На правах рукописи

ТЫРСИН Александр Николаевич

РОБАСТНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ ДИАГНОСТИКИ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ МОДУЛЕЙ

Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Челябинск – 2007

Работа выполнена на кафедре теории управления и оптимизации Челябинского государственного университета и на кафедре экономико-математических методов и статистики Южно-Уральского государственного университета.

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор **А.В. Панюков**

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор **С.А. Тимашев**

доктор физико-математических наук, профессор **В.Н. Павленко**

доктор технических наук, профессор **В.В. Родионов**

Ведущая организация: **ГОУВПО «Уральский государственный технический университет – УПИ»**

Защита диссертации состоится 14 марта 2007 года в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 212.298.02 при Южно-Уральском государственном университете по адресу: 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76, ЮУрГУ, в аудитории 1007.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Южно-Уральского государственного университета.

Ваш отзыв, заверенный печатью, просим выслать по адресу: 454080, Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, ЮУрГУ, ученый совет.

Автореферат разослан «5» февраля 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор технических наук, профессор — А.О. Чернявский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Роль математического моделирования в научных исследованиях неуклонно возрастает. Его суть заключается в замене объекта его «образом» – математической моделью – и дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах алгоритмов.

Крупный вклад в развитие теории математического моделирования внесли Р. Беллман, В.Н. Вапник, Н. Винер, В.М. Глушков, С.К. Годунов, И.И. Еремин, Ю.И. Журавлев, Н.Н, Калиткин, Р. Калман, А.Н. Колмогоров, П.С. Краснощеков, Л. Льюнг, А.П. Михайлов, Н.Н. Моисеев, В.В. Налимов, А.А. Петров, А.А. Самарский, Э. Сейдж, Я.З. Цыпкин, К. Шеннон, П. Эйкхофф и другие ученые.

Методология математического моделирования бурно развивается. Одним из основных направлений развития является исследование сложных систем, к характерным признакам которых относят:

- некоторые факторы неизвестны или не могут быть измерены;
- неизвестен характер взаимосвязи факторов;
- стохастическая неоднородность данных.

Вопросы математического моделирования сложных систем исследовались многими учеными, отметим работы В.Б. Бетелина, В.Н. Буркова, Дж. Ван Гига, А.Дж. Вильсона, В.А. Виттиха, С.Л. Гольдштейна, С.В. Емельянова, Н.Г. Загоруйко, Л. Заде, Г.Б. Клейнера, А.А. Колесникова, М. Месаровича, Ф.И. Перегудова, Ю.С. Попкова, И.В. Прангишвили, И. Пригожина, Т. Саати, С.А. Тимашева, А.И. Уемова, Б.С. Флейшмана, Дж. Форрестера, Р. Шеннона и др.

Математическая модель может давать здесь лишь частичное представление о сложной системе. Актуальным направлением математического моделирования сложных систем является построение моделей диагностики. Модель диагностики представляет собой некоторую функцию $y = f(\mathbf{x})$, которая отражает зависимость показателя y от некоторого процесса, протекающего на исследуемом объекте, характеризуемого множеством факторов $\mathbf{x}$. Основными требованиями к диагностической модели являются[1]: 1) конечный результат должен быть максимально точным и надежным; 2) лаконичность и интерпретируемость способа получения конечного результата.

Чем более экономно по форме и содержательно по смыслу преобразование $y = f(\mathbf{x})$ при соблюдении заданной точности модели, тем более общие закономерности структуры экспериментальных данных вскрывает используемая модель и, значит, тем более устойчива и надежна количественная оценка диагностируемого показателя, получаемая с помощью преобразования $f(\mathbf{x})$. Таким образом, от диагностической модели не требуется максимальной адекватности описания исследуемого объекта в целом. Одновременно, в задачах диагностики существенно возрастает роль математической статистики при оценивании параметров моделей. Укажем на такие особенности как:

- возможное наличие в выборке резко выделяющихся наблюдений, не обязательно обусловленных ошибками измерений;

[1] Биргер И.А. Техническая диагностика. – М.: Наука, 1978. – 239 с.

- зачастую не экспериментальный, не однородный характер данных;
- использование различных группировок и округлений;
- возможная зависимость результатов наблюдений;
- не полное соответствие модели части наблюдений.

Данные особенности при использовании классических процедур, ориентированных на выполнение основных предпосылок математической статистики могут привести к снижению достоверности и оперативности диагноза.

Примером сложной социотехнической системы является горнодобывающее предприятие. Здесь сочетаются: высокопроизводительное горное оборудование; взаимосвязанность сложных организационных и технологических процессов; опасные условия работы персонала шахт; возрастание конкуренции на рынке. Отметим основные проблемы. Во-первых, необходимо обеспечить экономически целесообразный уровень работоспособности оборудования. Например, затраты отечественных шахт на техническое обслуживание и ремонт достигают 25-40% в себестоимости добычи угля.

Во-вторых, взаимосвязь организационных и технологических процессов приводит к усложнению управления предприятием. Необходимо своевременно выявлять основные тенденции в условиях увеличивающегося потока разнородной информации.

В-третьих, на российских горнодобывающих предприятиях актуальна проблема обеспечения безопасности труда. Травматизм на порядок выше, чем в странах с развитой рыночной экономикой.

Указанные проблемы во многом могут быть решены на основе построения адекватных математических моделей и разработки методов их достоверной и оперативной идентификации.

Вопросы математического моделирования процессов и явлений, протекающих в горнодобывающих предприятиях, исследовались многими учеными. Отметим работы Л.И. Андреевой, К.Г. Асатура, В.А. Галкина, Н.О. Калединой, П.А. Касьянова, С.В. Корнилкова, А.А. Кулешова, Х. Кумамото, Э.С. Лапина, О.Г. Латышева, С.А. Ляпцева, Ю.И. Леля, Э.Дж. Хенли, В.Л. Яковлева и др.

Главным признаком сложности социотехнической системы является наличие человеческого фактора. Однако определенные черты сложности присутствуют и в ряде технических объектов. К ним в первую очередь можно отнести механические системы (МС), под которыми понимают различные машины, отдельные и взаимодействующие механизмы, конструкции, узлы, передачи и т.д.

По мере усложнения объектов исследования применение расчетных методов математического описания становится весьма трудоемко, недостаточно точно и не всегда возможно.[2] С другой стороны, современные МС непрерывно развиваются в направлении увеличения мощности, быстроходности и точности. При одновременном стремлении к снижению металлоемкости и габаритов это приводит к высокой динамической загруженности МС, делая необходимыми получение оперативной и достоверной информации об их текущем состоянии и

---

[2] Рагульскис К.М., Скучас И.Ю. Динамический синтез машин полунатурным моделированием. – Вильнюс: Мокслас, 1985. – 162 с.

обнаружение дефектов на ранней стадии их возникновения. Спецификой задач диагностики является то, что МС в состоянии зарождения дефекта зачастую становится существенно нелинейной, а анализируемый сигнал – нестационарным, неся в себе одновременно составляющую нормального функционирования и признак неисправности.[3] В особенности это касается таких высоконагруженных объектов, как турбомашины, в частности газотурбинные двигатели (ГТД).

В качестве диагностических признаков МС часто используют динамические характеристики (ДХ). Существующие методы определения ДХ МС зачастую требуют специально поставленных экспериментов, не всегда имеют достаточную точность и быстродействие. Оценки параметров не обладают свойством устойчивости к вариации закона распределения присутствующего в измерительном тракте шума, наличию выбросов и к окраске его спектра.

Крупный вклад в развитие технической диагностики МС внесли И.А. Биргер, Ю.Н. Васильев, М.Д. Генкин, И.В. Егоров, В.А. Карасев, Р.А. Коллакот, В.П. Максимов, И.Л. Письменный, А.Б. Ройтман, М.К. Сидоренко, А.Г. Соколова, К.В. Фролов, К. Цемпел, К.Н. Явленский и др.

Таким образом, проведенный на примере механических систем и горнодобывающих предприятий, анализ современных направлений повышения эффективности функционирования сложных объектов, показывает актуальность проблематики совершенствования, как математических моделей в задачах диагностики, так и методов их построения. Причем одними из наиболее актуальных направлений являются обеспечение устойчивости оценивания в условиях стохастической неоднородности и переход к дискретным моделям.

Спецификой проблемы оценивания параметров моделей является некорректность задач по Ж. Адамару. В настоящее время разработан ряд методов обеспечения вычислительной устойчивости решений. Наиболее крупный вклад в решение данной проблемы внесли А.Н. Тихонов, М.М. Лаврентьев, В.К. Иванов и их ученики. Отметим, что для линейных операторов проблема в целом решена. Здесь выделим методы сингулярных разложений, разработанные С.К. Годуновым, Дж. Голубом и Ч. Ван Лоуном, и экстремальный метод решения параметрической обратной задачи, предложенный А.В. Панюковым. К числу нерешенных проблем следует отнести учет стохастической неопределенности.

В настоящее время хорошо известны общематематическая и общесистемная мотивации приоритетного изучения дискретных систем и дискретных математических моделей. Академик А.Н. Колмогоров отмечал, что «весьма вероятно, что в очень многих случаях разумно изучение реальных явлений вести, избегая промежуточный этап их стилизации в духе представлений математики бесконечного и непрерывного, переходя прямо к дискретным моделям. Особенно это относится к изучению сложно организованных систем, способных перерабатывать информацию. В наиболее развитых таких системах тяготение к дискретности работы вызвано достаточно разъясненными в настоящее время причинами».[4]

---

[3] Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 288 с.

[4] Колмогоров А.Н. Комбинаторные основания теории информации // Успехи математических наук. – 1983. – Т. 38, № 4. – С. 27–36.

Академик Н.Н. Моисеев приводит близкие соображения: «...любое детальное исследование неизбежно требует перехода к дискретному описанию. Справедливость этого тезиса становится особенно очевидной, когда мы начинаем анализировать процессы с использованием ЭВМ. Первый шаг такого анализа – это всегда переход к дискретному представлению изучаемых моделей... Успехи именно в этой области определят качественный прорыв в будущее».[5]

Характерным примером исследования сложных систем с помощью дискретных моделей является анализ временных рядов. Данную задачу решают, когда в силу многочисленности и сложности измерения факторов, не разработанности теоретических предположений относительно их взаимосвязей между собой, не представляется возможным обосновать и построить модель классического типа. Крупный вклад в развитие теории математического моделирования временных рядов внесли С.А. Айвазян, Т. Андерсон, В.Н. Афанасьев, Дж. Бокс, Р. Браун, К. Гренджер, Д. Дикки, М. Кендалл, Ю.П. Лукашин, Ю.Н. Прохоров, В.К. Семенычев, В. Фуллер, А.Н. Ширяев, Р. Энгл и другие ученые.

Построение конкретной математической модели диагностики по имеющимся наблюдениям реализуется с помощью статистических методов оценки ее параметров. Многие задачи, связанные с обработкой статистических данных, решаются в предположении существования достаточной информации об изучаемых объектах, процессах, явлениях и о свойствах действующих на них возмущений. Для широкого класса задач разработаны методы эффективного оценивания неизвестных параметров с использованием классических методов максимального правдоподобия. В частности, в предположении, что случайные ошибки нормально распределены, методом максимального правдоподобия является метод наименьших квадратов (МНК). На основе МНК создана целостная система статистической обработки. С учетом простоты реализации он является наиболее распространенным статистическим методом построения зависимостей. Например, он используется в теории оптимального построения линейных моделей Р. Калмана, при построении линейных регрессионных моделей, в методе восстановления зависимостей В.Н. Вапника и др.

Стохастическая неоднородность в виде наличия отдельных выбросов и нестационарности случайных ошибок обуславливает необходимость обеспечить устойчивость получаемых оценок параметров моделей. Использование МНК при этом может привести к значительным ошибкам. Крупный вклад в развитие теории робастных и непараметрических методов внесли М.В. Болдин, В.А. Васильев, А.П. Вощинин, Е.П. Гильбо, Я. Додж, В.Я. Катковник, А.В. Лапко, Р. Мартин, Л.Д. Мешалкин, В.И. Мудров, А.И. Орлов, Б.Т. Поляк, С.А. Смоляк, Ф.П. Тарасенко, Б.П. Титаренко, Дж. Тьюки, Ю.Н. Тюрин, Ф. Хампель, Т. Хеттманспергер, П. Хьюбер, И.Б. Челпанов, А.М. Шурыгин и другие ученые.

Основное направление в теории робастного оценивания уделяется устойчивости оценок к отдельным выбросам, постулируя при этом однородность (стационарность) основной части случайных ошибок измерений. Однако реальные данные часто трудно отнести к каким-либо параметрическим семействам, в рам-

[5] Моисеев Н.Н. Человек. Среда. Общество. – М.: Наука, 1982. – 240 с.

ках которых находится конкретное распределение ошибок. Причем случайные ошибки во многих случаях не являются стационарными, в них могут присутствовать отдельные выбросы. Наиболее актуальным является обеспечение устойчивости оценок параметров моделей временных рядов, поскольку они гораздо более чувствительны к стохастической неоднородности данных ввиду зависимости наблюдений.

Целью работы является разработка единого подхода к решению проблемы робастной параметрической идентификации моделей диагностики, позволяющего на его основе получить комплекс математических моделей, а также методов, алгоритмов и программ их оценивания.

Достижение данной цели предполагает решение следующих задач:

1. Разработать и теоретически обосновать робастный метод параметрической идентификации математических моделей в условиях стохастической неоднородности. Одновременно метод должен иметь достаточно простую реализацию, ориентированную на практическое применение.

2. Исследовать существующие подходы к математическому моделированию временных рядов на предмет выявления их общих закономерностей, позволяющих повысить достоверность построения математических моделей диагностики.

