

## МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ УЧЕТА КОНСТРУКЦИИ ОБМОТОК АСИНХРОННЫХ МАШИН В СИСТЕМАХ ЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

**О.А. Захаржевский, В.В. Афонин**

*Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева, г. Саранск*

Причиной написания данной статьи послужило применение исследователями систем частотного управления всегда одной и той же математической модели идеализированной асинхронной машины с синусоидальным распределением магнитной индукции в воздушном зазоре.

Расчет распределения магнитной индукции в зазоре асинхронной машины авторы провели методом зубцовых контуров и обнаружили отклонения от синусоидального распределения. Моделирование пуска асинхронного двигателя в среде MATLAB показало заметное влияние даже небольшой несинусоидальности распределения магнитной индукции на электрические и электромеханические процессы электропривода.

Авторы предложили модифицированный метод преобразования векторов токов, магнитных потоков, учитывающий конструкцию обмоток реальной асинхронной машины. На его основе был разработан программный комплекс на языке Visual C# для расчета поправочных функций и моделирования пуска асинхронной машины.

Предложенный авторами метод не требует переработки систем частотного управления. Достаточно добавить полученные авторами поправочные функции и коэффициенты в преобразования Э. Кларк и Р. Парка в системе частотного управления асинхронной машиной. Предложенный метод может быть полезен для анализа процессов в синхронных неявнополюсных трехфазных машинах, машинах двойного питания, а также при решении других задач.

*Ключевые слова:* модифицированные Кларк и Парк преобразования, учет конструкции обмоток, частотное управление асинхронным двигателем.

### Постановка задачи

Асинхронный электропривод – это довольно сложный объект для регулирования, поскольку описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений. Один из подходов к решению этой проблемы состоял в том, что исходная трехфазная система электрической и магнитной цепей асинхронной машины (АМ) преобразовывалась в двухфазную систему с ортогональными пространственными осями координат. Для таких пространственных систем давно был разработан метод анализа, метод двух реакций (André Blondel, 1899), основанный на преобразовании векторов на комплексной плоскости (ПВК). В XX веке преобразования векторов методом двух реакций применяли многие ученые (Robert H. Park, 1929; А.А. Горев, 1935; Edith Clark, 1943). Однако эти преобразования основаны на условии синусоидальности распределения магнитной индукции в воздушном зазоре АМ. Считается, что это условие всегда выполняется в АМ независимо от того, какой тип схемы обмоток используется [1–6]. Аналогичной позиции придерживаются и зарубежные исследователи [7–12]. Поскольку обмотки АМ размещают по пазам магнитных систем статора и ротора,

распределение магнитной индукции в воздушном зазоре машины оказывается не всегда синусоидальным, что известно из курса электрических машин [2].

Авторы провели анализ распределения магнитной индукции в зазоре машины для некоторых распространенных схем соединения секций обмоток АМ, используя метод зубцовых контуров [13]. Особенность этого метода, примененная авторами, состоит в том, что расчеты проводились не с физическими величинами магнитных потоков, а с относительными значениями этих потоков, что позволило уменьшить зависимость расчетов от конструкции зубцового пространства.

В зарубежной научной литературе эквивалентом методу зубцовых контуров служит метод обмоточных функций [9]. Им выполнены исследования моделей трехфазной АМ с обозначением зависимости взаимных индуктивных связей обмоток от положения ротора, но работы не доведены до численных расчетов для конкретных типов обмоток машины [8, 10–13]. В ряде работ исследуют изменения параметров модели АМ в результате эксцентриситета ротора относительно статора, а также в результате дефектов обмоток ротора [12].

Однако исходной моделью для анализа при этом остается та же модель идеализированной АМ.

Такое положение, по нашему мнению, можно объяснить лишь огромным уважением исследователей к работам основоположников метода двух реакций, проверенного многолетними применениями в электрических машинах. Стремительное развитие силовой электроники, компьютерной техники и технологий заставляет относиться критически к основам методов анализа, разработанным на другой технической базе.

Моделирование пуска асинхронного двигателя в среде MATLAB показало, что даже незначительное отклонение распределения магнитной индукции от синусоидальной формы оказывает заметное влияние на токи, на магнитные потоки и на электромеханические процессы [14, 16, 18].

#### Усовершенствованный метод зубцовых контуров для расчета взаимных индуктивных связей между обмотками асинхронной машины

Работа асинхронной машины (АМ) основана на взаимодействии магнитных потоков. Поэтому необходимо точно знать распределение магнитных потоков в АМ. Магнитное потокоцепление для отдельного  $n$ -го зубца ( $n$ -й зубцовой катушки,  $n$ -го зубцового контура) рассчитывалось по выражениям

$$\begin{aligned} \Psi_{(n)} &= w_{(n)} \int_n^{n+1} B_{(n)} \cdot \Delta S_{(n)} = w_{(n)} \int_n^{n+1} \left[ \frac{H_{(n)}}{\mu_0} \right] \Delta S_{(n)} \cong \\ &\cong w_{(n)} \int_n^{n+1} \left[ \frac{F_{(n)}}{2\delta_{(n)}\mu_0} \right] \Delta S_{(n)} = w_{(n)} \int_n^{n+1} \left[ \frac{w_{(n)} \cdot i_S}{2\delta_{(n)}\mu_0} \right] \Delta S_{(n)} = \\ &= \frac{w_{(n)}^2 \cdot i_S}{2\delta_{(n)}\mu_0} \Delta S_{(n)} = w_{(n)}^2 \left[ \frac{\Delta S_{(n)}}{2\delta_{(n)}\mu_0} \right] i_S. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь обозначены:  $\Psi_{(n)}$  – потокоцепление  $n$ -го зубцового контура;  $w_{(n)}$  – число витков зубцового контура (зубцовой катушки);  $B_{(n)}$  – усредненное значение магнитной индукции в воздушном зазоре для  $n$ -го зубца;  $\Delta S_{(n)}$  – площадь зубца, пронизываемая перпендикулярно вектором магнитной индукции;  $H_{(n)}$  – усредненное значение напряженности магнитного поля по площади зубца;  $\delta_{(n)}$  – усредненная величина воздушного зазора в области зубца (учтена длина двух воздушных зазоров вдоль силовой линии магнитного поля машины);  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [Гн/м] – магнитная проницаемость воздуха;  $F_{(n)}$  – магнитодвижущая сила (МДС) зубцового контура (зубцовой катушки);  $i_S$  – ток зубцовой катушки, в данном случае обмотки статора.

