

РАСЧЕТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ КРУПНЫХ ПОКОВОК

А.Д. Шабуров, Д.А. Мурзаев

CALCULATION AND SIMULATION OF LARGE FORGING COOLING

A.D. Shaburov, D.A. Mirzaev

Приведена методика расчета нестационарного температурного поля цилиндрических поковок при охлаждении на воздухе тремя различными методами (аналитическим и численными: методом конечных элементов и методом конечных разностей). По результатам расчета приведено сравнение с экспериментальными данными.

Ключевые слова: охлаждение металла, охлаждение на воздухе, численные методы, моделирование охлаждения, метод конечных элементов, метод конечных разностей.

The paper shows a method for calculating non-stationary temperature field for cylindrical forgings in air cooling by three different methods (analytical and numerical: the finite element method and finite difference method). Calculation results are compared with experimental data.

Keywords: cooling of metal, air cooling, numerical methods, modelling of cooling, finite element method, finite difference method.

Введение

Динамика охлаждения поковок влияет как на уровень механических свойств, так и на внутренние напряжения, возникающие из-за неравномерности охлаждения, поэтому при разработке технологии термической обработки необходимы расчеты охлаждения поковок разного диаметра. Для подобных расчетов в настоящее время наиболее широкое распространение, помимо аналитического, получили такие численные методы как метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ), а также различные их модификации, несущие в себе различные пути решения одной задачи.

В настоящей работе сделана попытка сравнить результаты расчета кривых охлаждения на воздухе цилиндрических поковок, проведенных различными методами, а также с экспериментальными данными. Цель работы – определение достоверного градиента температур по сечению поковок в процессе их охлаждения для последующего расчета возникающих термических напряжений.

Описание реализуемых методов*Аналитический метод*

В качестве исследуемой модели за основу была принята задача об охлаждении цилиндрического тела бесконечной длины от заданной начальной температуры до некоторой конечной в условиях, когда на поверхности тела происходит теплоотвод во внешнюю среду с постоянной температурой.

Следуя [1], решение задачи теплопроводности цилиндра должно иметь следующую математическую форму:

$$\begin{aligned} \theta(r, \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n U_n(r) \cdot e^{-\mu_n^2 \tau} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n U_n(r) \cdot e^{-\mu_n^2 Fo}. \end{aligned} \quad (1)$$

Оно представлено в виде бесконечного ряда произведения координатной функции

$$U_n(r) = I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)$$

на функцию от времени

$$e^{-\mu_n^2 Fo} = e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{R^2}},$$

где $I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)$ – функция Бесселя нулевого порядка.

При этом

$$\theta(r, \tau) = \frac{T(r, \tau) - T_k}{T_n - T_k}, \quad (2)$$

где $T(r, \tau)$ – температура поковки на расстоянии r в момент времени τ , T_n – температура начала, а T_k – температура окончания охлаждения.

Величины μ_n представляют собой решение трансцендентного уравнения

$$\mu_n \cdot I_1(\mu_n) = \frac{\alpha}{\lambda} R \cdot I_0(\mu_n), \quad (3)$$

в котором параметр $\frac{\alpha}{\lambda} R$ является критерием Био.

Результатом расчета по уравнению (1) является зависимость температуры поковки от времени для различных отношений r/R , где R – радиус поковки, а r – рассматриваемый слой.

Исходя из особенностей аналитического решения, зависимость теплофизических коэффициентов от температуры не учитывалась. При расчете использовались средние значения коэффициентов теплообмена в интервале температур охлаждения.

В частности, средний коэффициент теплоотдачи был определен численным интегрированием в пределах от T_k до T :

$$\alpha(T) = \sigma_s \varepsilon \frac{\left(\frac{T}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_k}{100}\right)^4}{T - T_k} + 2,56 \sqrt[4]{T - T_k}, \quad (4)$$

где σ_s – постоянная Стефана–Больцмана, ε – коэффициент излучающей способности, T_k – температура конца охлаждения. Зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры по уравнению (4) приведена на рис. 1.

