

01.02.06

Δ 142

КОНТРОЛЬНЫЙ  
ЭКЗЕМПЛЯР

На правах рукописи



Дадаев Сергей Григорьевич

**РАЗРАБОТКА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ И МЕТОДОВ РАСЧЕТА  
ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОФИЛИРОВАННЫХ  
СПИРАЛЬНЫМИ КАНАВКАМИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ОПОР**

Специальности: 01.02.06 – “Динамика; прочность машин,  
приборов и аппаратуры”;

01.02.05 – “Механика жидкости, газа и плазмы”

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

доктора технических наук

Челябинск

2002

Работа выполнена в Южно-Уральском государственном университете.

Научный консультант—доктор технических наук, профессор Лысов А.Н.

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор Емельянов А.В.;  
доктор технических наук, профессор Прокопьев В.Н.;  
доктор технических наук, профессор Харламов С.А.


Ведущая организация—акционерное общество открытого типа “Московский институт электромеханики и автоматики”.

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2002 г., в \_\_\_\_\_ часов, на заседании диссертационного совета Д212.298.02 Южно-Уральского государственного университета: 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, телетайп: 124/234: ГРОМ, телефакс (3512) 399900, телефон (2512) 399900, E-mail: admin@urc.ac.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан “ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2002 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор технических наук, профессор

 Чернявский А.О.

# ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Применение подшипников скольжения в технических устройствах является во многих случаях единственной возможностью обеспечить надежную работу узлов трения машин, приборов и механизмов.

С развитием техники усложнялись требования к смазкам, применяемым в подшипниках скольжения. Требование надежной работы при высоких температурах и скоростях скольжения заставило ученых и инженеров обратить внимание на такое смазочное вещество, как газ (в частности, воздух). Газы, во-первых, обладают высокой химической и физической стабильностью при высоких температурах, чего нельзя сказать о жидких смазках. Во-вторых, газы обладают меньшей вязкостью, чем жидкости, что позволяет существенно увеличить относительные скорости скольжения без значительного увеличения потерь мощности на преодоление вязкого трения. В-третьих, газовая смазка обладает экологической чистотой—требование всё более настоятельно предъявляемое жизнью.

Первые экспериментальные и теоретические исследования свойств подшипников скольжения с газовой смазкой опубликованы в 1897 и 1913 годах. Но теория газовой смазки, как научное направление, начала формироваться в середине двадцатого столетия в связи с потребностями приборостроения, прецизионного станкостроения и атомной энергетики. В сороковые и пятидесятые годы прошлого столетия подшипники скольжения с газовой смазкой стали находить применение в интенсивно развивавшихся ядерной энергетике, криогенной технике, технике ЭВМ, точном станкостроении, приборостроении. В последние 30 лет подшипники скольжения с газовой смазкой начали применяться в пищевой, текстильной, газовой промышленности, заменяя там, где это возможно, подшипники качения.

Значительный вклад в развитие газовой смазки внесли отечественные и зарубежные ученые: Аусман (Ausman J.S.), Баласаньян В.С., Белоусов А.И., Болдырев Ю.Я., Бургвиц А. Г., Бургдорфер (Burgdorfer A.), Брагин А.Н., Галахов М.А., Гаррисон (Harrison W.J.), Григорьев Б.С., Гросс (Gross W.A.), Дроздович В.Н., Емельянов А.В., Жедь В.П., Заблоцкий Н.Д., Завьялов Г.А., Каstellи (Castelli V.), Карпов В.С., КонстантINESКУ (Constantinescu V.N.), Котляр Я.Н., Коровчинский М.В., Левина Г.А., Лойцянский Л.Г., Лохматов А.А., Лучин Г.А., Пешти Ю.В., Пинегин С.В., Поспелов Г.А., Пэн (Пап С.Н.Т.), Сергеев С.И., Сипенков И.Е., Слэзкин Н.А., Снопов А.И., Степанянц Л.Г., Табачников Ю.Б., Типей (Tipei N.), Уилдмен (Wildman M.), Уиппл (Whipple R.T.P.), Усов П.П., Харламов С.А., Шейнберг С.А., Шидловский В.П., Шишеев М.Д., Элрод (Elrod H.G.), Яковлев И.В. и другие.

В России изучением и разработкой подшипников скольжения с газовой смазкой занимаются уже более 50 лет. Фундамент этих работ заложен в докторской диссертации С.А. Шейнберга в 1949 г. Она не потеряла своей актуальности и сегодня. За последние 50 лет в России, США, Англии, ФРГ, Японии и других странах разработано большое число конструкций машин и приборов с опорами на газовой смазке. Это стало возможным благодаря развитию теории, созданию стационарных и нестационарных моделей для расчета характеристик таких опор и механических систем, где они используются.

В гироскопических приборах используются газодинамические опоры (ГДО) скольжения со спиральными микроканавками. Такие опоры при определенных условиях могут иметь характеристики лучшие, чем гладкие газодинамические подшипники и подшипники с другими формами профиля на поверхностях вала или втулки.

В большинстве гироскопических приборов жесткость газового слоя на рабочих оборотах ротора должна проектироваться настолько большой, чтобы для расчетных нагрузок ротор мог смещаться и совершать движения в малой окрестности соосного положения. Только в этом случае, в силу линейной зависимости смещений от приложенных нагрузок, можно обеспечить выполнение условия инвариантности уходов к действующим ускорениям [1] и повысить точность гироскопических приборов. Требование минимальной угловой скорости "всплытия" ротора также приводит к большим жесткостям смазочного слоя и малым смещениям оси ротора от соосного положения. В силу указанных требований роторная система гироскопического прибора оказывается легко нагруженной.

При расчетах ГДО недостаточно выполнить расчет только в стационарном режиме гидродинамического трения. Необходимо также обеспечить виброустойчивость роторной системы на газовом слое. Это требование влечет за собой необходимость в большом запасе устойчивости равновесного положения такой системы.

Если ротор вращается на двух газодинамических опорах Т-образной конструкции, в поплавковом гироскопе после сборки гироузла иногда наблюдается повышенный уровень угловых колебаний поплавок и ухудшение точности прибора. Повышенный уровень колебаний может привести к быстрому износу и разрушению газодинамических опор. Необходимо снизить уровень этих колебаний до минимальных значений.

Возникает проблема моделирования динамики таких конструкций и формирования на этой основе рекомендаций способных улучшить их динамические свойства. Особенностью их динамики является характер движения тел системы. Необходимо рассматривать не только поступательные движения тел, но и угловые (сферические) движения.

Преимущества газодинамических опор со спиральными канавками

послужили причиной развития нескольких теорий расчета их статических и динамических характеристик. Несмотря на их несомненную ценность, в настоящее время они не удовлетворяют в достаточной мере запросам практики, так как не позволяют с достаточной точностью и минимальными затратами получить необходимые результаты по устойчивости движения и динамическим свойствам легко нагруженных роторных систем поплавковых гироскопов и других более сложных роторных систем.

Отсутствуют открытые публикации, которые свидетельствовали бы о разработке прямых численных методов и программ для решения нестационарного уравнения Рейнольдса у газодинамических опор со спиральными канавками и которые позволяли бы решать задачи динамики сложных роторных систем. Поэтому на данном этапе исследований остается актуальной задача изучения динамики роторных систем с использованием аналитико-численных подходов к решению нестационарного уравнения Рейнольдса и задача совершенствования этих подходов.

Выше сказанное определило *цель работы*: на основе обобщения результатов исследований за предшествующий период, разработать теоретические основы и методы расчета динамических характеристик ГДО различных типов и геометрий, а также динамики легко нагруженных роторных систем, использующих эти опоры, свободные от как можно большего числа ограничений на величины геометрических параметров опор и на параметр сжимаемости.

Цель достигается решением следующих основных задач:

- обосновать нестационарные математические модели для давления в смазочном слое ГДО со спиральными канавками различных типов и геометрий, которые без упрощений учитывали бы влияние всех геометрических параметров опор, в том числе количества канавок и любой величины параметра сжимаемости;
- разработать единую методику, технику и алгоритмы расчёта поля давления в смазочном слое для различных ГДО, как при стационарном, так и при нестационарном течении смазки;
- разработать модели динамики роторных систем с ГДО различных конструкций в применении к приборостроению и, в частности, к гироскопии, позволяющие вести расчеты устойчивости соосного равновесного положения системы и её движений в малой окрестности этого положения под действием широкого класса малых периодических возмущений;
- выполнить оценки точности полученных теоретических результатов, сравнивая их с известными экспериментальными данными, а также с известными результатами других исследователей;
- разработать программные комплексы для расчетов: давления в смазочном слое ГДО со спиральными канавками при стационарном и

нестационарном течении смазки; интегральных характеристик смазочного слоя (несущих способностей, жесткостей, передаточных функций); устойчивости соосного равновесного положения гироузлов и их амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) для широкого класса периодических возмущений.

Работа выполнена автором на кафедре "Приборостроение" ("Тироскопические приборы и устройства") ЮУрГУ (ЧГТУ, ЧПИ).

*Научную новизну работы* составляют:

- операторы преобразования и преобразованное этими операторами уравнение для давления в смазочных слоях ГДО с подвижными профилированными поверхностями в произвольных ортогональных координатах, которое включает в себя в явном виде параметры сжимаемости, числа спиральных канавок на обеих подвижных поверхностях, и число Кнудсена, с помощью которого учитывается проскальзывание первого порядка;
- уравнения для давления в смазочных слоях парциальных ГДОП (ГДО с подвижной (вращающейся) профилированной поверхностью и неподвижной гладкой) и ГДОН (ГДО с неподвижной профилированной поверхностью и вращающейся гладкой), а также бинарных ГДО (ГДО с двумя подвижными, профилированными поверхностями), включающие быстрые и медленные переменные;
- анализ преобразованных уравнений, показавший необходимость учитывать особенности решений уравнений для давления в смазочном слое ГДО со спиральными канавками при малых, средних и больших значениях параметра сжимаемости;
- методика и техника решения основного уравнения для давления в смазочном слое ГДОП, позволяющая получить сращиваемыми асимптотическими разложениями во внешней области и в пограничных слоях, в нулевом и первом приближениях, для малых и средних значений параметра сжимаемости с использованием оператора осреднения по быстрой переменной более простые, чем исходные, уравнения, а на их основе уравнения возмущенного давления при движении деталей подшипника в окрестности равновесного положения;
- алгоритмы и программы для расчёта передаточных функций ГДО различных типов и геометрий для малых значений параметра сжимаемости, в том числе методика, алгоритмы и программы расчёта передаточных функций ГДОН через передаточные функции ГДОП для правого подшипника и левого подшипника через передаточные функции правого, а также методика, алгоритмы и программы расчета передаточных функций жесткой, двухопорной системы;

- гипотеза о распределении собственных значений краевых задач, определяющих передаточные функции опор, позволяющая рассматривать передаточные функции, как мероморфные функции с полюсами расположенными в левой полуплоскости комплексного переменного;
- критерий устойчивости равновесного положения легко нагруженных роторных систем с ГДО различных конструкций, позволяющий с учётом особенностей передаточных функций ГДО вести исследование распределения нулей характеристического уравнения методом Д-разбиения;
- линейные модели динамики произвольного, пространственного движения роторной системы “ротор–смазочный слой–поплавок” в малой окрестности соосного положения, позволяющие исследовать влияние на устойчивость этого положения всех параметров системы и геометрических параметров газодинамических опор. Они также позволяют в линейной постановке исследовать вынужденные малые поступательные и угловые колебания системы, в том числе с учётом перекрёстных связей между ними, под действием широкого класса малых внешних и внутренних периодических возмущений.