Отношение потокоцепления данного  $n$ -го зубца  $\Psi_{(n)}$  к максимальному значению этого потокоцепления для одного из зубцов  $\Psi_{(N)\max}$  в полюсной зоне обмотки дает относительную величину потокоцепления  $n$ -го зубца  $\Psi_{(n)} / \Psi_{(N)\max} = \Psi_{(n)}^*$ . Магнитодвижущая сила (МДС) зубцовой катушки  $F_{(n)}$

равна произведению числа витков  $w_{(n)}$  на величину тока зубцовой катушки  $i_S$ :  $F_{(n)} = w_{(n)} \cdot i_S$ . Относительная величина МДС зубца рассчитывается аналогично –  $F_{(n)}^* = F_{(n)} / F_{(N)\max} = w_{(n)} / w_{(N)}$ . Для линейной магнитной цепи машины имеем соотношения

$$\begin{aligned} \Psi_{(n)}^* &= \Psi_{(n)} / \Psi_{(N)\max} = \\ &= w_{(n)}^2 \left[ \frac{\Delta S_{(n)}}{2\delta_{(n)}\mu_0} \right] i_S / \{ w_{(N)}^2 \left[ \frac{\Delta S_{(n)}}{2\delta_{(n)}\mu_0} \right] i_S \} = \\ &= w_{(n)}^2 / w_{(N)}^2 = [F_{(n)} / F_{(N)\max}]^2 = F_{(n)}^{*2}. \end{aligned} \quad (2)$$

В полученных выражениях потокоцепление  $\Psi_{(n)}$  зубца пропорционально квадрату МДС. Изменение числа витков обмотки, относящееся к данному зубцу, связано с размещением реальной фазной обмотки секциями по пазам машины [2].

При реальных магнитных свойствах материалов статора и ротора разница в величине падения магнитного напряжения на воздушном зазоре для разных зубцов в зоне одной и той же секции обмотки не превышает нескольких процентов [2]. В случае линейной магнитной цепи машины отношение чисел витков по зубцам может быть заменено отношением числа секций обмотки, которое приходится на пространство данного зубца. Относительная величина магнитного потокоцепления  $\Psi_{(n)}^*$  любого зубца пропорциональна квадрату числа секций обмотки, приходящихся на данный зубец, и может быть представлена как функция угла смещения  $\theta$  вдоль воздушного зазора машины –  $\Psi_{(n)}^* = \Psi^*(n) = \Psi^*(\theta^*)$  или аппроксимирована непрерывными функциями от непрерывного угла смещения,  $\Psi^*(\theta^*) \Rightarrow \Psi^*(\theta)$ .

Усредненное значение магнитной индукции зубца  $B_{(n)}$  распределено вдоль воздушного зазора машины пропорционально МДС зубца  $F_{(n)}$ :

$$\begin{aligned} B_{(n)} &= H_{(n)} / \mu_0 \cong F_{(n)} / (2\delta_{(n)}\mu_0) = \\ &= w_{(n)} \cdot [i_S / (2\delta_{(n)}\mu_0)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Отношение величины магнитной индукции зубца  $B_{(n)}$  к ее наибольшей величине  $B_{(N)\max}$  (относительная величина магнитной индукции  $B_{(n)}^*$ ) в зоне полюса обмотки зависит только от распределения МДС:

$$\begin{aligned} B_{(n)}^* &= B_{(n)} / B_{(N)\max} = w_{(n)} / w_{(N)\max} = \\ &= F_{(n)} / F_{(N)\max} = F_{(n)}^*. \end{aligned} \quad (4)$$

Если суммировать относительные потокоцепления  $\Psi_{(n)}^*$  для всех зубцов на пространстве одного полюсного деления обмотки, то получим относительную величину потокоцепления всей обмотки, например, обмотки фазы  $A$  статора:

$$\Psi_{AA}^* = \sum_{n=1}^{\tau} \Psi_{(n)}^*. \quad (5)$$

Сумма относительных потокоцеплений зуб-

цов  $\Psi_{(n)}^*$  на пространстве полюсного деления  $\tau$ , но уже со смещением на  $g$  зубцов даст относительную величину полного потокосцепления другой такой же по конструкции обмотки, но расположенной со смещением относительно первой обмотки на  $g$  зубцов (измерительная, пробная обмотка):

$$\Psi_{Aa(g)}^* = \sum_{n=1+g}^{\tau+g} \Psi_{(n)}^* \quad (6)$$

Отношение потокосцеплений  $\Psi_{Aa(g)}^* / \Psi_{AA}^* = KSAa(g) \Rightarrow KSAa(\vartheta^*)$  есть коэффициент магнитной связи обмоток в АМ. Оно является основополагающим для изучения распределения магнитных потоков между обмотками АМ.

В частности, если относительно обмотки фазы  $A$  статора сместить измерительную обмотку на  $2/3$  полюсного деления  $\tau$  (на  $120^\circ$  эл.), то измерительная обмотка займет положение обмотки фазы  $B$  статора:

$$\Psi_{AB}^* = \sum_{n=2\tau/3}^{\tau+2\tau/3} \Psi_{(n)}^* \quad (7)$$

Значение коэффициента магнитной связи обмоток фаз  $A$  и  $B$  статора:

$$\Psi_{AB}^* / \Psi_A^* = L_{AB} / L_{AA} = k_{AB} = KSAa(120^\circ) \quad (8)$$

В модели идеализированной АМ используется всегда одна и та же зависимость  $KSAa(\theta^*) = \cos(\theta^*)$  для любой конструкции обмоток.

