вискозиметра на протяжении первого полупериода пятого колебания

равновесия (характеризуемого горизонтальным положением риски) в цилиндре существует только осевая зона. По мере торможения вискозиметра формируется кольцеобразная зона, затем происходит сближение и «слипание» осевой и кольцеобразной застойных зон. Кроме того, наблюдается постепенное увеличение максимального радиуса осевой застойной зоны, что сказывается на зависимости её момента инерции от времени (рис. 10). Эта зависимость имеет сложную негармоническую форму и двойную по сравнению с частотой вискозиметра частоту, поскольку выполнение условий разделения твердое – вязкое не связано со знаком напряжений и, значит, воспроизводится дважды на протяжении одного периода. Как видно на рис. 10, момент инерции осевой застойной зоны увеличивается «в среднем» в процессе колебаний, что связано с уменьшением амплитуд скоростей жидкости внутри цилиндра вискозиметра вследствие затухания и, следовательно, с расширением в среднем области твердотельного движения. Периодическое скачкообразное возрастание момента инерции на рис. 10 связано со «слипанием» осевой и кольцеобразной зон.

На рис. 11 представлены зависимости коэффициента затухания (а) и частоты (б) колебаний вискозиметра от номера колебания для жидкостей с различными значениями предела текучести σ_0 . Для получения этих кривых производится подгонка закона движения вискозиметра $\varphi(t)$ под затухающую синусоиду (6) с целью определения частоты колебаний f и коэффициента затухания p . Определение характеристик колебаний для построения графиков на рис. 11а, б производилось локально, на основании данных из небольшого участка записи колебаний.

Пока радиус осевой застойной зоны мал, ее существование никак не влияет на значения параметров колебаний. Интервал стационарных значений сменяется отрезком, на котором происходит возрастание коэффициента затухания, связанное с тем, что пограничные слои на боковых поверхностях вискозиметра и осевой застойной зоны начинают перекрываться, сильно влияя друг на друга и соответствующее уменьшение частоты коле-

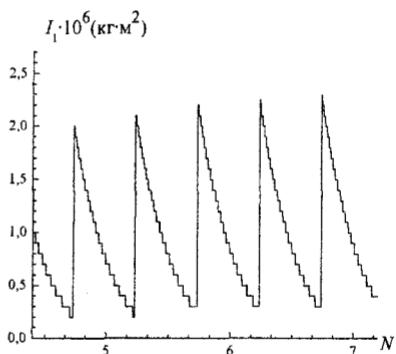


Рис. 10. Зависимость момента инерции осевой застойной зоны от номера колебания

баний. Интервал возрастания коэффициента затухания длится около 2-х – 3-х колебаний, при этом он изменяется на величину, достаточно большую для регистрации в экспериментах с крутильным вискозиметром, где относительная погрешность измерения коэффициента затухания достигает 10^{-4} .

Следующий этап развития колебаний характеризуется уменьшением коэффициента затухания почти до нуля. Это связано с тем, что радиус осевой застойной зоны возрастает так, что она может «прилипнуть» к цилиндру, и тогда вся система движется как твердое тело. Затухание при этом определяется схемной вязкостью, и поэтому мало. Условное разбиение на этапы применимо также к временной зависимости частоты колебаний.

Как можно увидеть из рис. 11, изменение характера колебаний происходит тем быстрее, чем больше значение предела текучести. Так, при прочих равных условиях для предела текучести $\sigma_0 = 10^{-5}$ Па максимум p и начало убывания f приходится на 25-е колебание, в то время как для $\sigma_0 = 10^{-4}$ Па – на 12-е. Эти обстоятельства можно использовать для оценки пластических свойств жидкости – предела текучести σ_0 . Заметим, что такие вязкопластические жидкости, как биологические (кровь, плазма и т.п.),

имеют пределы текучести $\approx 10^{-3}$ Па, что на два порядка превышает отмеченный выше предел чувствительности метода крутильных колебаний ($\approx 10^{-5}$ Па). Это означает, что методом крутильных колебаний возможно

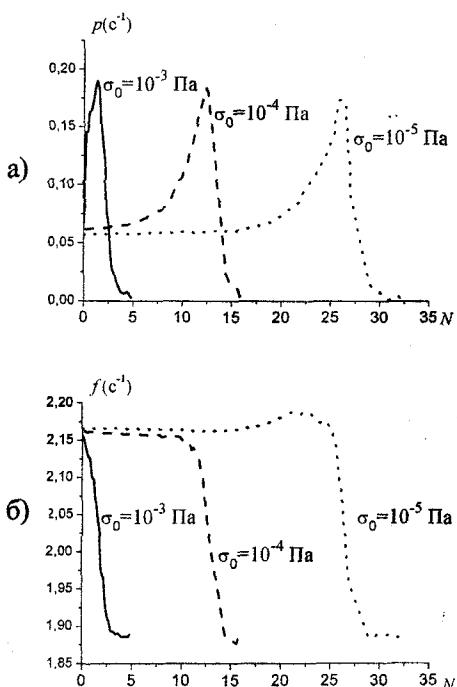


Рис. 11. Зависимость коэффициента затухания (а) и частоты (б) от номера колебания для жидкостей с различными пределами текучести; $\beta = 10$, $R_{\text{ц}} = 0,01$ м

исследование сред с гораздо менее выраженными вязкопластическими свойствами, чем даже в биологических жидкостях, если, конечно, теоретически предсказанное поведение параметров колебаний удастся зафиксировать в эксперименте.

Далее в третьей главе проводится анализ оптимальных параметров установки для проведения такого эксперимента и показано, что изменения параметров колебаний происходит тем на большую величину, чем меньше период колебаний вискозиметра. Однако следует иметь в виду, что тогда стационарный участок зависимостей $p(t)$ и $f(t)$ длится дольше и, таким образом, меньшую амплитуду будут иметь колебания в момент, когда коэффициент затухания начнет изменяться. Это может создать трудности в эксперименте при отделении очень малого сигнала – затухающей синусоиды – от шумов

В четвертой главе приведены результаты исследования поведения вязкоупругой жидкости в экспериментах с плавающим диском и крутильным вискозиметром.