***Достоверность полученных результатов*** обосновывается:

строгостью используемого в работе математического аппарата и исследованиями погрешностей расчетов по разработанным алгоритмам и программам;

сопоставлением расчетных данных для частных случаев, имеющих аналитические решения;

сопоставлением теоретических и расчетных данных с экспериментальными и расчетными результатами других исследователей.

***Практическое значение работы.*** Применение разработанных моделей, методов, алгоритмов и программ расчета позволяет наиболее полно моделировать поступательное и угловое движение легко нагруженных роторных систем в окрестности равновесного положения, в том числе для несимметричных газодинамических опор, получающихся в результате погрешностей изготовления, что обеспечивает создание надежных конструкций газодинамических опор и роторных систем, в которых они используются.

Результаты работы внедрены при совершенствовании конструктивных параметров гироузлов трёхстепенных, поплавокковых гироскопов на предприятии п/я М-5537, и используются при разработке и совершенствовании других приборов на предприятии п/я Г-4805. На этих предприятиях внедрены разработанные программные комплексы.

Работа выполнялась в соответствии с задачами, сформулированными в области развития и применения газовой смазки в машинах и приборах Секцией

газовой смазки (одним из членов которой с 1983 г. был автор), функционировавшей в составе Научного Совета по трению и износу Академии наук СССР; в соответствии с планами научных исследований АН СССР по фундаментальным проблемам машиностроения (Постановление президиума АН СССР №642 от 21 мая 1986 г.); в соответствии с решением государственной комиссии Совета Министров СССР от 5.11.88 г. №410 на выполнение НИР в 1988–1990 гг. (Заказчик–Минавиапром СССР–Московский институт электромеханики и автоматики); в соответствии с задачами, поставленными в научно-технической программе “Надежность” на 1987–1995 гг.; в соответствии с грантом Минобразования РФ на выполнение фундаментальной НИР по теме “Разработка теоретических основ, математических моделей, алгоритмов и программ для расчета газодинамических опор с профилированной поверхностью для средних и больших параметров сжимаемости” на 1995–1996 гг.

**Апробация работы.** Основные результаты работы доложены и обсуждены на Всесоюзных конференциях, совещаниях, семинарах: “Совещание по проблемам развития газовой смазки” (Москва, 1972 г.); “Контактно-гидродинамическая теория смазки...” (Самара, 1976 г.); “Газовые опоры и применение их в промышленности” (Москва, 1977 г.); “Трение и износ в машинах” (Челябинск, 1979 г.); “Трение и смазка в машинах” (Челябинск, 1983 г.); “Газовая смазка в машинах и приборах” (гг. Москва–Ростов на Дону–Новороссийск, 1989 г.); “Надёжность роторных систем с опорами на газовой смазке” (гг. Москва–Ростов на Дону–Новороссийск, 1990); а также вузовских конференциях, совещаниях и семинарах предприятий.

#### **Основные научные результаты, выносимые на защиту:**

–операторы преобразования уравнения для давления в смазочном слое ГДО со спиральными канавками (уравнения Рейнольдса) у опор с подвижными профилированными поверхностями, включающие быстрые и медленные переменные в произвольных ортогональных координатах;

–преобразованное этими операторами уравнение для давления в смазочных слоях ГДО с подвижными профилированными поверхностями в произвольных ортогональных координатах, включающее в себя в явном виде параметры сжимаемости, числа спиральных канавок на обеих подвижных поверхностях и число Кнудсена, с помощью которого учитывается проскальзывание первого порядка;

–уравнения для давления в смазочных слоях парциальных ГДОП и ГДОН, а также бинарных ГДО, включающие быстрые и медленные переменные;

–результаты анализа преобразованных уравнений, показавшие необходимость учитывать особенности решений уравнений для давления в



смазочном слое ГДО со спиральными канавками при малых, средних и больших значениях параметра сжимаемости;

–методика и техника решения основного уравнения для давления в смазочном слое ГДОП, позволяющая получить сращиваемыми асимптотическими разложениями во внешней области и в пограничных слоях, в нулевом и первом приближениях, для малых и средних значений параметра сжимаемости с использованием оператора осреднения по быстрой переменной более простые, чем исходные, уравнения, а на их основе уравнения возмущенного давления при относительном движении деталей подшипника в окрестности равновесного положения;

–методика и алгоритмы расчёта передаточных функций ГДОН через передаточные функции ГДОП для правого подшипника и левого подшипника через передаточные функции правого, а также методика и алгоритмы расчета передаточных функций жесткой, двухопорной системы; алгоритмы расчёта передаточных функций ГДО различных типов и геометрий для малых значений параметра сжимаемости;

–гипотеза о распределении собственных значений краевых задач, определяющих передаточные функции опор, позволяющая рассматривать передаточные функции как мероморфные функции с полюсами расположенными в левой полуплоскости комплексного переменного;

–критерий устойчивости равновесного положения легко нагруженных роторных систем с ГДО различных конструкций, позволяющий с учётом особенностей передаточных функций ГДО вести исследование распределения нулей характеристического уравнения методом Д-разбиения;

–линейные модели динамики произвольного, пространственного движения роторной системы “ротор–смазочный слой–поплавок” в малой окрестности соосного положения, позволяющие исследовать влияние на устойчивость этого положения всех параметров системы и геометрических параметров газодинамических опор. Они также позволяют в линейной постановке исследовать вынужденные малые поступательные и угловые колебания системы, в том числе с учётом перекрёстных связей между ними, под действием малых внешних и внутренних периодических возмущений;

–программное обеспечение расчётов полей давления в смазочном слое ГДО при соосном расположении шипа в подшипниковой втулке для малых и средних значений параметра сжимаемости в нулевом и первом приближениях; программное обеспечение расчётов передаточных функций ГДО различных геометрических форм и типов для малых параметров сжимаемости; программное обеспечение расчетов устойчивости соосного равновесного положения системы “ротор–смазочный слой–поплавок” в опорах катушечного типа и АЧХ такой системы.

**Публикации.** Основное содержание диссертации опубликовано в 9

статьях, материалах конференций, научно-технических отчётах и в двух частях монографии “Нестационарные модели газодинамических подшипников со спиральными канавками”.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы и приложений. Основное содержание изложено на 294 страницах, включая 39 рисунков, 24 таблицы, 156 наименований литературных источников. В приложениях объёмом 65 страниц содержится 13 рисунков, 7 таблиц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы, обозначена проблема, определены цель и основные задачи исследования, отмечены научная новизна, практическая ценность, представлены результаты выносимые на защиту.

**В первой главе** приведены результаты обзора работ за 1949–2000 г.г. по созданию моделей и расчетам характеристик ГДО со спиральными канавками.

В связи со сложной геометрией зазора и нелинейностью нестационарного уравнения Рейнольдса для давления в слое, прямые численные решения этого уравнения представляют собой большие трудности, связанные с обеспечением в нестационарном случае сходимости и устойчивости разностных схем, применяемых для его решения. Поэтому усилия многих исследователей были связаны с разработкой более простых для решения численными методами моделей, которые назывались теориями.

Исторически первой из таких моделей явилась теория узких канавок (ТУК) Уиппла (Whipple R.T.P). Основной её недостаток невозможность оценки влияния числа канавок на статические и динамические характеристики опор, так как основное уравнение для давления в смазочном слое этой теории не содержит в себе этого параметра. Второй существенный недостаток заключается в значительном отклонении характеристик, предсказываемых теорией, от экспериментальных значений при средних и больших величинах параметра сжимаемости.

ТУК стремились улучшить многие исследователи. Среди них Синг и Маланоски, Константинеску и Кастелли, Уитли и Вильямс (Whitley S., Williams L.G.), а также Элрод (Elrod H.G.). Но, несмотря на несомненную ценность этих улучшений, они не смогли удовлетворить в полной мере требованиям практики.

В России, развивая результаты работ Синга и Маланоски, идеи Константинеску и Кастелли об учёте локальной сжимаемости Емельянов А.В. разработал нелинейную теорию, которая учитывает сжимаемость несущего слоя, скольжение потока при средних числах Кнудсена, реальную геометрию и все геометрические параметры подшипников (в том числе количество спиральных канавок). Работы А.В. Емельянова и его учеников создали в теории

газовой смазки целое направление в исследовании характеристик ГДО со спиральными канавками, которое позволяет учесть влияние числа канавок на характеристики подшипников разных геометрических форм и выявить влияние проскальзывания второго порядка на эти характеристики. Теория не содержит ограничений и на величину параметра сжимаемости. В силу сравнительной простоты основного уравнения для давления в смазочном слое, удалось решить множество важных задач оптимизации характеристик ГДО со спиральными канавками по различным критериям оптимальности. Вершиной работ стали исследования характеристик бинарных подшипников. Особенностью всех работ на базе нелинейной теории является то, что ставятся и решаются оригинальные задачи при стационарном течении смазки. Не рассматриваются пока угловые характеристики подшипников, как при стационарном, так и при нестационарном течении.

Одновременно с первыми работами Емельянова А.В. появились работы Дроздовича В.Н., в которых построена и использована другая модель для давления в смазочном слое газодинамических опор с микроканавками. В её основе лежит идея линеаризации нелинейного уравнения Рейнольдса, которая использована в работе Фостера. Применяв упрощённый метод Ньютона в первом приближении, Дроздович В.Н. получил для цилиндрической геометрии подшипника линейную модель для давления в слое. Это позволило ему вывести аналитические выражения для характеристик цилиндрического подшипника при стационарном и нестационарном течении смазки. Однако, из-за линеаризации исходного уравнения, полученная Дроздовичем В.Н. нестационарная модель для цилиндрического подшипника оказалась менее точной, чем модель на базе нелинейного уравнения.

За рубежом в эти же годы появляются работы Элрода (Elrod H.G.), в которых предпринимаются попытки преодолеть недостатки теории узких канавок, установить пределы ее применимости, учесть влияние числа канавок и краевых эффектов. Учитывая то, что число канавок в реальных подшипниках  $m \geq 6$  и поэтому протяженность пары "канавка-выступ" мала по сравнению с протяженностью всего смазочного слоя, Элрод вводит два масштаба изменения функций и им соответствующие "медленную" и "быструю" переменные. Это позволяет воспользоваться идеями метода двухмасштабных разложений и, прежде всего, независимостью быстрой и медленной переменных. В результате введения быстрой переменной уравнение Рейнольдса оказывается содержащим малый параметр  $\epsilon$ . Это позволяет искать его решение в виде асимптотического разложения. В дальнейшем осуществляется сращивание решений во внешней области смазочного слоя и в пограничном слое.

Такой, строго математический подход к решению уравнения Рейнольдса представляется наиболее плодотворным.

В 1976 году Элрод представляет на 7-ой международный симпозиум по газовой смазке в Англию доклад "Улучшенная теория узких канавок воздушных

подшипников". Из этого доклада наиболее понятны идеи, методы и результаты работ Элрода. Ему удалось получить приближённое уравнение для осреднённого по ширине пары "канавка-выступ" давления во внешней области смазочного слоя, которое оказалось ничем не отличающимся от уравнения для давления теории узких канавок. Удалось получить и приближённые краевые условия для осредненного давления, отличающиеся от постоянного значения давления на границах профилированной зоны и зависящие от малого параметра  $\epsilon$ , параметра сжимаемости и геометрии канавок

В последующие годы не появилось публикаций самого Элрода и других зарубежных ученых с использованием улучшенной теории узких канавок. Только в 1986 году в статье Низамеева Х.Р., Рязанова К.А. и других выполнена количественная оценка статических характеристик плоского подпятника со спиральными канавками с использованием улучшенной теории узких канавок Элрода. Результаты сравниваются с теорией узких канавок и нелинейной теорией Емельянова А.В. Однако, ряд неясностей работы Низамеева Х.Р., Рязанова К.А. и других не позволяют в полной мере оценить количественные результаты, полученные в ней, которые свидетельствуют о больших расхождениях несущей способности подпятника (до 20...30%) по нелинейной теории Емельянова А.В., и улучшенной теории узких канавок Элрода.