Магнитный поток, прошедший через воздушный зазор машины, несомненно, достигнет магнитной цепи ротора и обмоток ротора. Следовательно, приведенные выше рассуждения справедливы и для потокосцеплений между обмоткой статора, создавшей магнитное поле машины, и обмотками ротора, т. е. относятся также к магнитным потокам взаимной индукции между обмотками статора и ротора.

Для модели идеализированной АМ относительная величина полного магнитного потокосцепления равна  $\Psi_{Aa(g)}^* / \Psi_{AA}^* = KSAa(g) = \cos(\theta)$ . Поэтому отношение  $KSAa(\vartheta^*)$  к  $\cos(\theta)$  дает величину отличия распределения потокосцепления реальной машины относительно идеализированной АМ:

$$\begin{aligned} FKSR(\theta^*) &= KSAa(\theta^*) / \cos \theta = \\ &= KAA(\theta^*) \Rightarrow KAA(\theta) \end{aligned} \quad (9)$$

Отношение  $KAA(\theta)$  по (9) авторы предложили использовать в качестве поправочной функции к

элементам матрицы взаимных индуктивностей между обмотками статора и ротора в системе уравнений идеализированной (АМ) [14–19]. Значение поправочной функции  $KAA(\theta)$  для угла смещения  $\theta = 120^\circ$  дает величину поправочного коэффициента к элементам матрицы взаимных индуктивностей между обмотками статора, например, между обмотками фаз  $A$  и  $B$  статора:

$$KAA(\theta_{AB}) = KAA(120^\circ) = KSS \quad (10)$$

Аналогичные выражения могут быть получены для взаимных индуктивностей между обмотками фаз фазного ротора. Более точный учет влияния вариантов конструкции короткозамкнутого ротора на модель АМ требует дополнительного рассмотрения и в данной работе не приводится.

### Расчет поправочных функций и поправочных коэффициентов к модели идеализированной асинхронной машины

Ниже как пример методики показаны расчеты поправочных функций и поправочных коэффициентов для машины с двухпериодной обмоткой статора и укороченным шагом при  $Z = 36$ ,  $y = 7$ ,  $\tau = 9$ ,  $2p = 4$ , выполненные в [14]. Раскладка секций обмотки по пазам взята из [2]. Обмотки ротора принимались приведенными к цепи статора и конструктивно подобными обмоткам фаз  $A$ ,  $B$  и  $C$  статора.

Суммирование МДС зубцов в пределах одного полюсного деления обмотки фазы  $A$  статора оказывается эквивалентным (в условных единицах) полному магнитному потоку обмотки фазы  $A$  статора  $\Phi_A^*(\theta)$ :

$$\Phi_A^*(\theta) = \Sigma \Phi_{ZA}^*(n_z) \quad (11)$$

Потокосцепление самоиндукции обмотки фазы  $A$  статора распределено вдоль зазора пропорционально квадрату распределения МДС (индукции) по пазам [14]:

$$\Psi_{ZA}^*(n_z) = (\Phi_{ZA}^*(n_z))^2 \quad (12)$$

Суммирование потокосцеплений  $\Psi_{ZA}^*(n_z)$  всех зубцов полюсного деления (для пазов 1–9) дает относительную величину потокосцепления самоиндукции обмотки фазы  $A$  статора, равную +55 единиц:  $\Psi_A^*(\theta = 0^\circ) = \Sigma \Psi_{ZA}^*(n_z) = 1 \dots 9) = +55$ .

В таблице приведены результаты расчетов потокосцеплений  $\Psi_{Aa}^*(\theta)$  на перемещаемую вдоль зазора машины измерительную обмотку, смещенную относительно обмотки фазы  $A$  статора на  $g$  пазов (на угол  $\theta$  относительно обмотки фазы  $A$  статора) [14]. В таблице приведены также результаты расчетов поправочной функции  $KAA(\theta)$ .

Потокосцепления измерительной обмотки  $\Psi_{Aa}^*(\theta)$  и поправочная функция угла смещения относительно обмотки фазы  $A$  статора  $KAA(\theta)$

№ пазы $g$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\theta,^\circ$ эл.	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$\Psi_{Aa}^*(\theta)$ , усл. ед.	+55	+51	+41	+26	+9	–9	–26	–41	–51	–55
$KAA(\theta)$	1	0,987	0,973	0,945	0,943	0,943	0,946	0,973	0,987	1

Из таблицы видно, что смещение измерительной обмотки на угол  $\theta = 120^\circ$  относительно обмотки фазы  $A$  статора приведет к тому, что на пространство одного полюсного деления, где расположена обмотка фазы  $B$  статора, поступит только часть магнитного потока, равная  $\Psi_{Aa}^*(120^\circ) = -26$  единиц. Следовательно, коэффициент взаимной индуктивной связи обмотки фазы  $B$  статора с обмоткой фазы  $A$  статора составит  $k_{AB} = KSAa(120^\circ) = \Psi_{Aa}^*(120^\circ) / \Psi_{Aa}^*(0^\circ) = -26 / +55 = -0,4727$ .

По методу ПВК (для идеализированной модели АМ) коэффициент взаимной индуктивной связи обмотки фазы  $A$  и фазы  $B$  статора равен точно  $\cos(120^\circ) = -0,5$ .

Из таблицы видно, что магнитное потокосцепление фазы  $A$  статора реальной АМ (для рассматриваемого типа обмотки) проектируется на другие направления обмоток статора (и ротора) довольно близко к идеализированной АМ.

Поправочная функция  $KAA(\theta)$  позволяет путем умножения на функцию  $\cos(\theta)$  получить элементы матрицы индуктивностей  $KSAa(\theta)$  для реальной АМ:

$$[L_{12K}] = L_{1m} \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) \cdot K1 & \cos(\vartheta + 120^\circ) \cdot K2 & \cos(\vartheta - 120^\circ) \cdot K3 \\ \cos(\vartheta - 120^\circ) \cdot K3 & \cos(\vartheta) \cdot K1 & \cos(\vartheta + 120^\circ) \cdot K2 \\ \cos(\vartheta + 120^\circ) \cdot K2 & \cos(\vartheta - 120^\circ) \cdot K3 & \cos(\vartheta) \cdot K1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Здесь обозначены:  $KAA(\theta) = K1$ ,  $KAA(\theta + 120^\circ) = K2$ ,  $KAA(\theta - 120^\circ) = K3$ .