В 1997 году были выполнены эксперименты, в которых исследовалось затухающее движение диска, помещенного в жидкость, заполняющую цилиндрический сосуд [7]. Диск располагался так, чтобы его ось совпадала с осью сосуда, и притапливался (рис. 12). Затем диск приводился в состояние вращения относительно собственной оси с постоянной (очень малой) угловой скоростью. После достижения стационарного гидродинамического режима внешний момент, действующий на диск, отключался, и наблюдалось затухающее, вследствие вязкого трения со стороны жидкости, вращение. На рис. 13 изображены результаты такого эксперимента, проведенного в воде. Как видно из графика, затухание носит характер осцилляций. Это дало повод авторам предположить, что в исследованных ими жидкостях наряду с вязкими присутствуют также и упругие свойства, хотя, учитывая нестационарность, трехмерность и нелинейность задачи, даже в ньютоновском случае трудно предвидеть характер течения и априори исключить возможность возвратных течений.

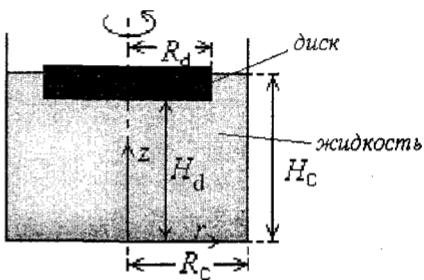


Рис. 12. Схема установки

В первом разделе четвертой главы приводятся результаты моделирования движения диска, помещенного в ньютоновскую жидкость и показано, что никакие рассмотренные начальные условия и комбинации геометрических размеров диска и сосуда и физических параметров диска не приводят к возвратным движениям, так что осцилляции, наблюдавшиеся в эксперименте, скорее всего, связаны с свойствами жидкости.

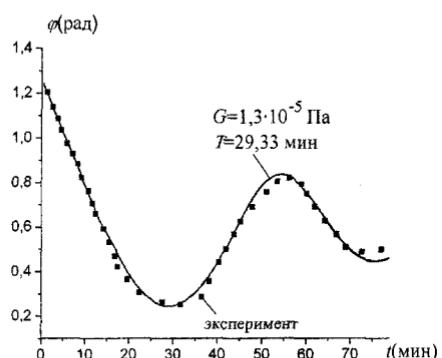


Рис. 13. Экспериментальная и численная зависимости угла поворота диска от времени при затухающем движении в воде

Для описания вязкоупругих эффектов предлагается использовать представление о жидкости с конвективной упругостью. Такая жидкость определяется как материал, для которого напряжение зависит как от деформации, так и от скоростей деформации, причем деформация определяется через различия в конфигурации материала в последовательные моменты времени, а не в сравнении с некоторой предпочтительной формой. Таким образом, в среде существуют одновременно и вяз-

кие, и упругие напряжения, действие которых суммируется, так что тензор напряжений может быть представлен в виде $\sigma = \sigma_{\text{вяз}} + \sigma_{\text{упр}}$. Упругая часть тензора напряжений изотропной жидкости с конвективной упругостью, согласно предложенной модели, выражается формулой

$$\sigma_{\text{упр}}(t) = \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{(t-t')}{T}\right) \cdot G \cdot d\epsilon(t'). \quad (11)$$

В расчетах эта формула использовалась в дискретной форме:

$$\sigma_{\text{упр}}^{n+1} = G \cdot \epsilon + \sigma_{\text{упр}}^n \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{T}\right),$$

где $\sigma_{\text{упр}}^n$ – тензор упругих напряжений в момент времени t^n , ϵ – деформация за время Δt , G – модуль сдвига и учтено, что упругие напряжения за каждый интервал Δt не аддитивны, а имеет место экспоненциальная релаксация. Вязкая часть тензора напряжений удовлетворяет уравнению Ньютона $\sigma_{\text{вяз}} = -\eta \cdot \dot{\epsilon}$. Таким образом, предложенная модель вязкоупругой жидкости содержит, помимо вязкости, два независимых параметра: модуль сдвига G и время релаксации упругих напряжений T .

Основная цель этого раздела работы состояла в подборе упругих параметров воды G и T так, чтобы наилучшим образом подогнать экспериментальную кривую зависимости угла поворота диска от времени (рис. 13). В безразмерных переменных, введенных так же, как ранее, движение диска и окружающей его жидкости описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \tilde{t}} = \Delta \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla P - \mathbf{f}_{\text{упр}}, \quad (12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{d\tilde{\omega}_d}{d\tilde{t}} = M_{\text{вяз}} + M_{\text{упр}}^{\tilde{t}}. \quad (14)$$

Система (12)–(14) отличается от (4) присутствием слагаемых, описывающих упругое взаимодействие, $\mathbf{f}_{\text{упр}}$ есть объемная безразмерная плотность упругих сил, $M_{\text{вяз}}$ и $M_{\text{упр}}$ – безразмерные моменты вязких сил трения и сил упругого взаимодействия, приложенных к диску со стороны жидкости.

Выражение для $\mathbf{f}_{\text{упр}}$ выводится из (11) с учетом конвективного переноса упругих напряжений и записывается как

$$\mathbf{f}_{\text{упр}}^{\tilde{t}+\Delta\tilde{t}} = EI \cdot \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}_{\text{упр}}^{\tilde{t}} \cdot \exp\left(-\Delta\tilde{t}/\tau\right) - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{f}_{\text{упр}}^{\tilde{t}} \cdot \exp\left(-\Delta\tilde{t}/\tau\right) \cdot \Delta\tilde{t},$$

где $EI = \frac{G\Delta t}{\rho v}$, $\Delta\tilde{t}$ – безразмерный временной шаг разностной схемы, τ –

безразмерное время релаксации.