3. Разработать комплекс математических моделей диагностики, а также методов, алгоритмов, программ и устройств их оценивания; апробировать разработанный комплекс для исследования процессов, протекающих при функционировании горнодобывающих предприятий и турбомашин.

Научная новизна состоит в следующем.

1. В области *разработки новых математических методов моделирования объектов и явлений*:

а) Разработан обобщенный метод наименьших модулей (ОМНМ) – новый метод робастного построения математических моделей.

2. В области *разработки, исследования и обоснования математических объектов*:

а) Доказано, что множество экстраполяционных моделей однозначно отображается во множество линейных разностных схем; теоретически обоснована методика представления экстраполяционных моделей в виде разностных схем конечного порядка;

б) Установлена статистическая эквивалентность разностных схем и моделей авторегрессии – скользящего среднего, что позволило объединить оба типа моделей в линейные дискретные модели (ЛДМ) временных рядов, которые учитывают стохастическую неоднородность данных;

в) Разработан метод распознавания зависимостей по коэффициентам ЛДМ;

г) Доказано, что ОМНМ при некоторых ограничениях можно распространить и на случай робастного вычисления параметров нелинейных моделей.

3. В области *развития качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей для использования на предварительном этапе математического моделирования*:

а) Установлена взаимосвязь нестационарных моделей временных рядов с детерминированным и стохастическим трендами;

б) Разработан алгоритм обнаружения полиномиальных трендов;
в) Разработан метод нелинейной фильтрации данных на основе поразрядного мажоритарного преобразования бинарных кодов, позволяющий повысить быстродействие робастного сглаживания процессов.

4. В области *разработки, обоснования и тестирования эффективных численных методов с применением ЭВМ*:
а) Установлено, что ОМНМ-оценки имеют более высокую устойчивость при одностороннем засорении и в случае гетероскедастичности ошибок по сравнению с МНМ-оценками.

5. В области *реализации эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента*:
а) Разработаны численные алгоритмы и программы реализации ОМНМ;
б) Разработаны алгоритмы и программы построения ЛДМ в условиях детерминированных помех и аддитивного шума.

6. В области *комплексного исследования научных и технических, фундаментальных и прикладных проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента*:
а) Получен ряд ЛДМ колебаний МС при тестовых воздействиях и в режиме нормального функционирования, на основе которых разработан комплекс алгоритмов, программ и устройств определения ДХ МС;
б) Построены ЛДМ спектров колебаний МС, учитывающих возможную окраску воздействия, а также частичное перекрытие резонансных зон. На основе данных ЛДМ разработан метод определения ДХ линейных МС, устойчивый к наличию в резонансной зоне дискретных составляющих;
в) Построена математическая модель зависимости травматизма от компетентности и информированности персонала на горнодобывающих предприятиях.

7. В области *разработки новых математических методов и алгоритмов проверки адекватности математических моделей объектов на основе данных натурного эксперимента*:
а) Установлено, что случайные колебания линейной механической системы размерности L статистически эквивалентны модели авторегрессии АР($2L$);
б) Разработан алгоритм определения несмещенных значений ДХ МС в режиме нормального функционирования при наличии аддитивного шума на основе ЛДМ отсчетов колебаний.

8. В области *разработки новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурного эксперимента на основе его математической модели*:
а) Разработаны алгоритмы и устройства диагностирования неисправностей и нерасчетных режимов работы турбомашин;
б) Разработана методика анализа показателей суточной выработки экскаваторов на угольных разрезах.

На защиту выносятся следующие основные положения:

1. Разработан обобщенный метод наименьших модулей – новый метод робастного построения математических моделей.

2. Установлено, что ОМНМ-оценки имеют более высокую устойчивость по сравнению с МНМ-оценками в условиях стохастической неоднородности при построении линейных моделей.

3. Разработан комплекс алгоритмов и программ для реализации обобщенного метода наименьших модулей.

4. Доказано, что множество экстраполяционных моделей однозначно отображается во множество разностных схем.

5. Установлена статистическая эквивалентность разностных схем и моделей авторегрессии – скользящего среднего, что позволило объединить оба типа моделей в линейные дискретные модели временных рядов в условиях стохастической неоднородности.

6. Теоретически обоснована методика построения ЛДМ временных рядов, на основе которой разработан метод распознавания трендов временных рядов и регрессионных зависимостей.

7. Установлена взаимосвязь между нестационарными моделями временных рядов с детерминированным и стохастическим трендами. На ее основе разработан метод обнаружения полиномиальных трендов.

8. Получен комплекс ЛДМ колебаний механических систем при тестовых воздействиях и в режиме нормального функционирования, на основе которого разработан ряд новых способов, алгоритмов и устройств параметрической идентификации и диагностики механических систем.

9. Разработаны методы идентификации моделей диагностики горнодобывающих предприятий: анализ показателей суточной выработки экскаваторов на угольных разрезах; зависимость травматизма от компетентности и информированности персонала.

10. Разработан новый метод нелинейной фильтрации данных на основе поразрядного мажоритарного преобразования бинарных кодов.

Личное участие автора в получении результатов, изложенных в диссертации. Все результаты диссертационной работы, в том числе постановка проблем, развитие модельных представлений и обобщений, разработка, исследование и обоснование математических моделей и методов их исследования, разработка комплекса компьютерных моделей и экспериментальных методик, доказательство всех утверждений и проведение численных расчетов и моделирования, получены лично автором диссертации. В.К. Семенычеву, в соавторстве с которым опубликовано 23 работы (1988–1992 гг.), принадлежат идея и поддержка на начальном этапе проведения исследований, связанных с применением разностных схем для параметрической идентификации механических систем. В остальных случаях соавторам принадлежит участие в постановке задач, разработка отдельных аппаратных или программных средств, приложение и конкретизация методов.

Методы исследования. При решении поставленных задач использованы методы теории вероятностей и математической статистики, теории случайных процессов, многомерного статистического анализа, функционального анализа, матричного анализа, оптимизации, вычислительной математики и теории систем. При составлении пакетов программ на Visual Basic for Applications использовались подпрограммы, составленные диссертантом на основе известных алгоритмов вычислительной математики.

Реализация результатов работы. Работа выполнялась в соответствии с планом НИР по темам: № ГР 01880011951 (инв. № отчета во ВНТИЦ 02890012516), № ГР 01900044624 (инв. № отчета во ВНТИЦ 02900036222). Работа поддержана грантами Центра прикладных экономических исследований УрГУ (2003 г.), РГНФ 05-02-85203 а/У и РФФИ 07-01-96035 «Урал_а». Разработанные в диссертационной работе методы и алгоритмы реализованы в виде комплекса из 10 программ на ЭВМ, зарегистрированных в Отраслевом фонде алгоритмов и программ Министерства образования и науки РФ и включенных в Информационно-библиотечный фонд РФ (№№ госрегистрации – 50200300815; 50200401146; 50200401230; 50200501318; 50200501319; 50200501320; 50200501321; 50200501322; 50200501323; 50200601575), и внедрены в НТЦ-НИИОГР (г. Челябинск) и в Управлении по технологическому и экологическому надзору РОСТЕХНАДЗОРА по Челябинской области, что подтверждается соответствующими справками. Результаты диссертационной работы используются в учебном процессе Южно-Уральского, Челябинского и Уральского государственных университетов.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 55 научных конференциях, в том числе на: Всесоюзной научно-технической конференции «Проблемы повышения качества, надежности и долговечности машин» (Брянск, 1990); Всесоюзной научно-технической конференции «Конструкционная прочность двигателей» (Куйбышев, 1990); Всесоюзной научно-технической конференции «Радиоизмерения-91 (методы повышения точности)» (Севастополь, 1991; X научной конференции «Планирование и автоматизация эксперимента в научных исследованиях» (Москва, 1992); III Международной научно-практической конференции «Теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики» (Новочеркасск, 2002); Международной научно-практической конференции «Хозяйствующий субъект: новое экономическое состояние и развитие» (Ярославль, 2003); Воронежских весенних математических школах «Понтрягинские чтения – Современные методы теории краевых задач» (Воронеж, 2003–2006); IV–VI Международных научно-практических конференциях «Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике» (Новочеркасск, 2004–2006); I–III Всероссийских научных конференциях «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара, 2004–2006); IV международной конференции «Современные сложные системы управления (HTCS' 2004)» (Тверь, 2004); IV Международной Московской конференции «Исследование операций» (Москва, 2004); VII–IX Всероссийских семинарах «Моделирование неравновесных систем» (Красноярск, 2004–2006); VI Международной конференции «Вероятностные методы в дискретной математике» (Петрозаводск, 2004); XI и XII Всероссийских школах-коллоквиумах по стохастическим методам (Сочи, 2004, 2005); V–VII Всероссийских симпозиумах по прикладной и промышленной математике (Сочи, 2004; Санкт-Петербург, 2005; Кисловодск, 2006); Международной конференции «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (Новосибирск, 2005); V Международной научно-практической конференции «Моделирование. Теория, методы и средства» (Новочеркасск, 2005); XIII Байкальской международной школе-семинаре «Методы оптимизации и их приложения» (Северобайкальск, 2005); VIII Международной конференции «Забабахинские научные чтения» (Снежинск, 2005); XXVIII Международной научной школе-семинаре «Системное моделирование социально-экономических процессов» имени академика С.С. Шаталина (Нижний Новгород, 2005) и др.

Результаты работы обсуждались на научных семинарах: отдела управляемых систем (рук. – член-корр. РАН А.Г. Ченцов) Института математики и механики УрО РАН, (2004–2005); «Математика в приложениях» Института математики СО РАН (2005); кафедр теории управления и оптимизации (2003–2006) и математических методов в экономике (2004) Челябинского государственного университета; кафедры экономико-математических методов и статистики Южно-Уральского государственного университета (2006), кафедры вычислительной техники Уральского государственного технического университета (2006).

Публикации. Содержание работы отражено в 123 печатных работах, в том числе в 26 публикациях в журналах и изданиях, включенных в перечень ВАК для докторских диссертаций (из них – 15 статей), в 18 авторских свидетельствах на изобретения и в 10 программах, зарегистрированных в Отраслевом фонде алгоритмов и программ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения, библиографического списка из 373 наименований и приложений. Основной текст изложен на 274 страницах, включая 81 рисунок и 44 таблицы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель работы, задачи, научная новизна, изложены основные результаты, а также сведения о публикациях и апробации работы.

В **первой главе** выполнен обзор известных методов построения зависимостей. Показана перспективность использования для описания сложных систем дискретных моделей временных рядов. Рассмотрена проблематика построения моделей диагностики. Показано, что оценивание параметров моделей как, правило, осуществляется в условиях стохастической неоднородности.

Проведенный в § 1.1 обзор основных методов построения зависимостей показал, что данная проблематика далека от окончательного решения. Во-первых, современные подходы ориентированы в основном на параметрическую идентификацию. Во-вторых, результаты идентификации зависят от используемого критерия качества. В-третьих, отсутствие единой и обоснованной методологии моделирования создает ситуацию, когда различные модели одного и того же объекта с трудом поддаются сравнению, проверке на адекватность, не допускают объединения в едином комплексе и т.д. В-четвертых, известные подходы ориентированы, главным образом, на случай известного закона распределения погрешностей измерений и допускают лишь незначительные отклонения от данной предпосылки. Вопросы стохастической неоднородности результатов измерений практически не исследовались.

Указанные проблемы особенно ярко проявляются при моделировании временных рядов. Частный характер моделей приводит к ограничениям соответствующих методов идентификации данных моделей.

В § 1.2 на примере таких объектов как горнодобывающие предприятия и механические системы рассмотрена проблематика математического моделирования сложных организационных и технических систем.

Основными проблемами построения математических моделей процессов, протекающих на горнодобывающих предприятиях, являются, во-первых, их многофакторность, сложность взаимосвязей. Как следствие этого, остро встает потребность разработки методов структурной идентификации моделей. Во-вторых, как правило, исходные данные носят статистически неоднородный характер (см., например, рис. 1, 2), для учета которого необходимо использовать устойчивые методы оценки параметров моделей.

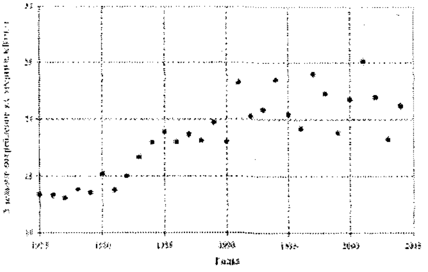

Рис. 1. Зависимость среднего удельного потребления электроэнергии в угольной промышленности в 1975-2004 гг.

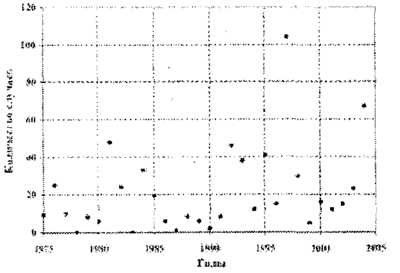

Рис. 2. Смертельный травматизм в Кузбассе, связанный со взрывами метана и угольной пыли, в 1975-2004 гг.

Анализ известных методов определения ДХ высоконагруженных МС показал, что они не всегда имеют достаточные точность и быстродействие. Кроме того, данные используемые модели ориентированы на нормальный режим функционирования и становятся не адекватными при решении диагностических задач в условиях зарождающихся дефектов, которые характеризуются стохастической неоднородностью результатов измерений. Это проявляется в том, что известные методы определения ДХ МС снижают свою точность и становятся неустойчиво работающими. В таких условиях для описания анализируемых процессов целесообразно использовать дискретные модели, которые ориентированы на возможности цифровой техники и выгодно отличаются от аналоговых. Во многих случаях адекватным представлением протекающих в рассмотренных объектах процессах являются математические модели временных рядов.

