

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРБИТ КОМЕТ С ФИКСИРОВАННЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ ТОЧЕК НИЗКОСКОРОСТНОГО КАСАНИЯ

*Н.Ю. Емельяненко*

В работе исследуется кинематика касательного сближения малого тела с Юпитером. В рамках парной задачи двух тел (Солнце-Юпитер, Солнце-комета) предлагаются две модели комет, у которых точки низкоскоростного касания их орбит с орбитой Юпитера расположены на фокальной хорде. Рассматривается возможность, и определяются условия низкоскоростного сближения этих комет с Юпитером. Анализируются особенности сближений модельных комет.

## Введение

Работа продолжает исследование кинематики апсидальных сближений. Необходимые сведения о низкоскоростных сближениях, введённых определениях, обозначениях и области со (орбит комет с особенностями в сближениях с Юпитером) можно найти в работах Емельяненко [1-4].

## Основные задачи исследования

В работе изучаются модельные кометы, орбиты которых расположены на ломаной линии  $A_2AP_2$  области со [3].

1. Рассматривается эволюция орбит при продвижении вдоль линии  $A_2AP_2$  (изменение элементов, характеризующих размеры и форму орбиты).

2. Оценивается возможность и определяются условия синхронного движения Юпитера и кометы на периоде обращения вокруг Солнца, отмеченном апсидальным минимумом.

3. Выделяются и описываются возможные особенности сближения с Юпитером модельных комет.

В предлагаемых кинематических моделях низкоскоростных сближений предполагается, что при прохождении афелия (перигелия) комета  $A_2(P_2)$  и Юпитер находятся на одном радиус-векторе.

Введём на эллиптической орбите кометы опорные точки  $Q, X, q, b, I, F$  и нанесём их на рисунок орбит рассматриваемых моделей (рис. 1, 2). Парная точка  $X$  - это точка пересечения орбит кометы и Юпитера. Остальные точки подробно описываются в работе Емельяненко [4].

Точки  $M$  и  $M'$  - точки низкоскоростного касания орбит, в них векторы гелиоцентрических скоростей кометы и Юпитера равны:

$$\vec{V} \parallel \vec{V}' \quad (1)$$

$$V = V', \quad (2)$$

где  $V, V'$  - абсолютные величины вектор  $\vec{V}, \vec{V}'$ . Знак равенства (1) означает коллинеарность и одинаковую направленность векторов.

Пусть  $\vec{V}_j$  и  $V_j$  - вектор йовицентрической скорости кометы и его модуль;  $r_k, r_j^k, V^k, v_k, \alpha_k$  ( $k = Q, X, M, I, b, F, R$ ) - радиус-вектор гелиоцентрической и йовицентрической орбиты, модуль вектора её гелиоцентрической скорости, истинная аномалия и угол между направлениями на комету и Юпитер в опорных или особых (МД) точках;  $t_k$  - момент прохождения кометой этих точек.

1. Модель  $A_2$  (невозмущенная орбита до и после сближения).

Это кометы, орбиты которых удовлетворяют условию:

$$e = \sqrt{\frac{a' - a}{a' + a}}, \quad 3,52 \leq a \leq 5,20 \text{ а.е.} \quad (1.1)$$

Они расположены на верхней левой границе области  $\omega$ , линии  $AA_2$ . В дальнейшем изложении все эти кометы называются  $A_2$ . Для кометы  $A_2$  выполнено равенство:

$$r_m = SI, \quad (1.2)$$

то есть на орбите этой кометы имеются две точки низкоскоростного касания орбит  $M_1$  и  $M_2$ , расположенные на хорде, проходящей через мнимый фокус эллиптической орбиты кометы симметрично относительно линии апсид (рис. 1).