Значения поправочной функции  $KAA(\theta)$  при  $\theta = 2\pi/3$  и при  $\theta = 4\pi/3$  дают поправочные коэффициенты  $KSS$ . Они учитываются в уточненной матрице индуктивностей и взаимных индуктивностей обмоток статора ( $KSS = KAB = KBA = KAC = KCA = KBC = KCB = KAA(120^\circ) = 0,946$ ) в системе уравнений модели идеализированной АМ с целью приведения ее к матрице взаимных индуктивностей для реальной машины [14]:

$$[L_{1K}] = L_{1m} \begin{bmatrix} 1 + k_{1\sigma} & -0,5 \cdot KAB & -0,5 \cdot KAC \\ -0,5 \cdot KBA & 1 + k_{1\sigma} & -0,5 \cdot KBC \\ -0,5 \cdot KCA & -0,5 \cdot KCB & 1 + k_{1\sigma} \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$[L_{1K}] = L_{1m} ([1] \cdot k_{1\sigma} + [K_{MSS} \cdot KSS]).$$

Для шаблонной обмотки вразвалку при  $Z = 24$ ,  $p = 2$ ,  $q = 4$ ,  $\tau = 12$ ,  $y = 10$  (1–11) поправочный коэффициент равен  $KSS = 0,889$ , а для двухслойной обмотки при  $Z = 24$ ,  $2p = 4$ ,  $q = 2$  поправочный коэффициент равен  $KSS = 0,842$ . Расчеты для этих обмоток подтверждают выводы, полученные из вышеприведенного анализа магнитных потоков двухпериодной обмотки с укороченным шагом при  $Z = 36$ ,  $y = 7$ ,  $\tau = 9$ ,  $2p = 4$ . Последняя имеет наилучшее из анализированных обмоток распределение магнитной индукции, приближающееся к синусоидальному [14].

Поправочные коэффициенты к матрице взаимных индуктивностей между обмотками фазного ротора могут быть вычислены по той же методике, которая использована выше для обмоток статора. Для короткозамкнутого ротора можно предположить, что распределенные одновитковые короткозамкнутые обмотки ротора в результате приведения цепи ротора к цепи статора получат распределение магнитных потоков, подобное обмотке статора.

В [14] приведены также расчетные (относительные) значения для производной от потокосцепления обмотки фазы  $A$  статора по углу поворота ротора относительно статора  $d\Psi_{Aa}^*(\theta) / d\theta$ . Производная от взаимных индуктивностей между обмотками статора и ротора используется в уравнениях АМ для расчета момента вращения, например, в системе MATLAB/Simulink.

В модели идеализированной АМ производная от коэффициентов взаимных индуктивных связей между обмотками статора и ротора для любого типа обмоток одинакова –  $d\Psi_{Aa}^*(\theta) / d\theta = \sin(\theta)$ .

Отношение  $KMAa(\theta) = (d\Psi_{Aa}^*(\theta) / d\theta) / \sin(\theta)$  предложено авторами в качестве поправочной функции к элементам матрицы производных от взаимных индуктивностей между обмотками статора и ротора в модели идеализированной АМ [14–19] (15):

$$\frac{d}{d\vartheta} [L_{12}] = L_{1m} \begin{bmatrix} -\sin(\vartheta) \cdot KM1 & -\sin(\vartheta + 120^\circ) \cdot KM2 & -\sin(\vartheta - 120^\circ) \cdot KM3 \\ -\sin(\vartheta - 120^\circ) \cdot KM3 & -\sin(\vartheta) \cdot KM1 & -\sin(\vartheta + 120^\circ) \cdot KM2 \\ -\sin(\vartheta + 120^\circ) \cdot KM2 & -\sin(\vartheta - 120^\circ) \cdot KM3 & -\sin(\vartheta) \cdot KM1 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

В (15) обозначено:  $KMAa(\theta) = KM1$ ,  $KMAa(\theta + 120^\circ) = KM2$ ,  $KMAa(\theta - 120^\circ) = KM3$ .

В системах частотного управления для расчета момента вращения АМ используются различные произведения ортогональных составляющих векторов токов и магнитных потоков двухфазной модели машины [1]. Учет конструкции обмоток в этом случае следует производить при преобразовании токов и напряжений трехфазной машины в эквивалентную двухфазную машину.

Как показало моделирование в системе MATLAB, даже небольшое уточнение коэффициентов связи обмоток оказывает заметное влияние на электромагнитные и электромеханические процессы в АМ [14, 18].