В § 1.3 рассмотрены основные предпосылки использования моделей временных рядов.

В § 1.4 проведен сравнительный анализ достоинств и недостатков известных математических моделей временных рядов.

Структурно-детерминированная (экстраполяционная) модель временного ряда считается состоящей из суммы $y_k = z_k + \varepsilon_k$, где $z_k = f(t_k)$ – квазидетерминированная составляющая (тренд); ε_k – случайная составляющая.

В настоящее время наибольшее распространение получили линейные стохастические модели временных рядов: авторегрессии порядка p (АР(p)–модель) $x_k = \sum_{i=1}^{p} a_i x_{k-i} + \varepsilon_k$; скользящего среднего порядка q (СС(q)–модель) $x_k = \varepsilon_k + \sum_{j=1}^{q} b_j \varepsilon_{k-j}$; авторегрессии–скользящего среднего порядка p, q (АРСС(p,q)–модель) $x_k = \sum_{i=1}^{p} a_i x_{k-i} + \varepsilon_k + \sum_{j=1}^{q} b_j \varepsilon_{k-j}$. Относительно ε_k предполагается независимость и стационарность в широком смысле.

Рассмотрим еще одну математическую модель – разностную схему (РС). Традиционно основным применением РС является аппроксимация дифференциальных уравнений. Однако, с точки зрения моделирования временных рядов, актуальна обратная задача – по имеющейся последовательности данных определение параметров РС. Данный подход, предложенный В.К. Семенычевым[6], имеет ряд существенных недостатков:

Во-первых, подход описан как последовательность приемов и преобразований с Z-изображением детерминированной последовательности. Отсутствует формальное доказательство необходимых и достаточных условий, которое позволило бы выделить класс моделей, для которых возможно построение РС.

Во-вторых, формальный перенос методов оценивания РС на модели авторегрессии не обоснован ни теоретически, ни практически.

В-третьих, МНК-оценки коэффициентов авторегрессии, в случае присутствия аддитивных случайных ошибок являются смещенными.

В-четвертых, не рассмотрен случай мультипликативных случайных помех.

В-пятых, предложенный учет гетероскедастичности случайных ошибок на основе взвешенного МНК для стохастических моделей авторегрессии невозможен, т.к. в отличие от классической регрессии здесь случайная ошибка на каждом шаге зависит от всех предыдущих шагов.

В-шестых, МНК-оценки коэффициентов моделей авторегрессии являются несостоятельными при наличии в измеренных данных резких выбросов.

Анализ подходов моделирования временных рядов (табл. 1) показал:
- ограниченность каждого из подходов моделирования, модели не дают целостного представления о временных рядах, часто даже приводя к взаимно противоречивым результатам;
- актуальна проблема построения математических моделей временных рядов в случае стохастической неоднородности случайной составляющей;
- адекватная модель диагностики временного ряда должна одновременно сочетать в себе признаки всех трех известных моделей – структурно-детерминированных, стохастических и разностных схем.

В § 1.5 проведен анализ проблемы устойчивости построения математических моделей в условиях стохастической неоднородности. Проведенный анализ

[6] Семенычев В.К. Эконометрическое моделирование и прогнозирование рядов динамики на основе параметрических моделей авторегрессии: Автореферат дисс… докт. экон. наук: 08.00.13. – Москва, 2005. – 37 с.

показал различные трактовки данного понятия. Наиболее четко его сформулировали С.А. Смоляк и Б.П. Титаренко[7]:

Определение 1.3.[8] *Будем считать однородной такую совокупность, элементы которой формируются под воздействием общих основных причин и условий, а их законы распределения имеют простую структуру, и неоднородной – если разные ее элементы формируются под влиянием разных причин и условий либо если она может быть представлена в виде объединения некоторого числа однородных совокупностей с более простой структурой законов распределения элементов.*

Таблица 1

Сводка достоинств и недостатков подходов моделирования временных рядов

Модели	Достоинства	Недостатки
Структурно-детерминированные модели	1. Хорошо описывает тенденцию процесса. 2. Аналитическое представление. Модель имеют ясную содержательную интерпретацию. 3. Разработанность классического аппарата регрессионного анализа для построения моделей.	1. Невозможно формализовать процедуру выбора наилучшей модели. 2. Случайная составляющая не имеет содержательного смысла. 3. Модель мало пригодна для прогнозирования временных рядов. 4. Неустойчивость оценок параметров в условиях нестационарности случайной составляющей.
Стохастические модели	1. Возможность прогнозирования случайных процессов. 2. Разработанность теории моделирования для стационарных случайных процессов. 3. Формализована процедура идентификации модели.	1. Мало приспособлены для описания нестационарных (относительно среднего) процессов. 2. В целом отсутствует интерпретация параметров моделей. 3. Неустойчивость оценки параметров в условиях нестационарности случайной составляющей.
Разностные схемы	1. Очень хорошо описывают нестационарные детерминированные процессы.	1. Затруднена трактовка модели в условиях случайных ошибок. 2. Не приспособлены для моделирования стохастических трендов.

Поскольку причины неоднородности проявляются в выборке, она носит статистический характер. Но, с другой стороны, некоторая размытость понятия говорит о том, что предпочтительно говорить о стохастической неоднородности.

Построение математической модели по имеющимся наблюдениям реализуется с помощью статистических методов оценки параметров модели. Применение классических параметрических методов и схем обработки данных зачастую оказывается недостаточным для получения адекватных моделей в условиях стохастической неоднородности. Альтернативой параметрическим методам является непараметрическая и робастная статистика.

Определение 1.4. *Непараметрическая задача – это статистическая задача, определенная на таких классах распределений, среди которых хотя бы один не сводится к параметрическому семейству функций.*[9]

Непараметрические процедуры часто лишь незначительно проигрывают в эффективности параметрическим, если оба типа процедур строятся по данным, соответствующим известной параметрической модели, и намного выигрывают, когда модель не адекватна данным. Их основные предпосылки – непрерывность и постоянство распределения случайных ошибок. Поэтому добавление резко

[7] Смоляк С.А., Титаренко, Б.П. Устойчивые методы оценивания. – М.: Статистика, 1980. – 208 с.

[8] Нумерация определений, утверждений, лемм, примеров и замечаний совпадает с нумерацией в диссертации.

[9] Тарасенко Ф.П. Непараметрическая статистика. – Томск: Изд-во Томского университета, 1976. – 292 с.

выделяющихся наблюдений значительно снижает эффективность непараметрических методов, ограничивая область их применения.

Свойство устойчивости оценок к появлению резко выделяющихся наблюдений называют робастностью. Термин «робастность» ввел в 1953 г. Дж. Бокс. Робастность означает нечувствительность к малым отклонениям от предположений, в частности закона распределения.

Определение 1.5. *Статистическую процедуру называют устойчивой, если на значение оценки не оказывают влияния малые изменения всех или большие изменения нескольких значений в основной выборке.*[10]

Понятия устойчивости и робастности несколько отличаются друг от друга. Вместе с тем, как было показано Ф. Хампелем, почти во всех практических случаях эти два понятия выступают как синонимы.[11] Основное направление в теории робастного оценивания уделяется устойчивости оценок к выбросам. Одной из наиболее распространенных является модель засорения Тьюки–Хьюбера

$$F_\gamma(x) = (1-\gamma)F(x) + \gamma H(x), \tag{1}$$

где $F(x)$ – функция распределения случайных ошибок ε_i, обладающая «хорошими» свойствами (обычно нормальностью); $H(x)$ – функция распределения засорений, имеющих вид выбросов, как по уровню, так и по дисперсии; γ – вероятность появления выброса.

Оценки получают, решая задачу минимизации $\sum_{i=1}^{n} \rho(|\varepsilon_i|) \Rightarrow \min$, где $\rho(x)$ – некоторая функция потерь, в частности для МНК $\rho(x) = x^2$.

Наиболее распространенным робастным методом является метод наименьших модулей (МНМ), в котором $\rho(x) = |x|$. МНМ достаточно просто реализуется на практике. Укажем оценки на основе функции потерь

$$\rho(x) = |x|^{\nu},\ (1 < \nu < 2), \tag{2}$$

занимающие промежуточное положение между МНК- и МНМ-оценками.

П. Хьюбер предложил минимаксный подход, сочетающий достоинства МНК и МНМ, и ориентированный на ситуацию, наименее благоприятную для задачи оценивания, т.е. обеспечивает получение некоторого гарантированного решения.[12] Наиболее распространенной минимаксной оценкой является *М*-оценка Хьюбера, функция потерь которой

$$\rho(x) = \begin{cases} x^2, & |x| < c, \\ 2c|x| - c^2, & x \ge c. \end{cases} \tag{3}$$

Основными недостатками функций потерь (2) и (3) являются: они рассчитаны на симметричный характер распределения $H(x)$; получение оценок на основе (3) даже в весьма простых задачах является трудоемкой процедурой; оценки на их основе не имеют содержательной интерпретации.

Развитие подхода Хьюбера привело к появлению множества сниженных *М*-оценок, специально рассчитанных на произвольное (несимметричное) засорение.

---

[10] Мостеллер Ф., Тьюки Дж. Анализ данных и регрессия. Вып. 1. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 317 с.
[11] Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния / Ф. Хампель и др. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
[12] Хьюбер П. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984. – 304 с.

Их особенностью является то, что, начиная с некоторого $x > d$, $\rho(x)$ из выпуклой превращается в вогнутую функцию или константу. Наиболее известны четыре параметрических семейства функций потерь, имеющие горизонтальную асимптоту, специально рассчитанных на произвольное (несимметричное) засорение. Это – функции потерь Эндрюса[13], Мешалкина[14], Рамсея[15] и Хампеля[16]. Недостатками данного подхода являются вопрос о содержательной интерпретации параметров функций потерь, а также проблема нахождения оценок параметров, поскольку в каждом случае имеется множество локальных минимумов целевой функции. Используемые численные итерационные алгоритмы поиска глобального минимума не позволяют найти точное решение.

Известен также метод, основанный на оптимизации функций риска, являющихся функционалами плотности распределения и неявной оценочной функции.[17] Его недостатками являются требование, чтобы была известной плотность распределения переменных по компонентам вектора коэффициентов регрессии, постоянство закона распределения основной части случайных ошибок и сложность реализации процедуры функциональной оптимизации.

Таким образом, можно констатировать следующее. Во-первых, в целом недостаточно рассмотрен случай несимметричного засоряющего распределения. Неравенство нулю среднего значения ошибок на конечной выборке с «засорениями» в виде выбросов качественно можно объяснить следующим образом. Поскольку дисперсия выбросов значительно больше по величине чем дисперсия основной части ошибок, а выбросов достаточно мало, то имеем малую выборку выбросов, для которой вероятность того, что среднее значение окажется близким к нулю, вообще говоря, мала. Очевидно, что вероятность близости к нулю их средней величины будет мала, даже если теоретическое математическое ожидание засоряющего распределения нулевое. Отметим, что асимметричность засорения часто носит объективный характер, особенно в экономических приложениях. Поэтому робастная процедура должна быть устойчивой к смещению оценок из-за не симметрии засоряющего распределения. Кроме того, в робастных моделях обычно считается известной частота засорения γ, что на практике является невозможным.

Во-вторых, актуальна разработка робастных процедур, удовлетворяющих следующим требованиям[18]: ориентированность на ограниченное засорение, находящееся «на грани», между «интуитивно возможным» и «интуитивно невозможным»; степень засорения γ должна быть в достаточно широких пределах.

В-третьих, скорость сходимости выборочных оценок к асимптотическим результатам должна быть достаточно высокой.

---

[13] Andrews D.F. A robust method for multiple linear regression // Technometrics. – 1974. – V. 16, № 4. – PP. 523–531.

[14] Мешалкин Л.Д., Курочкина А.И. Новый подход к параметризации регрессионных зависимостей // Записки научных семинаров ЛОМИ АН СССР. – 1979. – Т. 87. – С. 79–86.

[15] Ramsay J.O. A comparative study of several robust estimates of slope, intersept and scale in linear regression // Journal of the American Statistical Association. – 1977. – V. 72, № 3. – PP. 608–615.

[16] Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния / Ф. Хампель и др. – М.: Мир, 1989. – 512 с.

[17] Шурыгин А.М. Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 224 с.

[18] Орлов А.И. Современная прикладная статистика // Заводская лаборатория. – 1998. – Т. 64, № 3. – С. 52–60.

В-четвертых, усложнение объектов исследования приводит к тому, что часто неоднородной становится и основная часть погрешностей измерений. Наряду с объективными причинами стохастической неоднородности, можно указать на неполную адекватность модели реальному объекту, присутствие мультипликативных помех и нелинейные преобразования сигналов.

И, в-пятых, процедура построения робастных оценок должна быть простой и легко реализуемой на практике. Робастные процедуры, за исключением МНМ, весьма сложны в реализации.

Таким образом, представляется актуальной проблемой разработка робастных статистических методов оценивания моделей в условиях стохастической неоднородности, что фактически означает разработку робастных методов, ориентированных на достаточно широкий класс параметрических моделей, т.е. быть в известной степени непараметрическими.

В § 1.6 приведены результаты и выводы по главе и дана постановка задачи.

Проведенный анализ проблематики оценивания моделей в условиях стохастической неоднородности позволил сформулировать гипотезу, позволяющую разработать единый подход к решению проблемы робастной параметрической идентификации моделей диагностики.