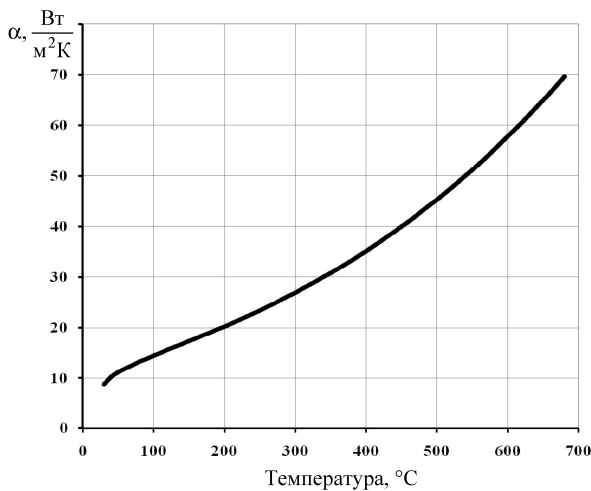


Рис. 1. Зависимость коэффициента теплоотдачи α от температуры по уравнению (4)

За среднее значение коэффициента теплоотдачи принято значение $34,016 \text{ Вт/м}^2\text{К}$.

Метод конечных элементов

Для расчета методом конечных элементов была поставлена задача охлаждения цилиндра при использовании системы конечно-элементного анализа ANSYS, в среде которого проводилось моделирование температурного поля заготовки.

Метод конечных разностей

Метод конечных разностей основан на замене производных их приближенным значением, выраженным через разности значений функции в отдельных дискретных точках – узлах сетки. Дифференциальное уравнение теплопроводности в результате таких преобразований заменяется эквивалентным соотношением в конечных разностях, решение которого сводится к выполнению несложных алгебраических операций. Окончательный результат решения дается выражением, по которому значение температуры в данной точке в текущий момент времени зависит от температур ее смежных узловых точек в предыдущий момент времени.

Для изолированного бесконечного цилиндрического тела радиусом R уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} \quad (0 \leq r \leq R). \quad (5)$$

Расчет производится по явной схеме. Функция $\partial T(r, \tau)$ зависит от двух переменных – координаты и времени. Соответственно для решения задачи может быть построена двухмерная сетка координата – время. По оси ординат откладываются значения времени τ с шагом l , по оси абсцисс значение координаты r через равные промежутки с шагом h . Устойчивость решения определяется выражением $l \leq h^2/2a$ [2], где a – коэффициент теплопроводности материала.

Обозначим через $T_{i,k}$ истинное значение температуры в точке $r = ih$ в момент времени $\tau = kl$, где i и k – порядковые номера узлов пространственной и временной сетки соответственно, и зададим начальное распределение температур в начальный момент времени ($k = 0$). Тогда система линейных алгебраических уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$T_{i,k+1} = al \left(\frac{T_{i+1,k} - 2T_{i,k} + T_{i-1,k}}{h^2} + \frac{T_{i+1,k} - T_{i-1,k}}{2ih^2} \right) + T_{i,k}$$

при $0 < r < R$;

$$T_{i,k+1} = 2al \left(\frac{2T_{i+1,k} - 2T_{i,k}}{h^2} \right) + T_{i,k} \quad \text{при } r = 0; \quad (6)$$

$$T_{i,k+1} = al \left(\frac{T_\Phi - 2T_{i,k} + T_{i-1,k}}{h^2} + \frac{T_\Phi - T_{i-1,k}}{2ih^2} \right) + T_{i,k}$$

при $r = R$,

$$\text{где } T_\Phi = T_{i-1,k} - \frac{2h\alpha(T_{i,k})(T_{i,k} - T_0)}{\lambda(T_{i,k})}.$$

В данной модели заложена возможность учета температурной зависимости теплофизических коэффициентов: $\alpha(T)$ – теплоотдачи и $\lambda(T)$ – теплопроводности.

Любым из указанных методов можно определить температурное состояние поковки в произвольном сечении в произвольный момент времени.

Сравнительный анализ результатов расчета

Для сопоставления результатов расчета были разработаны компьютерные программы для, во-первых, аналитического решения представленного выше уравнения (1), согласно которому сначала находились корни характеристического уравнения (3) μ_n , а затем определялись коэффициенты

$$A_n = \frac{2I_1(\mu_n)}{\mu_n (I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n))},$$

а также координатная и временная функции, а во-

вторых, программа, реализующая метод конечных разностей.

