

05.13.14  
0-343

*Л.Овс.*

**На правах рукописи**

**ОВСЯНИЦКАЯ Лариса Юрьевна**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ  
ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМОЙ  
ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ ЧЕЛОВЕКА**

**Специальность 05.13.14 – «Системы обработки информации и управления»**

**Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук**

*Л.О.*

**Челябинск–2000**

Работа выполнена в Южно-Уральском государственном университете.

Научный руководитель – доктор технических наук,  
профессор Щипицын А.Г.

Официальные оппоненты: доктор технических наук,  
профессор Воронин С.Г.;

кандидат технических наук,  
доцент Даровских С.Н.

Ведущее предприятие – Федеральное государственное унитарное  
предприятие Конструкторское бюро  
«Медавтоматика» (г. Екатеринбург).

Защита состоится 4 мая 2000 г., в 15<sup>00</sup> ч, на заседании диссертационного Совета Д 053.13.06 при Южно-Уральском государственном университете по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76 (ауд.244).

Ваш отзыв в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью, просим направлять по адресу: 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76, Южно-Уральский государственный университет, ученый совет, т. (3512) 39-91-23.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан 31 марта 2000 г.

Ученый секретарь диссертационного  
Совета, д.т.н., профессор



М.Н. Устюгов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Диссертация посвящена вопросам разработки математических моделей и алгоритмов обработки информации для управления системой восстановления двигательной активности человека (СВДАЧ), предназначенной для лечения и реабилитации пациентов с диагнозом детский церебральный паралич. Полному излечению это заболевание в настоящее время не подлежит, однако при правильно и своевременно поставленном диагнозе весьма эффективным средством является лечебная физкультура (ЛФК).

Анализируя комплексы упражнений, входящих в различные методики ЛФК, можно прийти к выводу о том, что целью комплексов является стремление достичь одновременности выполнения всех движений. Это вызвано тем, что ЛФК должна способствовать нормальному развитию ребенка, а здоровый ребенок никогда не выполняет изолированные движения. Медицинский работник, проводя комплекс упражнений, способен лишь последовательно тренировать отдельные движения. Однако, при неточностях выполнения методики, это не только не способствует развитию общей двигательной активности, но и может закрепить патологический тип движения.

Поэтому является актуальной проблема создания такой технической системы, которая, имитируя движения здорового ребенка, обеспечивала бы одновременно заданное количество принудительных движений частей тела человека (ЧТЧ) в соответствии с предписанными ему методиками ЛФК. Система представляет собой комплексный тренажер с программным управлением, предназначенный для изменения углового положения конечностей и, тем самым, отработки определенной методики ЛФК. Движение каждой конечности человека описывается математическими моделями и разработанными на их основе алгоритмами и программами независимо. Одновременная реализация необходимых движений обеспечивает комплексное функционирование системы.

Набор комплексов упражнений представляет собой априорную информацию, хранящуюся в памяти компьютера. Эта информация, будучи обработана по специальным алгоритмам, позволяет вычислять кинематические и динамические характеристики, необходимые для реализации заданных движений, а также величину погрешности, с точностью до которой должны реализовываться программные движения частей тела человека, и значения сил реакций в суставах.

Функциональная схема СВДАЧ приведена на рис. 1. Блоки, разработанные в диссертации, выделены пунктирной линией. В целом СВДАЧ включает: основание (1), приводы (2), устройство управления приводами (3), приспособления для фиксации ЧТЧ (4), датчики физиологического состояния (5) и угловых перемещений (6), компьютер (7), осуществляющий координацию и управление системой. Особенностью предлагаемого способа является реализация захватного типа движений. Привод фиксируется на теле человека в особых контрольных точках, исходя из физиологических особенностей организма, а конструкция