Гипотеза. *Если функция потерь ρ имеет свойства:* 1) ρ(0) = 0; 2) *дополнительный прирост ошибки будет оказывать на функцию потерь уменьшающееся влияние*; 3) *она является дважды непрерывно дифференцируемой на всей положительной полуоси, то процедура оценивания параметров модели будет обладать свойством устойчивости в условиях стохастической неоднородности.*

Во **второй главе** исследована проблема робастного построения математических моделей в условиях стохастической неоднородности. Описан обобщенный метод наименьших модулей, позволяющий получать устойчивые оценки. В § 2.1 изложен ОМНМ на примере робастного построения линейной модели

$$y_i = a_0 + a_1 x_{i1} + ... + a_m x_{im} + \varepsilon_i,\ (i = 1,...,n). \tag{4}$$

Рассмотрим задачу построения линейной регрессионной модели (4):

$$(a_0^*, a_1^*,..., a_m^*) = \underset{a_0, a_1,..., a_m}{\arg\min} \sum_{i=1}^n \rho\left(\left|y_i - a_0 - \sum_{j=1}^m a_j x_{ij}\right|\right),$$

(5)

где a_0^*, a_1^*, … , a_m^* – искомые параметры линейной модели; ρ – функция потерь, удовлетворяющая сформулированной гипотезе. Очевидно, что ρ – некоторая монотонно возрастающая, всюду дважды непрерывно-дифференцируемая на положительной полуоси функция, причем $\rho(0) = 0$ и $\forall x > 0$ $\rho'(x) > 0$, $\rho''(x) < 0$.

Целевая функция задачи (5) имеет множество локальных минимумов. Известные численные методы позволяет найти один из локальных минимумов. Глобальный минимум не находится.

Утверждение 2.1. *Пусть имеется выборка наблюдений* (x_1, … , x_n) *и задана функция* $Q(a) = \sum_{i=1}^n |x_i - a|^\lambda$, $0 < \lambda < 1$. *Тогда локальными минимумами функции* $Q(a)$ *являются все* x_i *и между любыми двумя соседними точками* x_i *и* x_{i+1} *имеется локальный максимум.*

Пример 2.1. Пусть дана функция $Q(a)=\sum_{i=1}^{n}|x_i-a|^{0,5}$ (рис. 3). Зададим выборку: $(-0{,}8;0;0{,}6;1;2{,}5;4;8;10;10{,}6)$. На рис. 3 отчетливо видны локальные минимумы, соответствующие $x_1,...,x_9$.

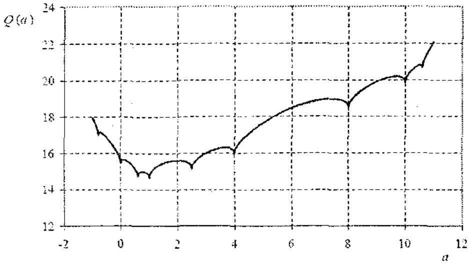

Рис. 3. Пример функции $Q(a)=\sum_{i=1}^{n}|x_i-a|^{0,5}$.

Обобщим утверждение 2.1.

Утверждение 2.3. *Пусть имеется выборка наблюдений* $(\mathbf{x}_i, y_i)=(1, x_{i1},...,x_{im}, y_i)$, $(i=1,...,n)$, *и задана функция*

$$Q(a_0,a_1,...,a_m)=\sum_{i=1}^{n}\rho\left(\left|y_i-a_0-\sum_{j=1}^{m}a_j x_{ij}\right|\right), \tag{6}$$

где $\rho(x)$ *– некоторая монотонно возрастающая, всюду дважды непрерывно-дифференцируемая на положительной полуоси функция, причем* $\rho(0)=0$ *и* $\forall x>0$ $\rho'(x)>0$, $\rho''(x)<0$.

Введем гиперплоскости $\Omega_i=\Omega(\mathbf{a},\mathbf{x}_i,y_i)$ *в виде уравнений*

$$y_i-a_0-\sum_{j=1}^{m}a_j x_{ij}=0,\ (i=1,...,n). \tag{7}$$

Введем также узловые точки пересечения гиперплоскостей (7)

$$\mathbf{u}=\bigcap_{s\in M}\Omega_s,\ M=\{k_1,...,k_{m+1}\},\ k_1<k_2<...<k_{m+1},\ k_l\in\{1,...,n\}, \tag{8}$$

Обозначим U *– множество всех узловых точек* (8). *Тогда справедливо утверждение. Для того чтобы точка* $\mathbf{u}^{\circ}=(a_0^{\circ},\mathrm{K},a_m^{\circ})$ *являлась точкой локального минимума функции* (6) *необходимо и достаточно, чтобы* $\mathbf{u}^{\circ}\in U$.

В задаче (5) в качестве функции потерь можно использовать любую строго вогнутую на положительной полуоси функцию, например, $\rho(x)=|x|^{\lambda}$ $(0<\lambda<1)$, $\rho(x)=\mathrm{arctg}|x|$ и т.д. На основе функций потерь $\rho(x)$ можно получить минимаксные оценки, аналогичные оценке Хьюбера. Преобразовав, например, функцию $\rho(x)=\mathrm{arctg}|x|$, получим минимаксную оценку $\rho(x)=\mathrm{arctg}\left(|x|^{2,431}\right)$, сочетающую устойчивость по отношению к выбросам с низкой дисперсией при малых погрешностях. Показано, что ОМНМ-оценки более устойчивы чем МНМ-оценки.

Известные определения устойчивости используют в своих формулировках закон распределения случайных ошибок, который неизвестен, а в случае стохастической неоднородности вообще не существует. Поэтому целесообразно дать еще одно определение устойчивости, лишенное этого недостатка.

Определение 2.3. *Устойчивость процедуры оценивания – это свойство, заключающееся в уменьшающемся влиянии на функцию потерь дополнительного прироста ошибки, т.е.* $\forall\delta>0$ *и* $\forall x_2>x_1>0$ $\rho(x_2+\delta)-\rho(x_2)<\rho(x_1+\delta)-\rho(x_1)$.

В § 2.2 рассмотрены алгоритмы реализации ОМНМ. Из утверждения 2.3 непосредственно вытекает, что точное решение задачи (5) можно получить, перебирая все узловые точки, которые находят решением C_n^{m+1} соответствующих систем линейных уравнений. Для малых значений n и m это не вызывает затруднений. С целью снижения вычислительных затрат предложен ряд алгоритмов.

Разработан итерационный алгоритм, который сводится к последовательной одномерной минимизации по всем параметрам модели. Представлены результаты тестирования итерационного алгоритма, которые показали, что оценки, полученные по итерационному алгоритму, очень близки к оценкам, вычисленным по переборному алгоритму. Получены приблизительные оценки числа итераций для первого приближения и для самого алгоритма.

Альтернативным является подход, основанный на сведении решения задачи (5) к решению последовательности задач линейного программирования (ЗЛП)

$$\min_{\substack{a_0,\dots,a_m \\ u_1,\dots,u_n}} \left\{\sum_{i=1}^{n} p_i u_i : -u_i \le y_i - a_0 - \sum_{j=1}^{m} a_j x_{ij} \le u_i,\, u_i \ge 0,\, i = 1,\dots,n\right\}. \qquad (9)$$

Задача (9) имеет каноническую форму, $n+m+1$ переменных и $3n$ ограничений неравенств, включая условия неотрицательности переменных u_i. Одним из возможных алгоритмов решения задачи (5) является следующий **алгоритм** A:

Вход: *число измерений n; число коэффициентов в уравнении регрессии m; погрешность приближения δ, значения зависимой переменной $y_1, \dots, y_n$; соответствующие значения объясняющих переменных $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}$, $i = 1, 2, \dots, n$; функция ρ.*

Выход: *оценка коэффициентов уравнения регрессии $a_1, \dots, a_m$.*

Шаг 1. *Для всех $i = 1, 2, \dots, m$ положить $p_i = 1$; положить $k = 0$;*

положить $(a_1^0, \dots, a_m^0) = \arg\min_{a_1,\dots,a_m} \sum_{i=1}^{n} p_i \left|y_i - \sum_{j=1}^{m} a_j x_{ij}\right|$.

Шаг 2. *Для всех $i = 1, 2, \dots, m$ положить* $p_i = \rho'\left(\left|y_i - \sum_{j=1}^{m} a_j^k x_{ij}\right|\right)$; *положить*

$k = k+1$; *положить* $(a_1^k, \dots, a_m^k) = \arg\min_{a_1,\dots,a_m} \sum_{i=1}^{n} p_i \left|y_i - \sum_{j=1}^{m} a_j^{k-1} x_{ij}\right|$.

Шаг 3. *Если* $\left\|(a_1^k, \dots, a_m^k) - (a_1^{k-1}, \dots, a_m^{k-1})\right\| > \delta$, *то перейти на шаг 2.*

Шаг 4. *Останов, искомые значения равны* $(a_1^k, \dots, a_m^k)$.

Обоснование результативности алгоритма A дает следующее утверждение.

Утверждение 2.6. *Если функция потерь ρ является вогнутой монотонно возрастающей непрерывно-дифференцируемой на положительной полуоси функцией, такой что $\rho(0) = 0$, $\rho'(0) = M < \infty$, то последовательность $\{(a_1^k, \dots, a_m^k)\}_{k=0,1,\dots}$, построенная алгоритмом A, имеет предел.*

В § 2.3 на основе метода Монте-Карло проведено исследование ОМНМ для различных случаев нарушения предпосылок теоремы Гаусса-Маркова. Показано, что нелинейные преобразования исходной модели приводят к появлению гетероскедастичности остатков. В случае гетероскедастичности принято использовать обобщенный МНК.[19] Однако здесь возникают следующие проблемы. Во-первых, здесь вначале находят обычные МНК-оценки, на основе которых произ-

[19] Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.

водят тестирование модели. Во-вторых, часто возникают неопределенные ситуации, когда несколько тестов обнаруживают гетероскедастичность, и неясно какую взвешивающую функцию выбрать.

Исследование функции чувствительности ОМНМ-оценок для линейных регрессионных моделей установило их робастность. Ввиду сложности интерпретации результатов обычно исследование робастных оценок проводят на примере оценки параметра сдвига θ: $\sum_{i=1}^{n}\rho(x_i-\theta)\Rightarrow \min$. Пусть $(x_1,\dots,x_n)$ – случайная выборка наблюдений с теоретическим распределением $F(x-\theta)$, где $F(x)$ – известное непрерывное симметричное одновершинное распределение с плотностью $f(x)$. Известно, что при очень общих условиях на производную функции потерь $\psi(z)=\rho'(z)$ асимптотические математическое ожидание $E[\psi,F]$ и дисперсия $D[\psi,F]$ оценок параметра сдвига определяются по формулам

$$E[\psi,F]=\int_{-\infty}^{\infty}\psi(z)f(z)dz,\ D[\psi,F]=\left[\int_{-\infty}^{\infty}\psi^2(z)f(z)dz\right]\Bigg/\left[\int_{-\infty}^{\infty}\psi'(z)f(z)dz\right]^2. \quad (10)$$

Лемма 2.4. *Пусть дана случайная выборка* $(x_1, \dots ,x_n)$ *с распределением* (1) *с* $0<\gamma<0{,}5$, *в котором распределения* $F(x)$ и $H(x)$ *имеют непрерывные одновершинные и симметричные относительно своих математических ожиданий плотности распределения* $f(x-\theta)$ и $h(x-a)$, *где* $\theta=0$ и $a>0$. *Пусть также функция потерь* $\rho(x)$ *удовлетворяет условиям утверждения 2.3. Тогда, если* $\lim\limits_{\substack{x\to 0,\\ a\to\infty}}\psi(x)h(x-a)=0$, *то* $\lim\limits_{a\to\infty}E[\psi,F_\gamma]=0$.

Согласно лемме 2.4 математическое ожидание ОМНМ-оценок, в отличие от медианы с увеличением сдвига стремится к нулю, т.е. ОМНМ-оценки являются асимптотически несмещенными. Одновременно некоторые из ОМНМ-оценок (например, $\rho(x)=1-e^{-|x|}$ и $\rho(x)=|x|^{\lambda}$, $(0<\lambda<1)$) практически не уступают МНМ-оценке по эффективности, а во многих случаях даже превосходят.

Пример 2.5. *Исследование устойчивости оценок относительно выбросов в условиях стохастической неоднородности случайных ошибок* (рис. 4).

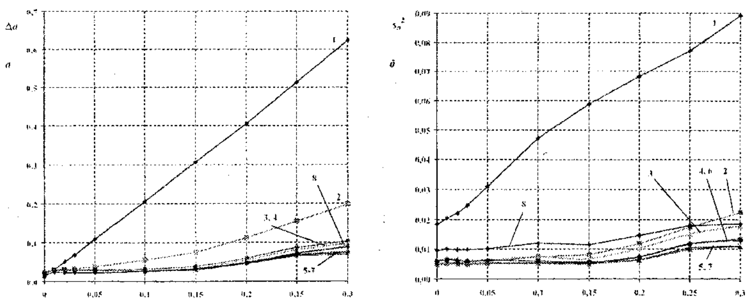

Рис. 4. Абсолютные погрешности и выборочные дисперсии оценок парамет-ра сдвига α: 1 – $\rho(x)=x^2$; **2 –** $\rho(x)=|x|$; **3 –** $\rho(x)=|x|^{0,5}$; **4 –** $\rho(x)=\ln(|x|+1)$; **5 –** $\rho(x)=1-e^{-|x|}$; **6 –** $\rho(x)=|x|/(|x|+1)$; **7 –** $\rho(x)=\mathrm{arctg}|x|$; **8 –** $\rho(x)=\mathrm{arctg}\left(|x|^{2{,}431}\right)$.

Рассмотрим модель $y_i = \alpha + \varepsilon_i$, $(i = 1, ..., n)$, где ε_i имеют распределение

$$F_{\varepsilon_i}(x) = (1-\gamma)N(0, \sigma_{\varepsilon_i}^2) + \gamma N(\mu, \sigma_1^2),$$

где σ_{ε_i} представляет собой случайную величину, имеющую для определенности равномерное распределение на [0; 2]; γ – вероятность выбросов ($0 \le \gamma < 0{,}5$). Зададим: $\alpha = 0$; $\sigma = 1$; $\mu = 2$; $\sigma_1 = 3$; $n = 200$; $M = 20000$ – число испытаний.