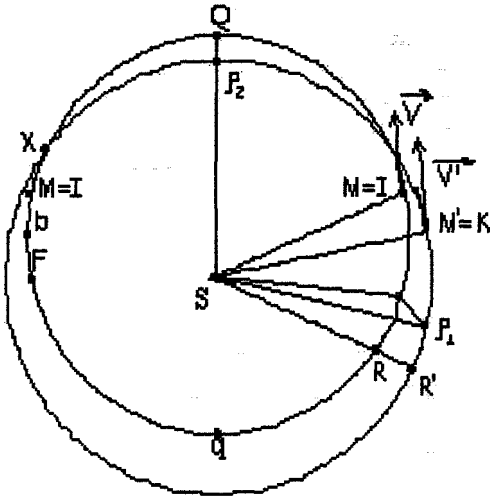


Рис. 1. Орбита кометы  $A_2$  с наибольшим афелийным расстоянием

Рассмотрим изменения размеров и формы орбит кометы  $A_2$  при продвижении вдоль линии  $AA_2$  области  $\omega$ . Точка  $A$  соответствует круговой орбите Юпитера радиуса  $a' = 5,20$  а.е. Точка  $A_2$  на плоскости  $(a, e)$  имеет координаты:  $a = 3,52$  а.е.,  $e = 0,44$ . Выразим элементы  $a, Q, q$  орбиты кометы через эксцентриситет  $e$  и большую полуось орбиты Юпитера  $a'$ :

$$\begin{aligned} a &= \frac{1-e^2}{1+e^2} a', \\ Q &= \frac{1+e_k - e^2 - e^3}{1+e^2} a', \\ q &= \frac{1-e - e^2 + e^3}{1+e^2} a'. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Исследование функций  $a = a(e), q = q(e)$  на экстремум показало, что при продвижении вдоль линии орбит  $AA_2$  области со они непрерывно убывают от значений, совпадающих с радиусом круговой орбиты Юпитера ( $a'$ ) до наименьших, достигаемых в точке  $A_2$ . Функция  $Q = Q(e)$  имеет экстремум - максимум:  $Q^{\max}(e = 0,21) = 5,76$  а.е., а затем непрерывно убывает до наименьшего значения  $Q^{\min}(e = 0,44) = 5,06$  а.е., достигаемого в точке  $A_2$ . Приведем элементы орбит двух комет с линии  $AA_2$ :