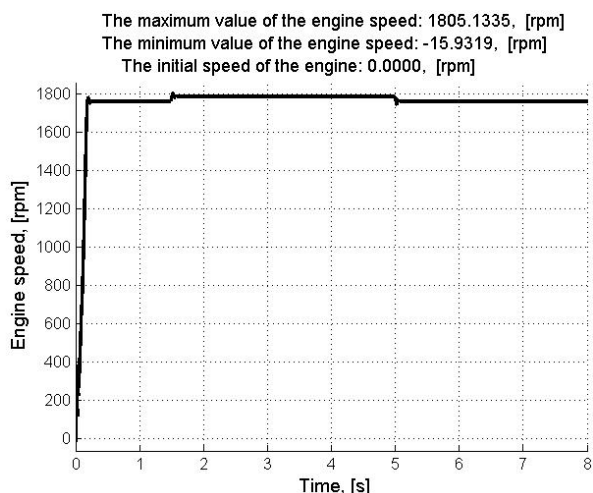


Рис. 1

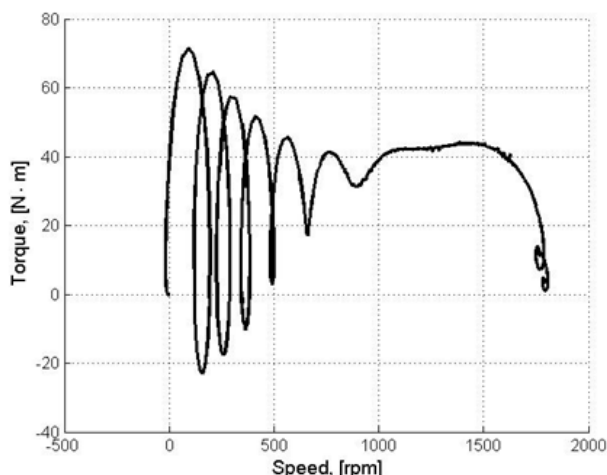


Рис. 2

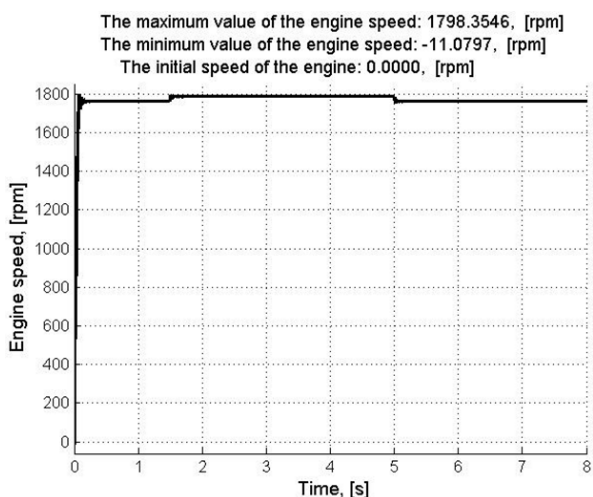


Рис. 3

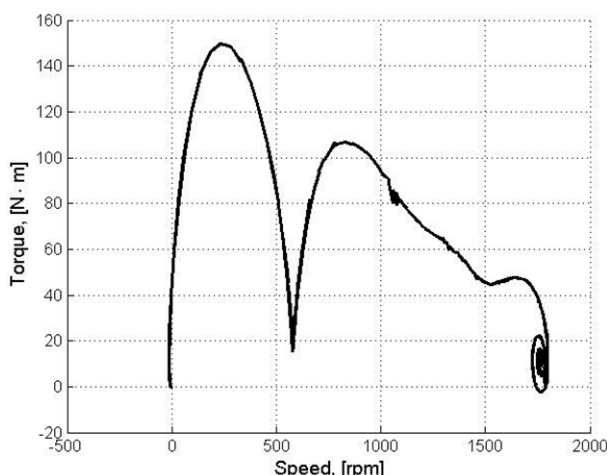


Рис. 4

Ниже приведены новые результаты моделирования в среде MATLAB. На рис. 1. показан график скорости, а на рис. 2 показана динамическая механическая характеристика для идеализированной модели асинхронного электродвигателя при прямом пуске от сети частотой 60 Гц под нагрузкой с последующим сбросом и набросом нагрузки. Для сравнения результатов условия моделирования взяты, как указано в [10].

На рис. 3 и 4 показаны аналогичные рис. 1 и 2 графики той же машины, в уравнения индуктивностей статора и ротора которой авторами введены поправочные коэффициенты  $KSS = 0,946$  и  $KRR = 0,946$ .

Сравнение графиков показывает, что процессы в идеализированной асинхронной машине и в реальной машине могут существенно отличаться. Еще большее влияние оказывает использование в модели АМ поправочных функций.

Распределение магнитной индукции в зазоре машины, создаваемое при питании обмоток статора от инвертора напряжения, также отражается на

форме распределении токов в обмотках ротора. Анализ этого распределения с учетом вращения ротора требует отдельного рассмотрения и здесь не приводится.

### Система частотного управления с учетом поправок к модели асинхронной машины

Примером применения предлагаемых поправочных функций и поправочных коэффициентов может быть устройство управления электромагнитным моментом асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, питающегося от автономного инвертора напряжения, в котором используются полностью управляемые транзисторы IGBT [20].

На рис. 5 приведена обобщенная структурная схема этого асинхронного электропривода с векторным управлением. Здесь обозначены [20]: 1 – релейный регулятор электромагнитного момента (РРЭМ); 2 – релейный регулятор потокосцепления статора (РПС); 3 – автономный инвертор напряжения (АИН); 4 – задатчик интенсивности (ЗИ)

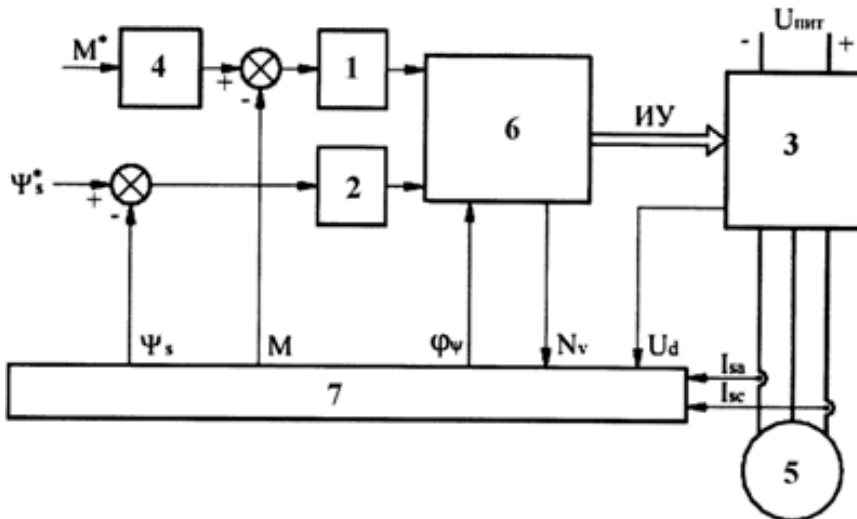


Рис. 5

нарастания момента (рывка); 5 – асинхронный двигатель (АД); 6 – блок установки положения вектора напряжения статора; 7 – вычислитель переменных.

Принцип работы устройства по рис. 5 подробно описан в патенте [20]. Эффективность описанного алгоритма управления приводом обеспечивается высоким быстродействием релейных регуляторов, точностью обратных связей системы регулирования, а также зависит от точности самой модели АМ.