Варьируя значения времени релаксации и модуля сдвига можно получить различные модельные законы движения диска. Наилучшая подгонка под экспериментальную кривую зависимости угла поворота диска от времени дает график, изображенный на рис. 13 сплошной линией. Численная кривая получена при значениях модуля сдвига $G = 1,3 \cdot 10^{-5}$ Па и времени релаксации упругих напряжений $T = 29,33$ мин. Как видно из рисунка, численный расчет хорошо описывает приведенные экспериментальные данные, во всяком случае, для первой волны колебаний.

В таблице для сравнения приведены экспериментальные данные о модуле сдвига для различных жидких сред. Как видно из таблицы, найденный модуль сдвига воды, оказывается, по крайней мере, на два порядка меньше такового для наименее «упругой» из измеренных вязкоупругих жидкостей – крови.

Таким образом, определение слабых упругих свойств возможно численной подгонкой экспериментального закона движения диска $\phi(t)$, однако

этот метод нельзя рекомендовать для рутинных измерений упругости, так как и сам эксперимент, и численная подгонка занимают значительное время. Для обнаружения слабых вязкоупругих свойств необходимы экспе-

Таблица
Модули сдвига для жидких материалов

| Материал | $G(\text{Па})$ |
|---|---------------------|
| Желатиновый студень [Папков С.П., 1974] | $1,0 \cdot 10^4$ |
| 5% суспензия крахмала в минеральном масле [G. B. Thurston, 1991] | 2,0–3,0 |
| Кровь [G. B. Thurston, 1996] | $10^{-1} - 10^{-3}$ |
| Вода [настоящая работа] | $1,3 \cdot 10^{-5}$ |

рименты, в которых реализуются весьма малые скорости деформации, например, такие, которые возникают в крутильном вискозиметре по мере затухания его колебаний.

Далее в 4-й главе проведен анализ поведения вязкоупругой жидкости в крутильном вискозиметре с целью разработки метода измерения модуля сдвига в таких экспериментах. Пусть вязкоупругая жидкость, удовлетворяющая предложенной модели, помещена в крутильный вискозиметр. Так как эта модель является линейной, а экспоненциальный закон релаксации упругих напряжений – самым общим из всех возможных, то можно считать, что в первом приближении так можно описать большинство слабоупругих жидкостей. Записываются уравнения движения вискозиметра и жидкости в нем с учетом упругих сил и уравнение неразрывности. Результатом расчета для каждого набора параметров вязкоупругой жидкости был закон движения вискозиметра $\phi(t)$. Затем этот закон аппрокси-мировался затухающей синусоидой (6) с целью определения частоты и коэффициента затухания колебаний.

На рис. 14 изображены графики зависимостей локально определенного коэффициента затухания от времени для ньютоновской жидкости и для жидкостей с тем же коэффициентом вязкости, но различными значениями упругих параметров. Как видно из рисунка, для ньютоновской жидкости эта зависимость только на начальном этапе, когда происходит уста-

новление колебаний (1–2 колебания), отличается от постоянной функции. Для сред с упругими свойствами коэффициент затухания также является постоянным всюду, за исключением начального интервала (2–4 колебания). Интервал установления крутильных колебаний для среды с упругими свойствами длится значительно дольше, чем для ньютоновской жидкости. Небольшая модуляция на кривых имеет частоту, в 2 раза превышающую частоту крутильных колебаний. Как видно из рис. 14, значение устанавливающегося коэффициента затухания существенно зависит от модуля сдвига вязкоупругой среды, он может принимать меньшее (например, для $G = 0,002 \text{ Па}$) или большее (при $G = 0,001 \text{ Па}$) значение по сравнению со случаем ньютоновской жидкости с тем же коэффициентом вязкости. Также ясно, что временные зависимости параметров колебаний крутильного вискозиметра не подходят для идентификации вязкоупругой среды, так как их вид качественно совпадает с таковым, полученным для ньютоновской среды. Для идентификации среды как вязкоупругой интересно рассмотреть размерные эффекты, например, зависимости частоты и коэффициента затухания колебаний от радиуса цилиндра вискозиметра. Эти зависимости представлены на рис. 15 а и б в сравнении с таковыми для ньютоновской среды. Коэффициент жесткости нити выбирался так, чтобы период колебаний пустого вискозиметра для всех численных экспериментов был $T_0 = 12 \text{ с}$, а отношение моментов инерций цилиндра и жидкости – $\beta = 10$. Обращают на себя внимание особенности на каждой из кривых при $R_{\text{ц}} = 11,46 \text{ мм}$: «резонансный» пик в первом случае и скачок частоты во втором.

Возможно, что это есть результат наложения двух процессов: движения среды, обусловленного крутильными колебаниями цилиндра, и волнового движения, связанного с распространением в ней поперечной упругой

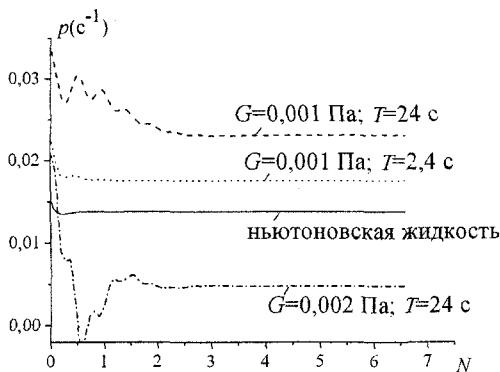


Рис. 14. Зависимость коэффициента затухания от номера колебания для вязкоупругих сред с различными временами релаксации и модулями сдвига