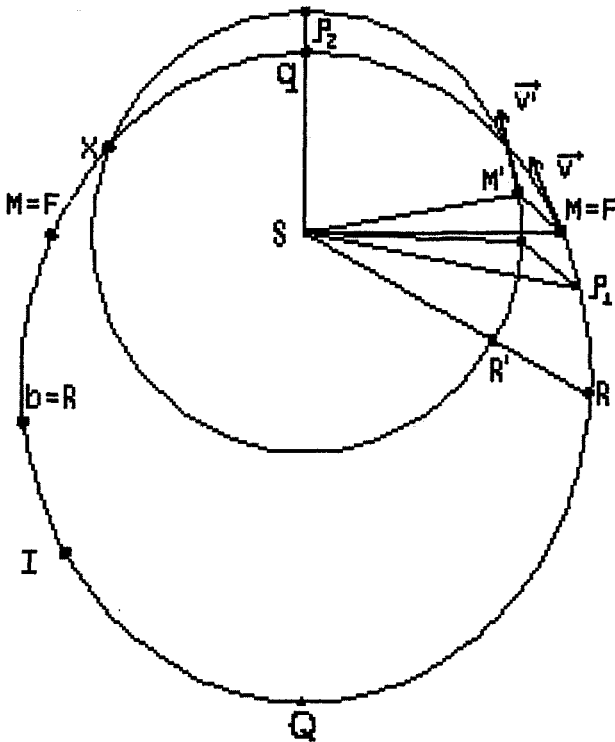


Рис. 2. Орбита кометы  $P_2$  с наименьшим перигелийным расстоянием

$$A_2^{\max}: \begin{aligned} a &= 4,77 \text{ а.е.}, \\ Q &= 5,76 \text{ а.е.}, \\ q &= 3,79 \text{ а.е.}, \\ e &= 0,21. \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$A_2^{\min}: \begin{aligned} a &= 3,52 \text{ а.е.}, \\ Q &= 5,06 \text{ а.е.}, \\ q &= 1,98 \text{ а.е.}, \\ e &= 0,44. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Как видим, это существенно разные орбиты. При  $e \leq 0,41$  афелий кометы находится за пределами орбиты Юпитера. На орбитах таких комет имеются точки пересечения орбит кометы и Юпитера  $X_1$  и  $X_2$ . При  $e > 0,41$  орбита кометы находится внутри орбиты Юпитера. Все орбиты кометы  $A_2$  имеют две пары особых точек. Точки низкоскоростного касания  $M_1$  и  $M_2$  всегда расположены внутри орбиты Юпитера. В момент времени  $t_Q$  комета и Юпитер находятся на одном радиус-векторе. Так как на дуге  $\cup M_1QM_2$  модули гелиоцентрических скоростей кометы и Юпитера связаны неравенством  $V < V'$ , а на дуге  $\cup M_2qM_1$  - неравенством  $V > V'$ , на орбите кометы  $A_2$  всегда имеют-

ся особые точки  $R_1$  и  $R_2$ , при прохождении которых комета и Юпитер еще дважды оказываются на одном радиус-векторе.

На рис. 1 изображена орбита  $A_2^{\max}$  - это орбита с наибольшим афелийным расстоянием. Все опорные точки нанесены только на левую часть рисунка. Особая точка  $R$  изображена на правой его части. Там же показаны кратные минимумы (КМ), подробно рассмотренные в третьей части этой работы.

## 2. Модель $P_2$ (невозмущенная орбита до и после сближения)

Это кометы, орбиты которых удовлетворяют условию:

$$e = \sqrt{\frac{a-a'}{a+a'}}, \quad 5,20 < a \leq 7,68 \text{ а.е.}$$

Они расположены на верхней правой границе области  $\omega$ , линии  $AP_2$ . В дальнейшем изложении все эти кометы называются кометой  $P_2$ . Для кометы  $P_2$  выполнено равенство:

$$r_M = SF, \quad (2.2)$$

то есть на орбите этой кометы имеются две точки низкоскоростного касания орбит  $M_1$  и  $M_2$ , расположенные на фокальной хорде.

Рассмотрим изменения размеров и формы орбит кометы  $P_2$  при продвижении вдоль линии  $AP_2$  области  $\omega$ . Точка  $P_2$  соответствует круговой орбите Юпитера радиуса  $a' = 5,20$  а.е. Точка  $P_2$  на плоскости  $(a, e)$  имеет координаты:  $a = 7,68$  а.е.,  $e = 0,44$ . Выразим элементы  $a, Q, q$  орбиты кометы через эксцентриситет  $e$  и большую полуось орбиты Юпитера  $a'$ :

$$\begin{aligned} a &= \frac{1+e^2}{1-e^2} a', \\ Q &= \frac{1+e^2}{1-e} a', \\ q &= \frac{1+e^2}{1+e} a'. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Исследование  $a = a(e), Q = Q(e)$  на экстремум показало, что при продвижении вдоль линии орбит  $AP_2$  области  $\omega$  они непрерывно возрастают от значений, совпадающих с радиусом круговой орбиты Юпитера ( $a'$ ) до наибольших, достигаемых в точке  $P_2$ . Функция  $q = q(a)$  имеет экстремум - минимум, но в пределах указываемой точности он совпадает с её значением в точке  $P_2$ .

На всех орбитах кометы  $P_2$  имеются опорные точки  $X_1$  и  $X_2$ . Точка перигелия  $q$  всегда расположена внутри, а точка афелия  $Q$  - за пределами орбиты Юпитера. Особые точки  $M_1$  и  $M_2$  совпадают с концами фокальной хорды и находятся за пределами орбиты Юпитера. Так же как и комета  $A_2$ , комета  $P_2$  три раза оказывается на одном радиус-векторе с Юпитером (в точках  $R_1, q, R_2$ ).