Математическая модель АМ отражена в применяемых математических операциях обработки входных величин: мгновенных значений токов фаз статора, напряжения цепи постоянного тока инвертора напряжения, а также в алгоритме работы ключей (транзисторов) инвертора напряжения.

Для АМ с несинусоидальным распределением магнитной индукции следует применять модифицированные преобразования векторов на комплексной плоскости (М-ПВК) с использованием поправочных функций и поправочных коэффициентов к преобразованиям Э. Кларк и Р. Парка [14–19].

Вычисление проекций вектора тока статора на оси неподвижной системы координат  $(\alpha, \beta)$  производится по модифицированному преобразованию Э. Кларк:

$$\begin{cases} i_{S\alpha M} = K A a(0) \cdot i_{SA} - K A a(\pi/3) \cdot \frac{i_{SB} + i_{SC}}{2}; \\ i_{S\beta M} = \frac{\sqrt{3}}{2} K A a(\pi/6) \cdot (i_{SB} - i_{SC}). \end{cases} \quad (16)$$

Вычисление проекций вектора выходного напряжения автономного инвертора напряжения 3 на оси неподвижной системы координат  $(\alpha, \beta)$  следует производить с помощью модифицированных поправочными функциями коммутационных функций  $S1_M, \dots, S6_M$ :

$$\begin{aligned} u_{S\alpha M} &= u_d [S_{aM}^* - (S_{bM}^* + S_{cM}^*)]; \\ u_{S\beta M} &= u_d (S_{bM}^* + S_{cM}^*). \end{aligned} \quad (17)$$

Затем вычисляют проекции вектора потокосцепления статора на оси неподвижной системы координат  $(\alpha, \beta)$  с модифицированными значениями проекций векторов по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \Psi_{S\alpha M} &= \int (u_{S\alpha M} - i_{S\alpha M} R_s) dt; \\ \Psi_{S\beta M} &= \int (u_{S\beta M} - i_{S\beta M} R_s) dt. \end{aligned} \quad (18)$$

Далее вычисляют текущее модифицированное значение модуля вектора потокосцепления статора:

$$\Psi_{S\alpha M} = \sqrt{(\Psi_{S\alpha M})^2 + (\Psi_{S\beta M})^2}. \quad (19)$$

Затем вычисляют текущее значение модуля электромагнитного момента с использованием модифицированных величин по выражению

$$M_{EM} = \frac{3}{2} p_1 (\Psi_{S\alpha M} i_{S\beta M} - \Psi_{S\beta M} i_{S\alpha M}). \quad (20)$$

Текущее модифицированное значение угла вектора потокосцепления статора вычисляют по выражению

$$\phi_\Psi = \arccos(\Psi_{S\beta M} / \Psi_{S\alpha M}) \quad (21)$$

В некоторых системах частотного управления используют векторы машины в системе координат  $(d, q)$ , неподвижной относительно ротора. В этих случаях необходимо применить модифицированное преобразование Р. Парка [17]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{dqM} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_{dM} \\ i_{qM} \end{bmatrix} = P^M \cdot \begin{bmatrix} i_{\alpha\beta M} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} K A a(\theta) \cdot \cos \theta & K A a(\theta - \pi/2) \cdot \sin \theta \\ -K A a(\theta + \pi/2) \cdot \sin \theta & K A a(\theta) \cdot \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{S\alpha M} \\ i_{S\beta M} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

Приведенный способ управления электромагнитным моментом асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором необходим в электроприводе механизма поворота экскаватора,

где рывки (удары) опасны для механизмов [20]. Для других приводов с частотным управлением применение поправочных функции и поправочных коэффициентов будет аналогичным изложенному.

### Заключение

1. В статье показано применение модифицированного метода зубцовых контуров для расчета распределения магнитной индукции в зазоре асинхронных электродвигателей с реальными конструкциями обмоток.

2. Показано на примере трехфазной петлевой двухпериодной обмоткой статора с укороченным шагом  $-Z = 36, p = 2, m = 3, y = 7, q = 3$  отклонение от синусоидальной формы распределения магнитной индукции в зазоре асинхронной машины.

3. Рассмотрено несоответствие несинусоидальной формы распределения магнитной индукции в зазоре у реальных асинхронных машин преобразованиям Э. Кларк и Р. Парка, основанным на синусоидальной форме этого распределения.

4. Авторами предложены модифицированные преобразования Э. Кларк и Р. Парка с использованием поправочных функций и поправочных коэффициентов, пригодные для учета конструкции обмоток в системах частотного управления с реальными асинхронными машинами. Разработан программный комплекс на языке Visual C# для расчета поправочных функций и поправочных коэффициентов.

5. Использование поправочных функций и поправочных коэффициентов не требует переработки созданных ранее систем частотного управления асинхронной машиной. Показан пример такого использования для частотного асинхронного привода поворота экскаватора.

6. Авторы надеются, что широкое обсуждение и применение результатов проведенного исследования окажется полезным для совершенствования систем частотного управления электрическими машинами.

### Литература

1. Копылов, И.П. *Математическое моделирование электрических машин: учеб. для студентов вузов / И. П. Копылов.* – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.

2. Иванов-Смоленский, А.В. *Электрические машины: учеб. для вузов: в 2 т. / А.В. Иванов-Смоленский.* – М.: Издат. дом МЭИ, 2006. – Т. 2. – 532 с.

3. Козьярук, А.Е. *Современное и перспективное алгоритмическое обеспечение частотно-регулируемых электроприводов / А.Е. Козьярук, В.В. Рудаков; под ред. А.Г. Народицкого.* – СПб.: Санкт-Петербургская Электротехническая компания, 2004. – 127 с.

4. Герман-Галкин, С.Г. *Компьютерное моделирование полупроводниковых систем / С.Г. Герман-Галкин.* – СПб.: КОРОНА принт, 2001.

5. Шрейнер, Р.Т. *Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р.Т. Шрейнер.* – Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.

6. Труды VII Международной научно-технической конференции по автоматизированному электроприводу. – Иваново: ФГБОУ ВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина», 2012. – 708 с.

7. *Mathematical Model of Asynchronous Machine in MATLAB Simulink / A. Ansari et al. // International Journal of Engineering Science and Technology.* – 2010. – Vol. 2 (5). – P.1260–1267.