Полученное Элродом уравнение для первого слагаемого разложения давления в ряд по малому параметру справедливо только в том случае, когда произведение параметра сжимаемости на малый параметр  $\epsilon$  имеет порядок малости  $O(\epsilon)$ , то есть справедливо для небольших по величине параметров сжимаемости  $\Lambda$ .

Впервые это обстоятельство обнаружило себя в работах Галахова М.А. Как и в работах Элрода, в них использована в качестве малого параметра малая протяженность пар "канавка-выступ" и метод двухмасштабных разложений. Все математические преобразования проводятся в произвольных криволинейных координатах. Но в отличие от работ Элрода указывается диапазон изменения параметра сжимаемости, для которого ищется решение, а все решение ограничивается нахождением только первого слагаемого разложения давления в ряд по малому параметру, т. е. находится только асимптотическое решение. Указывается, что решение Элрода и теория узких канавок Уиппла справедлива для случая, когда, параметр сжимаемости имеет порядок единицы. В работах Галахова М.А. не предпринимаются попытки найти уравнение для второго слагаемого разложения давления в ряд по малому параметру, как это сделано в одной из работ Элрода. Поскольку на практике параметр сжимаемости, как правило, имеет порядок больше единицы, в работах Галахова М.А. рассматривается диапазон изменения параметра сжимаемости, определяемый соотношением  $\Lambda \sim \frac{1}{\epsilon}$ , но делается это для одномерного уравнения Рейнольдса в декартовой системе координат. Поставленная задача

представляет академический интерес и в ее решении имеется ряд методических находок, которые развиваются в настоящей работе.

Последней, известной автору работой, относящейся к рассматриваемому вопросу, является работа Болдырева Ю.Я., в которой, как и в работах Элрода и М.А. Галахова, с использованием подходов развитых при исследовании математических моделей композитных сред, выводится асимптотическое уравнение, похожее на уравнение теории узких канавок.

Таким образом, обзор работ в области разработки математических моделей для расчёта статических и динамических характеристик газодинамических опор со спиральными канавками показывает, что еще далеки от завершения исследования, связанные с разработкой нестационарных моделей для таких опор и их применением в динамике роторных систем. Не устранены некоторые противоречия и неясности.

По существу, только одна нелинейная теория А.В. Емельянова, включающая в себя теорию узких канавок, позволяет учесть влияние на характеристики всех геометрических параметров опор без ограничений на величину параметра сжимаемости. Но в отличие от теории Элрода не учитывается влияние краевых эффектов, наблюдаемых на практике. Нелинейная теория А.В. Емельянова не применялась для нахождения характеристик опор при нестационарном течении.

Теория Элрода принципиально справедлива для небольших параметров сжимаемости, имеющих порядок единицы. Хотя эта теория и учитывает число канавок, но до сих пор остаётся практически невостребованной, ввиду отсутствия практических результатов, убеждающих в её справедливости и полезности.

Попытка исследовать диапазон параметра сжимаемости  $\varepsilon \cdot \Lambda \approx 1$ , предпринята в работах М.А. Галахова наметивших методологические подходы к решению задач расчёта характеристик реальных газодинамических опор в указанном диапазоне величин параметра сжимаемости.

Помимо разработки различных математических моделей, описывающих давление в слое и их решений, за прошедшие годы прилагались усилия по применению прямых численных решений нелинейного уравнения Рейнольдса с целью расчета поля давления при стационарном и нестационарном течении смазки. Однако остаются открытыми вопросы точности получаемых решений. В приложении I к диссертации показано, как прямые численные решения стационарного уравнения Рейнольдса методами конечных разностей для поля давления в плоском кольцевом подпятнике со спиральными канавками не согласуются с аналитическим решением в области уплотнительного пояска (не профилированной области подпятника). В известных автору публикациях для сферической геометрии сходимость прямых численных методов решения стационарной задачи наблюдается для параметров сжимаемости не превышающих 50–60, что в ряде случаев не может удовлетворить требованиям

практики. Отсутствуют открытые публикации, свидетельствующие о разработке программ, позволяющих решать нестационарные задачи, возникающие при изучении движения роторных систем на таких опорах.

По этим причинам совершенствование теоретических основ расчета динамических характеристик опор со спиральными микроканавками остается актуальной задачей.

Автору понятнее подходы, намеченные в работах Элрода и Галахова М.А., поэтому в реферируемой работе приводятся исследования, в которых на базе идей, сформулированных в этих работах, предпринята попытка разработки нестационарных моделей для расчёта газодинамических подшипников с прямоугольными, спиральными канавками четырёх распространенных на практике геометрических форм. Преследуется цель разработки моделей, которые позволили бы учесть влияние на динамические характеристики этих подшипников всех конструктивных параметров, в том числе реального количества канавок и параметра сжимаемости.

На базе этих моделей изучается динамика жёсткого ротора в газодинамических опорах и динамика системы "ротор-смазочный слой-поплавок" трехстепенного, поплавкового гироскопа с двумя Т-образными ГДО.

**Вторая глава** посвящена обоснованию новых моделей, описывающих распределение давления в смазочном слое ГДО с поверхностями, профилированными спиральными канавками.

За основу берётся изотермическое уравнение Рейнольдса для давления в слое в произвольных ортогональных координатах, в котором учтено проскальзывание газа на поверхностях деталей подшипников первого порядка. Проскальзывание второго порядка, найденное Черчиньяни в приближенном решении стационарной задачи плоского течения Пуазеля в сильно разреженном газе, впервые распространённое на задачи смазки Слезкиным Н.А., развитое в моделях, разработанных Емельяновым А.В., усложняет и без того сложные уравнения. По этой причине автор ограничился учетом в новых моделях только проскальзывания первого порядка.

В отличие от большинства предыдущих исследований, в качестве физической модели рассматривается ГДО, у которой быстро вращается вокруг оси симметрии профилированная поверхность (ГДОП). В этом случае при достаточно большом числе канавок толщина смазочного слоя оказывается быстро меняющейся функцией времени, что порождает такое же быстрое изменение и давления в смазочном слое. Если перейти к другим ортогональным координатам  $n, s$  (спиральным координатам), одна из которых ( $s$ ) направлена вдоль образующей спиральной канавки, и ввести локальную скользящую

координату (замену переменной)  $\eta = n + 2\lambda_2 \frac{L_1}{L_n} \sin\beta\tau$ , то часть зазора, определяемая микропрофилем на вращающейся поверхности, окажется

функцией только координаты  $\eta$ , причем периодической, с периодом обратно пропорциональным числу спиральных канавок  $m$ . Это позволяет часть зазора, определяемую микропрофилем, рассматривать в точке, определяемой эйлеровыми координатами  $n, s$ , как функцию одной координаты

$$\xi = m\eta = m \left( n + 2\Lambda_2 \frac{L_1}{L_n} \sin \beta \tau \right).$$

Весь зазор (сумма гладкой и профилированной частей) оказывается функцией четырех переменных  $h = h(n, s, \xi, \tau)$  или  $h = h(q_1, q_2, \xi, \tau)$ . При числе канавок большем шести, переменные  $\tau$  и  $\xi$  при движении профилированной поверхности можно считать независимыми и использовать условие периодичности по переменной  $\xi$  всего зазора, т.е.  $h = h(n, s, \xi, \tau) = h(n, s, \xi + T_n^*, \tau)$  или  $h = h(q_1, q_2, \xi, \tau) = h(q_1, q_2, \xi + T_n^*, \tau)$ , где  $T_n^* = 2\pi \sin \beta$ .

Периодичность по времени функции зазора порождает периодичность по времени и функции давления, что позволяет рассматривать последнюю периодической по переменной  $\xi$  с периодом  $T_n^*$  функцией четырех независимых переменных  $P = P(n, s, \xi, \tau)$  или  $P = P(q_1, q_2, \xi, \tau)$ .

Анализ операторов преобразования уравнения Рейнольдса в координатах  $q_1, q_2$  в координаты  $n, s$  и обратно, позволил получить операторы преобразования, которые преобразуют уравнение Рейнольдса к виду содержащему число канавок, а также быструю и медленную переменные без перехода к специальным спиральным координатам:

$$\left. \frac{\partial \dots}{\partial \tau} \right)_{q_1, q_2} = \left. \frac{\partial \dots}{\partial \tau} \right)_{q_1, q_2, \xi} + m 2\Lambda_2 \frac{L_1}{L_n} \sin \beta \left. \frac{\partial \dots}{\partial \xi} \right)_{q_1, q_2, \tau},$$

$$\left. \frac{\partial \dots}{\partial q_1} \right)_{q_2, \tau} = \left. \frac{\partial \dots}{\partial q_1} \right)_{q_2, \xi, \tau} - m \frac{L_1}{L_n} \sin \beta \left. \frac{\partial \dots}{\partial \xi} \right)_{q_1, q_2, \tau}; \quad \left. \frac{\partial \dots}{\partial q_2} \right)_{q_1, \tau} = \left. \frac{\partial \dots}{\partial q_2} \right)_{q_1, \xi, \tau} + m \frac{L_2}{L_n} \cos \beta \left. \frac{\partial \dots}{\partial \xi} \right)_{q_1, q_2, \tau}. \quad (1)$$

Применение этих операторов к уравнению Рейнольдса для ГДО с одной подвижной профилированной поверхностью приводит к новому уравнению

$$\varepsilon^2 A_{01} + \varepsilon^2 \Lambda_2 A_{02} + \varepsilon A_{11} + \varepsilon \Lambda_2 A_{12} + A_2 = 0, \quad (2)$$

где  $\varepsilon = 1/m$  – малый параметр,  $\Lambda_2$  – параметр сжимаемости (безразмерная угловая скорость вращения профилированной поверхности), а дифференциальные операторы  $A_{ij}$  имеют вид

$$A_{01} = d_1 \frac{\partial(\text{Ph})}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial q_1} \left( d_2 K \frac{\partial P}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left( \frac{1}{d_2} K \frac{\partial P}{\partial q_2} \right); \quad A_{02} = \frac{\partial}{\partial q_1} (d_1 \text{Ph});$$

$$A_{12} = d_5 \frac{\partial(\text{Ph})}{\partial \xi}; \quad A_{11} = \frac{\partial}{\partial q_1} \left( d_3 K \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) + d_3 \frac{\partial}{\partial \xi} \left( K \frac{\partial P}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left( d_4 K \frac{\partial P}{\partial \xi} \right) +$$

$$\left. \begin{aligned}
 &+ d_4 \frac{\partial}{\partial \xi} \left( K \frac{\partial P}{\partial q_2} \right); \quad A_2 = d_6 \frac{\partial}{\partial \xi} \left( K \frac{\partial P}{\partial \xi} \right); \quad d_1 = L_1 L_2; \quad d_2 = -\frac{L_2}{L_1}; \\
 &d_3 = \frac{L_2}{L_n} \sin \beta; \quad d_4 = -\frac{L_1}{L_n} \cos \beta; \quad d_5 = \frac{L_1^2 L_2}{L_n} \sin \beta; \quad d_6 = -\frac{L_1 L_2}{L_n^2}; \\
 &K = h^3 P + 6 K_n h^2.
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $P$ —безразмерное давление;  $\tau$ —безразмерное “медленное” время;  $q_1, q_2$ —безразмерные, обобщенные, эйлеровы координаты слоя;  $h$ —безразмерная толщина слоя;  $\xi$ —безразмерная “быстрая” координата;  $\beta$ —угол наклона спиральных канавок;  $K_p$ —число Кнудсена;  $L_j$ —коэффициенты Ламе.