Приведем элементы наибольшей орбиты кометы  $P_2$ :

$$\begin{aligned} P_2^{\max} : \quad a &= 7,68 \text{ а.е.}, \\ Q &= 11,06 \text{ а.е.}, \\ q &= 4,30 \text{ а.е.}, \\ e &= 0,44. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Орбита  $P_2^{\max}$  изображена на рис. 2. Размещение на рисунке опорных, особых и точек минимумов совпадает с их размещением для кометы  $A_2^{\max}$ .

## 3. Особенности апсидальных сближений комет $A_2$ и $P_2$

*Начальные условия низкоскоростного сближения (НУ)*

Найдем условия, необходимые для длительного низкоскоростного сближения кометы  $A_2(P_2)$  и Юпитера. Рассмотрим синхронные движения Юпитера и кометы  $A_2(P_2)$  на периоде ее обращения вокруг Солнца, отмеченном афелийным (перигелийным) минимумом (см. рис. 1,2). В рамках решаемой задачи комета  $A_2(P_2)$  и Юпитер движутся по законам Кеплера. Ввиду симметрии движения тел относительно линии апсид опишем движение комет на дуге  $\cup Qq$ .

Из уравнений Кеплера (см. [3]) определим угол  $\alpha$ :

$$\alpha = \left| v - (E \pm e \sin E) \left( \frac{a}{a'} \right)^{\frac{3}{2}} \right| \quad (3.1)$$

(величины  $E, v$  отсчитываются от точки афелия для кометы  $A_2$  и от точки перигелия для кометы  $P_2$ ).

Как уже было сказано ранее, все углы уравнения (3.1) в опорных точках и точке  $M$  определяются аналитически, как функции эксцентриситета кометной орбиты. Решение уравнения Кеплера полностью определяет движение кометы в задаче двух тел. Оно было найдено в опорных точках и точке  $M$ . В табл. 1, 2 приводятся:  $\alpha$  - угол между направлениями на комету и Юпитер ( $\alpha = v - v'$ );  $r_j$  - йовицентрическое расстояние кометы;  $V/V'$  - отношение модулей гелиоцентрических скоростей кометы и Юпитера в опорных, особых точках, а также в точках минимумов величины  $r_j$ .

В работе Емельяненко [5] было показано, что областью низкоскоростного сближения является сфера радиусом в 2 а.е., в таблицах точки, попадающие в область сближения, отделены жирной ломаной линией. Число таких точек зависит от эксцентриситета кометной орбиты  $e$ .

Согласно таблицам 1,2, в момент времени  $t_m$  угол между направлениями на комету и Юпитер равен  $\alpha_m$ . Пусть  $\vec{V}_m$  и  $\vec{V}'_m$  - векторы гелиоцентрических скоростей кометы и Юпитера, соответствующие углу  $\alpha_m$ ,  $\beta$  - угол между направлениями на комету, находящуюся в точке  $M$ , и Юпитер, находящийся в точке  $K$ , такой, что выполняется равенство (1).

Угол  $\beta$  для комет  $A_2$  и  $P_2$  находился аналитически, а затем табулировался. Сравнение углов  $\alpha_m$  и  $\beta$  показывает, что они всегда имеют одинаковый знак и для кометы  $A_2(P_2)$  при  $e \leq 0,29$  ( $e \leq 0,42$ ) отличаются не более чем на  $5^\circ$ . По мере продвижения вдоль линии орбит  $AA_2(AP_2)$  к точке  $A_2(P_2)$  расхождения  $\Delta = \alpha_m - \beta$  увеличиваются и в точке  $A_2$   $\Delta_{max} = 12^\circ,2$  (в точке  $P_2$

Итак, в момент времени  $t_m$  выполнено равенство (2), а равенство (1) выполнено приблизительно, что позволяет говорить о наличии низкоскоростных касательных участков на орбитах комет  $A_2$  и  $P_2$  в окрестностях точек  $M_1$  и  $M_2$ .