При $N > 2$ коэффициент затухания для всех трех случаев становится практически одинаковым (~0,025–0,03). Время установления колебаний для вязкоупругих сред (около 2–4 колебаний) значительно больше, чем для ньютоновской жидкости (около 1 колебания). Следует отметить, что временные зависимости параметров колебаний крутильного вискозиметра не подходят для идентификации вязкоупругой среды, так как их вид качественно совпадает с таковым, полученным для ньютоновской среды. Для идентификации среды как вязкоупругой интересно рассмотреть размерные эффекты, например, зависимости частоты и коэффициента затухания колебаний от радиуса цилиндра вискозиметра. Эти зависимости представлены на рис. 15 а и б в сравнении с таковыми для ньютоновской среды. Коэффициент жесткости нити выбирался так, чтобы период колебаний пустого вискозиметра для всех численных экспериментов был $T_0 = 12 \text{ с}$, а отношение моментов инерций цилиндра и жидкости – $\beta = 10$.

Обращают на себя внимание особенности на каждой из кривых при $R_{\text{ц}} = 11,46 \text{ мм}$: «резонансный» пик в первом случае и скачок частоты во втором.

волны. Для этого предположения есть следующие основания: скорость упругой поперечной волны равна $\sqrt{3G/\rho} \approx 1,732 \cdot 10^{-3}$ м/с и за половину периода колебаний вискозиметра ($\approx 6,63$ с) она успевает пробежать расстояние, равное 11,48 мм. Это значение с большой точностью совпадает с радиусом цилиндра, при котором наблюдается максимум затухания колебаний вискозиметра и соответствующий скачок частоты на рис. 15.

Таким образом, особенности на зависимостях $p(R_u)$ и $f(R_u)$ имеют «резонансное» происхождение и наблюдаются при выполнении условия

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3G}{\rho}} \cdot \frac{2\pi}{f} = R_u, \quad (15)$$

что позволяет определить модуль сдвига G .

Заметим, что скачок частоты и высота «резонансного» пика достаточно велики для регистрации в экспериментах с крутильным вискозиметром и что сходные эффекты будут иметь место, если при фиксированном радиусе изменять период колебаний, например, варьируя крутильную жесткость нити подвеса. На практике это можно сделать, изменяя длину нити при прочих равных условиях.

Далее в 4-й главе исследованы возможности метода по измерению модуля сдвига жидких сред. Проведен анализ чувствительности определения модуля сдвига крутильным вискозиметром. Выявлены диапазоны изменения модуля сдвига и времени релаксации, которые могут быть измерены в таких экспериментах. Обнаружено, что при радиусе цилиндра вискозиметра, равном 11 мм, возможно определение модуля сдвига $G \geq 0,001$ Па, если время релаксации упругих напряжений $T > 3$ с. Так, за-

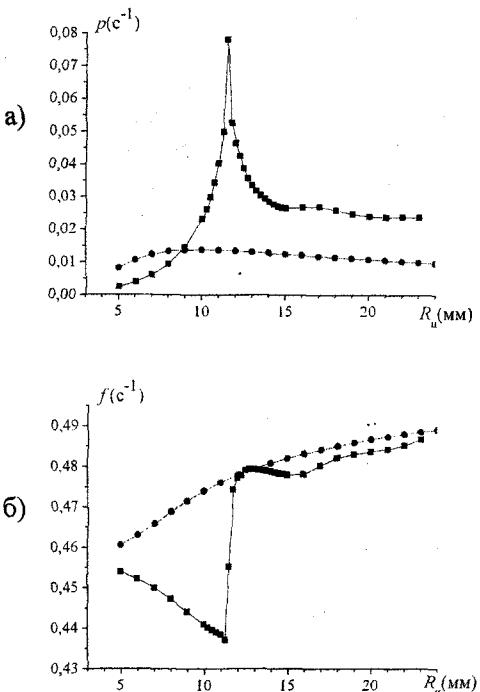


Рис. 15. Зависимости коэффициента затухания (а) и частоты (б) колебаний вискозиметра от радиуса цилиндра;
■ – $G=0,001$ Па, $T=3$ мин; ● – $G=0$

висимости $p(R_{\text{ц}})$ и $f(R_{\text{ц}})$, рассчитанные для воды в крутильном вискозиметре при значениях упругих параметров, полученных ранее, не имеют никаких особенностей и совпадают с полученными в предположении ньютоновского закона трения. Расширение диапазона измерения G возможно при использовании цилиндров большего радиуса.

В пятой главе предложен метод определения физико-химических свойств жидкостей в экспериментах с жидкой каплей.

Предлагаемая методика измерения коэффициентов поверхностного $\sigma_{\text{жг}}$ и межфазного $\sigma_{\text{жт}} - \sigma_{\text{гг}}$ натяжения является разновидностью метода лежащей капли и предполагает сравнение формы, полученной из обработки изображения лежащей капли, и формы, вычисленной из условия минимума полной механической энергии капли. При отработке экспериментальной методики на каплях дистиллированной воды на парафиновой подложке (рис. 16) были получены значения поверхностного натяжения воды с относительной погрешностью 0,5%. Преимуществом описанного метода обработки является возможность определения коэффициентов межфазного натяжения по части изображения профиля капли, что удобно в случаях, когда сложно отобразить нижнюю часть капли на фотографии.