На рис. 2 показаны результаты расчета охлаждения поковок различных радиусов на воздухе. Из сравнения температур (табл. 1, 2) видно, что расчет МКЭ дает точки, которые ложатся на аналитическую зависимость с тем большей точностью, чем меньше радиус моделируемой поковки, однако при радиусе поковки менее 400 мм решение МКЭ показывает более быстрое охлаждение,

нежели аналитическое. Максимальная разность температур между двумя методами при расчетах для центра поковки радиусом 1200 мм наблюдается на начальных этапах охлаждения и достигает от 2 до 6 °С. В то же время максимальная разность температур в центре моделируемой поковки радиусом 400 мм составляет 3 °С на начальном этапе охлаждения. Повышение точности расчета уравнения (1) до 100 учитываемых членов ряда приводит к сокращению разности температур с 3 до 0,01 °С,

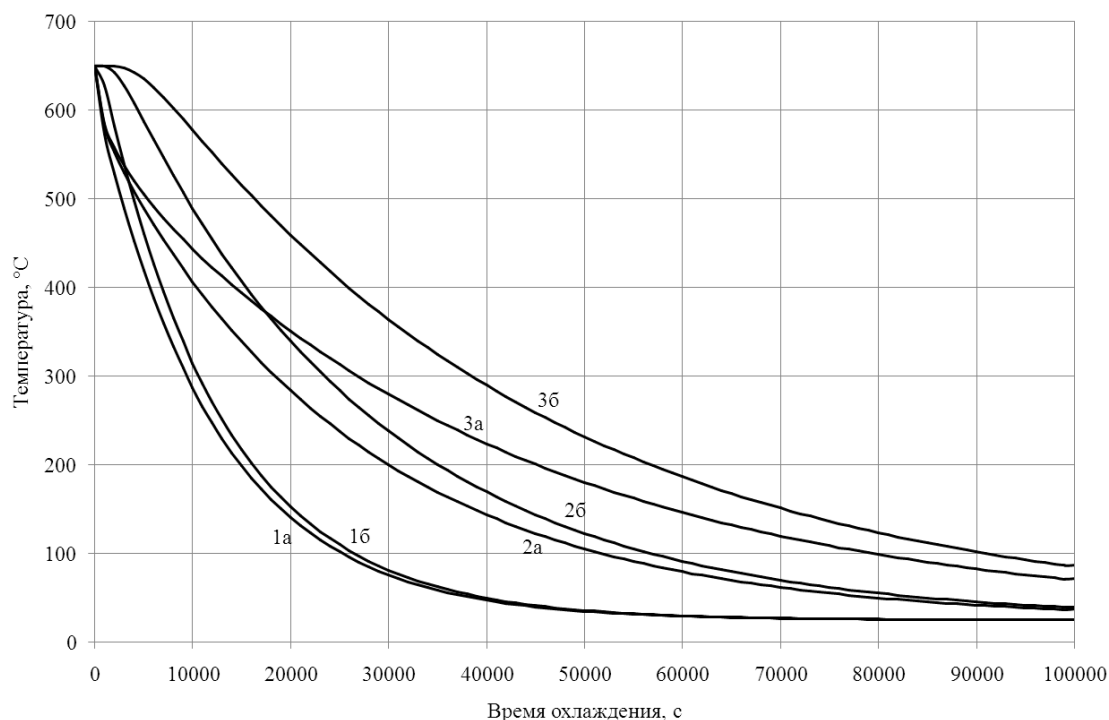


Рис. 2. Кривые охлаждения на воздухе поверхности (а) и центра (б) поковок различного диаметра: 1 – 400 мм, 2 – 800 мм, 3 – 1200 мм

Таблица 1

Температура поковок диаметром 400 мм при охлаждении на воздухе с 650 до 25 °С

Время, с	Аналитический метод и МКР		МКЭ	
	Центр	Поверхность	Центр	Поверхность
0	650	650	650	650
10 000	314,4	286,8	316,3	287,5
30 000	81,3	75,9	81,8	76,4
50 000	35,9	34,9	36,1	35,1
70 000	27,1	26,9	27,2	26,9
100 000	25,2	25,2	25,2	25,2

Таблица 2

Температура поковок диаметром 1200 мм при охлаждении на воздухе с 650 до 25 °С

Время, с	Аналитический метод и МКР		МКЭ	
	Центр	Поверхность	Центр	Поверхность
0	650	650	650	650
10 000	577,6	443,5	577,3	445,4
30 000	364,1	279,6	366,9	281,7
50 000	231,8	180,3	234,8	182,5
70 000	151,2	119,8	153,7	121,6
100 000	86,9	71,5	86,9	71,5