Преобразованное операторами (1) и записанное в форме (2) уравнение для давления в слое позволяет увидеть, что в зависимости от величин параметров  $\varepsilon$  и  $\Lambda_2$  порядки слагаемых в уравнении (2) будут изменяться. Представляет практический интерес следующие случаи величин параметров сжимаемости:

1.  $\Lambda_2 \varepsilon \sim \varepsilon \Rightarrow \Lambda_2 \sim 1$  — малые параметры сжимаемости;
2.  $\Lambda_2 \varepsilon \sim 1 \Rightarrow \Lambda_2 \sim \varepsilon^{-1}$  — средние параметры сжимаемости; (4)
3.  $\Lambda_2 \varepsilon \sim \varepsilon^{-1} \Rightarrow \Lambda_2 \sim \varepsilon^{-2}$  — большие параметры сжимаемости.

Первый из случаев, как показало дальнейшее исследование, включает в себя различные модификации ТУК.

Второй диапазон параметров сжимаемости был впервые рассмотрен Галаховым М.А. для модельной одномерной задачи с движущейся гладкой поверхностью. В этой работе заложены методологические основы решения уравнения 2 для средних значений параметра сжимаемости.

Третий случай никем не рассматривался.

Для ГДО с неподвижной профилированной поверхностью получается уравнение, формально отличающееся от уравнения (2) только знаком “-” перед дифференциальным оператором  $A_{02}$ :

$$\varepsilon^2 A_{01} + \varepsilon^2 (-\Lambda_1) A_{02} + \varepsilon A_{11} + \varepsilon \Lambda_1 A_{12} + A_2 = 0. \quad (5)$$

Здесь  $\Lambda_1$ —безразмерная угловая скорость вращения гладкой поверхности.

Для несоосного расположения шипа в подшипнике радиальные характеристики у ГДОП и у ГДОН будут отличаться. Эти отличия можно установить, рассматривая только модель ГДОП и уравнение (2). Оно, по мнению автора, более точно отражает картину распределения давления в ГДО со спиральными канавками для конечного числа канавок.

Операторы (1) позволяют выполнить преобразование уравнения Рейнольдса и в случае, когда обе поверхности образующие смазочный слой профилированы и быстро вращаются около осей симметрии. Результатом этого преобразования является уравнение:



$$B_0 + m_1 B_1 + m_2 B_2 + m_1 m_2 B_{12} + m_1^2 B_{11} + m_2^2 B_{22} = 0; \quad (6)$$

в котором

$$B_0 = A_{01} + (\Lambda_1 + \Lambda_2) A_{02}; B_{11} = d_6 \frac{\partial}{\partial \zeta_1} \left( K \frac{\partial P}{\partial \zeta_1} \right); B_{22} = d_6 \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right);$$

$$B_k = (-1)^k (\Lambda_2 - \Lambda_1) d_{5k} \frac{\partial Ph}{\partial \zeta_k} + \frac{\partial}{\partial q_1} \left( d_{3k} K \frac{\partial P}{\partial \zeta_k} \right) + d_{3k} \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left( K \frac{\partial P}{\partial q_1} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial q_2} \left( d_{4k} K \frac{\partial P}{\partial \zeta_k} \right) + d_{4k} \frac{\partial}{\partial \zeta_k} \left( K \frac{\partial P}{\partial q_2} \right); k = 1, 2;$$

$$B_{12} = d_7 \left( \frac{\partial}{\partial \zeta_1} \left( K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial \zeta_1} \right) \right); d_{3k} = \frac{L_2}{L_n} \sin \beta_k; d_{5k} = \frac{L_1 L_2}{L_n} \sin \beta_k;$$

$$d_{4k} = -\frac{L_1}{L_n} \cos \beta_k, k = 1, 2; d_7 = d_6 \cos(\beta_2 - \beta_1); \zeta_k = m_k 2\Lambda_k \frac{L_1}{L_n} \sin \beta_k \tau.$$

В уравнении (6) давление и толщина смазочного слоя являются функциями уже двух быстрых переменных  $\zeta_1, \zeta_2$  и медленной безразмерной переменной  $\tau$ :  $P = P(q_1, q_2, \zeta_1, \zeta_2, \tau)$ ,  $h = h(q_1, q_2, \zeta_1, \zeta_2, \tau)$ . По быстрой переменной  $\zeta_1$  эти функции являются периодическими с периодом  $T_{n1}^* = 2\pi \sin \beta_1$ , а по быстрой переменной  $\zeta_2$  — с периодом  $T_{n2}^* = 2\pi \sin \beta_2$ .

Уравнение (6) является универсальным уравнением для распределения давления в ГДО с двумя подвижными поверхностями, профилированными или не профилированными спиральными канавками. Из него получаются два частных случая: уравнения (2) и (5), рассмотренные ранее. Для той из поверхностей, на которой глубина канавок равна нулю (гладкая поверхность), необходимо операцию частного дифференцирования по соответствующей быстрой переменной полагать равной нулю.

Если обе поверхности профилированы и движутся, а углы наклона спиральных канавок  $\beta_1, \beta_2$  постоянны, универсальное уравнение (6) допускает упрощение, связанное с тем, что быстрые переменные  $\zeta_1, \zeta_2$  являются зависимыми, поскольку  $\zeta_1 = \frac{m_1 \Lambda_1 \sin \beta_1}{m_2 \Lambda_2 \sin \beta_2} \zeta_2$ . Отсюда  $\frac{\partial \dots}{\partial \zeta_1} = \frac{m_2 \Lambda_2 \sin \beta_2}{m_1 \Lambda_1 \sin \beta_1} \frac{\partial \dots}{\partial \zeta_2}$ .

Теперь функции давления и толщины смазочного слоя можно рассматривать как функции одной быстрой переменной: либо  $\zeta_1$ , либо  $\zeta_2$ . Уравнение (6) для этого случая можно записать, в форме

$$\varepsilon^2 B_0 + \varepsilon (B_1^* + B_2) + (B_{12}^* + B_{11} + B_{22}) = 0, \quad (7)$$

где  $\varepsilon = 1/m_2$ ;

$$B_1^* = \left( \frac{\Lambda_2 \sin \beta_2}{\Lambda_1 \sin \beta_1} \right) \left\{ (\Lambda_1 - \Lambda_2) d_{31} \frac{\partial Ph}{\partial \zeta_2} + \frac{\partial}{\partial q_1} \left( d_{31} K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right) + d_{31} \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left( d_{41} K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right) + d_{41} \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial q_2} \right) \right\};$$

$$B_{12}^* = \left( \frac{\Lambda_2 \sin \beta_2}{\Lambda_1 \sin \beta_1} \right) 2d_7 \left( \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right) \right); \quad B_{11}^* = \left( \frac{\Lambda_2 \sin \beta_2}{\Lambda_1 \sin \beta_1} \right)^2 d_6 \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right).$$

Уравнение (7) может являться основополагающим для изучения нестационарных характеристик бинарных подшипников, в которых обе поверхности профилированы. Для бинарного подшипника, у которого  $m_1 = m_2 = m$ ;  $\Lambda_1 = -\Lambda_2$ ;  $\Lambda_2 \geq 0$ ;  $\beta_1 = -\beta_2 = -\beta = \text{const}$ ;  $\beta \in (0, \pi/2)$ , уравнение (7) примет вид

$$\varepsilon^2 A_{01} + \varepsilon (A_{11}^* + 4\Lambda_2 A_{12}) + A_2^* = 0, \quad (8)$$

где

$$A_{11}^* = 2 \left( \frac{\partial}{\partial q_2} \left( d_4 K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right) + d_4 \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial q_2} \right) \right); \quad A_2^* = d_6^* \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( K \frac{\partial P}{\partial \zeta_2} \right); \quad d_6^* = 2d_6 (1 + \cos 2\beta).$$

*Третья глава* посвящена решению уравнения (2) при малых значениях параметра сжимаемости. В соответствии с методом двух масштабов и методом малых возмущений решение ищется в виде асимптотического разложения функции давления по степеням малого  $\varepsilon$

$$P = P_0(q_1, q_2, \zeta_1, \tau) + \varepsilon P_1(q_1, q_2, \zeta_1, \tau) + \varepsilon^2 P_2(q_1, q_2, \zeta_1, \tau) + O(\varepsilon^3) \quad (9)$$

Анализ показал, что для малых параметров сжимаемости основная часть давления во внешней области (функция  $P_0$ ) не зависит от быстрой переменной  $\zeta_1$ , т. е. не изменяется по ширине пары "канавка-выступ". Уравнение, которому удовлетворяет эта функция, является необходимым и достаточным условием периодичности по быстрой переменной функции  $\partial P_2 / \partial \zeta_1$ . И наконец, уравнение для функции  $P_0$  совпадает с известным уравнением для осредненного давления теории узких канавок для движущейся профилированной поверхности, что находится в соответствии с результатами работ Галахова М.А и Элрода.

Функция  $P_1$  на выступе и на прямоугольной канавке зависит от быстрой переменной  $\zeta_1$  линейно, а функция  $P_2$  меняется по квадратическому закону. Среднее за период изменения быстрой переменной значение  $P_1$  определяется неизвестной функцией  $Y_1$ , которая удовлетворяет уравнению:

$$L_1 \left( \bar{h} \frac{\partial Y_1}{\partial \tau} + Y_1 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \tau} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} \right) + \frac{\partial}{\partial q_1} \left( A_1^1 \frac{\partial Y_1}{\partial q_1} + B_1^1 \frac{\partial Y_1}{\partial q_2} + C_1^1 Y_1 + D_1^1 \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial q_2} \left( A_2^1 \frac{\partial Y_1}{\partial q_1} + B_2^1 \frac{\partial Y_1}{\partial q_2} + C_2^1 Y_1 + D_2^1 \right) = 0, \quad (10)$$

похожему по виду на уравнение для  $P_0$ , коэффициенты которого являются неявными функциями координат  $q_1, q_2, \tau$  и вычисляются через  $P_0(q_1, q_2, \tau)$  и ее производные.

Неизвестные краевые условия для функций  $P_0(q_1, q_2, \tau)$  и  $Y_1(q_1, q_2, \tau)$  ищутся сращиванием решений во внешней области смазочного слоя и решений в пограничных слоях, которые образуются на границах профилированной области в силу наличия в уравнении (2) малого параметра. Введением подходящей координаты для пограничного слоя из уравнения (2) выводится уравнение для пограничного слоя, которое решается аналогично разложению (9). Показано, что функция  $P_0$  в пограничных слоях постоянна и равна постоянному давлению на границах профилированной области. Для функции  $P_1$  найдено решение на внешней границе пограничного слоя, которое учитывает величину массового потока газа через подшипник, обусловленного профилированием поверхности. Это решение позволяет рассчитать краевые условия для функции  $Y_1$ , удовлетворяющей уравнению (10).