Определение вязкости жидкости предлагается проводить на основании анализа свободных или вынужденных колебаний капли. Эксперименты с каплей, зажатой между двумя плоскостями, ранее с этой целью не проводились, однако они удобны по следующим причинам:

- присутствие ограничивающих плоскостей облегчает выделение основной моды колебаний;
- существует возможность наблюдения как собственных, так и вынужденных колебаний капли. Для реализации последней возможности, одну из плоскостей можно привести в движение, например, заставить колебаться в направлении нормали;
- эксперименты по наблюдению равновесной формы зажатой капли позволяют определить плотность жидкости и

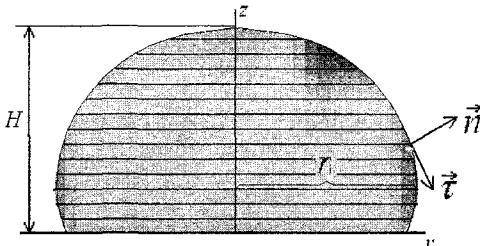


Рис. 16. Экспериментальное изображение капли дистиллированной воды на парафиновой подложке (серым цветом) и профиль, полученный подгонкой (сплошная линия). $V = 4,348 \text{ mm}^3$.

Результаты обработки: $\sigma_{\text{жг}} = 0,0734 \text{ Н/м}$, $\sigma_{\text{жт}} - \sigma_{\text{гг}} = 0,0315 \text{ Н/м}$, $\rho = 998,34 \text{ кг/м}^3$

коэффициенты поверхностного и межфазного натяжения, а вязкость жидкости можно определять из характеристик свободных и вынужденных колебаний капли, т.е. существует возможность одновременного измерения нескольких физико-химических свойств;

- требуется малый объем образца, что особенно важно для физико-химических исследований биологических жидкостей.

Рассматривается жидкая капля (рис. 17) объема V , зажатая между двумя плоскостями, расстояние между которыми H , и выполнены следующие предположения:

- жидкость ньютоновская и несжимаемая;
- вязкость окружающего каплю газа пренебрежимо мала, так что влиянием газовой среды можно пренебречь;
- форма расплющенной капли, а также поля скорости и давления в жидкости имеют осевую симметрию;
- тепловыделение, обусловленное движением жидкости, незначительно, так что справедливо изотермическое приближение;
- можно пренебречь испарением с поверхности капли;
- механизм растекания таков, что условия прилипания на твердых поверхностях не нарушаются;
- отсутствует гистерезис смачивания.

При нарушении равновесной формы капли восстановление равновесия будет происходить в виде затухающих колебаний. Течения в капле во всех случаях описываются системой гидродинамических уравнений движения

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} + \nu \Delta \mathbf{V} - \frac{1}{\rho} \nabla P - \mathbf{g},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0.$$
(16)

Здесь $\mathbf{V} = (V_r, V_\theta, V_z)$ и P – поля скорости и давления в жидкости, \mathbf{g} – ускорение свободного падения. Обозначим через $\mathbf{n} = \{n_r, n_z\}$ единичный вектор внешней нормали, через $\tau = \{\tau_r, \tau_z\}$ единичный касательный вектор к свободной поверхности в осевом сечении. Тогда выполнены следующие граничные условия:

$$\mathbf{V}|_{\Gamma_{\text{ст}}} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}|_{\Gamma_{\text{ст}}} \cdot \tau = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{T}|_{\Gamma_{\text{ст}}} \cdot \mathbf{n} = \sigma_{\text{жг}} K(z), \quad (17)$$

где $\mathbf{T}_{ij} = -p \delta_{ij} + \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, $i, j = r, z$ – тензор напряжений, $K(z)$ – кривизна свободной поверхности капли. Первое условие означает непро-

ницаемость твердых границ $\Gamma_{жт}$ и отсутствие проскальзывания на них, второе – обращение в нуль касательной составляющей вектора напряжений, действующей на свободную поверхность $\Gamma_{жг}$, а третье – равенство нормальных напряжений на этой границе поверхностному давлению, определяемому формулой Лапласа.

Для решения системы (16), (17) использовалась разностная схема, построенная на равномерной пространственной сетке. Вместо уравнения неразрывности записывалось уравнение Пуассона для давления. Сетка перестраивалась на каждом временном шаге в соответствии с передвижением границы капли. Форма капли определялась ее радиусами поперечных сечений r_i (рис. 17).

Была рассчитана связь между параметрами свободных колебаний капли и физико-химическими свойствами жидкости. Для этого временная зависимость радиусов поперечных сечений $r_i(t)$ подгонялась затухающей синусоидой (6). Как выяснилось, определенные локально собственная частота ω_0 и коэффициент затухания p изменяются в процессе колебаний и значения их стабилизируются лишь после завершения переходных процессов. На рис. 18 приведена зависимость частоты свободных колебаний ω_0 от коэффициента поверхностного натяжения на границе жидкость–газ. Расчетные точки графика $\omega_0(\sigma_{жг})$ подгонялись зависимостью $y = a(x - b)^c$, где определению подлежат a , b , и c . Подгонка дает функцию

$$\omega_0(\sigma_{жг}) = 2190,71(\sigma_{жг} - 0,0476)^{1/2} \quad (18)$$

(на рис. 18 изображена пунктирной кривой), где погрешность определения показателя степени $c=1/2$ оказалась меньшей 1%. Приведенный анализ размерностей $\omega_0 \sim (\sigma_{жг})^{1/2} \rho^\alpha R^\beta$ показал, что зависимость частоты колебаний от радиуса равновеликой свободной капли R должна иметь вид $\omega_0 \sim R^{-1,5}$. Подгонка расчетной зависимости $\omega_0(R)$ функцией $a/R^{1,5} + b$ дала формулу $\omega_0(R) = 1069,53/R^{1,5} - 5,768$ (рис. 19, пунктиром),

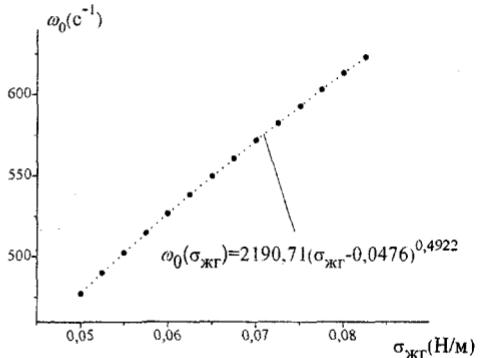


Рис. 18. Собственная частота колебаний капли как функция поверхностного натяжения; $R=1,5$ мм, $\nu=10^{-6}$ м²/с

описывающую расчетные точки с очень малой погрешностью. Следует отметить, что показатели рассчитанных степенных зависимостей $\omega_0(R)$ и $\omega_0(\sigma_{\text{жг}})$ совпадают с таковыми, полученными аналитически для свободной капли.