Пример 2.6 *Исследование устойчивости оценок относительно гетероскедастичности ошибок* (табл. 2). Исследуем модель из примера 2, в которой ошибки $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ имеют переменную дисперсию $\sigma^2 = \sigma^2(t)$.

Таблица 2

Абсолютные погрешности Δa оценок параметра сдвига α

Вид гетероскедастичности		$\rho = \lvert x \rvert^p$				$\rho = \arctan(\lvert x \rvert^\tau)$	
		p=2	p=1	p=0,75	p=0,5	τ=1	τ=2,431
Линейная	без засорения	0,1007	0,0793	0,0735	0,0681	0,0443	0,0328
	с 10%-м засорением	1,0281	0,1452	0,0729	0,0362	0,0127	0,0144
Параболическая	без засорения	0,0954	0,0276	0,0130	0,0056	0,0072	0,0180
	с 10%-м засорением	1,1030	0,0511	0,0142	0,0039	0,0006	0,0015
Экспоненциальная	без засорения	0,0648	0,0224	0,0205	0,0193	0,0165	0,0149
	с 10%-м засорением	0,6097	0,0329	0,0085	0,0021	0,0091	0,0038

Рассмотрим следующие виды гетероскедастичности: линейную $\sigma_1(t) = c_1 t\sigma$; параболическую $\sigma_2(t) = c_2(t-\tau_1)^2\sigma$; экспоненциальную $\sigma_3(t) = c_3 e^{t/\tau_2}\sigma$. Зададим: $\alpha = 0$; $\sigma = 1$; $n = 50$; $M = 50000$ – число испытаний; $c_1 = 0{,}2$; $c_2 = 0{,}025$; $c_3 = 0{,}2$; $\tau_1 = 25$; $\tau_2 = 12$. В качестве засоряющей используем модель (1) с $\gamma = 0{,}1$.

В § 2.4 рассмотрено применение ОМНМ для оценки коэффициентов авторегрессионных моделей. Вычисление коэффициентов авторегрессии менее устойчиво к выбросам по сравнению с нахождением коэффициентов линейной регрессии. Показано, что при некоторых ограничениях чувствительность к большим ошибкам ОМНМ-оценок коэффициентов авторегрессии конечна. Т.е. ОМНМ-оценки, а отличие от МНК- и МНМ-оценок, являются состоятельными в случае присутствия в данных независимых (одиночных) выбросов. Пусть наблюдается вектор $\mathbf{y}_n = (y_{1-p}, \ldots, y_n)$, где

$$y_k = x_k + z_k^\gamma \xi_k, \quad k \in \mathbf{Z}. \tag{11}$$

В (11) $\{z_k^\gamma\}$ – н.о.р.сл.в., $z_k^\gamma \sim \mathrm{Bi}(1, \gamma)$, $0 \le \gamma \le 1$, γ – уровень засорения; $\{\xi_k\}$ – н.о.р.сл.в. с распределением μ_ξ из некоторого класса M_ξ; последовательности $\{x_k\}$, $\{z_k^\gamma\}$, $\{\xi_k\}$ – независимые между собой. Установлено, что если функция потерь $\rho(x)$ удовлетворяет условиям утверждения 2.3 и $\sup_{x \ge 0} \lvert x^2 \rho'(x) \rvert < \infty$, то ОМНМ-оценки коэффициентов авторегрессии устойчивы к большим ошибкам.

Примеры функций потерь, устойчивых к большим выбросам: $\rho(x) = \lvert x \rvert / (\lvert x \rvert + 1)$; $\rho(x) = \mathrm{arctg}\lvert x \rvert$; $\rho(x) = 1 - \exp(-\lvert x \rvert)$.

Пример 2.8. *Исследование устойчивости ОМНМ-оценок коэффициентов авторегрессии в условиях неоднородности случайных ошибок.*

Генерируем процесс АР(1) с односторонними выбросами:

$$\begin{cases} x_k = \alpha x_{k-1} + \varepsilon_k, \ k = 0,1,\ldots,200, \\ y_k = x_k + z_k^{\gamma}\xi_k, \end{cases}$$

где $\alpha = 0{,}7$; $\varepsilon_k \sim N(0, \sigma^2_{\varepsilon_k})$, σ_{ε_i} – с.в., имеющие равномерное распределение на [0; 2]; $\{z_k^{\gamma}\}$ – н.о.р.сл.в., $z_k^{\gamma} \sim \mathrm{Bi}(1,\gamma)$, $0 \le \gamma \le 1$, γ – уровень засорения; $\{\xi_k\}$ – н.о.р.сл.в. с равномерным законом распределения на отрезке [50; 100]; M = 15000 – число испытаний. Результаты оценивания показаны на рис. 5.

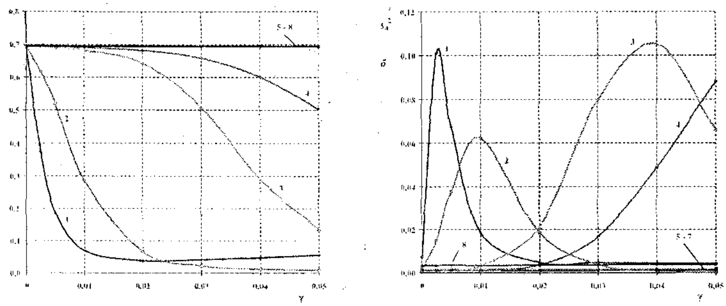

Рис. 5. Оценки коэффициента α и их выборочные дисперсии: 1 – $\rho(x) = x^2$ **; 2 –** $\rho(x) = |x|$ **; 3 –** $\rho(x) = |x|^{0,5}$ **; 4 –** $\rho(x) = \ln(|x|+1)$**; 5 –** $\rho(x) = 1 - e^{-|x|}$**; 6 –** $\rho(x) = |x|/(|x|+1)$ **; 7 –** $\rho(x) = \mathrm{arctg}|x|$ **; 8 –** $\rho(x) = \mathrm{arctg}\left(|x|^{2,431}\right)$.

Из примеров видим, что ОМНМ-оценки выигрывают по сравнению с МНК-оценками даже в случае отсутствия выбросов.

Далее описан итерационный алгоритм робастного вычисления коэффициентов авторегрессии с пропусками в данных, основанный на ОМНМ.

В § 2.5 исследованы вопросы использования ОМНМ для построения нелинейных математических моделей. Доказаны утверждения, расширяющие область применения ОМНМ на достаточно общий класс нелинейных моделей.

Третья глава посвящена изложению единого подхода к математическому моделированию временных рядов на основе ЛДМ.

В § 3.1 дано теоретическое обоснование взаимосвязи экстраполяционных и стохастических моделей и разностных схем.

Утверждение 3.1. *Пусть на линейном нормированном пространстве s всевозможных числовых последовательностей задано множество X, состоящее их числовых последовательностей* $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \ldots, x_n, \ldots)$, *для которых* $x_0 \ne 0$. *На множестве X введем отображение F: X → s в виде*

$$x_k = \sum_{i=1}^{\infty} a_i x_{k-i}, \ k = 1,2,\ldots. \qquad (12)$$

Тогда отображение F существует и единственно.

Утверждение 3.2. *Отображение, задаваемое условиями утверждения 3.1, не является взаимно однозначным.*

Утверждения устанавливают взаимосвязь между экстраполяционными и разностными моделями. Рассмотрим вместо (12) конечную РС

$$x_k = \sum_{i=1}^{p} a_i x_{k-i}\ ,\ k \ge p. \tag{13}$$

Утверждение 3.3. *Пусть в условиях утверждения 3.1 последовательность* **a** *конечна и* $\mathbf{a} = (a_1, a_2, ..., a_p)$ *– не нулевой вектор, т.е. вместо* (12) *имеем* (13). *Тогда отображение F, ставящее в соответствие последовательности* **x** *вектор* **a** *является однозначным и непрерывным.*

Лемма 3.1. (*О статистической эквивалентности РС и АРСС–модели*). *Пусть имеем последовательность наблюдений* $\mathbf{y} = (y_0, y_1, ...)$, *элементы которой равны* $y_k = x_k + \xi_k$, *где для* x_k *справедлива РС* (16), ξ_k *– белый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией* σ_ξ^2. *Тогда последовательность* y_k *представляет собой процесс АРСС(p,p).*

Очевидно, что в случае отсутствия ошибок РС (13) представляет собой процесс авторегрессии порядка p с нулевым случайным возмущением.

Утверждение 3.4. *Пусть задана последовательность* $\mathbf{x} = (x_0, x_1, ...,)$ *равномерно дискретизированных значений некоторой функции:*

$$x_k = f(k\Delta; \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m),\ k = 0,1,2,\ldots. \tag{14}$$

Тогда последовательности (14) *однозначно соответствует некоторый вектор* **a** *конечного или бесконечномерного векторного пространства, координаты которого являются коэффициентами РС* $x_k = \sum_{i=1}^{p} a_i x_{k-i}$.

Утверждение 3.3 и лемма 3.1 приводят к целесообразности объединения РС и стохастических моделей в один класс.

Определение 3.1. *Назовем линейной дискретной моделью (ЛДМ) временного ряда выражение*

$$\begin{cases} x_k = \sum_{i=1}^{p} a_i x_{k-i} + \varepsilon_k + \sum_{j=1}^{q} b_j \varepsilon_{k-j},\ k \in \mathbf{Z}, \\ y_k = x_k + \eta_k + z_k^\gamma \xi_k, \end{cases} \tag{15}$$

где $\{\varepsilon_k\}$ *– независимые случайные величины с постоянным математическим ожиданием и ограниченной дисперсией;* $\{\eta_k\}$ *– белый шум;* $\{z_k^\gamma\}$ *– н.о.р.сл.в.,* $z_k^\gamma \sim \mathrm{Bi}(1,\gamma)$, $0 \le \gamma \le 1$, γ *– уровень засорения;* $\{\xi_k\}$ *– н.о.р.сл.в. с распределением* μ_ξ *из некоторого класса* M_ξ; *последовательности* $\{x_k\}$, $\{z_k^\gamma\}$, $\{\xi_k\}$, $\{\eta_k\}$ *– независимые между собой.*

Введение ЛДМ позволяет, упростив модель Калмана в целом, рассматривать проблему идентификации достаточно простого класса объектов в более реальных условиях стохастической неоднородности.

В § 3.2 описан метод идентификации временных рядов на основе ЛДМ. В основе методики построения ЛДМ временных рядов лежит утверждение.

Утверждение 3.5. *Пусть задана некоторая функция времени* $f(t)$, $t \ge 0$. *Преобразуем данную функцию в последовательность* **y**: $y_k = f(k\Delta)$, $k = 0, 1, \ldots$. *Для того чтобы последовательность* **y** *можно было представить в виде ЛДМ, не-*

обходимо и достаточно, чтобы для y существовало Z-преобразование в виде отношения двух ненулевых полиномов конечного порядка

$$Y^*(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y_k z^{-k} = R(z)/Q(z),$$

где $R(z) = \sum_{j=0}^{l} d_j z^{l-j}$, $Q(z) = \sum_{j=0}^{p} c_j z^{p-j}$, $p, l \in \mathbf{Z}$, $l \le p < \infty$.

Утверждение 3.5 задает класс экстраполяционных моделей временных рядов, для которых можно непосредственно построить ЛДМ. Для этого класса моделей удается отобразить бесконечномерное пространство числовых последовательностей в конечномерное векторное пространство, координатами которого служат коэффициенты ЛДМ. Это делает возможным использовать ЛДМ для распознавания трендов временных рядов. В таблице 3 для типовых трендовых моделей определена область допустимых значений (ОДЗ) в евклидовом векторном пространстве. Приведенный здесь набор моделей не полный. При необходимости его можно увеличить.

Таблица 3

Области допустимых значений коэффициентов ЛДМ трендовых моделей

Трендовая модель	Замена переменной	ЛДМ	ОДЗ
$y_k = A + Bt_k$	–	$y_k = 2y_{k-1} - y_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = A + Bt_k + Ct_k^2$	$v_k = y_k - y_{k-1}$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = A + \dfrac{B}{t_k} + \dfrac{C}{t_k^2}$	$v_k = y_k t_k^2 - y_{k-1} t_{k-1}^2$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = A + \dfrac{B}{t_k}$	$v_k = y_k t_k$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = \dfrac{1}{A + Bt_k}$	$v_k = \dfrac{1}{y_k}$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = \dfrac{t_k}{A + Bt_k}$	$v_k = \dfrac{t_k}{y_k}$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = \exp(A + B/t_k)$	$v_k = t_k \ln y_k$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = Ae^{Bt_k}$	$v_k = \ln y_k$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = B + Ce^{At_k}$	–	$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2}$	$a_1 + a_2 = 1$, $a_2 \ne -1$
$y_k = \dfrac{A}{1 + Ce^{Bt_k}}$	$v_k = \dfrac{1}{y_k}$	$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2}$	$a_1 + a_2 = 1$, $a_2 \ne -1$
$y_k = Ct_k e^{Bt_k}$	$v_k = \ln \dfrac{y_k}{t_k}$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$
$y_k = \ln(A + Bt_k)$	$v_k = e^{y_k}$	$v_k = 2v_{k-1} - v_{k-2}$	$(2, -1)$

Пожертвовав свойством идентификации модели без оценивания ее параметров, можно выбрать лучшую модель из любого заданного множества моделей. Это вытекает из утверждения 3.6.