Приводится процедура решения уравнения (2) с точностью до членов первого порядка малости для соосного расположения шипа в подшипнике. Это позволяет рассчитывать давление в слое и интегральные характеристики подпятников с учетом числа канавок. Расчёты показывают, что несущая способность подпятника не зависит от того, в какой последовательности осуществляется осреднение с помощью оператора осреднения по быстрой переменной: по паре "выступ-канавка" или "канавка-выступ", несмотря на то, что функция  $Y_1(q_2)$  от этой последовательности зависит. Не зависят от последовательности интегрирования величины массового потока через подшипник и давления на границе профилированной области с уплотнительным пояском. Результаты расчётов показывают, что только с учётом второго слагаемого в разложении давления в ряд по малому параметру  $\epsilon$  можно объяснить поток смазки внутрь смазочного слоя. На внешней границе пограничного слоя "-" за счёт слагаемого  $\epsilon P_1$  давление в слое меньше давления окружающей опоры среды, что и является причиной течения смазки внутрь смазочного слоя. Отрицательные величины среднего значения  $P_1$  приводят к уменьшению среднего давления в слое для конечного числа канавок по сравнению с "∞" числом канавок ТУК.

Расчеты функции  $P_1$  выполнены впервые.

Расчеты несущей способности плоских кольцевых подпятников для рассматриваемых параметров сжимаемости совпадают с расчетами, выполненными Емельяновым А.В. и мало отличаются от расчетов по ТУК. Расчеты несущей способности подпятников другой геометрической формы позволяют сделать вывод, что относительная разница несущих способностей

подпятников при " $\infty$ " числе канавок и числе канавок равном 6, для  $\Lambda_2 \leq 20$ , менее 10%.

Таким образом, вывод о применимости теории узких канавок (ТУК) для расчёта статических характеристик подпятников даже для 4...6 канавок при малых параметрах сжимаемости, сделанный Сипенковым И.Е. и Григорьевым Б.С., подтверждается расчётами, выполненными и по приведённой теории.

Слабое влияние на интегральные характеристики подпятника (в частности, на несущую способность) составляющей  $\epsilon P_1$  давления объясняется тем, что основное уравнение (2) для давления во внешней области удовлетворяется функцией  $P_0$  с точностью до малых порядка  $O(\epsilon^2)$ , а функцией  $P_0 + \epsilon P_1$  с точностью до малых величин порядка  $O(\epsilon^3)$ .

*В четвертой главе* выведены линейные модели для изучения динамики легко нагруженных роторных систем с ГДО в приборостроении при малых параметрах сжимаемости. Приведены алгоритмы расчета передаточных функций ГДОП и ГДОН различных геометрий. Проанализированы особенности и свойства передаточных функций ГДО и двухопорных роторных систем с ГДО. Сформулирован критерий устойчивости соосного равновесного положения роторных систем с ГДО. Выполнено исследование динамики пространственного движения трёхстепенного поплавкового гироскопа с газодинамическими опорами по главной оси вращения ротора в малой окрестности соосного положения.

Вопросы динамики роторов на газодинамических опорах отражены в работах Алиева Р.З., Агишева Г.Г., Белоусова А.И., Грудской Е.Г., Дроздовича В.Н., Жедя В.П., Заблоцкого Н.Д., Завьялова Г.А., Карпова В.С., Константиновского В.Н., Макарова В.А., Пешти Ю.В., Прокулевич Л.А., Поспелова Г.А., Сергеева С.И., Снопова А.И., Сипенкова И.Е., Табачникова Ю.Б., Тихоненковой О.Н., Шейнберга С.А., Шишеева М.Д., Elrod H.G., Lund J.W., Malanoski S.B., Pan C.H.T., Sternlicht В. и других исследователей.

Часть исследований основано на изучении динамики малых движений шипа в окрестности равновесного положения. Это позволяет линеаризовать нелинейные уравнения и иметь в дальнейшем дело с линейными моделями. Такой подход оправдывает себя в случае малых нестационарных возмущений, возникающих в системе "шип-смазочный слой", что чаще всего наблюдается в конструкциях применяемых в приборостроении и, в частности, в гироскопии. Наиболее строгим при таком подходе, по мнению автора, является подход впервые предложенный Завьяловым Г.А. и развитый Дроздовичем В.Н., основанный на понятиях передаточных функций ГДО и совпадающий с понятиями передаточных функций теории автоматического регулирования. В настоящей работе этот подход развивается путем учёта перекрёстных связей между поступательными и сферическими движениями шипа в подшипнике, что позволяет выяснить количественное влияние несимметрии конструкции на устойчивость равновесного положения и амплитудно-частотные характеристики.

У всех видов геометрий подшипников для передаточных функций ГДОП в безразмерном виде можно записать равенства:

$$\begin{aligned}\lambda[\Delta F_z^n](s) &= G_{22}^n(s, i)\tilde{\epsilon}_z(s); \\ \lambda[\Delta F_x^n + i\Delta F_y^n](s) &= G_{11}^n(s, i)\tilde{\epsilon}_r(s) + G_{13}^n(s, i)\tilde{\lambda}(s); \\ \lambda[\Delta M_x^n + i\Delta M_y^n](s) &= G_{31}^n(s, i)\tilde{\epsilon}_r(s) + G_{33}^n(s, i)\tilde{\lambda}(s),\end{aligned}\quad (11)$$

где  $s$  параметр преобразования Лапласа по безразмерному времени  $\tau$ ; черта над функциями—среднение по периоду быстрой переменной;  $\tilde{\epsilon}_r$ —преобразование Лапласа вектора, определяющего поступательное, радиальное движение шипа в подшипнике;  $\tilde{\lambda}$ —то же самое для вектора элементарного поворота оси шипа.

Связь между безразмерными передаточными функциями ГДОП и ГДОН:

$$G_{22}^n(s, i) = G_{22}^n(s, i); \quad G_{kn}^n(s, i) = G_{kn}^n(s + i2\Lambda_1, i), \quad k, n = 1, 3, \quad (12)$$

где  $\Lambda_1 = \frac{6\mu\omega_1 R^2}{p_a h_0^2}$ —безразмерная угловая скорость вращения гладкого элемента

ГДОН, равная угловой скорости вращения профилированного элемента в ГДОП;  $\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda$ . Эта связь позволяет вести расчеты статических и динамических свойств ГДОН по передаточным функциям ГДОП и таким образом не строить отдельно модели для ГДОН.

Передаточные функции представляют собой асимптотические разложения по малому параметру  $\epsilon$  обратно пропорциональному числу канавок:

$$\begin{aligned}G_{22}^n(s, i) &= G_{22}^{n0}(s, i) + \epsilon G_{22}^{n1}(s, i) + \epsilon^2 G_{22}^{n2}(s, i) + \dots; \\ G_{kn}^n(s, i) &= G_{kn}^{n0}(s, i) + \epsilon G_{kn}^{n1}(s, i) + \epsilon^2 G_{kn}^{n2}(s, i) + \dots, \quad k, n = 1, 3.\end{aligned}\quad (13)$$

Для малых параметров сжимаемости слагаемые разложения (13) пропорциональные  $\epsilon$  и  $\epsilon^2$  оказывают пренебрежимо малое влияние на левые части равенств (13) для  $m > 6$ , как и при стационарном течении. По этой причине в инженерной практике передаточные функции для малых параметров сжимаемости следует определять по формулам:

$$G_{22}^n(s, i) \cong G_{22}^{n0}(s, i); \quad G_{ij}^n(s, i) \cong G_{ij}^{n0}(s, i), \quad i, j = 1, 3. \quad (14)$$

Расчет передаточных функций смазочного слоя при движении шипа в малой окрестности соосного равновесного положения связан с необходимостью, решать системы краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с комплексными коэффициентами, зависящими от  $s$ . Анализ позволяет выдвинуть гипотезу о том, что все собственные значения этих краевых задач расположены в левой полуплоскости комплексного переменного  $s$ . Справедливость этой гипотезы подтверждается аналитическими решениями подобных краевых задач для не профилированной канавками (гладкой) геометрии. Она подтверждается исследованиями Дроздовича В.Н. с

использованием разработанной им приближенной теории для цилиндрической геометрии. Ещё одним косвенным подтверждением справедливости выдвинутой гипотезы, является то, что для любых  $s$  расположенных в правой полуплоскости комплексного переменного и на мнимой оси решение рассматриваемых краевых задач легко находится численными методами.

Если выдвинутая гипотеза справедлива, то передаточные функции будут мероморфными с полюсами равными собственным значениям краевых задач, т. е. полюсами расположенными в левой полуплоскости комплексной переменной  $s$ . Это утверждение доказано автором для вибронесущих газодинамических опор, а также вытекает из работ Завьялова Г.А., Дроздовича В.Н. и точных аналитических решений для гладкой геометрии смазочного слоя.

Опираясь на выдвинутую гипотезу, можно доказать критерий устойчивости в малом соосного равновесного положения роторных систем с ГДОП или (и) ГДОН. Этот критерий оказывается более удобным в применении к роторным системам с ГДО по сравнению с известным критерием Михайлова–Найквиста для систем с распределенными параметрами.

Для того, чтобы равновесное положение системы было устойчиво по Ляпунову, необходимо и достаточно, чтобы при изменении параметра преобразования Лапласа  $S$  вдоль мнимой оси от  $+i\infty$  до  $-i\infty$  число оборотов вектора  $\nabla(S^n)$  по часовой стрелке вокруг начала координат равнялось  $n/2$ . Здесь  $\nabla(S^n)$  – левая часть характеристического уравнения;  $n$  – наивысшая степень параметра преобразования Лапласа  $S$ , входящего в характеристическое уравнение в виде слагаемых  $a_k S^k$ ;  $a_k$  – некоторый множитель перед параметром  $S$  в степени  $k$ , принимающий ненулевое ограниченное значение при  $|S| \rightarrow \infty$ .

Получены алгоритмы расчёта передаточных функций при изменении расположения центра приведения (характерной точки) распределенных сил давления, передаточных функций левого подшипника в двух опорной системе через передаточные функции правого и передаточных функций двухопорной системы через передаточные функции правой и левой опор. Приведённые алгоритмы позволяют решать задачи динамики произвольного движения механической системы в малой окрестности соосного положения для любых жёстких, двухопорных конструкций.

Расчеты радиальных характеристик при стационарном течении показывают, что для небольших параметров сжимаемости нанесение канавок на поверхности вращающегося элемента подшипника приводит к уменьшению жесткости смазочного слоя. С ростом глубины канавок разница в жесткостях у гладкого и профилированного ГДО увеличивается, а с ростом параметра сжимаемости уменьшается. С ростом параметра сжимаемости и глубины канавок углы смещения уменьшаются. У ГДОП жесткости смазочного слоя и углы смещения меньше, чем у ГДОН. С ростом параметра сжимаемости и глубины канавок относительная разница жесткостей увеличивается. Для относительной глубины

канавок  $\delta=2,0$  и параметре сжимаемости  $\Lambda = 10,0$ , относительная разница радиальных жесткостей у ГДОП и ГДОН цилиндрической геометрии составляет величину  $\approx 30\%$ .

Качественно похожие результаты получаются для радиальных и угловых характеристик ГДО других геометрических форм. Для сферической геометрии этот результат впервые получен с использованием метода круговой траектории в работах Карпова В.С. и Прокулевич Л.А. Следовательно, с точки зрения радиальных и угловых жесткостных свойств смазочного слоя при стационарном течении смазки лучшими оказываются ГДОН.

Последний вывод подтверждается и результатами работ Емельянова А.В. для цилиндрической геометрии.

Исследованы общие для всех геометрических форм свойства всех передаточных функций смазочного слоя, которые позволяют в ряде случаев исследовать устойчивость равновесного положения, не прибегая к вычислениям.