Коэффициент затухания колебаний при фиксированном значении H зависит только от вязкости жидкости, график такой зависимости изображен на рис. 20. Точки графика $p(v)$ хорошо подгояются зависимостью

$$p = 53,554(v \cdot 10^6 - 0,255)^c \quad (19)$$

(на рис. 20 изображена пунктирной кривой), где c оказывается равным 0,5 с погрешностью, меньшей, чем 2%. По формулам, подобным (18, 19), можно рассчи-

Рис. 19. Собственная частота колебаний капли как функция радиуса равновеликой свободной капли; вода

тать вязкость жидкости и поверхностное натяжение из экспериментальных значений частоты и коэффициента затухания.

Движение верхней плоскости, когда она совершает колебания в направлении нормали, вызывает изменение радиусов r_i во времени. На рис. 21

изображены временные зависимости радиуса поперечного сечения вблизи нижней плоскости для частоты вынужденных колебаний ω_b большей (а), меньшей (б) и близкой (в) собственной частоте. Как видно из рисунка, происходит наложение свободных и вынужденных колебаний. При $\omega_b = 10\omega_0$ (а) такое наложение дает высокочастотные вынужденные колебания, модулированные затухающими собственными колебаниями, при $\omega_b = \omega_0 / 2$ (б) влияние свободных колебаний менее заметно и выражается в небольшом

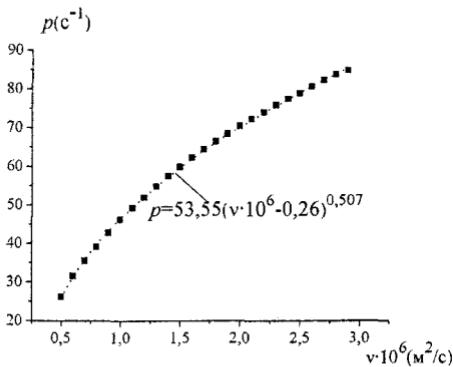


Рис. 20. Зависимость коэффициента затухания свободных колебаний капли от вязкости жидкости;
 $\sigma_{\text{жг}} = 0,073 \text{ Н/м}$

искажении синусоидальной формы. При $\omega_B \sim \omega_0$ (в) переходный процесс протекает в виде биений.

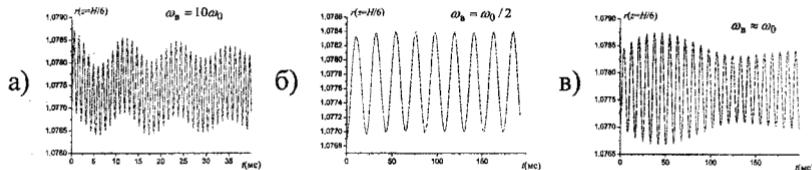


Рис. 21. Релаксация радиуса поперечного сечения капли, $z = H/6$

Передача количества движения от верхней части капли к ее нижней части не происходит мгновенно, следовательно, верхнее и нижнее пятна смачивания будут колебаться в разных фазах.

Апроксимация кривых $r_0(t)$ и $r_m(t)$ (радиусы пятен смачивания) синусоидой вида $r_i(t) = A_i \sin(\omega_B \cdot t + \psi_i) + C_i$, где подгонке подлежат A_i , C_i , ψ_i , позволяет получить начальные фазы ψ_i вынужденных колебаний верхнего и нижнего пятен смачивания, и их разность $\delta\psi = \psi_m - \psi_0$. Наибольшая разность фаз достигается вблизи резонанса, $\omega_B \sim \omega_0$.

На рис. 22 изображены зависимости разности фаз колебаний верхнего

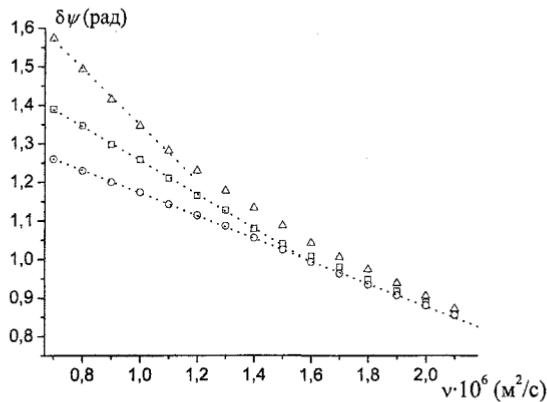


Рис. 22. Зависимость разности фаз колебаний верхнего и нижнего пятен смачивания от вязкости жидкости при различных амплитудах колебаний верхней плоскости; $\Delta - A=2$ мкм, $\square - A=3$ мкм, $\circ - A=5$ мкм;

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3, \sigma_{жг} = 0,073 \text{ Н/м}, \sigma_{жт} - \sigma_{гт} = 0 \text{ Н/м}$$

и нижнего пятен смачивания $\delta\psi$ от вязкости ν для значений амплитуды колебаний $A = 5 \text{ мкм}$, $A = 3 \text{ мкм}$ и $A = 2 \text{ мкм}$ при резонансе. Расчеты для графиков на рис. 22 получены для модельных жидкостей различной вязкости. Как видно из рисунка, для $A = 5 \text{ мкм}$ график представляет собой прямую линию для всего рассмотренного диапазона значений вязкости. Зависимости, построенные для $A = 2 \text{ мкм}$ и $A = 3 \text{ мкм}$ являются линейными только при малых значениях вязкости, причем нелинейные эффекты проявляются при тем меньших вязкостях, чем меньше амплитуда A . Как видно из рисунка, значения разности фаз для жидкостей, вязкости которых превышают $1,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, слабо зависят от амплитуды колебаний плоскости. Чувствительность метода измерения вязкости, определенная по углу наклона кривой $\delta\psi(\nu)$ на линейном участке (пунктирные прямые), тем больше, чем меньше амплитуда колебаний верхней плоскости.