Утверждение 3.6. *Пусть имеем последовательность* $\{y_k\} = \{f(k)\}$, $(k = 1, 2, \ldots)$, *где* $f(k)$ *– некоторая непрерывная, ограниченная снизу функция одной пере-*

менной. Зададим произвольное множество непрерывных, ограниченных снизу функций одной переменной $W = \{f_j(k)\}$, $j \in \Omega$, Ω – некоторое множество индексов. Тогда множество W упорядочено по отношению порядка в смысле близости f_j к f.

В § 3.3 рассмотрены вопросы построения ЛДМ временных рядов при наличии детерминированных и случайных помех. Исследованы случаи аддитивного и мультипликативного присутствия помех: $y_k = x_k + u_k + \varepsilon_k$, $y_k = (x_k + u_k)\cdot\varepsilon_k$, $y_k = x_k \cdot u_k + \varepsilon_k$, $y_k = x_k \cdot u_k \cdot \varepsilon_k$, где x_k – полезный сигнал; u_k – помеха известной функциональной формы, ε_k – случайная ошибка. Вид функциональных моделей полезного сигнала и детерминированной помехи или несколько возможных их вариантов, как правило, бывают известными. Затруднения возникают в выборе формы связи между тремя составляющими – аддитивной или мультипликативной. Вопрос решается путем предположения наиболее приемлемой в вычислениях формы.[20]

Утверждение 3.7. *Пусть имеем временной ряд $y_k = x_k + u_k$, у которого известны Z–изображения его составляющих x_k и u_k*

$$X(z) = \frac{P(z^{-1})}{Q(z^{-1})} = \frac{P(z^{-1})}{\sum_{i=0}^{p}\alpha_i z^{-i}},\ U(z) = \frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})} = \frac{R(z^{-1})}{\sum_{j=0}^{q}\beta_j z^{-j}},\ \alpha_0 = \beta_0 = 1,$$

где $Q(z^{-1})$, $P(z^{-1})$, $S(z^{-1})$, $R(z^{-1})$ – полиномы относительно z^{-1} порядков p, $p_1 \le p$, q, $q_1 \le q$, соответственно. Тогда для временного ряда y_k справедлива ЛДМ

$$\sum_{i=0}^{p}\alpha_i\left(\sum_{j=0}^{q}\beta_j y_{k-j-i}\right) = 0,\ k \ge p+q. \tag{16}$$

В (16) в скобках записан «формирующий фильтр», который позволяет устранить помеху u_k, не искажая структуры полезной составляющей x_k. Фильтрация помехи выглядит следующим образом: $v_k = y_k - \sum_{j=1}^{q}\beta_j y_{k-j}$, $k \ge q$.

Мультипликативный случай $(y_k = x_k \cdot u_k)$ для типовых моделей, как правило, путем тождественных преобразований сводится к аддитивной модели. Для мультипликативного шума также получим аддитивную модель

$$y_k = v_k \cdot \varepsilon_k = v_k(c + \eta_k) = cv_k + v_k\eta_k = w_k + \xi_k,$$

где w_k – полезный сигнал, η_k – стационарный случайный процесс с нулевым м.о., ξ_k – гетероскедастичный случайный процесс, также имеющий нулевое м.о.

Таким образом, установлена инвариантность ЛДМ к типу связи между детерминированной и случайной составляющими временного ряда.

При аддитивном белом шуме ξ_k имеем математическая модель:

$$\begin{cases} x_k = a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + \ldots + a_p x_{k-p} + \varepsilon_k, \\ y_k = x_k + \xi_k. \end{cases}$$

Считаем в общем случае процесс x_k не стационарным. В результате в информационной матрице значения элементов, расположенных на главной диаго-

[20] Клейнер Г.Б., Смоляк С.А. Эконометрические зависимости: принципы и методы построения. – М.: Наука, 2003. – 104 с.

нали будут завышены на одну и ту же величину, равную дисперсии σ_ξ^2. Это приводит к смещению вектора оценок $\hat{\mathbf{a}}$, причем при $\sigma_\xi^2 \to \infty$ они будут стремиться к нулю. В работе рассмотрены два случая – когда функциональная модель полезного сигнала априорно известна или не известна.

Для случая 1 предложен метод устранения смещенности коэффициентов ЛДМ, в котором, дисперсию σ_ξ^2 не оценивают, а подбирают, исходя из априорно известной функциональной модели полезного сигнала. При этом решается задача одномерной оптимизации по параметру σ_ξ^2. Для случая 2 для конечно интегрированных процессов x_k предложено путем взятия разностей соответствующего порядка получать оценку s_e^2 дисперсии аддитивного шума.

Известны решения задачи учета влияния аддитивного шума, например, на основе фильтра Калмана. Однако здесь фактически осуществляется переход от модели АР(p) к АРСС(p,p)-модели, что требует дополнительно определять p коэффициентов скользящего среднего. Это не всегда возможно для выборок ограниченного объема и более трудоемко.

В § 3.4 рассмотрены вопросы обнаружения и идентификации характера тренда временного ряда. Обобщены определения нестационарных моделей временных рядов с детерминированным и стохастическим трендами, показана их. Установлено, что: модель стохастического тренда эквивалента сумме двух детерминированных трендов, один из которых имеет мультипликативный шум; сумма двух временных рядов с детерминированным и стохастическим трендами представляет собой стохастический тренд с аддитивным шумом.

Рассмотрим модель временного ряда

$$y_k = x_k + u_k, \qquad (17)$$

где $x_k = P_m(k)$ – полиномиальный тренд m–го порядка; u_k – некоторая последовательность, представляющая собой процесс авторегрессии АР(l) $u_k = \sum_{i=1}^{l} \alpha_i u_{k-i} + \varepsilon_k$, где ε_k – белый шум. Для (17) построим модель АРСС(p,q)

$$y_k = \sum_{i=1}^{p} a_i y_{k-i} + \sum_{j=1}^{q} b_j \varepsilon_{k-j} + \varepsilon_k. \qquad (18)$$

Утверждение 3.9. *Пусть временной ряд имеет вид* (17). *Тогда:*

1. Порядок модели (18) *удовлетворяет условиям:* $p = l + m + 1$, $q = m + 1$.

2. Процесс (18) *содержит полиномиальный тренд тогда и только тогда, когда выполняется равенство*

$$\sum_{i=1}^{p} a_i = 1. \qquad (19)$$

Отметим, что условие (19) выполняется в достаточно широких пределах. Во-первых, данный признак достаточно стабилен и для случая, когда последовательность u_k не является процессом АРСС(p,q). Во-вторых, он мало чувствителен к выбору порядка модели. Единственное ограничение: $p \geq m + 1$.

Показано, что стохастические модели описывают процессы, представляющие собой произведение откликов линейных систем на импульсное воздействие и случайный процесс. Найдено условие существования стохастического тренда.

В **четвертой главе** рассмотрен ряд моделей диагностики механических систем. В их основе – теоретические результаты, полученные во 2-й и 3-й главах. Инструментом моделирования являются ЛДМ, а основой, гарантией устойчивости результатов идентификации моделей в условиях стохастической неоднородности служит ОМНМ.

В § 4.1 рассмотрены общие вопросы использования ЛДМ для идентификации линейных (или линеаризуемых) МС.

Утверждение 4.1 устанавливает, что *колебания линейной МС размерности L при полигармоническом воздействии в режимах неустановившихся и вынужденных колебаний описываются ЛДМ в форме РС порядка $2L$, коэффициенты которой зависят только от структурных параметров – частот ω_j и коэффициентов затухания α_j, $j = 1,...,L$.*

Поскольку зависимость коэффициентов ЛДМ от частот и коэффициентов затухания нелинейная, то непосредственное применение данной модели для идентификации многомерных МС ограничено 2–3 степенями свободы.

Рассмотрим теперь вариант, когда на МС воздействует некоторый входной случайный процесс. Этот случай соответствует также режиму нормального функционирования МС. Данная задача была решена В.А. Кармалита[21] для частного случая, где была установлена статистическая эквивалентность процесса авторегрессии АР(2) случайным колебаниям одномерной линейной МС. Обобщим данный результат на случай МС размерности L.

Утверждение 4.2. *Случайные колебания линейной механической системы размерности L статистически эквивалентны модели АРСС($2L$,$2L$–2).*

В § 4.2 представлены результаты параметрической идентификации линейных МС при тестовых и случайных воздействиях. Для линейных МС важнейшими динамическими характеристиками (ДХ) являются собственная частота $\omega_0 = 2\pi/T$ и логарифмический декремент $\delta = \alpha T = 2\pi\alpha/\omega_0$, где T – период колебаний, α – коэффициент затухания. Они описывают каждую из форм собственных колебаний МС, и их изменение отражает появление в МС усталостных и прочих повреждений. В целом, наряду с набором этих ДХ всех форм колебаний, можно использовать АЧХ и ФЧХ МС.

Основываясь на подходе, использующем Z–преобразование измеренного сигнала $y_k = y(k\Delta)$, получен ряд структурных соотношений в виде ЛДМ

$$y_k = \sum_{i=1}^{p} \lambda_i y_{k-i}\,, \qquad (20)$$

коэффициенты которых связаны определенным образом с ДХ идентифицируемой МС, а также параметрами тестового воздействия.

Для вычисления коэффициентов λ_i ЛДМ (20) следует решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) порядка p, образованную из выражения (20) в различные моменты времени. Задав соответствующий интервал дискретизации Δ, можно получить суммарное время измерений, а, следовательно, и время определения ДХ, меньше чем в известных методах. Рассмотрены случаи гармонического воздействия: с фиксированной частотой и амплитудой, с изменяющейся частотой, с изменяющейся амплитудой.

[21] Кармалита В.А. Цифровая обработка случайных колебаний. – М.: Машиностроение, 1986. – 80 с.

На основе того же подхода при увеличении порядка p и с учетом в коэффициентах ЛДМ свойств помехи, легко устраняются помехи в виде постоянной составляющей, линейного и нелинейного тренда, аддитивной и мультипликативной синусоид, затухающих гармонических колебаний. Если для помехи известны коэффициенты β_j соответствующей ЛДМ, то, воспользовавшись формирующим фильтром, можно уменьшить порядок ЛДМ

$$\sum_{i=0}^{p} \lambda_i \left(\sum_{j=0}^{q} \beta_j y_{k-j-i}\right) = 0,\ k \ge p+q,\ \lambda_0 = \beta_0 = 1.$$

Разработан метод определения несмещенных значений динамических характеристик механических систем в режиме нормального функционирования при наличии аддитивного шума на основе ЛДМ. Учет аддитивного шума обеспечивается вводом в модель дополнительных коэффициентов, число которых равно суммарному числу присутствующих в колебательном процессе регулярных составляющих – гармоник и однокомпонентных случайных колебаний.

Рассмотренные методы параметрической идентификации МС на основе структурных соотношений в виде ЛДМ при отсутствии случайных ошибок измерений и регистрации являются точными для линейных систем. В этом случае погрешность оценок параметров определяется степенью неадекватности анализируемого сигнала постулируемой модели. Приведены результаты тестирования, которые показали приемлемые точность и быстродействие.

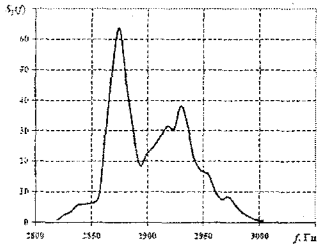

Рис. 6. Участок спектра с дискретной составляющей в области резонанса.

В § 4.3 рассмотрены вопросы, связанные с определением ДХ многомерных МС в частотной области по отсчетам спектра вибросигнала в условиях ненаблюдаемого воздействия, соответствующего режиму нормального функционирования роторных МС. Спектр вибросигнала МС при отсутствии внутренних источников возбуждения имеет вид (рис. 6)

$$S_y(f) = [S_x(f) + D(f)]|H(f)|^2, \tag{21}$$

где $S_y(f)$, $S_x(f)$ – энергетические спектры колебаний и случайного воздействия; $D(f)$ – совокупность дискретных составляющих, генерируемых воздействием внешних периодических источников колебаний; $|H(f)|$ – АЧХ МС. В дискретной форме соотношение (21) примет вид $S_y(k) = [S_x(k) + D(k)]|H(k)|^2$, где $S_y(k) = S_y(f_k)$, $f_k = k\Delta$; Δ – интервал частот между соседними отсчетами спектра. Поскольку в спектре присутствуют выбросы в виде дискретных составляющих (рис. 6), то для определения ДХ используем ОМНМ:

$$\sum_{k=N_1}^{N_2} \left| S_y(k)[(k\Delta)^4 - a(k\Delta)^2 + b] - C - Dk\Delta \right|^{\lambda} \to \min_{a,b,C,D},$$

где $a = f_0^2(2Q^2 - 1)/Q^2$; $b = f_0^4$; N_1, N_2 – номера начального и конечного отсчетов анализируемой резонансной зоны; $C = Sf_0^4$; $D = Rf_0^4$; $S_x(k) = S + Rk\Delta$, S, R –

const. Приведены результаты тестирования, подтверждающие точность оценивания ДХ предложенным методом.

На основе достаточно общих допущений о модели спектра отклика МС разработаны алгоритм идентификации дискретных составляющих.

В **пятой главе** изложены методы исследования сложных систем в экономике, которые опираются на теоретические результаты 2-й и 3-й глав.

В § 5.1 рассмотрены основные проблемы и подходы к математическому моделированию сложных систем в экономике. Главная проблема здесь, как отмечал В.В. Налимов[22], состоит в неоднозначности математического моделирования плохоорганизованных систем, в результате чего моделирование возможно лишь при ослаблении требований к его математическому описанию. Поэтому нужно каким-то образом найти компромисс между общим и частным, и перейти к некоторой формальной модели. Эту идею развил Б.С. Флейшман[23], считая, что возможности построения теории сложных систем связаны с возможностями построения их простых оптимизационных моделей.