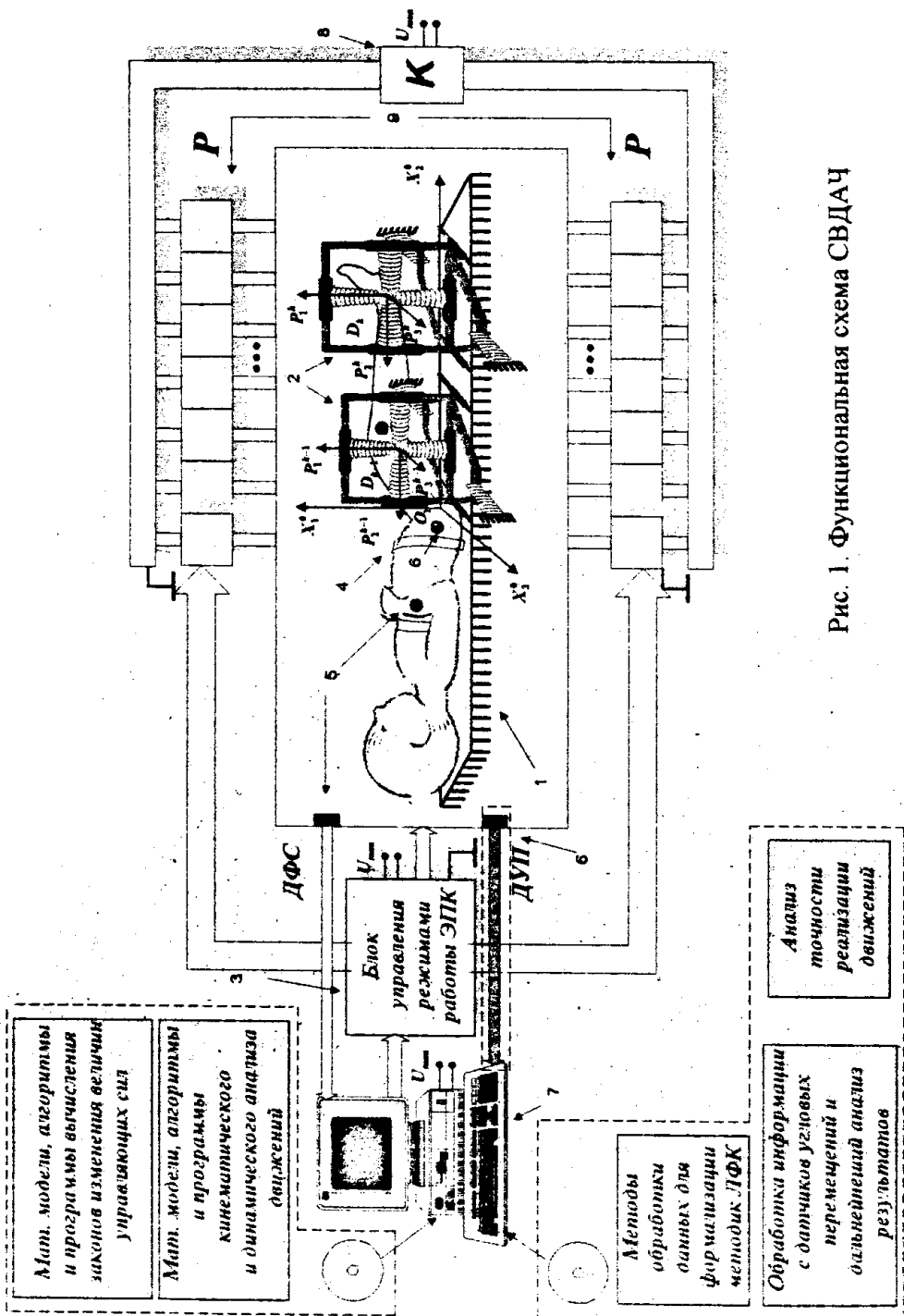


Рис. 1. Функциональная схема СВДАЧ

приводе, выполненная в виде надувных деформируемых элементов, обладает податливостью в той степени, которая обеспечивает травмобезопасность пациента. Это позволяет использовать СВДАЧ для детей, начиная с раннего возраста.

Рабочей средой для надувания всех элементов конструкции служит воздух, поступающий от компрессора (8). Управление потоками воздуха осуществляется с помощью распределителей (9) от блока управления, которым руководит компьютер. Датчики физиологического состояния служат для организации обратной связи по самочувствию пациента, датчики угловых перемещений используются при снятии информации во время задания методистом образцовых движений и при контроле положения конечности во время выполнения упражнений.

Исполнительные устройства привода установлены на жестком основании. Приведен пример приложения сил  $P_1^k, P_2^k, P_3^k, P_1^{k-1}, P_2^{k-1}, P_3^{k-1}$  в точках  $D_k$  и  $D_{k-1}$ . Силы изменяются по величине, а направления их действий всегда параллельны соответствующим координатным осям. Таким образом, суммарный вектор силового воздействия изменяется по величине и направлению. В работе разработаны математические модели и алгоритмы, в которых параметры и функции искомым точек захвата определяются относительно неподвижного основания.

Таким образом, разрабатываемая автоматизированная система позволит обеспечить проведение комплекса упражнений, способствующих более гармоничному развитию двигательной активности ребенка и уменьшить неблагоприятные последствия заболевания.

Об актуальности работы может свидетельствовать поддержка ее грантом «Университеты России – фундаментальные исследования».

**Предшествующие работы.** Большой вклад в развитие лечебных тренажеров внесли А.Е. Штеренгерц и К.А. Семенова. С середины 70-х годов в кабинетах ЛФК г. Риги работает автоматическая система, позволяющая механически воздействовать на конечность человека. Однако, данная система реализует только те движения, которые в данный момент выполняет либо здоровый человек, либо здоровая конечность. В настоящей работе, согласно постановке задачи, необходимо отрабатывать движения, заданные тем или иным способом заранее. Л.О. Бадалян, В.А. Сергеев классифицируют группы тренажеров: имитационные, равновесия и координации, силовые, массирующие. Задача же тренажера с программным управлением – комбинировать указанные выше отдельные функции и, таким образом, оказывать комплексное воздействие на больного.

Вопросы динамики управляемых объектов, описание движения, достигающего цели управления, а также вопросы пространственного движения системы «глаз-рука» рассмотрены Г.В. Корневым. Известны работы в области разработки манипуляционных систем Г.С. Черноруцкого, В.С. Жабреева, А.И. Телегина. Предлагаемая система является имитатором движения, по своему назначению и конструкции адаптированной к медицинским целям. Принципы экспериментального определения характеристик реакций суставов приведены у А.М. McLean, однако, в его работе указаны методы вычисления параметров только для 2 – звенных цепей; в диссертации приведены методы определения параметров для  $K$  – звенных цепей.

**Цель и задачи работы.** Цель работы: создание математического, алгоритмического и программного обеспечения обработки информации для управления системой восстановления двигательной активности человека.

Из цели вытекают следующие задачи:

- определение способов обработки данных для формализации методик ЛФК;
- разработка математических моделей, алгоритмического и программного обеспечения для задачи кинематического анализа СВДАЧ – определение зависимостей изменения координат, скоростей и ускорений точек захвата во времени, при которых реализуются требуемые законы изменения углов поворотов ЧТЧ;
- разработка математических моделей, алгоритмов и программ для задачи динамического анализа и синтеза СВДАЧ, позволяющих вычислять необходимые характеристики и законы изменения величин управляющих сил, приложенных в точках захвата, при которых реализуются требуемые законы изменения углов поворотов ЧТЧ во времени;
- определение точностных параметров реализации движений;
- создание устройства для экспериментального определения положения конечности человека в пространстве и перевода реальных движений в формализованное описание.

**Научная новизна и практическая значимость работы.**

Научная новизна. Разработаны математические модели и алгоритмы кинематического, динамического и точностного анализа СВДАЧ, позволяющие обрабатывать информацию о законах изменения углов поворота ЧТЧ во времени и на этой основе синтезировать силы для реализации заданных движений в соответствии с предписанными методиками ЛФК.

Практическая значимость.

1. Создан пакет прикладных программ для проведения численного моделирования кинематического, динамического и точностного анализа и синтеза СВДАЧ для определения законов изменения величин управляющих сил.
2. Разработан программно-аппаратный комплекс (ПАК) определения положения конечности человека в пространстве, позволяющий на основе реальных измерений, выполняемых методистом, определять углы поворота конечности в каждый момент времени, регистрировать и проводить дальнейшую обработку информации.

**Апробация работы, публикации, внедрения.** По теме диссертации опубликовано 13 работ, в том числе два учебных пособия, раздел в коллективной монографии, тезисы докладов на конференции, свидетельство о регистрации программы для ЭВМ в РосАПО. Материалы работы использованы в 3-х отчетах о НИР. Подана заявка на выдачу патента РФ на изобретение.

Основные результаты докладывались на

- Международной конференции «Актуальные проблемы педиатрии, неотложной медицины и медицинского образования» (Челябинск, 1997);

- Уральской конференции молодых ученых «Физика в биологии и медицине» (Екатеринбург, 1998);
- Кафедре «Приборостроение» ЮУрГУ (Челябинск, 1999);

Результаты работы используются Федеральным государственным унитарным предприятием КБ «Медавтоматика», г.Екатеринбург, при выполнении работ, связанных с международной программой «Здоровая семья».

Результаты исследований используются в лекциях по курсу «Информационное обеспечение медицинских систем» в Уральской государственной медицинской академии дополнительного образования. Созданный ПАК определения положения конечности человека используется на практических занятиях по дисциплине «Теория, расчет и проектирование приборов и систем» студентов 3-го курса специальности 190100, проводимых в ЮУрГУ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из аннотации, введения, 6 глав, заключения, списка литературы (92 наименования), приложения. Основной текст диссертации изложен на 144 машинописных страницах и содержит 26 рисунков и 11 таблиц; в приложение вынесено описание пакета прикладных программ, тексты исходных модулей на языке Turbo Pascal 7.0 (63 стр.) и заключения об использовании результатов работы.

### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулирована ее цель и поставлены задачи, проведен обзор предшествующих работ, приведены медицинские аспекты создания системы, показаны научная новизна и практическая ценность полученных результатов.

**В первой главе** рассмотрены основные способы формализации методик ЛФК – обработки словесной информации о движениях с целью аппроксимации ее зависимостями углов поворотов частей тела человека во времени. Приведены зависимости, описывающие движения здорового человека. Задача методиста - определение физиологических особенностей пациента и внесение поправок и корректировок на амплитуды и частоты совершения колебательных движений. Приведены способы прямого снятия информации с датчиков, закрепленных на теле пациента, а также с помощью бесконтактных методов, например, видеокамеры или систем 3D сканирования.

Полученные зависимости могут храниться в памяти компьютера либо в табличном виде, либо в виде коэффициентов аппроксимирующих функций. В случае, когда функции описывают упражнения, совершаемые периодически с одинаковыми частотами изменения положения углов всех ЧТЧ, в качестве метода аппроксимации применялся метод наименьших квадратов. Аппроксимирующая функция имеет вид

$$\varphi(t) = C_0 + C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t \tag{1.1}$$

В случае, когда упражнение представляет собой более сложную непериодическую зависимость, то лучшие результаты дала аппроксимация канониче-

ским полиномом в виде:

$$\varphi(t) = C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + \dots + C_n t^n. \quad (1.2)$$

Таким образом, рассмотрены основные подходы к формализации и описанию методик лечебной физкультуры для СВДАЧ. Учитывая поставленные цели, возможно применение методов формализации как непосредственно в виде составления математических зависимостей по имеющимся словесным описаниям, так и с использованием дополнительных технических и программных средств.

Во второй главе построены математические модели, разработаны алгоритмы и программы для задачи кинематического анализа СВДАЧ, позволяющие определять зависимости изменения координат, скоростей и ускорений точек захвата во времени, при которых реализуются требуемые законы изменения углов поворотов ЧТЧ. Это позволит контролировать указанные параметры для предотвращения возможного превышения допустимых нагрузок, а также, имея реальные законы движения ЧТЧ, судить о точности реализации методики.

В качестве базовой модели была рассмотрена механическая система, состоящая из совокупности следующих взаимосвязанных тел: голова, тело, два плеча, два предплечья, два бедра, две голени (рис. 2). Каждое сочленение пред-

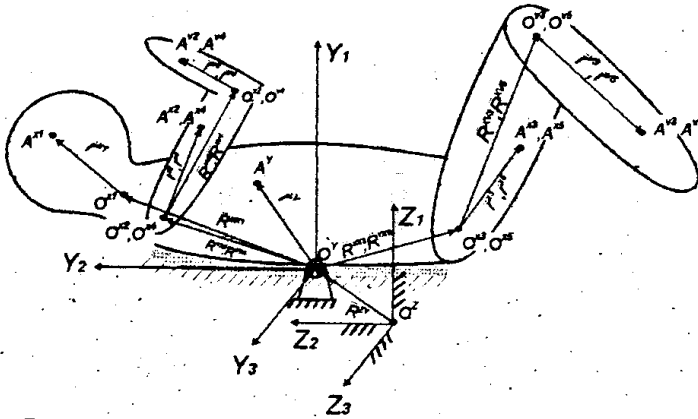


Рис. 2. К задаче кинематического анализа СВДАЧ

ставляет собой сферический шарнир. Были введены системы координат, начала которых принадлежат основанию, 1-му и 10-му грудным позвонкам, правому и левому плечевому, локтевому, коленному и тазобедренному суставам.

Общий алгоритм решения задачи состоит в следующем.

1. Задать расстояния между шарнирами, начальное положение и законы изменения углов ЧТЧ, начальное, конечное время, временную дискрету.
2. Для определения ориентации каждой последующей системы координат относительно предыдущей ввести направляющие косинусы, представляющие собой скалярные произведения соответствующих ортов:



$$\begin{aligned}
 C_{ij}^{(X)pkpm} &= \bar{X}_i^{pk} \bar{X}_j^{pm}; & C_{ij}^{p1p3} &= \sum_{k=1}^3 C_{ik}^{p1p2} C_{kj}^{p2p3}; \\
 C_{ij}^{p0p2} &= \sum_{k=1}^3 C_{ik}^{p0p1} C_{kj}^{p1p2}; & C_{ij}^{03} &= \sum_{k=1}^3 C_{ik}^{02} C_{kj}^{23}.
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

3. Ввести направляющие косинусы, задающие ориентацию относительно друг друга двух любых введенных систем координат, например:  $D_{ij} = \sum_{m=1}^3 (zy)^{jm} (zy)^{km3} (y)^{0m} C_{im} C_{mj}$ .

Направляющие косинусы были сведены в блочную матрицу (табл. 3.1).

4. Зная все компоненты матрицы, определить необходимые кинематические параметры относительно подвижных и неподвижных систем координат:  
 – угловые скорости в проекциях на подвижные оси:

$$\Omega_i^p = \sum_{m=1}^3 (D_{mi}^{(yy)mp3} \dot{Q}_m^y + D_{mi}^{(zy)mp3} \dot{Q}_m^{zp} + C_{mi}^{(y)mp3} \dot{Q}_m^p);$$

Таблица 3.1

Матрица направляющих косинусов

Орт Орт	$\bar{Z}_j^n$	$\bar{Y}_j^n$	$\bar{X}_j^{pn}$	$\bar{L}_j^{pn}$	$\bar{N}_j^{pn}$	$\bar{V}_j^{pm}$
$\bar{Z}_i^k$	$(zx)^{kn} D_{ij}$	$(zy)^{kn} D_{ij}$	$(zy)^{kn} D_{ij}$	$(zx)^{kn} D_{ij}$	$(zm)^{kn} D_{ij}$	$(zx)^{kn} D_{ij}$
$\bar{Y}_i^k$	$(yz)^{kn} D_{ij}$	$(yy)^{kn} D_{ij}$	$(yx)^{kn} D_{ij}$	$(yl)^{kn} D_{ij}$	$(ym)^{kn} D_{ij}$	$(yz)^{kn} D_{ij}$
...	...	...	...	...	...	...
$\bar{V}_i^{pk}$	$(zx)^{pkpm} D_{ij}$	$(yy)^{kpn} D_{ij}$	$(yx)^{pkpm} D_{ij}$	$(yl)^{pkpm} D_{ij}$	$(zm)^{pkpm} D_{ij}$	$(yz)^{pkpm} D_{ij}$