Отметим основные причины, по которым удобно проводить определение вязкости с помощью вынужденных колебаний: измерение разности фаз пятен смачивания технически проводить легче, чем запись временной эволюции формы капли; при измерениях свободных колебаний капли процесс ограничен во времени затуханием, тогда как вынужденные колебания делятся сколь угодно долго; моды возбуждаемых свободных колебаний зависят от начального неравновесного состояния капли и технически сложно обеспечить возбуждение только основной моды.

В *приложении* описаны численные методы, используемые в работе, и приведены результаты тестовых расчетов.

Основные выводы

1. Построена численная модель движения крутильного вискозиметра, в которой течение заполняющей его ньютоновской жидкости в цилиндре конечной длины рассматривается в полной нелинейной постановке. Выполненные численные эксперименты позволяют создать детальную картину движения от момента старта и до достижения режима установившихся затухающих колебаний и определить условия, при которых справедливы аналитические вискозиметрические теории. Приведены рекомендации по использованию метода крутильных колебаний для измерения вязкости.

2. Получено численное описание нестационарного процесса формирования течений вязкопластической жидкости в ротационном и крутильном вискозиметрах. Разработан численный критерий для описания застойных зон. Обнаружены особенности на временных зависимостях параметров

крутильных колебаний, позволяющие идентифицировать жидкость как вязкопластическую и определить предел текучести.

3. Предложена модель вязкоупругой жидкости. В рамках модели описаны возвратные движения, обнаруженные экспериментально при затухающем вращении диска, погруженного в воду. Подгонкой к эксперименту получены упругие параметры воды.

4. Предложен новый метод определения модуля сдвига жидких сред: по положению особенностей на графиках зависимостей параметров колебаний от радиуса цилиндра.

5. Проведено исследование температурной конвекции в рабочем объеме крутильного вискозиметра, возникающей при проведении высокотемпературных измерений. Показано, что характерная для исследования жидких металлов разница температур между элементами конструкции – нагревателем и охлаждаемой стенкой – гарантировано приводит к формированию свободно-конвективных течений в рабочем объеме крутильного вискозиметра. Высказано предположение о возможной связи между повышенным статистическим разбросом результатов измерений вязкости металлических расплавов и температурной перестройкой конвективных течений. Проведено исследование однородности температурного поля в области расположения цилиндра вискозиметра.

6. Предложен новый численный метод компьютерной обработки изображения лежащей капли для определения поверхностных свойств, основанный на численной минимизации полной механической энергии капли. Создана программа для обработки измерений экспериментального профиля капли. При отработке экспериментальной методики на каплях дистиллированной воды на парафиновой подложке получены значения поверхностных свойств воды с погрешностью, меньшей 0,5%.

7. Численно рассмотрена эволюция формы капли, стесненной двумя параллельными плоскостями и выведенной из состояния равновесия. Предложена методика определения значений коэффициентов вязкости и поверхностного натяжения из значений частоты и коэффициента затухания свободных колебаний зажатой капли.

8. Проведен численный анализ гидродинамического поведения капли, зажатой между двумя горизонтальными плоскостями, когда верхняя плоскость начинает колебания в направлении собственной нормали. Теоретически обоснована методика измерения вязкости жидкостей по значению разности фаз колебаний верхнего и нижнего пятен смачивания.

Список цитируемой литературы

1. Изв. ВУЗов. Черная металлургия. –1985. –№ 5, 7, 9.
2. Влияние поверхностных пленок на результаты измерения вязкости по методу Швидковского. II. Численные эксперименты / В.П. Бескачко, Г.П. Вяткин, Н.М. Писарев, А.И. Щека // Расплавы, 1990. – № 6. – С. 9–16.
3. Теория крутильного вискозиметра, помещенного в осевое магнитное поле / В.П. Бескачко, Г.П. Вяткин, Н.М. Писарев, М.Б. Хисматулин // Магнитная гидродинамика. – 1992. –№ 2. –С. 65–70.
4. Бескачко, В.П. Теория крутильного вискозиметра, заполненного двумя несмешивающимися проводящими жидкостями и помещенного в магнитное поле / В.П. Бескачко, А.М. Сомов // Вестник ЮУрГУ сер. «Математика, физика, химия». –2003. – Вып. 3. – № 6(22). – С.60– 71.
5. Kleiman R.N. Analysis of the oscillating cup viscometer for the measurement of viscoelastic properties / Kleiman R.N. // Phys. Rev. A: Gen. Phys. – 1987. – V. 35. – № 1. – P. 261–275.
6. Non– monotonic relaxation process in non–equilibrium metal liquid / V.I. Lad'yanov, M.G. Vasin, F.V. Logunov, V.P. Bovin // Phys. Rev. B1. –2000. –V. 62. – № 18. – P. 12107– 12112.
7. Апакашев, Р.А. Определение предела прочности и модуля сдвига воды при малых скоростях течения / Р.А. Апакашев, В.В. Павлов // Механика жидкости и газа. –1997. – № 1. –С. 3–7.
8. Шиштин, А.В. О поверхностном натяжении жидкого кремния / А.В. Шиштин, А.С. Басин // Тр. XI Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Екатеринбург–Челябинск: Изд. ЮУрГУ. – 2004. – Т. 2. – С. 84– 88.