Данный подход к моделированию имеет два основных недостатка. Это – оценочный характер простых моделей и стохастический характер выводов, достоверность которых будет определяться допустимой грубостью оценок[24].

Для решения первой проблемы предложен общий подход к построению математической модели сложных систем в виде совокупности диагностических моделей. Каждая диагностическая модель сложной системы должна отражать главную цель системы в рамках поставленной проблемы, при этом второстепенные цели формализуют на языке главной цели. Учет в модели качественных признаков может быть осуществлен на основе процедуры шкалирования.

Для учета стохастической неоднородности целесообразно использовать ОМНМ при оценивании параметров моделей.

В § 5.2 рассмотрены вопросы применения метода распознавания временных рядов для решения двух задач – для распознавания типа тренда временного ряда и регрессионных зависимостей. Идея распознавания регрессионных зависимостей заключается в равномерной дискретизации пространственной объясняющей переменной, в результате чего получается аналог временного ряда. Формальная процедура построения ЛДМ та же.

Пример 5.3. Рассмотрим данный метод на известном примере[25]. Здесь приведены данные специального эксперимента по изучению зависимости расстояния s, пройденного автомобилем после подачи сигнала об остановке, от его скорости v (рис. 7). Применение известных статистических критериев не позволяет выбрать наилучшую модель. Сгруппировав данные, получим аналог временного ряда (рис. 8). Результаты расчета указаны в табл. 4. Искомая зависимость наилучшим образом описывается логистической моделью $\dot{s} = A/(1+Ce^{Bv})$.

В § 5.3 показана возможность обнаружения разладки временных рядов на основе ЛДМ. Одним из наиболее характерных изменений состояния сложных

[22] Налимов В.В. Теория эксперимента. – М.: Наука. Физматлит. – 1971. – 208 с.
[23] Флейшман Б.С. Основы системологии. – М.: Радио и связь, 1982. – 368 с.
[24] Гольдштейн Г.Я. О несистемности общей теории систем // Известия ТРТУ. – 2004. – № 4(39). – С. 71–75.
[25] Езекиэл М., Фокс К. Методы анализа корреляций и регрессий. – М.: Статистика, 1966. – 559 с.

систем является возникновение (или исчезновение) тренда исследуемого показателя. Данная задача может быть решена на основе утверждения 3.9. Для повышения быстродействия разработан робастный рекуррентный алгоритм оценивания коэффициентов авторегрессии на основе ОМНМ. Приведены результаты тестирования разработанных алгоритмов и программ.

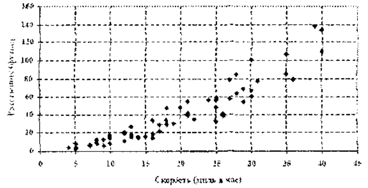

Рис. 7. Зависимость расстояния, пройденного после сигнала до остановки (футов) от скорости при подаче сигнала (миль в час).

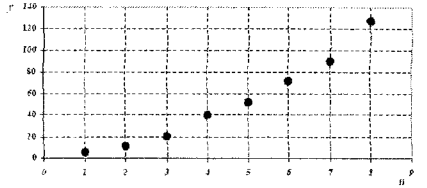

Рис. 8. График полученного «временного ряда» y_n.

Таблица 4

Результаты распознавания модели

Вид модели	a_1	a_2	Расстояние до ОДЗ
Прямая	1,383	-0,020	1,158
Парабола	0,333	1,170	2,736
Экспонента	1,654	-0,627	0,509
Экспонента + Const	1,383	-0,020	0,257
Экспонента × Время	0,866	0,221	1,667
Логистическая	0,836	-0,136	0,213
Обратная	0,836	-0,136	1,449
Гипербола	1,659	-0,119	0,945

В § 5.4 рассмотрены вопросы робастного сглаживания временных рядов. При анализе временных рядов часто возникают ситуации, когда необходимы сведения о величине временного ряда не в конце интервала наблюдения (задача прогноза), а в произвольный момент времени. На практике анализируемый ряд часто сильно искажен помехами, и для получения решений на коротких интервалах наблюдений его необходимо сгладить, чтобы можно было принять те или иные гипотезы относительно имеющихся данных (рис. 9).

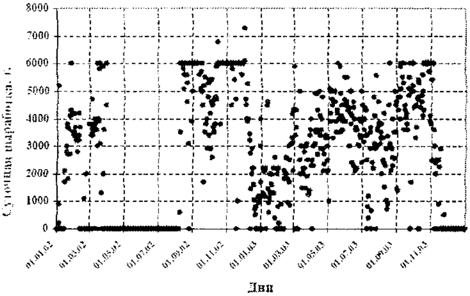

Рис. 9. Суточная выработки одного из очистных участков шахты ЗАО «Распадская» за 2002–2003 гг.

Как видно из рисунка, временной ряд требует предварительного сглаживания. Отсюда возникает задача сглаживания эмпирических зависимостей в условиях априорной неопределенности, которая сводится к построению робастных методов разложения вида $x(t) = z(t) + \xi(t)$, $z(t) = Sx(t)$, где S – оператор сглаживания; $z(t)$ – функция, удовлетворяющая априорным условиям регулярности (типа гладкости, монотонности, выпуклости и т.д.); $\xi(t)$ – погрешность сглаживания, которая минимизируется на основе некоторых принципов оптимальности, сформулированных исходя из имеющихся предположений о вероятностном механизме, порождающем процесс $x(t)$.

Предложен алгоритм робастного сглаживания на основе скользящих ОМНМ-оценок среднего. Принципиальным случаем нестационарности процесса x_k является перепад. В терминологии сглаживания данных необходимо исследовать поведение скользящего фильтра на границе. Проведен сравнительный анализ статистических характеристик скользящих медианы и ОМНМ-оценок на типовой модели «перепад + шум»

$$\ldots, x_0, \ldots, x_3, x_4 + h, \ldots, x_7 + h, \ldots,$$

где x_k – н.о.р.с.в. $\sim (1-\gamma)N(0,\sigma^2) + \gamma N(\mu,\sigma_1^2)$. Приведены результаты оценивания м.о. и с.к.о. скользящих среднего, медианы и ОМНМ-статистик на последовательности «граница + шум». Оценки выполнены методом Монте–Карло для количества статистических испытаний $M = 400000$.

На рис. 10 показаны значения оценок математического ожидания: скользящего среднего (линия 1), скользящей медианы (линия 2), скользящей ОМНМ-оценки при $\rho(x) = \mathrm{arctg}|x|$ (линия 3) и м.о. входного процесса на перепаде (линия 4) для $x_k \sim N(0,1)$, $h = 5$. Видим, что сглаживание на основе ОМНМ-оценок приводит по сравнению с медианным сглаживанием к меньшему растеканию полезного сигнала на перепаде. Аналогичные результаты были получены и для несимметричного засорения.

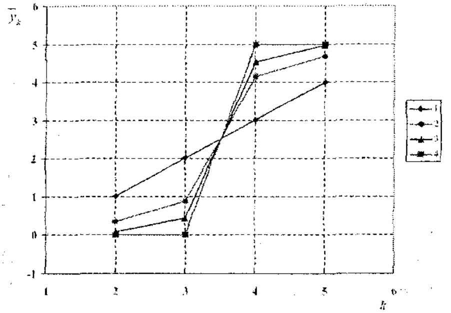

Рис. 10. Оценки м.о. скользящих среднего (1), медианы (2), ОМНМ-оценки (3) и м.о. входного процесса на перепаде (4) для $x_k \sim N(0, 1)$, $h = 5$.

В **шестой главе** описаны результаты, имеющие прикладное значение.

В § 6.1 показан ряд приложений результатов работы для вибродиагностики МС, использующих полученные структурные соотношения в виде ЛДМ. Это:

- комплекс алгоритмов и программ идентификации механических систем при тестовых воздействиях;
- алгоритмы и устройства для обнаружения нерасчетных режимов работы газотурбинных двигателей (автоколебания, вращающийся срыв, помпаж, резонансные колебания, виброгорение);
- определение параметров биений и амплитудно-модулированных колебаний элементов турбомашин;
- определение интенсивности и энтропии узкополосного вибросигнала;
- комплекс алгоритмов и программ идентификации МС в частотной области, включающий определение собственный частот и добротностей всех форм колебаний, идентификацию дискретных спектральных составляющих и формирование системы диагностических признаков.

В § 6.2 показаны приложения результатов работы для угольной промышленности. Во-первых, построена и практически апробирована математическая модель травматизма на горнодобывающих предприятиях в зависимости от компетентности и информированности персонала.

Во-вторых, рассмотрены вопросы применения ОМНМ для обеспечения устойчивости оценок моделей в условиях стохастической неоднородности.

В-третьих, приведены примеры распознавания зависимостей в угольной промышленности: зависимость частоты травматизма от коэффициента групповой компетентности; зависимости смертельного травматизма энерговооруженности и метаноносности от времени.

В-четвертых, на основе шкалирования качественных признаков формализован коэффициент профилактической работы на угольных шахтах.

В-пятых, разработана и апробирована на ряде реальных процессов автоматизированная система анализа временных рядов в угледобывающей промышленности.

В-шестых, на основе ОМНМ-сглаживания разработана методика анализа показателей суточной выработки экскаваторов на угольных разрезах, позволяющая проводить совместный анализ текущих и долговременных факторов работы угледобывающей техники. Методика также апробирована на практике.

В § 6.3 приведены результаты работы, имеющие приложения для информационно-измерительной техники.

Описан метод фильтрации данных на основе поразрядного мажоритарного преобразования бинарных кодов, позволяющий в режиме реального времени осуществлять робастную фильтрацию процессов. Для обеспечения обработки данных в темпе их поступления операция поиска медианы внутри апертуры требует сложной аппаратурной реализации. Указанный недостаток можно устранить за счет замены поиска медианы на множестве чисел на мажоритарные преобразования в параллельных последовательностях бинарных кодов, причем в зависимости от динамики изменения полезного сигнала и соотношения сигнал/шум целесообразно использовать различные по сложности способы поразрядного мажоритарного преобразования. Предложен ряд способов и оригинальных устройств, реализующих различные модификации данного метода, которые обеспечивают его широкие функциональные возможности.

ОМНМ может быть эффективно применен для сглаживания различных сигналов. Примеры эффективного применения ОМНМ-сглаживания: обработка речи с целью очистки высоких тонов от помех; сглаживание изображений в оптике и голографии при наличии импульсных помех; увеличение детальности изображений; автоматическая диагностика параметров помех и искажений видеосигнала; обнаружение границ изображений.

Пример 6.11. Сравним результаты работы медианного фильтра и ОМНМ-фильтра при фильтрации импульсных помех. В качестве исходного изображения используем снимок Луны, искаженный импульсными помехами (рис. 11,а). Апертура фильтра – окно в форме квадрата 3×3. Результаты обработки данного изображения с помощью двумерного медианного фильтра (рис. 11,б) и ОМНМ (рис. 11,в), также демонстрируют существенное преимущество ОМНМ-фильтра.

Во-первых, он лучше сохраняет контраст изображения, а, во-вторых, более эффективно подавляет импульсные помехи.

Рис. 11. Сравнение результатов работы медианного фильтра и ОМНМ-фильтра при фильтрации импульсных помех (на примере снимка Луны).

В § 6.4 показано значение результатов работы для учебного процесса. В частности, в рамках научно-исследовательской работы и руководства дипломным проектированием разработан комплекс программ идентификации зависимостей и робастной аппроксимации данных. Совместно со студентами-магистрантами и дипломниками опубликовано 11 научных работ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ РАБОТЫ

1. Решена важная научная проблема в области математического моделирования: разработан обобщенный метод наименьших модулей – новый метод робастного построения линейных моделей. Данный метод позволяет эффективно оценивать модели диагностики в условиях стохастической неоднородности. Разработаны численные алгоритмы реализации ОМНМ – переборный, итерационный, рекуррентный, при наличии пропусков в данных.

2. Установлено, что ОМНМ-оценки имеют более высокую устойчивость при одностороннем засорении и в случае гетероскедастичности ошибок по сравнению с МНМ-оценками, одновременно они сохраняют устойчивость и при симметричном засорении.

3. Ограниченность функционалов влияния ОМНМ-оценок коэффициентов авторегрессионной модели приводит к существенно более высокой устойчивости ОМНМ-оценок к большим ошибкам по сравнению с МНМ-оценками при построении стохастических моделей временных рядов.

4. На основе ОМНМ-оценок построены минимаксные оценки, сочетающие устойчивость к выбросам и низкую дисперсию при малых ошибках.

5. Доказано, что ОМНМ при некоторых ограничениях на вид зависимости можно распространить и на случай робастного вычисления параметров нелинейных моделей заданного класса.

6. Установлена взаимосвязь между тремя основными классами моделей временных рядов, которая позволяет: объединить их в ЛДМ; более эффективно использовать данные модели при решении задач, связанных с анализом временных рядов, протекающих в сложных системах.

7. Использование ЛДМ при математическом моделировании временных рядов обладает следующими преимуществами:

- процесс также как и при структурно-детерминированном моделировании характеризуется с точки зрения зависимости от времени его условного математического ожидания;
- структурные свойства процесса учитываются на основе разностных соотношений, определяемых формой функциональной зависимости;
- построение ЛДМ происходит на основе известных методов построения стохастических моделей, что позволяет учесть в явном виде, наряду с детерминированной, и стохастическую составляющую временного ряда;
- в модели учитывается стохастическая неоднородность данных.