в проекциях на неподвижные оси:  $\bar{\Omega}_i^p = \bar{\Omega}_i^{zp} + \sum_{m=1}^3 D_{mi}^{(yz)pm0} \dot{Q}_m^y$ ;

- угловые ускорения в проекциях на неподвижные оси:

$$\bar{\varepsilon}_i^p = \varepsilon_i^{zp} + \sum_{m=1}^3 (D_{mi}^{(yz)pm0} \ddot{Q}_m^y + \dot{D}_{mi}^{(yz)pm0} \dot{Q}_m^y);$$

в проекциях на подвижные оси:  $\varepsilon_i^p = \sum_{j=1}^3 (zy)^{0p3} \ddot{\varepsilon}_j^y$ ;

- координаты точек ЧТЧ на оси связанной с основанием системы координат:

$$R_i^p = R_i^{mp} + \sum_{j=1}^3 D_{ij}^{(zy)0p3} r_j^y;$$

- скорости точек ЧТЧ:  $v_i^p = \dot{R}_i^{mp} + \sum_{j=1}^3 (D_{ij}^{(zy)0p3} \dot{r}_j^y + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \varepsilon_{kl}^{(zy)0p3} D_{il} \Omega_l^y r_k^y)$ ;

- ускорения точек ЧТЧ:

$$\omega_i^p = \ddot{R}_i^{mp} + \sum_{j=1}^3 (D_{ij}^{(zy)03} \ddot{r}_j^y + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \varepsilon_{kl}^{(zy)03} D_{il} (\Omega_l^y (\Omega_l^y r_k^y + \dot{\Omega}_l^y r_k^y) - \Omega_l^y \dot{r}_k^y));$$

5. Провести аналогичные вычисления на следующем интервале времени.

На основе общего алгоритма составлен развернутый алгоритм и разработана программа для решения указанных задач. Общий объем пакета прикладных программ – 129 кБ, дополнительно резервируемое место на жестком диске при работе программы – 1 МБ.

В третьей главе построены математические модели и разработаны алгоритмы динамического анализа привода СВДАЧ для возможности дальнейшего синтезирования величин управляющих сил. Было рассмотрено движение под действием известных сил механической системы, состоящей из  $K$  сочлененных тел, где каждое сочленение представляет собой сферический шарнир (рис. 3). Считаем, что каждое тело имеет массу; в произвольных точках  $D_k$  к телам приложены силы, параллельные соответствующим осям декартовой системы координат, связанной с Землей. На рис.3 показаны силы  $P_j^k$ . Каждое тело  $k$  имеет угловую скорость относительно основания  $\overline{\Omega}_k$  и угловую скорость относительно  $(k-1)$  тела  $\overline{\omega}_k$ . Движение рассмотрено в инерциальном пространстве относительно неподвижной Земли. Задача состоит в нахождении дифференциальных уравнений движения системы относительно неподвижного основания, а также в определении сил реакций шарниров и в указании способа нахождения необходимых массо-геометрических характеристик тел.

Общий алгоритм решения задачи состоит в следующем.

1. Ввести системы координат, связанные с телами и определить блочную матрицу направляющих косинусов, задающую ориентацию относительно друг друга двух любых введенных тел:

$$C = \begin{bmatrix} C^{00} & C^{01} & \dots & C^{0k} \\ C^{10} & C^{11} & \dots & C^{1k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C^{k0} & C^{k1} & \dots & C^{kk} \end{bmatrix}$$

2. Задать: количество, массы тел; моменты инерции тел, а также координаты

шарниров, центров масс и точек приложения сил в связанных с телами системах координат; начальные углы поворотов тел; начальное, конечное время, временную дискрету.

3. Выделить из системы тело  $k$  и использовать две теоремы – теорему об изменении количества движения и теорему об изменении кинетического момента относительно точки  $O_1$ :  $\dot{\overline{K}}^k = \overline{f}^k$ ,  $\dot{\overline{J}}^k = \overline{M}^k$ , где  $\overline{K}^k$  – вектор количества движения тела  $k$ ,  $\overline{f}^k$  – главный вектор внешних сил, приложенных к телу  $k$ ,

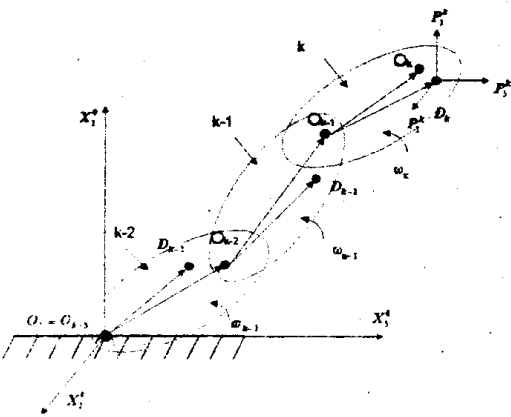


Рис. 3. Система из  $K$  сочлененных тел

$\vec{J}$  – вектор кинетического момента тела  $k$  относительно точки  $O_1$ ,  $\vec{M}^k$  – главный момент внешних сил относительно точки  $O_1$ , приложенных к телу  $k$ .

4. Ввести обобщенные коэффициенты, определяемые по двум теоремам и составить систему из  $(2*3*k)$  дифференциальных уравнений движения тел:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{q=1}^3 \sum_{b=1}^3 B_{pq}^{kb} \dot{\Omega}_q^b &= \vec{F}_i^k \\ \sum_{q=1}^3 \sum_{b=1}^3 C_{pq}^{kb} u_q^b &= \Omega_i^k \end{aligned} \right\} \quad i = \overline{1,3}$$

и привести ее к нормальной форме:  $\dot{Y} = F(Y) + Q(Y) P$ , (3.1)

где  $Y$ -матрица размера  $N_Y \times 1$  переменных состояния: углов и угловых скоростей тел ( $N_Y = 2*k*3$ );  $F$ -матрица размера  $N_Y \times 1$ , компоненты которой являются нелинейными функциями переменных  $Y_i$ ;  $Q$ -матрица размера  $N_Y \times N_Y$ , компоненты которой являются нелинейными функциями переменных  $Y_i$ ;  $P$ -матрица размера  $N_Y \times 1$ , компоненты которой являются проекциями векторов сил в системе координат  $X_i^{00}$ , связанной с основанием:

$$Y = \begin{Bmatrix} Y^0 \\ Y^* \end{Bmatrix}, \quad F = \begin{Bmatrix} F^0 \\ F^* \end{Bmatrix}, \quad P = \begin{Bmatrix} P^0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad Q = \begin{Bmatrix} Q^0 & | & 0 \\ - & - & - \\ 0 & | & 0 \end{Bmatrix}$$