Расчеты частот на границе области устойчивости (пороговых частот) соосного равновесного положения для малых параметров сжимаемости не выявили так называемого обратного вихря как для ГДОП, так и для ГДОН.

Пороговые частоты у ГДОП с ростом параметра сжимаемости дрейфуют в сторону меньшую полускоростного вихря, а у ГДОН, наоборот, в большую сторону. Это обстоятельство становится причиной того факта, что у ГДОП пороговые значения массы и экваториального момента инерции оказываются больше, чем у ГДОН. Это означает, что при прочих равных условиях запас устойчивости у ГДОП больше, чем у ГДОН. Для сферической геометрии и порогового значения массы аналогичный результат ранее получен методом круговой траектории в работе Прокулевич Л.А. Результаты расчета пороговых значений частот и масс у опор со спиральными канавками качественно совпадают с расчетами тех же параметров для секторных опор цилиндрической и сферической геометрии. Выполнена оценка точности вычисления пороговых значений из-за ошибок вычисления передаточных функций.

Проскальзывание первого порядка при небольших параметрах сжимаемости ухудшает как статические, так и динамические характеристики и у ГДОП, и у ГДОН. Пороговая частота незначительно увеличивается как у ГДОП, так и у ГДОН. Пороговые значения массы и экваториального момента инерции уменьшаются. Этот результат качественно и количественно не согласуется с результатами о влиянии проскальзывания на динамические характеристики, полученными в работе Прокулевич Л.А. для сферической геометрии, где утверждается, что проскальзывание уменьшает пороговую частоту и значительно увеличивает критическую массу ротора.

Таким образом, настоящее исследование и работы других авторов показывают, что статические характеристики лучше у ГДОН, а запас устойчивости соосного равновесного положения при прочих равных условиях больше у ГДОП. Выводы о влиянии проскальзывания на динамические характеристики

требует экспериментальной проверки.

В заключение четвертой главы приводятся основные результаты исследований динамики пространственного движения в малой окрестности соосного положения системы "ротор-смазочный слой-поплавок" в трёхступенном, поплавковом гироскопе. Они выполнены для двухопорной конструкции ГДОН состоящей из двух Т-образных, совмещенных цилиндрического и плоского подшипников. Разработан комплекс программ для расчетов устойчивости и АЧХ такой системы. Этот комплекс программ внедрен на вычислительном центре предприятия п/я М-5537. Выработаны предложения, позволяющие увеличить запас устойчивости конструкции, улучшить виброустойчивость и повысить точность прибора.

В пятой главе приводится методика и техника решения основного уравнения для давления во внешней области профилированной спиральными канавками для средних значений параметра сжимаемости с использованием сращиваемых асимптотических разложений и оператора осреднения по быстрой переменной в нулевом и первом приближениях. Вопросы, рассмотренные в этой главе, подробно изложены в [11].

Когда параметр сжимаемости  $\Lambda_2$  принимает значения, соизмеримые с  $\epsilon^{-1}$ , изменяются порядки второго и четвертого слагаемых в основном уравнении (2). Предложенный Галаховым М.А., нормированный по числу канавок параметр сжимаемости  $\Lambda_2^* = \epsilon \Lambda_2$ , позволяет записать основное уравнение (2) в форме, удобной для решения методом сращиваемых асимптотических разложений в рассматриваемом случае:

$$\epsilon^2 A_{01} + \epsilon(\Lambda_2^* A_{02} + A_{11}) + \Lambda_2^* A_{12} + A_2 = 0. \quad (15)$$

Решение во внешней области также ищется в форме (9), но как удалось показать первое слагаемое разложения должно быть представлено в виде  $P_0(q_1, q_2, \zeta_1, \tau) = Y_0(q_1, q_2, \tau) + f_0(\zeta_1, Y_0, q_1, q_2, \tau)$ , где  $f_0(0, Y_0, \dots) = f_0(T_n, Y_0, \dots) = 0$ ,  $\forall Y_0(q_1, q_2, \tau), q_1, q_2, \tau$ .

Найдено аналитико-численное решение обыкновенного дифференциального уравнения с однородными краевыми условиями для функции  $f_0(\zeta_1, Y_0, q_1, q_2, \tau)$  в случае прямоугольной канавки, как наиболее распространенной в реальных конструкциях опор. Разработанная методика и техника решения уравнения (15) позволили при помощи оператора осреднения получить дифференциальные уравнения в частных производных для неизвестных функций  $Y_0$  и  $Y_1$ , которые по внешнему виду похожи на уравнение (10) и которые оказываются связанными, образуя систему. Эти функции определяют решение (9) для уравнения (15) во внешней области с точностью до членов второго порядка малости  $O(\epsilon^2)$ .

Выведены уравнения для давления в пограничных слоях профилированной области, в нулевом, первом и втором приближениях,



необходимые для формирования краевых условий уравнений, описывающих давление во внешней области, профилированной спиральными канавками.

Выполнено исследование массовых потоков в смазочном слое профилированной области при средних значениях параметра сжимаемости. Это вызвано зависимостью решений уравнений для давлений в пограничных слоях и во внешней области от этих потоков. Найдены соотношения, позволяющие получить количественные решения рассмотренных ранее уравнений. На основании закона сохранения массы в ГДОП получено осредненное по быстрой переменной соотношение, отражающее изменение потока массы газа в ГДОП при нестационарном течении.

Приводятся решения уравнений для пограничных слоёв в нулевом и первом приближениях, позволяющие сформировать граничные условия, необходимые для решения уравнений во внешней области. Разработаны алгоритмы и программы, позволяющие получить численное решение на внешних границах пограничных слоёв для соосного расположения шипа в подшипнике.

Выведены уравнения для определения возмущенного давления во внешней области и в пограничных слоях, позволяющие подойти к расчетам передаточных функций ГДО для средних значений параметра сжимаемости.

*В шестой главе* приводится методика расчёта давления в смазочном слое опор любой геометрии для соосного расположения шипа в подшипнике с учетом особенностей течения в пограничных слоях. Для малых, средних и больших величин параметра сжимаемости приводится последовательность расчёта давления в смазочном слое в нулевом приближении у расходного, и безрасходного подшипников. Последовательность расчета давления представляется, как задача нахождения корня нелинейного уравнения, определяющего неизвестную величину давления на границе профилированной области и уплотнительного пояска. Алгоритмы и программы позволяют рассчитать изменение давления (флуктуации) на парах "канавка выступ". Приводятся результаты расчетов для подшипников разных геометрических форм. Расчёты показывают, что с ростом параметра сжимаемости давление на границе профилированной области и уплотнительного пояска увеличивается, достигая экстремума для параметра сжимаемости близкого к тому, при котором вся профилированная область становится зоной со средними значениями параметра сжимаемости. Дальнейший рост параметра сжимаемости приводит к уменьшению этого давления и потока смазки через подпятник. Величина экстремума тем больше, чем больше число канавок в подпятнике. Проскальзывание первого порядка на поверхностях подпятника приводит для малых параметров сжимаемости к уменьшению рассматриваемого давления. Но с ростом параметра сжимаемости это уменьшение становится всё меньше, а, начиная с некоторого его значения, проскальзывание первого порядка приводит

к увеличению рассматриваемого давления и потока смазки через подшипник. Эти результаты частично согласуются с результатами работ Серени, Кастелли и Цена, в которых установлено, что при больших числах сжимаемости влияние проскальзывание уменьшается. Увеличение давления на стыке профилированной области с уплотнительным пояском с ростом числа Кнудсена в расходном подпятнике при больших значениях параметра сжимаемости, полученное на рассматриваемой модели может быть связано с её приближенностью. У цилиндрического подшипника величина параметра сжимаемости, при которой наблюдается экстремум рассматриваемого давления, хорошо согласуется с количественными результатами теоретических работ Уилдмена и Дроздовича В.Н.

Все расчеты, выполненные для цилиндрической геометрии подшипника, показывают, что уже для параметра сжимаемости большего 0,5 вся профилированная область оказывается зоной со средними значениями параметра сжимаемости. Это может означать, что для цилиндрической геометрии ТУК оказывается обоснованной для параметров сжимаемости не превышающих единицу. На это в семидесятых годах прошлого столетия указывал Осмен (J.S.Ausman) при обсуждении статьи Воора и Чау.

На рис. 1 приведены результаты сравнения расчетов давления на границе профилированной области и уплотнительного пояска в плоском подпятнике с закрытым центром с экспериментальными данными Стеранки и теоретическими расчетами А.В. Емельянова. Результаты расчета по настоящей теории для параметров сжимаемости больших 100 дают меньшие значения давления, чем показывает эксперимент Стеранки в отличие от ТУК и нелинейной теории Емельянова А.В. Сплошная кривая (в-к) соответствует давлениям в центре подпятника в результате расчетов в нулевом приближении и осреднении по паре “выступ-канавка”. Сплошная кривая (к-в) соответствует осреднению по паре “канавка-выступ”.

Приводится сравнение результатов измерения давления по ширине пары “канавка-выступ” в эксперименте Лохматова-Левиной у плоского подпятника и расчётов по настоящей теории (Рис.2). На рис. 2а, б результаты расчета и эксперимента согласуются на выступе с относительной погрешностью менее 16%, а на канавке менее 25%. Большие расхождения результатов расчета и данных эксперимента (Рис. 2в) для зазора в 10 мкм можно объяснить неточной, по-видимому, информацией о величине экспериментального зазора в месте измерения эпюры давления. Приводятся результаты сравнения экспериментальных эпюр давления замеренных в радиальном направлении в том же эксперименте, и расчетных по настоящей теории, выполненных с учетом протяженности пограничного слоя на внешней границе подпятника. Показано, что расчеты с учётом протяженности пограничного слоя оказываются ближе к