8. *Dynamic Induction Machine Model Accounting for Stator and Rotor Slotting / G. Joksimovic, J. Riger, T. Wolbank et al. // XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM 2012).* – Marseille, France (2–5 September 2012). – P. 207–213. DOI: 10.1109/ICEMach.2012.6349865

9. *Serrano-Iribarnegaray, L. Critical Review of the Modified Winding Function Theory / L. Serrano-Iribarnegaray, P. Cruz-Romero, and A. Gomez-Exposito // Progress in Electromagnetics Research.* – 2013 – Vol. 133. – pp. 515–534. DOI: 10.2528/PIER12091301

10. *Mahmoud Riaz. Simulation of Electric Machine and Drive Systems Using Matlab and Simulink / Riaz Mahmoud // University of Minnesota.* – <http://www.ece.umn.edu/users/riaz/macsim/info.pdf> (дата обращения: 23.04.2015).

11. *Vector Control of Induction Machines, Power Systems / B. Robyns et al. // Springer-Verlag London, 2012.* DOI: 10.1007/978-0-85729-901-7\_2

12. *Multiple Coupled Circuit Modeling of Induction Machines / X. Luo, Y. Liao, H.A. Toliyat, A. El-Antably, and T.A. Lipo // IEEE Transactions on Industry Applications.* – 1995. – Vol. 31, no. 2. – P. 311–319. DOI: 10.1109/28.370279

13. *Метод зубцовых контуров и его применение: лаборатор. практикум по курсу «Универсальные методы расчета полей и процессов в электрических машинах» / В.И. Гончаров, В.А. Кузнецов, В.Г. Фисенко, С.В. Ширинский // Моск. энергет. ин-т (МЭИ ТУ).* – М.: Изд-во МЭИ, 1998. – 24 с.

14. *Захаржевский, О.А. О модели асинхронной машины / О.А. Захаржевский; Мордов. гос. ун-т. – Саранск, 2013. – 37 с. – Деп. рук. ВИНТИ, № 122-В 2013 от 07.05.2013.*

15. *Захаржевский, О.А. [Refined Model of Induction Machines] / О.А. Захаржевский, В.В. Афонин // Сборник научных трудов SWorld. – Одесса: КУПРИЕНКО, 2013. – Вып. 2, т. 8. – С. 34–36.*

16. *Захаржевский, О.А. Отображение конструкции обмоток в модели асинхронной машины / О.А. Захаржевский, С.А. Панфилов // Сборник научных трудов SWorld. – Вып. 2, т. 8. – Одесса: КУПРИЕНКО, 2013. – С. 36–39.*

17. Захаржевский, О.А. *Amendments Clarke's and Park's Transformations According to the Layout of Three-Phase Stator Windings* / О.А. Захаржевский, В.В. Афонин // Сборник научных трудов SWorld. – Вып. 2, т. 3. – Одесса: КУПРИЕНКО, 2014. – С. 34–38.

18. Захаржевский, О.А. Учет конструкции обмоток асинхронной машины при моделировании в MATLAB / О.А. Захаржевский, В.В. Афонин // Международный научно-теоретический журнал «Электронное моделирование» / НАН Украины, Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова. – Киев: Техніка, № 4/36, 2014. – С. 101–116.

19. Захаржевский, О.А. Программный комплекс для моделирования пуска асинхронной машины от сети / О.А. Захаржевский, В.В. Афонин // XLIII Огаревские чтения: материалы науч. конф. В 3 ч. Ч. 1: Технические науки. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2014. – С. 124–129.

20. Пат. 2476982. Российская Федерация. Способ управления электромагнитным моментом асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором / А.Е. Козярук, Б.Ю. Васильев; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный горный университет» – № 2011132450/07; заявл. 01.08.2011; опубл. 27.02.2013, Бюл. № 6. – 12 с.

**Захаржевский Олег Александрович**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Теоретическая и общая электротехника», Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, г. Саранск; zakol39@mail.ru, zakolal@yandex.ru.

**Афонин Виктор Васильевич**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Автоматизированные системы обработки информации и управления», Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, г. Саранск; vvafonin53@yandex.ru, afoninvv@fet.mrsu.ru.

Поступила в редакцию 15 мая 2015 г.

DOI: 10.14529/power150411

## METHODS AND ALGORITHMS TO ACCOUNT THE DESIGN OF WINDINGS OF ASYNCHRONOUS MACHINE IN FREQUENCY ELECTRIC DRIVES

**O.A. Zakhazhevskiy**, zakol39@mail.ru, zakolal@yandex.ru,  
**V.V. Afonin**, vvafonin53@yandex.ru, afoninvv@fet.mrsu.ru  
Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russian Federation

The reason for writing this article was that the researchers use always the one same mathematical model of the induction machine in the frequency control systems, the model of idealized machine with a sinusoidal distribution of the magnetic flux density in the air gap.

Authors conducted the calculation distribution of magnetic induction in the gap of induction machine by the tooth contours method and found deviations from the sinusoidal distribution. Simulation of induction motor start in MATLAB showed noticeable effect even a small non-sinusoidal distribution of the magnetic induction in the electrical and electromechanical processes electric drive

Authors suggested a modified method for transforming vector currents, magnetic fluxes, taking into account the actual structure of the windings of the asynchronous machine. On this basis has been developed a software package in Visual C# language for calculation of the correction functions and for simulation starting of asynchronous machine.

The method proposed does not require rework of frequency control systems.

Just add the correction function and the coefficients obtained by the authors in modified Clarke and Park transformations in frequency control system of induction machine.

Authors proposed method can be useful for the analysis of processes in the three-phase synchronous cylindrical rotor machines, dual power supply machines, as well as other tasks

*Keywords: modified Clarke and Park transformations; effect of design of windings; frequency control of induction motor.*

### References

1. Kopylov I.P. *Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh mashin* [Mathematical Modeling of Electrical Machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001. 327 p.