Апсидальные сближения комет  $A_2$  и  $P_2$  - это длительные низкоскоростные сближения, так как они охватывают несколько опорных точек орбит.

Положения кометы  $A_2$  и Юпитера с углом  $\alpha_q$  ( $e \leq 0,19$ ),  $\alpha_f$  ( $0,20 \leq e \leq 0,39$ ),  $\alpha_s$  ( $0,40 \leq e \leq 0,44$ ) между направлениями на эти объекты, соответствующим табличному значению, назовем начальными условиями низкоскоростного касательного сближения кометы.

Положения кометы  $P_2$  и Юпитера с углом  $\alpha_q$  ( $e \leq 0,17$ ),  $\alpha_1$  ( $0,18 \leq e \leq 0,36$ ),  $\alpha_2$  ( $0,37 \leq e \leq 0,40$ ),  $\alpha_m$  ( $0,41 \leq e \leq 0,44$ ) между направлениями на эти объекты, соответствующим табличному значению, назовем начальными условиями низкоскоростного касательного сближения кометы  $P_2$ .

Заметим, что точки низкоскоростного касания орбит  $M_1$  и  $M_2$  принадлежат области сближения комет  $A_2$  и  $P_2$  для всех эксцентриситетов в табл. 1,2.

### Кратные минимумы (KM)

В работе Емельяненко [4] было показано, что йовицентрическое расстояние кометы в рамках парной задачи двух тел может быть вычислено по формуле:

$$r_j^2 = |a' - r|^2 + 4ra' \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (3.2)$$

Качественный анализ уравнения (3.2) не исключает KM для комет  $A_2$  и  $P_2$ . Минимумы возможны в точках  $Q(q)$  и  $R(\alpha = 0)$ , в точке  $X(r = a')$ .

Исследование функции  $r_j$  на экстремум проводилось в два этапа. Сначала в опорных точках и точке  $M$  величина  $r_j$  вычислялась по аналитическим формулам (см. табл. 1, 2). Анализ значений  $r_j^k$  показал следующее. Для всех орбит кометы  $A_2(P_2)$  функция йовицентрического расстояния имеет глобальный минимум в точке  $Q(q)$ . Затем она возрастает до значения  $r_j^m$ . После прохождения точки  $M$  величина  $r_j$  продолжает возрастать у кометы  $A_2$  при  $e_p \geq 0,27$  (у кометы  $P_2$  при  $e_p \geq 0,34$ ) сначала медленно, а затем (после прохождения точки  $F(I)$ ) очень быстро. При  $e < e_p$  выполнено неравенство  $r_j^m > r_j^s$ . Сближения кометы модели  $A_2(P_2)$  и Юпитера могут сопровождаться

Таблица 1

Значения угла  $\alpha$  в опорных точках как функция эксцентриситета орбиты кометы модели  $A_2$