5. Проинтегрировать полученную систему уравнений (3.1) на интервале  $[t, t + \Delta t]$  и вычислить углы, скорости и ускорения тел.  
6. Вычислить силы реакций шарниров:

$$S_p^1 = - \sum_{k=1}^3 f_p^{2k} + \sum_{q=1}^3 (B_{pq}^{211} \varepsilon_q^1 + \sum_{b=1}^3 B_{pq}^{22b} \varepsilon_q^b + \sum_{b=1}^3 B_{pq}^{23b} \varepsilon_q^b),$$

$$S_p^2 = - \sum_{k=2}^3 f_p^{2k} + \sum_{q=1}^3 (\sum_{b=1}^3 B_{pq}^{22b} \varepsilon_q^b + \sum_{b=1}^3 B_{pq}^{23b} \varepsilon_q^b),$$

$$S_p^3 = - f_p^{23} + \sum_{k=1}^3 \sum_{q=1}^3 B_{pq}^{23b} \varepsilon_q^b, \quad p = \overline{1,3}.$$

Знание этих величин позволяет судить о допустимости выполнения данного движения с медицинской точки зрения.

7. Провести аналогичные вычисления на следующем интервале времени.

На основе общего алгоритма составлен развернутый алгоритм и разработана программа, позволяющая на основе имеющихся законов изменения величин управляющих сил в каждый момент времени определять углы, угловые скорости и ускорения, а также силы реакций шарниров. Объем программы – 36кБ, резервируемое место на диске – 500 кБ.

В четвертой главе построены математические модели и разработаны алгоритмы синтеза управления приводом СВДАЧ. Модель базируется на дифференциальных уравнениях, полученных в предыдущем разделе.

В качестве метода взят метод динамического программирования Беллмана в дискретном варианте. Задача заключается в определении:

- 1) проекций сил  $P_i$  в виде функций времени, т.е..

$$P_l = P_l(t), \quad l = \overline{1, (k^* 3)}, \quad t \in [t_0; T], \quad (4.1)$$

таких, которые обеспечивали бы изменение переменных состояния  $Y$ , по заданным законам во времени:

$$f_i = f_i(t), \quad i = \overline{1, N_Y}; \quad t \in [t_0; T]$$

и удовлетворяли бы ограничениям:  $|P_l(t)| \leq |P_l^{**}(t)|$ , где  $P_l^{**}(t)$  – априорно заданные законы изменения величин управляющих сил;

2) мощностей этих сил.

В качестве критерия метода был взят функционал:

$$\Phi = \int_{t_0}^T \left\{ \sum_{i=1}^{N_Y} \left[ \frac{N_i^Y}{f_i} (Y_i - f_i(t)) \right] + \sum_{l=1}^{N_P} \left[ \frac{N_l^P}{P_l^{***}} (P_l(t) - P_l^{**}(t)) \right] \right\} dt, \quad (4.2)$$

где  $f_i^{**}$  – наибольшие по абсолютным величинам значения функций  $Y_i$  на всем интервале времени,  $P_l^{***}$  – наибольшие по абсолютным величинам значения управляющих сил на всем интервале времени.

Приведем общий алгоритм решения задачи.

1. Задать матрицы  $F$  и  $Q$  (раздел 3), начальное, конечное время, временную дискрету,  $P_l^{***}$ ,  $f_i^{**}$ , конечные значения и законы изменения переменных состояния, конечные значения величин управляющих сил.
2. Задать степень влияния того или иного слагаемого заданием весовых коэффициентов, исходя из условия:

$$\sum_{i=1}^{N_Y + N_P} (N_i)^p = 1 \text{ и ввести обозначения:}$$

$$\left. \begin{aligned} q_i^Y &= \frac{N_i^Y}{Y_i^{**}}, & i &= \overline{1, N_Y} \\ q_l^P &= \frac{N_l^P}{P_l^{***}}, & l &= \overline{1, (k^* 3)} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

3. Переписать критерий (4.2) в виде:

$$\Phi = \int_{t_0}^T \{ \|Y - f(t)\|^v q^Y \|Y - f(t)\| + \|P(t) - P^{**}(t)\|^v q^P \|P(t) - P^{**}(t)\| \} dt,$$

где  $\vee$ -символ транспонирования матрицы, и аппроксимировать его суммой:

$$\Phi = \sum_{k=0}^{N-1} \{ (Y^k - f^k)^v q^Y (Y^k - f^k) + (P^k - P^{**})^v q^P (P^k - P^{**}) \} \Delta t. \quad (4.4)$$

Теперь поставленную задачу можно сформулировать так: определить такие матриц-столбцы  $P^0, P^1, \dots, P^{N-1}$ , компонентами которых являются проекции векторов управляющих сил в системе координат  $X^{(0)}$  соответственно в моменты времени  $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots, t_{N-1}$ , которые минимизируют сумму (4.4), являющуюся критерием качества для нашей системы и удовлетворяют введенным выше ограничениям. Это детерминированная задача оптимального управления по квадратичному критерию объектами, описываемыми системой нелинейных дифференциальных уравнений.

4. Условие минимума критерия при  $t=k\Delta t$  имеет вид:  $\frac{\partial \Phi_{N-k}}{\partial P_{N-k}} = 0$ .

5. Проведя соответствующие преобразования и введя переобозначения, запишем выражения для управляющих сил:  $P^{N-k} = 2a^{N-k} B^{N-k}$ .

6. Углы и угловые скорости определим по рекуррентной формуле:

$$Y^{N-k} = Y^{N-k+1} - (F^{N-k+1} + Q^{N-k+1} P^{N-k}) \Delta t, \quad k = 0, N-1. \quad (4.5)$$

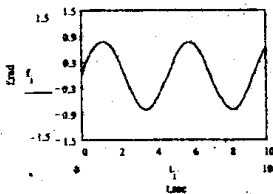
7. Определим мощность привода по формуле:

$$W = \sum_{k=1}^{N_0} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \sum_{r=1}^3 E_{mnr} \left[ \sum_{p=1}^{k-1} C_{jr}^{00p3} \Omega_m^p I_n^p + C_{jr}^{00k3} \Omega_m^k I_n^k P_j^k \right]. \quad (4.6)$$

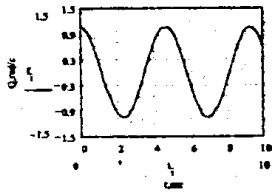
На основе общего алгоритма составлен развернутый алгоритм и разработана программа, позволяющая производить указанные вычисления. Объем программы – 40 кБ, резервируемое место на диске – 1 Мб.