8. Теоретически обоснована методика построения линейных дискретных моделей временных рядов, на основе которой:
- разработан метод распознавания трендовых временных рядов и однофакторных регрессионных зависимостей;
- разработан метод построения линейных дискретных моделей временных рядов в условиях детерминированных и случайных помех;
- установлена взаимосвязь моделей нестационарных временных рядов с детерминированным и стохастическим трендом;
- разработан метод обнаружения полиномиальных трендов.

9. Получен комплекс новых линейных дискретных моделей для описания колебаний механических систем при тестовых воздействиях и в режиме нормального функционирования. На его основе разработан ряд помехоустойчивых методов параметрической идентификации МС во временной и частотной областях, которые обладают достаточно высокими точностью и быстродействием, ориентированы на использование ЭВМ с ограниченной оперативной памятью.

10. Установлено, что сглаживание на основе ОМНМ-оценок имеет существенное преимущество перед традиционной медианной фильтрацией при анализе нестационарных резко изменяющихся процессов, а также при наличии случайных помех в виде выбросов по уровню или дисперсии. С целью упрощения реализации и повышения быстродействия робастного сглаживания процессов разработан метод нелинейной фильтрации данных на основе поразрядного мажоритарного преобразования бинарных кодов, предложен ряд способов и устройств, реализующих различные модификации данного метода.

11. Для предприятий угледобывающей отрасли разработаны:
- методика анализа показателей суточной выработки экскаваторов на угольных разрезах, позволяющая проводить совместный анализ текущих и долговременных факторов работы угледобывающей техники;
- автоматизированная система анализа временных рядов, позволяющая проводить исследование процессов в угледобывающей промышленности;
- математическая модель зависимости травматизма от компетентности и информированности персонала;
- математическая модель зависимости стоимости обслуживания экскаваторов на единицу результата относительно производительности оборудования;
- алгоритм расчета коэффициента профилактической работы на горнодобывающем предприятии.

12. Разработанные в диссертационной работе методы и алгоритмы реализованы в виде апробированных программ, использованных и апробированных на ряде предприятий и вузов. Программный комплекс, состоящий из десяти программ на ЭВМ, зарегистрирован в Отраслевом фонде алгоритмов и программ и включен в Информационно-библиотечный фонд РФ.

Благодарности. Автор выражает глубокую признательность и благодарность своему первому научному руководителю доценту Ю.С. Дмитриеву за то, что привил навыки к научной работе, научному руководителю кандидатской диссертации профессору В.К. Семенычеву за выбор перспективной научной тематики и поддержку на начальном этапе исследований, а также научному консультанту профессору А.В. Панюкову, члену-корреспонденту РАН А.Г. Ченцову и профессору В.И. Ухоботову за консультации, ценные замечания и организационную помощь в подготовке и оформлении диссертационной работы.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих источниках:

[1] Тырсин А.Н. Робастное построение регрессионных зависимостей на основе обобщенного метода наименьших модулей / А.Н. Тырсин // Записки научных семинаров ПОМИ. – 2005. – Т. 328. – С. 236–250.

[2] Тырсин А.Н. Дефектоскопия механических систем по отклику на гармоническое воздействие на основе моделей авторегрессии / А.Н. Тырсин // Дефектоскопия. – 2005. – № 2. – С. 72–78.

[3] Тырсин А.Н. Идентификация нестационарных экономических процессов на основе дискретно-совпадающих моделей авторегрессии / А.Н. Тырсин // Известия Уральского государственного экономического университета. – 2004. – № 9. – С. 44–51.

[4] Тырсин А.Н. Идентификация зависимостей на основе моделей авторегрессии / А.Н. Тырсин // Автометрия. – 2005. – Т. 41, № 1. – С. 43–49.

[5] Тырсин А.Н. Метод нелинейной фильтрации данных на основе поразрядного мажоритарного преобразования бинарных кодов / А.Н. Тырсин, Ю.С. Дмитриев, В.К. Семенычев // Автометрия. – 1992. – № 4. – С. 105–110.

[6] Тырсин А.Н. Методика анализа показателей суточной выработки экскаваторов на угольных разрезах / А.Н. Тырсин, В.Н. Лапаёв, М.С. Подгорный // Известия вузов. Горный журнал. – 2005. – № 1. – С. 8–12.

[7] Тырсин А.Н. Модель авторегрессии как отображение функциональной зависимости временного ряда / А.Н. Тырсин // Системы управления и информационные технологии. – 2005. – № 1(18). – С. 27–29.

[8] Тырсин А.Н. Определение динамических характеристик элементов газотурбинных двигателей по спектру вибросигнала / А.Н. Тырсин // Известия вузов. Авиационная техника. – 2005. – № 3. – С. 78–80.

[9] Тырсин А.Н. Построение моделей авторегрессии временных рядов при наличии помех / А.Н. Тырсин // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, № 5. – С. 10–16.

[10] Тырсин А.Н. Построение дискретно-совпадающих моделей временных рядов при наличии аддитивного белого шума / А.Н. Тырсин // Системы управления

и информационные технологии. – 2005. – № 4(21). – С. 24–29.
[11] Тырсин А.Н. Робастное построение линейных регрессионных моделей по экспериментальным данным / А.Н. Тырсин // Заводская лаборатория. – 2005. – Т. 71, № 11. – С. 53–57.
[12] Семенычев В.К. Определение параметров испытательных гармонических сигналов на основе разностных схем / В.К. Семенычев, А.Н. Тырсин // Автометрия. – 1991. – № 3. – С. 95–98.
[13] Могилат В.Л. Математическое моделирование зависимости травматизма от компетентности и информированности персонала на горнодобывающих предприятиях / В.Л. Могилат, А.Н. Тырсин // Известия вузов. Горный журнал. – 2006. – № 2. – С. 77–81.
[14] Тырсин А.Н. Методика количественной оценки эффективности управления социально-экономическим развитием города / А.Н. Тырсин // Вестник ЮУрГУ. Серия Экономика. – 2005. – В. 5, № 12(59). – С. 192–195.
[15] Лобко В.П. Совершенствование профилактической работы как одно из эффективных направлений снижения травматизма на горнодобывающих предприятиях / В.П. Лобко, А.И. Гусев, А.Н. Тырсин // Известия вузов. Горный журнал. – 2006. – № 5. – С. 37–43.
[16] Еленевский Д.С. А.С. 1632138, МКИ 4 G 01 H 7/00. Способ определения параметров бигармонических колебаний механической системы при биениях/ Д.С. Еленевский, В.В. Малыгин, В.К. Семенычев, А.Н. Тырсин. – № 4664686/28; Заявл. 16.01.89; Опубл. 10.09.05; Бюл. № 25.
[17] Костин В.И. А.С. 1672481, МКИ 4 G 06 G 7/52. Устройство для определения энтропии / В.И. Костин, А.Н. Тырсин, В.И. Бояринцев. – № 4662251/24; Заявл. 10.03.89; Опубл. 23.08.91, Бюл. № 31. – 3 с.
[18] Костин В.И. А.С. № 1677551, МКИ 4 G 01 M 7/00. Устройство для измерения интенсивности узкополосного вибрационного процесса / В.И. Костин, А.Н. Тырсин. – № 4650917/28; Заявл. 13.02.89; Опубл. 15.09.91; Бюл. № 34. – 3 с.
[19] Семенычев В.К. А.С. 1566299, МКИ 4 G 01 R 25/00. Способ определения фазового сдвига синусоидальных сигналов / В.К. Семенычев, А.Н. Тырсин. – № 4408778/24–21; Заявл. 11.04.88; Опубл. 23.05.90, Бюл. № 19. – 4 с.
[20] Семенычев В.К. А.С. 1647325, МКИ 4 G 01 M 7/00. Способ определения характеристик рассеяния энергии при колебаниях линейной механической системы / В.К. Семенычев, А.Н. Тырсин. – № 4675860/25–28; Заявл. 11.04.89; Опубл. 01.05.91, Бюл. № 17. – 2 с.
[21] Семенычев В.К. А.С. 1670464, МКИ 4 G 01 M 7/00. Способ определения динамических характеристик линейной механической системы / В.К. Семенычев, А.Н. Тырсин. – № 4663891/28; Заявл. 21.03.89; Опубл. 15.08.91, Бюл. № 30. – 3 с.
[22] Семенычев В.К. А.С. 1755060, МКИ 4 G 01 H 17/00. Способ определения параметров амплитудно-модулированных колебаний механической системы / В.К. Семенычев, А.Н. Тырсин. – № 4799311/28; Заявл. 05.03.90; Опубл. 15.08.92, Бюл. № 30. – 3 с.

[23] Тырсин А.Н. А.С. 1622931, МКИ 4 H 03 K 5/156. Способ преобразования последовательности прямоугольных импульсов напряжения и устройство для его осуществления / А.Н. Тырсин, Ю.С. Дмитриев. – № 4436573/21; Заявл. 06.06.88; Опубл. 23.01.91, Бюл. № 3. – 5 с.

[24] Тырсин А.Н. А.С. 1624673, МКИ 4 H 03 K 5/153. Устройство для преобразования последовательности импульсов / А.Н. Тырсин, В.К. Семенычев, Ю.С. Дмитриев. – № 4454132/21; Заявл. 01.07.88; Опубл. 30.01.91, Бюл. № 4. – 3 с.

[25] Тырсин А.Н. А.С. 1721810, МКИ 4 H 03 K 5/19. Устройство для преобразования бинарных сигналов / А.Н. Тырсин, В.К. Семенычев, Ю.С. Дмитриев, А.Н. Мозгунов. – № 4812072/21; Заявл. 14.02.90; Опубл. 23.03.92, Бюл. № 11. – 3 с.

[26] Тырсин А.Н. А.С. 1723660, МКИ 4 H 03 K 5/156. Способ преобразования последовательностей прямоугольных импульсов и устройство для его осуществления / А.Н. Тырсин, В.К. Семенычев, Ю.С. Дмитриев. – № 4798032/21; Заявл. 01.03.90; Опубл. 30.03.92, Бюл. № 12. – 7 с.

[27] Тырсин А.Н. Идентификация функциональной зависимости временного ряда по его модели авторегрессии / А.Н. Тырсин // Обозрение прикл. и промышл. матем. – 2004. Т. 11, В. 4. – С. 939–940.

[28] Тырсин А.Н. Метод обнаружения полиномиального тренда временного ряда / А.Н. Тырсин // Обозрение прикл. и промышл. матем. – 2005. – Т. 12, В. 2. – С. 533–534.

[29] Тырсин А.Н. Об одном подходе устойчивого построения регрессионных моделей / А.Н. Тырсин // Обозрение прикл. и промышл. матем. – 2005. – Т. 12, В. 1. – С. 191–192.

[30] Тырсин А.Н. Об одном способе устойчивого оценивания математического ожидания / А.Н. Тырсин, Д.С. Воронина // Обозрение прикл. и промышл. матем. – 2004. – Т. 11, В. 2. – С. 261–262.

[31] Тырсин А.Н. Об эквивалентности знакового и наименьших модулей методов построения линейных моделей / А.Н. Тырсин // Обозрение прикл. и промышл. матем. – 2005. – Т. 12, В. 4. – С. 879–880.

[32] Тырсин А.Н. Робастное построение авторегрессионных моделей временных рядов с пропусками / А.Н. Тырсин // Обозрение прикл. и промышл. матем. – 2005. – Т. 12, В. 4. – С. 1108–1109.

[33] Тырсин А.Н. Статистическая эквивалентность разностных схем и моделей авторегрессии – скользящего среднего / А.Н. Тырсин // Обозрение прикл. и промышл. матем. – 2005. – Т. 12, В. 4. – С. 1109–1110.

[34] Тырсин А.Н. Робастное сглаживание временных рядов на основе обобщенного метода наименьших модулей / А.Н. Тырсин // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2006. – Т. 13, В. 3. – С. 551–552.

[35] Тырсин А.Н. Взаимосвязь моделей временных рядов экономических процессов / А.Н. Тырсин // Организация и управление производительностью производственных систем: Матер. междунар. науч.-практ. конф. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2002. – С. 68–71.

[36] Тырсин А.Н. О построении нелинейных регрессионных зависимостей при изучении эволюции открытых систем / А.Н. Тырсин // Журнал проблем эволюции открытых систем. – 2004. – В. 6, Т. 2. – С. 78–83.

[37] Тырсин А.Н. Обнаружение особых нерасчетных режимов работы турбомашин / А.Н. Тырсин // Теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики: Матер. III междунар. науч.-практ. конф. Ч. 3. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2002. – С. 22–26.

[38] Тырсин А.Н. Построение авторегрессионных моделей в условиях статистической неоднородности данных / А.Н. Тырсин // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. III Всеросс. науч. конф. Ч. 2. – Самара: СГТУ, 2006. – С. 160–164.

[39] Тырсин А.Н. Численные алгоритмы реализации обобщенного метода наименьших модулей / А.Н. Тырсин, Е.Ю. Еремеева // Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике: Матер. V междунар. науч.-практ. конф. Ч. 3. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2005. – С. 44–47.

[40] Тырсин А.Н. Рекуррентный алгоритм оценивания коэффициентов авторегрессии на основе обобщенного метода наименьших модулей / А.Н. Тырсин, Н.Ю. Климова // Методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике: Матер. VI междунар. науч.-практ. конф. Ч. 3. – Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ), 2006. – С. 6–8.

[41] Тырсин А.Н. О математическом моделировании сложных систем в задачах диагностики / А.Н. Тырсин // Математика. Информационные технологии. Образование. Ч.1: Сб. науч. тр. – Оренбург: ОГУ, 2006. – С. 103–106.

[42] Tyrsin A.N. Robust Identification of Linear Models on Experimental Data / A.N. Tyrsin // The 4th Moscow International Conference On Operations Research (ORM2004): Proceedings. –Moscow, 2004. – PP. 221–223.