$e$	$r^Q$	$V^Q$	$\alpha$	$r^X$	$V^X$	$\beta$	$\alpha_M$	$r^M$	$u_M$	$\alpha_b$	$r^P$	$V^P$	$\alpha_F$	$r^F$	$V^F$	$\alpha_B$	$r^B$	$u_B$	$r^R$	$V^R$	$\alpha_a$	$r^A$	$V^A$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.01	0.05	0.99	-1.12	0.1	1	-0.57	-1.12	0.1	89	-1.12	0.1	1	-1.12	0.10	1	-0.08	0.05	170	176	0.05	1.01	0.05	0.05	1.01
0.10	0.41	0.91	-8.69	0.79	0.99	-5.71	-8.72	0.79	79	-8.64	0.78	1.01	-8.44	0.77	1.02	-2.33	0.50	130	145	0.54	1.10	5.32	0.76	1.12
0.20	0.56	0.85	-11.9	1.08	0.96	-11.3	-12.2	1.10	67	-11.5	1.08	1.04	-10.0	1.04	1.08	-3.26	0.93	110	120	1.01	1.18	20.4	2.09	1.27
0.22	0.56	0.84	-11.9	1.08	0.95	-12.4	-12.3	1.12	65	-11.4	1.10	1.05	-9.45	1.07	1.10	-5.70	0.99	100	115	1.09	1.20	24.3	2.39	1.31
$e$	$r^Q$	$V^Q$	$\alpha$	$r^X$	$V^X$	$\beta$	$\alpha_M$	$r^M$	$u_M$	$\alpha_b$	$r^P$	$V^P$	$\alpha_F$	$r^F$	$V^F$	$\alpha_B$	$r^B$	$u_B$	$r^R$	$V^R$	$\alpha_a$	$r^A$	$V^A$	
0.23	0.55	0.83	-11.9	1.08	0.94	-12.9	-12.3	1.12	64	70	-12	1.10	1.10	1.08	-9.07	-11.8	1.10	100	113	1.14	1.20	26.4	2.55	1.33
0.24	0.55	0.83	-11.8	1.07	0.94	-13.5	-12.2	1.12	63	70	-12	1.10	1.11	1.10	-8.61	-11.7	1.10	100	111	1.18	1.21	28.6	2.70	1.35
0.25	0.54	0.82	-11.6	1.06	0.93	-14.0	-12.2	1.12	62	70	-11	1.10	1.12	1.12	-8.09	-10.1	1.10	80	109	1.22	1.22	30.8	2.86	1.37
0.27	0.51	0.82	-11.2	1.02	0.92	-15.1	-11.9	1.11	60	60	-12	1.10	1.12	1.17	-6.84	-9.10	1.12	80	105	1.3	1.23	35.4	3.16	1.42
$e$	$r^Q$	$V^Q$	$\alpha$	$r^X$	$V^X$	$\beta$	$\alpha_M$	$r^M$	$u_M$	$\alpha_b$	$r^P$	$V^P$	$\alpha_F$	$r^F$	$V^F$	$\alpha_B$	$r^B$	$u_B$	$r^R$	$V^R$	$\alpha_a$	$r^A$	$V^A$	
0.29	0.47	0.81	-10.6	0.96	0.90	-16.2	-11.5	1.09	58	-11.2	1.08	60	-9.65	1.14	1.09	-5.33	1.25	1.18	101	1.38	1.24	40.2	3.47	1.47
$e$	$r^Q$	$V^Q$	$\alpha$	$r^X$	$V^X$	$\beta$	$\alpha_M$	$r^M$	$u_M$	$\alpha_b$	$r^P$	$V^P$	$\alpha_F$	$r^F$	$V^F$	$\alpha_B$	$r^B$	$u_B$	$r^R$	$V^R$	$\alpha_a$	$r^A$	$V^A$	
0.30	0.44	0.80	-10.3	0.93	0.9	-16.9	-11.2	1.08	57	-10.8	1.08	60	-9.22	1.15	1.09	-4.48	1.30	1.20	99	1.42	1.25	42.7	3.61	1.49
0.34	0.32	0.79	-8.38	0.76	0.86	-18.8	-9.98	1.04	52	-	-	-	-7.15	1.22	1.12	-0.49	1.56	1.26	91	1.57	1.27	52.9	4.17	1.60
$e$	$r^Q$	$V^Q$	$\alpha$	$r^X$	$V^X$	$\beta$	$\alpha_M$	$r^M$	$u_M$	$\alpha_b$	$r^P$	$V^P$	$\alpha_F$	$r^F$	$V^F$	$\alpha_B$	$r^B$	$u_B$	$r^R$	$V^R$	$\alpha_a$	$r^A$	$V^A$	
0.35	0.29	0.78	-7.79	0.71	0.85	-	-9.61	1.04	51	-	-	-	-6.55	1.25	1.13	88	1.59	1.27	0.65	1.64	1.28	55.6	4.3	1.63
0.39	0.12	0.77	-4.70	0.43	0.80	-21.3	-7.93	1.03	47	-	-	-	-3.89	1.41	1.17	76	1.63	1.25	5.69	2.00	1.36	66.4	4.77	1.76
0.41	0.02	0.77	-1.93	0.17	0.77	-22.3	-7.01	1.05	45	-	-	-	-2.42	1.51	1.18	71	1.65	1.23	8.48	2.20	1.4	71.8	4.98	1.83
0.44	-0.14	0.76	-	-	-	-19.8	-5.55	1.10	42	-	-	-	-0.08	1.69	1.22	64	1.69	1.22	13.0	2.52	1.48	80.0	5.24	1.95