В частности, например, рассмотрена составляющая силы (приложена в точке  $A^2$  параллельная оси  $Z_3$ , рис.2) при выполнении упражнения – разведения предплечья в стороны. Ниже приведены получившиеся зависимости изменений угла отведения руки в горизонтальной плоскости, угловой скорости и величины управляющей силы от времени. Исходные данные: масса 0,3 кг, длина предплечья 0,15 м, расстояние до точки приложения силы 0,1 м.

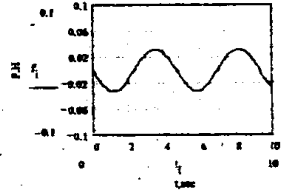
Зависимость угла поворота руки от времени:



Зависимость изменения угловой скорости от времени:



Зависимость изменения величины управляющей силы от времени:



В пятой главе построена математическая модель и разработан алгоритм анализа и синтеза точности кинематических параметров движения конечности человека. Полученные результаты позволяют судить об относительной погрешности выходных параметров (радиус-вектор, скорость и ускорение точки) в зависимости от погрешностей задания входных параметров (длина конечности, неточность задания исходных функций движения), а также позволяющие по имеющимся допустимым погрешностям выходных параметров судить о максимально допустимых погрешностях задания входных параметров и функций.

Приведем общий алгоритм решения задачи.

1. Задать длины и законы изменения углов плеча, предплечья (голена, бедра), начальное, конечное время, временную дискрету, относительные погрешности задания длин и законов изменения углов.
2. Определяем направляющие косинусы для определения ориентации тел в пространстве и вычисляем проекции векторов радиуса-вектора, скорости и уско-

рения точки М. На рис. 4 представлена система двух шарнирно связанных тел.

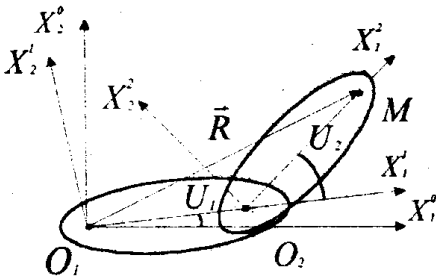


Рис.4. Система двух шарнирно связанных тел

$$R_i = \sum_{k=1}^2 B_{ii}^{0k} L_k, \quad V_i = \dot{R}_i = \sum_{k=1}^2 \dot{B}_{ii}^{0k} L_k,$$

$$W_i = \dot{V}_i = \ddot{R}_i = \sum_{k=1}^2 \ddot{B}_{ii}^{0k} L_k, \quad i=1,2.$$

3. Построим математическую модель погрешности системы. Параметры длины конечности  $L_i$  и функции углов  $U_i, \dot{U}_i, \ddot{U}_i$  представлены в виде:

$$\left. \begin{aligned} L_i &= l_i + \overset{\circ}{L}_i; & \dot{U}_i &= \dot{u}_i + \overset{\circ}{\dot{U}}_i; \\ U_i &= u_i + \overset{\circ}{U}_i; & \ddot{U}_i &= \ddot{u}_i + \overset{\circ}{\ddot{U}}_i. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

где  $l_i$  — точное значение параметров;  $u_i, \dot{u}_i, \ddot{u}_i$  — точные законы изменения соот-

ветствующих функций;  $\overset{\circ}{U}_i, \overset{\circ}{\dot{U}}_i, \overset{\circ}{\ddot{U}}_i$  — погрешности задания соответствующих функций, являющиеся центрированными случайными величинами (ЦСВ);  $\overset{\circ}{L}_i$  — погрешности параметров, являющиеся ЦСВ. Указанные выше ЦСВ представлены в виде:

$$\overset{\circ}{L}_i = l_i \overset{\circ}{\tilde{L}}_i; \quad \overset{\circ}{U}_i = u_i \overset{\circ}{\tilde{U}}_i; \quad \overset{\circ}{\dot{U}}_i = \dot{u}_i \overset{\circ}{\tilde{\dot{U}}}_i; \quad \overset{\circ}{\ddot{U}}_i = \ddot{u}_i \overset{\circ}{\tilde{\ddot{U}}}_i, \quad i=1,2, \quad (5.2)$$

где  $\dot{u}_i^*, \ddot{u}_i^*$  — наибольшие значения соответственно углов поворота тел, их угловых скоростей и ускорений за интервал времени наблюдения за поведени-

ем системы  $[t_0, T]$ ;  $\overset{\circ}{\tilde{U}}_i, \overset{\circ}{\tilde{\dot{U}}}_i, \overset{\circ}{\tilde{\ddot{U}}}_i$  — безразмерные ЦСВ, заданные своими средними квадратическими отклонениями:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i &= \sqrt{M [(\overset{\circ}{\tilde{L}}_i)^2]}, & \theta_i &= \sqrt{M [(\overset{\circ}{\tilde{\dot{U}}}_i)^2]}, \\ \sigma_i &= \sqrt{M [(\overset{\circ}{\tilde{U}}_i)^2]}, & \tilde{\theta}_i &= \sqrt{M [(\overset{\circ}{\tilde{\ddot{U}}}_i)^2]}. \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

Восемь величин (5.3) представляют собой исходные относительные погрешности рассматриваемой системы.

4. Раскладываем направляющие косинусы, их первые и вторые производные в ряд Тейлора в окрестностях точек  $u_i$ . После соответствующих подстановок и преобразований получим выражения для относительных погрешностей радиуса-вектора, скорости и ускорения точки М:

$$\rho_i = \sqrt{\sum_{k=1}^4 (q_{ik}^R \chi_k)^2}, \quad v_i = \sqrt{\sum_{k=1}^6 (q_{ik}^V \chi_k)^2}, \quad \omega_i = \sqrt{\sum_{k=1}^8 (q_{ik}^W \chi_k)^2}.$$

На основе общего алгоритма составлен развернутый алгоритм и разработана программа для ЭВМ, входящая в пакет прикладных программ. В частности, на рис.5 представлены полученные зависимости изменения относительных погрешностей радиуса-вектора ( $R0$ ), скорости ( $V0$ ) и ускорения ( $W0$ ) точки от изменения относительных погрешностей задания исходных параметров и функций

(X0).

Далее в пятой главе была построена математическая модель и разработан алгоритм анализа точности динамических параметров движения конечности человека, позволяющий по имеющимся погрешностям задания исходных параметров – массы ЧТЧ, законов движений, сил сопротивления судить о результирующих погрешностях определения управляющих сил. Анализ точности проведем на примере движения предплечья. Приведем общий алгоритм решения задачи.