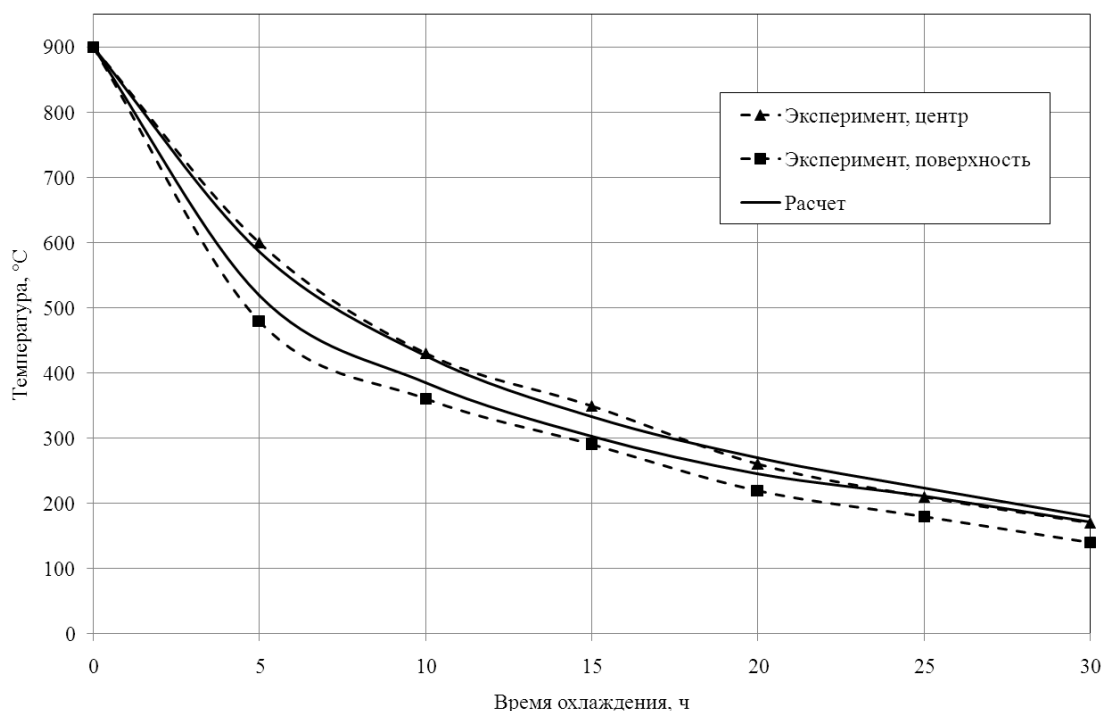


Рис. 3. Сравнение эксперимента с расчетом в точках термометрирования поковок

то есть полное совпадение. Таким образом, на точность решения влияет количество учтенных в расчете членов ряда в уравнении (1), однако увеличение количества членов повышает точность расчета только в начальный момент охлаждения 0...5000 с, а на ход температуры при больших временах учет числа членов более четырех существенного влияния не оказывает. Что же касается конечно-разностной модели, то она до третьего знака после запятой совпадает с аналитическим решением.

Сравнение с экспериментом

В качестве примера моделирования приведем расчет охлаждения на воздухе поковки стали марки 40ХГМ диаметром 900 мм, с учетом температурной зависимости коэффициента теплоотдачи (4), при помощи метода конечных разностей. На расчетную кривую охлаждения (рис. 3) наложены точки экспериментального охлаждения поковок на воздухе с температуры нормализации 900 °С [3]. Глубина зачеканки термпары при проведении экспериментов составила 450 мм (центр поковки) и 50 мм (поверхность).

Заключение

1. Расчеты температур при охлаждении поковок тремя методами дают совпадающие результаты. Однако численные методы (конечных элементов и конечных разностей) позволяют учитывать температурную зависимость теплофизических характеристик (λ , α) и в этом отношении являются более точными.

2. На основе хорошего совпадения теории и эксперимента появилась возможность прогнозирования графиков охлаждения, которая может быть полезна для подбора режимов термообработки, а также для расчета перепада температур по сечению поковки с целью определения возникающих термических напряжений.

Литература

1. Тайц, Н.Ю. *Технология нагрева стали* / Н.Ю. Тайц. – М.: Металлургиздат, 1962. – 567 с.
2. Самарский, А.А. *Теория разностных схем* / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
3. Лахтин, Ю.М. *Термическая обработка в машиностроении: справ.* / Ю.М. Лахтин, А.Г. Рахштадт. – М.: Металлургия, 1980. – 784 с.

Поступила в редакцию 14 сентября 2011 г.