2. Ivanov-Smolenskiy A.V. *Elektricheskie mashiny* [Electrical Machines]. Moscow, MPEI Publ., 2006. 532 p.
3. Kozyaruk A.E., Rudakov V.V. *Sovremennoe i perspektivnoe algoritmicheskoe obespechenie chastotno-reguliruemyykh elektroprivodov* [Current and Future Algorithmic Support Variable Frequency Drives], Saint-Petersburg Electrotechnical Company Publ., 2004. 127 p.
4. German-Galkin S.G. *Komp'yuternoe modelirovanie poluprovodnikovyykh sistem* [Computer Simulation of Semiconductor Systems], St. Petersburg, KORONA print Publ., 2001.
5. Shreyner R.T. *Matematicheskoe modelirovanie elektroprivodov peremennogo toka s poluprovodnikovymi preobrazovatelyami chastoty* [Mathematical Modeling of AC Drives with Solid-State Frequency Converters]. Ekaterinburg, URO RAN Publ., 2000. 654 p.
6. *Trudy VII Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii po avtomatizirovannomu elektroprivodu* [Proceedings of the VII International Scientific and Technical Conference on Automated Electric Drive]. Ivanovo, Ivanovo State Power University Publ, 2012. 708 p.
7. Ansari A. et. al. Mathematical Model of Asynchronous Machine in MATLAB Simulink. *International Journal of Engineering Science and Technology*, 2010, vol. 2 (5), pp. 1260–1267.
8. Joksimovic G., Riger J., Wolbank T., Peric N., Vasak M., Stojcic G., Lesic V. Dynamic Induction Machine Model accounting for Stator and Rotor Slotting, *XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM 2012)*, Marseille, France (2–5 September 2012), pp. 207–213. DOI: 10.1109/ICEIMach.2012.6349865
9. Serrano-Iribarnegaray L., Cruz-Romero P., and Gomez-Exposito A. Critical Review of the Modified Winding Function Theory. *Progress In Electromagnetics Research*, 2013, vol. 133, pp. 515–534. DOI: 10.2528/PIER12091301
10. Mahmoud Riaz. Simulation of Electric Machine and Drive Systems Using Matlab and Simulink, University of Minnesota. Available at: <http://www.ece.umn.edu/users/riaz/macsim/info.pdf> (accessed 23.04.2015).
11. Robyns B. et al. Vector Control of Induction Machines. *Power Systems*, Springer-Verlag London, 2012. DOI: 10.1007/978-0-85729-901-7\_2
12. Luo X., Liao Y., Toliyat H.A., El-Antably A., and Lipo T.A. Multiple Coupled Circuit Modeling of Induction Machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1995, vol. 31, no. 2, pp. 311–319. DOI: 10.1109/28.370279
13. Goncharov V.I., Kuznetsov V.A., Fisenko V.G., Shirinskiy S.V. *Metod zubtsovykh konturov i ego primeneniye: Laboratornyy praktikum po kursu "Universal'nye metody rascheta poley i protsessov v elektricheskikh mashinakh"* [The Method of Tooth Contours and its Application: Laboratory Workshop on the Course "Universal Method for Calculating Fields and Processes in Electrical Machines"]. Moscow, MPEI Publ, 1998. 24 p.
14. Zaharzhhevskii O.A. *O modeli asinhronnoy mashiny*. [About the Model of Induction Machine]. Saransk, Mordovia State University, VINITI Publ., no. 122-V 2013 in 07.05.2013. 37 p.
15. Zakhazhevskiy O.A., Afonin V.V. [Refined Model of Induction Machines]. *Sbornik nauchnykh trudov SWorld*. Odessa, KUPRIENKO Publ., 2013, iss. 2, vol. 8, pp. 34–36.
16. Zakhazhevskiy O.A., Panfilov S.A. [Displays the Design of Windings in the Model of Asynchronous Machine]. *Sbornik nauchnykh trudov SWorld*. Odessa, KUPRIENKO Publ., 2013, iss. 2, vol. 8, pp. 36–39. (in Russ.)
17. Zakhazhevskiy O.A., Afonin V.V. [Amendments Clarke's and Park's Transformations According to the Laout of Three-Phase Stator Windings]. *Sbornik nauchnykh trudov SWorld*. Odessa, KUPRIENKO Publ., 2014, iss. 2, vol. 3, pp. 34–38. (in Russ.)
18. Zakhazhevskiy O.A., Afonin V.V. [Accounting for Design Winding Induction Machine in the Simulation in MATLAB]. *Mezhdunarodnyy nauchno-teoreticheskyy zhurnal "Elektronnoe modelirovanie" NAN Ukrainy, Institut problem modelirovaniya v energetike im. G.E. Pukhova*. Kiev, 2014, no. 4/36, pp. 101–116. (in Russ.)
19. Zakhazhevskiy O.A., Afonin V.V. [The Programme Complex for the Modeling Starting Induction Motor from the Network]. *XLIII Ogarevskie chteniya: materialy nauch. konf. V 3 ch. Ch. 1: Tekhnicheskije nauki*. Saransk, Mordoviya State University Publ, 2014. 332 p., pp. 124–129. (in Russ.)
20. Kozyaruk A.E., Vasil'ev B.Yu. *Sposob upravleniya elektromagnitnym momentom asinkhronnogo elektrodvigatelya s korotkozamknutym rotorom* [Control Method Torque Asynchronous Motors with Squirrel-Cage Rotor]. Patent RF 2476982, no. 2011132450/07; decl. 01.08.2011; publ. 27.02.2013, Bul. no. 6. 12 p.

Received 15 May 2015

---

### ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Захаржевский, О.А. Методы и алгоритмы учета конструкции обмоток асинхронных машин в системах частотного электропривода / О.А. Захаржевский, В.В. Афонин // Вестник ЮУрГУ. Серия «Энергетика». – 2015. – Т. 15, № 4. – С. 74–82. DOI: 10.14529/power150411

### FOR CITATION

Zakhazhevskiy O.A., Afonin V.V. Methods and Algorithms to Account the Design of Windings of Asynchronous Machine in Frequency Electric Drives. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering*, 2015, vol. 15, no. 4, pp. 74–82. (in Russ.) DOI: 10.14529/power150411