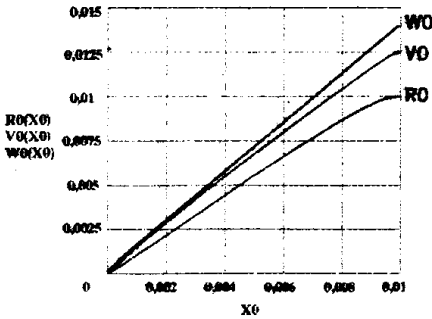


Рис. 5. Анализ точности кинематических параметров движения конечности человека

$$J \frac{d\Omega}{dt} = LP - \frac{1}{2} mGl \cos \varphi - M, \quad \Omega(t_0) = \Omega_0, \quad (5.4)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega, \quad \varphi(t_0) = \varphi_0,$$

где  $\varphi$  – угол поворота тела массы  $m$  и имеющего момент инерции  $J = \frac{1}{3} ml^2$

относительно оси вращения;  $\Omega$  – угловая скорость тела;  $\varphi_0, \Omega_0$  – начальные условия для  $\varphi, \Omega$ ;  $L$  – расстояние от оси до точки приложения силы,  $P$  – величина силы, приводящей в движение;  $[t_0, T]$  – интервал времени движения;  $M$  – момент сил вредного сопротивления;  $G$  – гравитационное ускорение;  $l$  – длина тела.

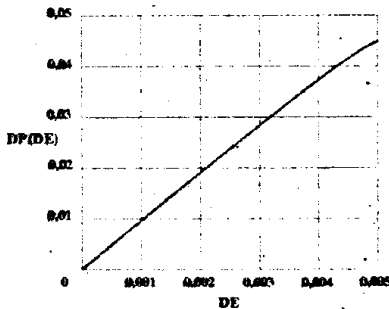


Рис. 6. Анализ точности определения управляющей силы при движении конечности человека

2. Задать относительные погрешности исходных параметров и функций.

2. Определить величину управляющей силы с помощью метода динамического программирования Беллмана. Вычислить значения управляющих сил с учетом погрешности исходных параметров и функций.

На основе общего алгоритма составлен развернутый алгоритм и разработана программа для ЭВМ. После выполнения вычислений, в частности, была получена зависимость (рис. 6) изменения относительной погрешностей определения управляющей силы (DP) от изменения относительных погрешностей задания исходных параметров (DE).

Полученные значения позволяют вносить предложения по конструированию

Полученные значения позволяют вносить предложения по конструированию

нию СВДАЧ с точки зрения точности привода и средств измерений, используемых для снятия информации и контроля выполнения упражнений ЛФК.

В шестой главе описан созданный программно-аппаратный комплекс (ПАК) определения положения конечности человека, предназначенный для проведения измерений по определению параметров положения конечности человека в пространстве, обработки и дальнейшего анализа полученной информации. Конструкция ПАК показана на рис. 7. ПАК является частью СВДАЧ и служит для следующих целей:

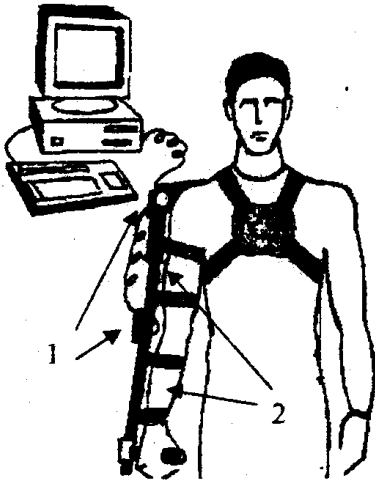


Рис. 7. Конструкция ПАК

нейшего создания банка данных методик ЛФК.

2. Для осуществления постоянного контроля за положением верхней конечности (как частный случай) в пространстве в каждый момент времени.
3. Для сравнения значений измеренных углов поворотов с максимально допустимыми значениями и оперативного сигнализирования о превышении установленной нормы.
4. Для записи полученной информации в файл с целью проведения дальнейшего анализа точности выполнения пациентом той или иной методики ЛФК.

В основе конструкции датчиков угловых перемещений (рис.7, поз.1) лежит устройство манипу-

1. Для снятия информации о значениях углов поворотов конечности во времени при выполнении упражнения методистом с целью даль-

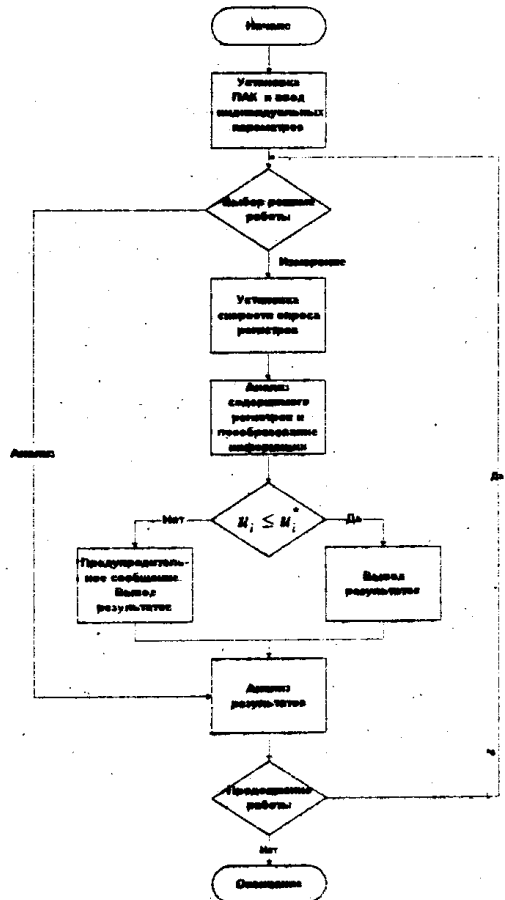


Рис. 8. Схема алгоритма работы ПАК



лятора типа «мышь». Вращения звеньев (рис.7, поз. 2) посредством гибких связей передаются на валы датчиков. Связь с компьютером осуществляется через последовательный порт, настроенный на работу с «мышью». С помощью программных прерываний осуществляется доступ к функциям стандартного драйвера «мыши», позволяющий устанавливать датчики в начальное положение и опрашивать регистры процессора, отвечающие за определение абсолютного смещения «мыши». Созданное программное обеспечение позволяет варьировать скорость опроса регистров в зависимости от требуемой точности, преобразовывать полученные данные в текущие значения углов поворотов плеча и предплечья, а также регистрировать и проводить дальнейший анализ информации.

При выполнении измерений на экране дисплея в режиме реального времени графически отображается положение конечности в пространстве, а также текущие численные значения времени и углов поворотов. Схема алгоритма работы ПАК представлена на рис. 8.

Информация для анализа может быть представлена в трех видах – в численном (выводится таблица численных значений углов поворотов плеча и предплечья в каждый момент времени), в виде непосредственного просмотра на экране выполнения упражнения и графическом (на одном листе выводятся графики положения плеча (предплечья) при работе методиста и пациента для анализа разницы в выполнении методики с целью ее последующего корректирования). Программа для ПАК написана на языке Turbo Pascal 7.0. Занимаемый объем – 345 кБ.