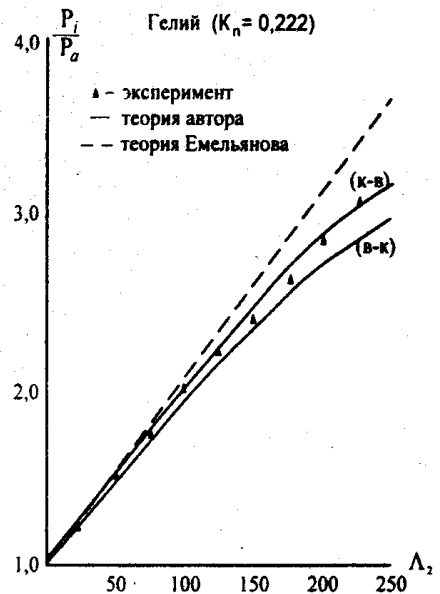
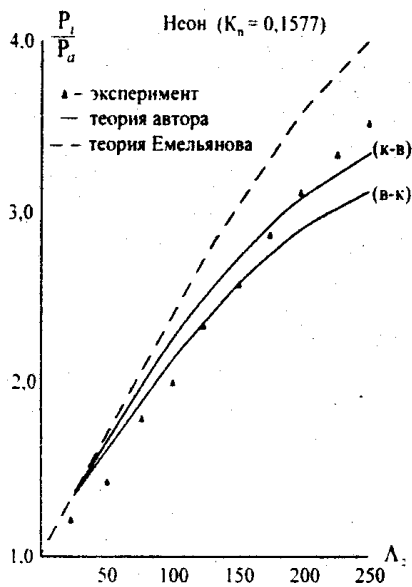
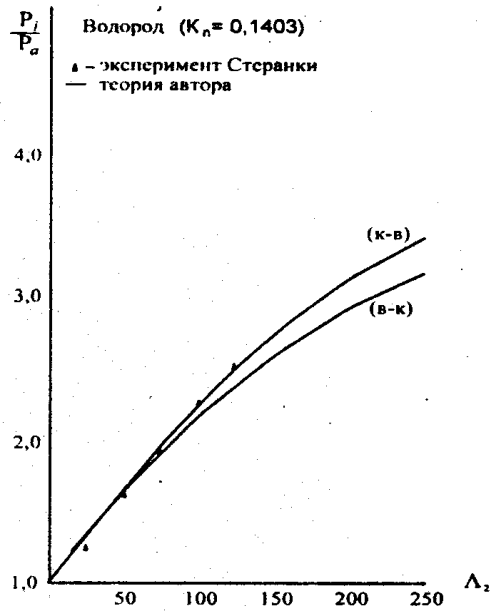
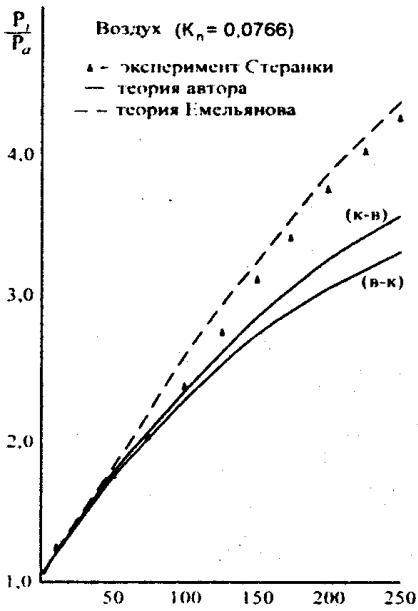
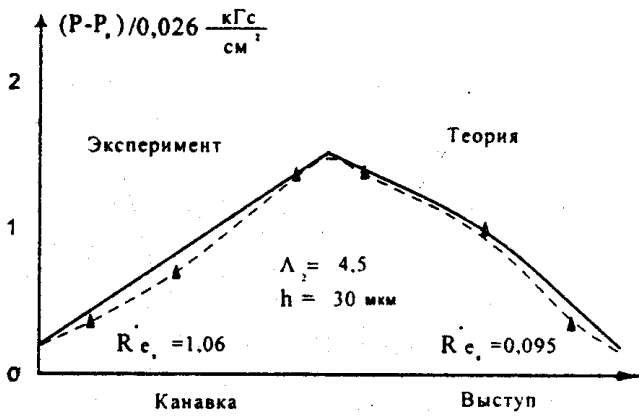
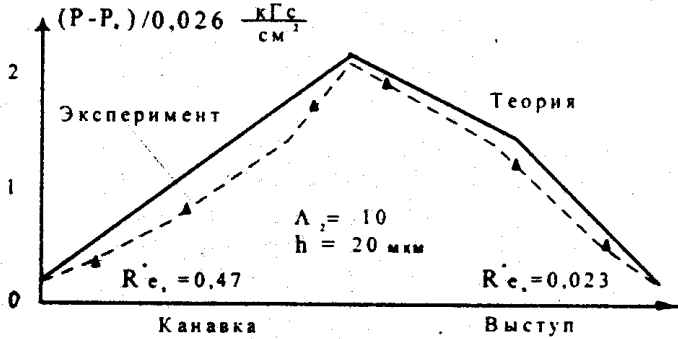


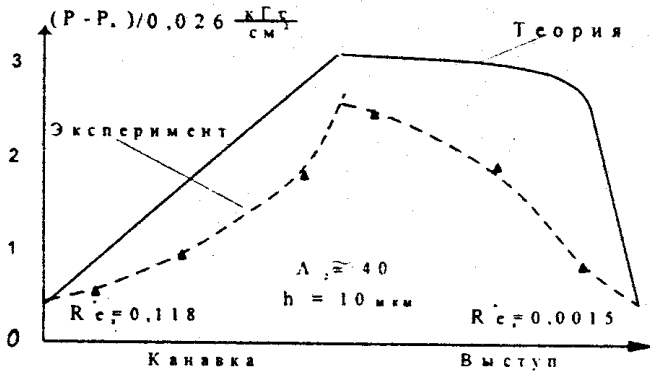
Рис. 1. Сравнение теорий с экспериментом Стеранки



а)



б)



в)

Рис. 2. Эпюры давления

результатам эксперимента. Наилучшее совпадение наблюдается для подпятника с параметрами близкими к оптимальным для несущей способности.

Выполнено сравнение результатов измерения давления в смазочном слое ГДОП цилиндрической геометрии (Рис. 3), полученных в 80-х годах в Ленинградском институте точной механики и оптики В.В Ивановой, Н.Г. Проскураковым и Б.А. Коровниченко. Из-за невысокой точности изготовления опор и замеров давления результаты сравнения лишь качественно подтверждают нагнетающий эффект, создаваемый спиральными канавками для цилиндрической геометрии подшипника.

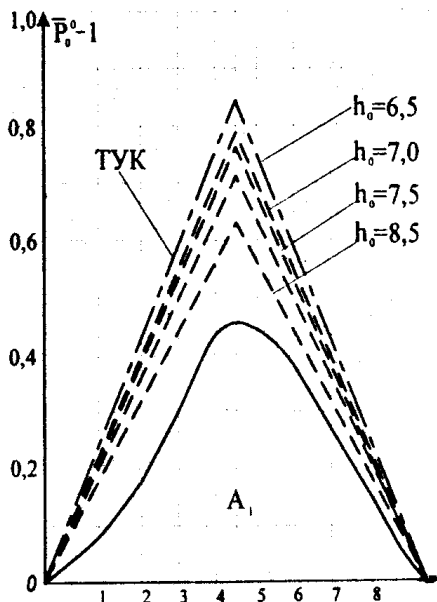
На рис. 4 приведены зависимости размерной и безразмерной несущих способностей плоского, безрасходного подпятника, полученных экспериментально Лохматовым-Левиной. Подпятник диаметром 98 мм, с углом наклона спиральных канавок  $\beta=20^\circ$ , числом спиральных канавок  $m=10$  и глубиной канавок  $\delta=70$  мкм. Тонкие сплошные линии-результаты эксперимента. Кружечки на линиях-расчёты осевой несущей способности по настоящей теории, с учётом протяженности пограничного слоя на внешней границе подпятника. Цифры рядом с кружечками означают величину протяженности пограничного слоя, при которой теория совпадает с экспериментом. Обратившись к цифрам рядом с кружечками на рис. 4, заметим, что протяженность пограничного слоя оказывается величиной порядка  $\epsilon=1/m=0,1$  (обратного числу канавок в подпятнике), что подтверждает результаты теории. С ростом параметра сжимаемости протяженность пограничного слоя возрастает, а с уменьшением зазора -уменьшается.

Расчеты, приведенные на рис. 4 показывают, что объяснить нелинейность экспериментальных зависимостей осевой несущей способности плоского подпятника можно конечной протяженностью пограничного слоя, образующегося на внешней границе подпятника.

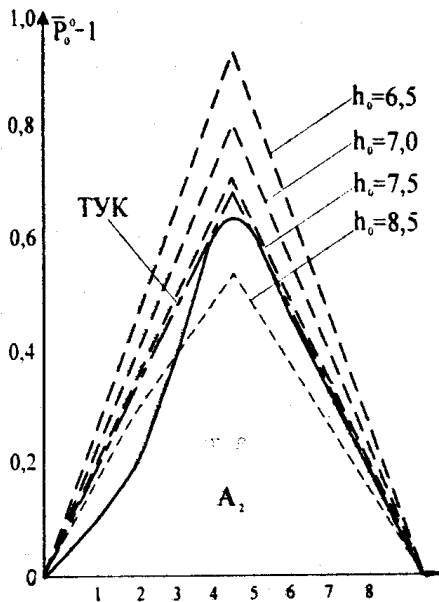
Приводятся результаты сравнения расчетов несущей способности плоского кольцевого подпятника по настоящей теории и нелинейной теории Емельянова А.В.

Для плоских подпятников оптимальных по несущей способности до параметров сжимаемости порядка 100 результаты расчётов мало отличаются друг от друга. Для параметров сжимаемости больших 100 расхождения в расчётах увеличиваются и для величины 250 составляют около 30-40%. Расчёты по настоящей теории дают меньшие значения, чем по теории Емельянова А.В.

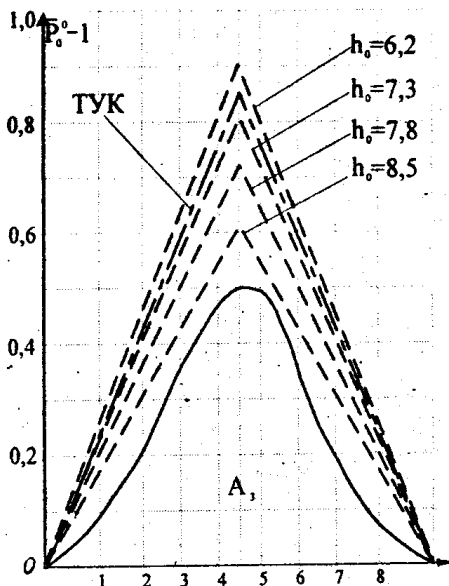
Относительная разница в расчетах несущих способностей подпятника для числа канавок 12 и 24 при параметре сжимаемости 250 по нелинейной теории составляет около 11%, а по настоящей теории 8%.



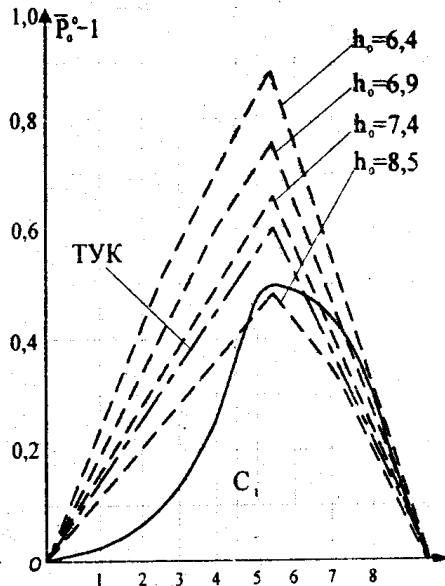
а)



б)



в)



г)

Рис. 3. Эпюры давления по образующей цилиндра  
 (— эксперимент; --- расчет по настоящей теории; - - - - расчет по ТУК)

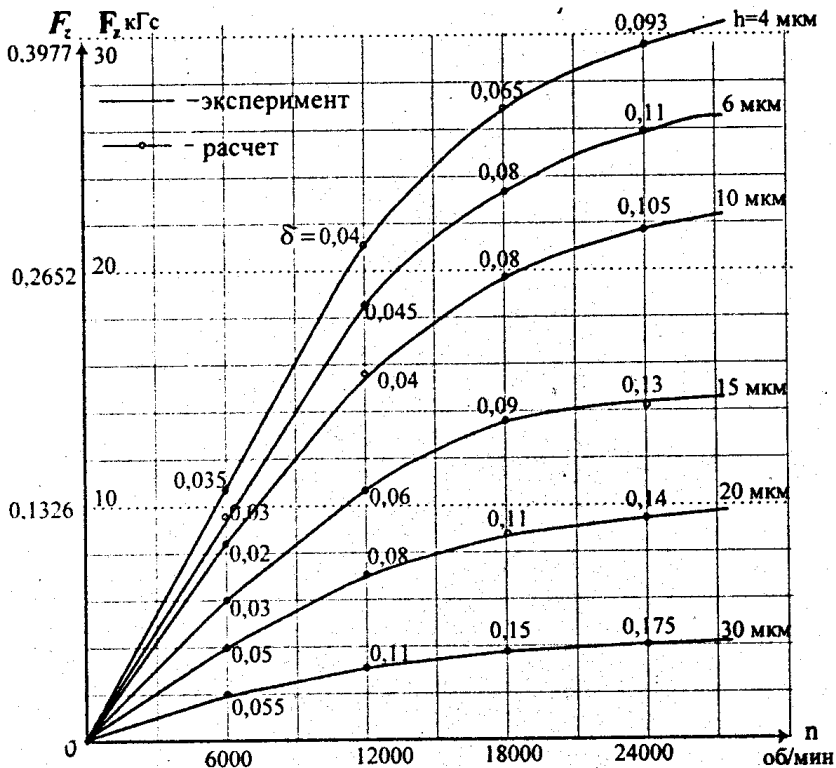


Рис. 4. Зависимости несущей способности кольцевого подпятника

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования и сравнения некоторых результатов новой теории с результатами известных теорий и экспериментальными данными позволяют надеяться на то, что сделан очередной шаг в развитии теоретических основ расчета динамических характеристик газодинамических опор со спиральными канавками. Заложены основы новой, общей для всех геометрических форм подшипников со спиральными канавками теории, которая позволяет подойти к исследованию динамики легко нагруженных роторных систем с такими опорами. Решения для пограничных слоев позволяют лучше понять природу нагнетания газа внутрь смазочного слоя и объясняют краевые эффекты, наблюдаемые на практике. Передаточные функции ГДО и критерий устойчивости позволяют исследовать устойчивость легко нагруженных роторных систем и рассчитывать реакцию таких систем на малые возмущающие

воздействия периодического характера.