Список публикаций автора по теме диссертации

1. Коренченко, А.Е. Особенности установления колебаний в крутильном вискозиметре / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Математика, физика, химия». –2002. –№ 3 (12). –С. 62–68.
2. Бескачко, В.П. Течения, возбуждаемые диском, врачающимся на поверхности вязкой жидкости / В.П. Бескачко, А.Е. Коренченко // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Математика, физика, химия». –2002. –№ 3 (12). –С. 68–71.
3. Коренченко, А.Е. Влияние твердого ядра на колебания крутильного вискозиметра / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко, Г.П. Вяткин // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Математика, физика, химия». –2003. –№ 8 (24). – С. 21–25.
4. Коренченко, А.Е. Гидродинамические явления при вращении диска на поверхности вязко-упругой жидкости / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Расплавы. – 2005. –№ 5. – С. 77–81.
5. Коренченко, А.Е. Определение модуля сдвига жидких сред в экспериментах с крутильным вискозиметром / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко //

Вестник ЮУрГУ. Сер. «Математика, физика, химия». –2005. –№ 6(46). – С. 99–103.

6. Коренченко, А.Е. Численная модель крутильного вискозиметра, заполненного ньютоновской жидкостью вискозиметра / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко, О.А. Головня // Расплавы. –2006. –№ 1. – С. 71–76.

7. Коренченко, А.Е. Возможность идентификации вязкопластических свойств жидкостей в экспериментах с крутильным вискозиметром / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко, О.А. Головня // ПМТФ. – 2006. – № 6. – Т. 47. – С. 59–63.

8. Коренченко, А.Е. Колебания капли, ограниченной двумя плоскостями / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Математика, физика, химия». –2006. –№ 7(62). – С. 104–108.

9. Бескачко, В.П. Численная модель нестационарного течения вязкопластической жидкости в ротационном вискозиметре / В.П. Бескачко, О.А. Головня, А.Е. Коренченко // ИФЖ. –2007. –№ 1. –С. 12–14.

10. Бескачко, В.П. Определение вязкопластических свойств жидкости в экспериментах с крутильным вискозиметром / В.П. Бескачко, О.А. Головня, А.Е. Коренченко // ИФЖ. –2007. –№ 1. –С. 123–127.

11. Коренченко, А.Е. Естественная конвекция в рабочем объеме крутильного вискозиметра / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Расплавы. – 2007. – № 2. – С. 42–46.

12. Головня, О.А. Локальный анализ данных реологических экспериментов / О.А. Головня, А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Расплавы. –2007. – № 3. – С. 50–58.

13. Коренченко, А.Е. Численный анализ колебаний капли, ограниченной двумя плоскостями / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Расплавы. – 2007. – № 4. – С. 86–90.

14. Korenchenko, A.E. Numerical simulation of oscillations of a drop, bounded by two rigid planes / A.E. Korenchenko, V.P. Beskachko // Meas. Sci. Technol. –2007. –V. 18. –№ 11. –P. 3359–3364.

15. Коренченко, А.Е. Определение модуля сдвига воды в экспериментах с плавающим диском / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // ПМТФ. – 2008. –№ 1. –С. 100–103.

16. Компьютерная обработка профиля лежащей капли / В.П. Бескачко, А.Е. Коренченко, А.И. Токарчук, С.Б. Хохулина // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. –2008. –№ 6. –С. 33–35.

17. The oscillating-cup viscometer placed in the magnetic field: the experiments under liquid gallium / V.P. Beskachko, O.A.Golovnya, M.B.Khismatulin, A.E.Korenchenko // Journal of Physics: Conference Series. – 2008. –V. 98. – P. 062016-062019

18. Korenchenko, A.E. Behavior of a liquid drop situated between two oscillating planes / A.E. Korenchenko, V.P. Beskachko // Journal of Physics: Conference Series. –2008. – V. 98. – P. 062027-062029
19. Коренченко, А.Е. Достоверность значений коэффициента вязкости, полученного из анализа данных крутильного вискозиметра / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко, О.А. Головня // Тр. XI Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Екатеринбург–Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2004. – Т. 2. –С. 121–125.
20. Коренченко, А.Е. Об определении вязко-упругих свойств жидкости из анализа данных крутильного вискозиметра / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Тр. XI Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Екатеринбург–Челябинск: Изд. ЮУрГУ. – 2004. – Т. 2. – С. 125–129.
21. Головня, О.А. Поведение вязкопластической жидкости в крутильном вискозиметре вискозиметра /О.А. Головня, А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Тр. XI Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Екатеринбург–Челябинск: Изд. ЮУрГУ. – 2004. – Т. 2. –С.251–254.
22. Коренченко, А.Е. Возможность идентификации вязкопластических свойств жидкостей в экспериментах с крутильным вискозиметром / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко, О.А. Головня // Материалы 23 Симпозиума по Реологии. – 2006. – С. 42.
23. Коренченко, А.Е. Определение вязкоупругих свойств жидкостей в экспериментах с крутильным вискозиметром / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Материалы 23 Симпозиума по Реологии. – 2006. – С. 77
24. Коренченко, А.Е. Особенности поведения жидкой капли, помещенной между двумя колеблющимися поверхностями / А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Тезисы VIII Российского семинара «Компьютерное моделирование физико-химических свойств стекол и расплавов». –2007. –С. 55.
25. Бескачко, В.П. Применение метода локального спектрального анализа для обработки данных реологических экспериментов / В.П. Бескачко, О.А. Головня, А.Е. Коренченко // Тезисы VIII Российского семинара «Компьютерное моделирование физико-химических свойств стекол и расплавов». –2007. – С. 77.
26. Головня, О.А. Анализ поведения ньютоновской жидкости в крутильном вискозиметре / О.А. Головня, А.Е. Коренченко, В.П. Бескачко // Сборник тезисов всероссийской конференции «Проблемы механики сплошных сред и физики взрыва». – 2007. – С. 34.