Таким образом, ПАК позволяет вводить информацию о положении конечности человека в компьютер, обрабатывать ее по определенным алгоритмам и выводить проанализированные данные в виде, удобном для пользователя.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Предложено принципиальное схемное решение по созданию системы восстановления двигательной активности человека (СВДАЧ).
2. Приведены методы формализации методик лечебной физкультуры для обработки словесной информации о движениях с целью аппроксимации ее зависимостями углов поворотов частей тела человека (ЧТЧ) во времени; приведены два способа построения аппроксимирующих функций в зависимости от вида имеющейся информации.
3. Разработаны математические модели, алгоритмы и программы для задач кинематического анализа СВДАЧ, позволяющие на основе обработанной информации о законах изменения углов поворотов ЧТЧ во времени вычислять кинематические характеристики системы: проекции векторов угловых скоростей и ускорений ЧТЧ на оси неподвижной (или подвижной) системы координат (СК); координаты контрольных точек и проекции векторов скоростей и ускорений ЧТЧ на оси неподвижной СК, при которых реализуются требуемые законы изменения углов поворотов ЧТЧ.

4. Разработаны математические модели, алгоритмы и программы для задачи динамического анализа и синтеза СВДАЧ, позволяющие вычислять необходимые величины силовых управляющих воздействий для отработки движений, характеризуемых методиками ЛФК, а также определять силы реакций в суставах и мощность привода, обеспечивающего требуемые движения.
5. Проведен анализ и синтез точности реализации движений по заданным методикам ЛФК, позволяющий по имеющимся допустимым погрешностям выходных параметров (радиус-вектор, скорость и ускорение точки конечности) судить о максимально допустимых погрешностях задания входных параметров и функций (длина конечности, неточность задания исходных функций движения); полученные результаты позволяют принимать решения о точности применяемых при работе средств измерений и о точности привода.
6. Создан программно-аппаратный комплекс определения положения конечности человека в пространстве (ПАК), позволяющий получать информацию о положении конечности человека в пространстве, регистрировать и обрабатывать ее в режиме реального времени, а в дальнейшем анализировать обработанные результаты для принятия решения по выбору методики лечения.
7. Результаты работы используются Федеральным государственным унитарным предприятием КБ «Медавтоматика», г.Екатеринбург, при выполнении работ, связанных с международной программой «Здоровая семья».
8. Результаты исследований используются в лекциях по курсу «Информационное обеспечение медицинских систем» в Уральской государственной медицинской академии дополнительного образования. ПАК определения положения конечности человека используется на практических занятиях по дисциплине «Теория, расчет и проектирование приборов и систем» студентов 3-го курса специальности 1901, проводимых в ЮУрГУ.

### НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Свидетельство Российской Федерации об официальной регистрации программы для ЭВМ № 960490. Кинематический анализ системы биомеханической стимуляции мышц человека: ППП "АСБСМ1.0"// Правообладатель: Челяб. гос. техн. ун-т, авторы Щипицын А.Г., Ус Л.Ю.-Заявка № 960406. Зарегестр. 19.11.96
2. Овсянницкая Л.Ю. Подходы к формализации методик лечебной физкультуры для системы биомеханической стимуляции мышц человека // Информационно-измерительные и управляющие системы и устройства: Тем. сб. науч. тр.- Челябинск: ЧГТУ, 1998. – С. 65-69.
3. Овсянницкая Л.Ю. Система биомеханической стимуляции мышц человека // Уральская конференция молодых ученых "Физика в биологии и медицине": Сб. науч. работ – Екатеринбург, Уральский государственный университет, 2-4 марта 1999. – С. 40-41.

4. Ус(Овсяницкая) Л.Ю. Задача анализа точности реализации движений конечностей человека для системы биомеханической стимуляции мышц человека // Элементы и приборы систем управления: Тем. сб. науч. тр. – Челябинск: ЧГТУ, 1996. –С. 121–125.
5. Щипицын А.Г., Овсяницкая Л.Ю., Чернецкая И.В., Чернецкий В.О., Коваленко В.В. Разработка математических моделей, алгоритмов и программ для задач синтеза система биомеханической стимуляции мышц человека. – Отчет о НИР по теме №1.29.97; № гос.рег. 01.970002852; инв. № 02.990003251.
6. Щипицын А.Г., Ус Л.Ю. К задаче кинематического анализа системы двух шарнирно связанных тел. –Рукопись предст. Челяб. гос. техн.ун–м. Деп. в ВИНТИ 12.06.96 N 1202–В96.–23с.
7. Щипицын А.Г., Ус Л.Ю. Система биомеханической стимуляции мышц человека. Кинематический и динамический анализ: Учебное пособие.–Челябинск:ЧГТУ, 1997.–75с.
8. Щипицын А.Г., Юсупов В.А., Коваленко В.В., Ус Л.Ю. Система биомеханической стимуляции мышц человека. Математические модели и алгоритмы анализа - Челябинск: ЧГТУ, 1997.–142с.
9. Щипицын А.Г., Овсяницкая Л.Ю., Чернецкая И.В. Система биомеханической стимуляции мышц человека (динамический синтез): Учебное пособие. – Челябинск:Изд-во ЮУрГУ, 1998. – 142с.
- 10.Щипицын А.Г., Овсяницкая Л.Ю., Чернецкая И.В. Синтез системы биомеханической стимуляции мышц человека для лечения церебрального паралича. Рек.-тех. описание по теме № 0098139 (грант "Университеты России"), № гос.рег. 01.980006976, инв. № 02.990003864.
- 11.Щипицын А.Г., Овсяницкая Л.Ю. Математическая модель, алгоритмы и программа динамического анализа привода блока системы биомеханической стимуляции мышц человека. – Рукопись предст. Юж. –Уральским ун–м. Деп. в ВИНТИ 06.09.99 N 2777–В99.–27с.
- 12.Щипицын А.Г., Овсяницкая Л.Ю. Математическая модель, алгоритмы и программа синтеза управления приводом блока системы биомеханической стимуляции мышц человека. – Рукопись предст. Юж. –Уральским ун–м. Деп. в ВИНТИ 15.10.99 № 3091-В99.–9 с.
- 13.Щипицын А.Г., Щипицын П.Г., Кацай Д.А., Ус Л.Ю. и др. Разработка математических моделей для задач синтеза лечебно-диагностических систем. – Отчет о НИР по теме №29.97; № гос.рег. 01.970002852; инв. № 02.980002428.

*Л.Овсян*

Издательство Южно-Уральского государственного университета

ИД N 00200 от 28.09.99. Подписано в печать 23.03.2000. Формат

60\*84 1/16. Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 1.

Тираж 80 экз. Заказ 141/135.

УОП Издательства. 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.