Основные результаты и выводы исследования сводятся к следующему:

1. Для ГДОП со спиральными канавками введение локальной, "скользящей" координаты позволяет получить операторы преобразования для уравнения Рейнольдса, которые *без перехода к специальным спиральным координатам* переводят его к виду содержащему быстрые и медленную переменные, а также числа спиральных канавок. Преобразование с помощью введенных операторов *не содержит* каких либо упрощений и поэтому преобразованные уравнения *являются* лишь *новой формой уравнения Рейнольдса для ГДО со спиральными микроканавками* удобной для его анализа и решения методами сращиваемых асимптотических разложений. Исходные и преобразованные уравнения записаны в произвольных ортогональных координатах, поэтому *они описывают распределение давления для ГДО всех распространенных на практике геометрических форм*, что позволяет построить решение для давления сразу для всех геометрических форм подшипников.

2. Решена задача по определению давления в смазочном слое для малых параметров сжимаемости в нулевом и первом приближении. Уравнение для давления в нулевом приближении совпадает с уравнением для "сглаженного" давления теории узких канавок, что соответствует результатам, впервые полученным Элродом и Галаховым М.А. на базе другого исходного уравнения. Показано, что это уравнение отражает необходимое и достаточное условие периодичности по быстрой переменной производной  $\partial P_2 / \partial \zeta_1$  от давления найденного во втором приближении. Впервые аналитико-численным методом найдено изменение давления на паре "канавка-выступ". Для малых параметров сжимаемости изменение давления по ширине пары "канавка-выступ" настолько мало, что проявляется только в слагаемом  $\varepsilon P_1$  и для прямоугольной канавки это изменение носит линейный характер. Это изменение не может быть найдено ТУК, так как её результатом является лишь уравнение для основной составляющей давления  $P_0$ , которое по ширине пары "канавка-выступ" не изменяется. Расчёты несущих способностей подпятников для различных чисел канавок показывают, что при небольших величинах параметра сжимаемости число канавок, если не учитывать протяженность пограничного слоя, влияет на интегральные характеристики подпятников столь незначительно, что им можно пренебрегать. Следовательно, в тех случаях, когда протяженность пограничных слоёв мала, давление в смазочном слое и интегральные характеристики можно рассчитывать по ТУК. Слабое влияние на интегральные характеристики подпятников составляющей  $\varepsilon P_1$  давления вытекает из того факта, что основное уравнение для давления во внешней области удовлетворяется функцией  $P_0$  с точностью до малых  $O(\varepsilon^2)$ , а функцией  $P_0 + \varepsilon P_1$  с точностью до малых величин порядка  $O(\varepsilon^3)$ .

3. Установлена связь между передаточными функциями ГДОП и ГДОН, расположенными справа в двух опорной системе, что позволяет по



алгоритму расчета передаточных функций ГДОП путём его незначительного изменения вести расчеты передаточных функций ГДОН для всех четырех, применяемых на практике геометрических форм. Разработана методика, алгоритмы и программы для расчета передаточных функций жёстких двухпорных конструкций с любыми правой и левой опорами.

4. Выдвинута гипотеза о том, что для ГДО со спиральными канавками при малых параметрах сжимаемости все собственные значения краевых задач, определяющих передаточные функции, располагаются в левой полуплоскости комплексного переменного  $S$ . Справедливость гипотезы подтверждается известными решениями подобных краевых задач для ряда частных случаев и для вибронесущих опор. Косвенным подтверждением её справедливости, служат численные решения упомянутых краевых задач, для любых параметров опор. Выдвинутая гипотеза и свойства решений краевых задач позволяют утверждать, что передаточные функции ГДО со спиральными канавками являются мероморфными функциями с полюсами расположенными в левой полуплоскости комплексного переменного  $S$ . Это позволило доказать критерий устойчивости в малом равновесного положения роторных систем с ГДОП и ГДОН.

5. Установлены общие количественные свойства передаточных функций, позволяющие в ряде случаев получать решения, не прибегая к вычислениям. Выполнена оценка точности расчетов пороговых значений массовых параметров на границе устойчивости.

6. Разработан комплекс программ для расчетов устойчивости равновесного положения системы "ротор-смазочный слой-поплавок" трехстепенного поплавкового гироскопа для ГДОН катушечного типа состоящей из двух Т-образных, совмещенных плоского и цилиндрического подшипников.

7. Для небольших величин параметра сжимаемости  $\Lambda \sim 1$  нанесение канавок на вращающуюся поверхность опоры ухудшает радиальные характеристики при стационарном течении, но увеличивает область устойчивости соосного равновесного положения ротора, по сравнению с опорой, у которой канавки нанесены на невращающейся детали. Этот вывод подтверждается результатами, ранее полученными в работах Карпова В.С. и Прокулевич Л.А. для сферического подшипника со спиральными канавками.

8. Изучена динамика пространственного движения системы "ротор-смазочный слой-поплавок" в малой окрестности соосного равновесного положения под действием различных возмущений периодического характера. Впервые изучена устойчивость равновесия такой системы с помощью критерия устойчивости упомянутого выше. Установлено, что реальная конструкция трёхстепенного, поплавкового гироскопа обладает небольшим запасом устойчивости по экваториальному моменту инерции ротора. Предложены мероприятия позволяющие увеличить этот запас. Доказана возможность

компенсировать угловые колебания поплавок в поддерживающей жидкости, вызванные торцовым биением подпятников, динамической балансировкой ротора в газодинамических опорах на рабочих оборотах.

9. Решена задача о распределении давления в смазочном слое ГДО при средних значениях параметра сжимаемости в нулевом и первом приближении во внешней области. Получено выражение осреднённого по быстрой переменной закона сохранения массы газа в контрольном объёме для ГДОП и количественные соотношения из него вытекающие, которые для средних значений параметра сжимаемости позволяют получить решения для давления в пограничных слоях и, следовательно, рассчитать поле давления в профилированной области. Решена задача о давлении в пограничных слоях в нулевом, первом и втором приближениях. В нулевом приближении на внешней границе пограничного слоя получены одинаковые решения на парах “выступ-канавка” и “канавка-выступ”. На базе теоретических решений задачи о распределении давления во внешней области и в пограничных слоях разработана идеология, алгоритмы и программа расчета давления в смазочном слое ГДОП при соосном расположении шипа в подшипнике и интегральных характеристик подпятников в нулевом приближении. Решение этой задачи позволяет подойти к разработке алгоритмов и программ расчета передаточных функций ГДО при средних значениях параметра сжимаемости.

10. Выполнено сравнение результатов расчета давления в смазочном слое плоской и цилиндрической геометрии опоры с результатами экспериментальных исследований, выполненных другими исследователями. Осуществлено сравнение результатов расчета осевой несущей способности плоских подпятников с экспериментальными исследованиями Стеранки и А.А. Лохматова – Г.А. Левиной. Сравнения свидетельствуют о правильности основных положений нового подхода к созданию нестационарных моделей ГДО и результатов, получающихся на его основе. Результаты эксперимента А.А. Лохматова – Г.А. Левиной объясняются настоящей теорией.

*Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:*

1. Дадаев С.Г., Завьялов Г.А. Условие инвариантности уходов двухстепенного гироскопа с произвольными опорами на газовой смазке по главной оси к действующим ускорениям//Изв. вузов. Приборостроение.–1972.–№11.–С.80–83.
2. Дадаев С.Г. Об одном методе определения пороговой скорости вала в опорах с газовой смазкой// Исследование и проектирование гироскопических приборов и их элементов: Сб. тр. №189.–Челябинск: ЧПИ, 1976.–С.114–122.
3. Дадаев С.Г. Теоретические основы расчетов динамики пространственного движения жесткого, несимметричного ротора с произвольными опорами скольжения, смазываемыми газом// Трение и износ в машинах: Сб. докл.

- Всесоюзной конференции.–Челябинск: ЧПИ, 1980.–С.110–115.
4. Дадаев С.Г. Оценка допуска на торцевое биение подпятников газодинамических опор гироскопов// Изв. вузов. Приборостроение.–1987.–№7.–С.34–38.
  5. Дадаев С.Г., Курилов А.М. Решение уравнения для распределения давления в газодинамическом Т-образном подшипнике с учетом сферического движения ротора// Трение и износ в опорных узлах машин: Сб. науч. тр. УрО АН СССР.–Свердловск: изд. “Уральский рабочий”, 1990.–С.62–71.
  6. Дадаев С.Г. Передаточные функции Т-образного газодинамического подшипника// Там же.–1990.–С.72–78.
  7. Дадаев С.Г. Точность расчета границ устойчивости ротора гироскопа на смазочном слое газодинамической опоры// Информационные и управляющие устройства, системы технологических процессов: Сб. науч. тр. –Челябинск: ЧГТУ, 1990. – С.35–37.
  8. Дадаев С.Г., Завьялов О.Г. Статические характеристики газодинамической опоры с закрытым центром// Системы автоматики и их элементы: Сб. науч. тр.–Челябинск: ЧГТУ, 1991. –С. 64–66.
  9. Дадаев С.Г. Шелковников В.В. Решение краевой задачи для распределения давления по паре “канавка-выступ” при средних значениях параметра сжимаемости// Элементы и приборы систем управления: Сб. науч. тр. – Челябинск: ЧГТУ, 1996. –С. 14–15.
  10. Дадаев С.Г. Нестационарные модели газодинамических подшипников со спиральными канавками: Монография.–Челябинск: ЧГТУ, 1996.–Ч.1.–162 с.
  11. Дадаев С.Г. Нестационарные модели газодинамических подшипников со спиральными канавками: Монография.–Челябинск: ЮУрГУ, 2000.–Ч.2.–231 с.

Издательство Южно-Уральского государственного  
университета

---

ИД №00200 от 28.09.99. Подписано в печать 26.04.2002. Формат  
60\*84 1/16. Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,09. Уч.- изд. л. 2.  
Тираж 100 экз. Заказ 92/180.

---

УОП Издательства. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76