Таблица 2

Значения угла  $\alpha$  в опорных точках как функция эксцентриситета орбиты кометы модели P<sub>2</sub>

$e$	$r_j^q$	$V^q/N'$	$\alpha_x$	$r_j^x$	$V^x/N'$	$\beta$	$\alpha_M$	$r_j^M$	$\alpha_b$	$r_j^b$	$V^b/N'$	$\alpha_l$	$r_j^l$	$V^l/N'$	$\alpha_{p_2}$	$r_j^{p_2}$	$v_{p_2}$	$v_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$	$\alpha_0$	$r_j^0$	$V^0/N'$	$\alpha_Q$	$r_j^Q$	$V^Q/N'$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24				
0,01	0,05	1,01	1,12	0,10	1,00	0	1,12	0,10	1,12	0,10	1,00	1,12	0,10	1,00	0,08	0,05	170	176	0,05	0,99	22	23	24				
0,06	0,28	1,05	5,97	0,54	1,00	3,44	5,97	0,54	5,94	0,54	1,00	5,88	0,54	0,99	0,87	0,32	150	159	0,33	0,94	-1,95	0,40	0,94				
0,11	0,46	1,10	9,76	0,88	1,01	6,28	9,72	0,89	9,52	0,88	0,99	9,17	0,87	0,98	1,52	0,57	140	147	0,60	0,90	-6,65	0,96	0,89				
0,17	0,63	1,15	13,1	1,19	1,03	9,63	13,0	1,20	12,3	1,18	0,97	10,9	1,14	0,94	2,96	0,86	130	138	0,92	0,87	-16,3	2,06	0,82				
0,22	0,73	1,19	15,1	1,37	1,05	12,4	14,8	1,40	13,2	1,36	0,95	10,3	1,29	0,91	1,31	1,16	130	132	1,20	0,85	-28,2	3,44	0,76				
$e$	$r_j^q$	$V^q/N'$	$\alpha_x$	$r_j^x$	$V^x/N'$	$v_x$	$\beta$	$\alpha_M$	$r_j^M$	$\alpha_b$	$r_j^b$	$V^b/N'$	$\alpha_{p_2}$	$r_j^{p_2}$	$v_{p_2}$	$\alpha_l$	$r_j^l$	$V^l/N'$	$v_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$	$\alpha_0$	$r_j^0$	$V^0/N'$	$\alpha_Q$	$r_j^Q$	$V^Q/N'$
0,27	0,81	1,22	16,6	1,50	1,07	74	15,0	16,0	1,55	12,9	1,50	0,93	7,30	1,45	120	7,2	1,45	0,86	129	1,51	0,83	-44,1	5,33				
0,29	0,83	1,24	17,0	1,54	1,07	73	16,1	16,3	1,60	12,4	1,55	0,92	10,9	1,52	110	5,2	1,57	0,85	128	1,65	0,83	-51,8	6,25				
$e$	$r_j^q$	$V^q/N'$	$\alpha_x$	$r_j^x$	$V^x/N'$	$v_x$	$\beta$	$\alpha_M$	$r_j^M$	$\alpha_{p_2}$	$r_j^{p_2}$	$v_{p_2}$	$\alpha_0$	$r_j^0$	$V^0/N'$	$\alpha_{p_3}$	$r_j^{p_3}$	$v_{p_3}$	$\alpha_l$	$r_j^l$	$V^l/N'$	$\alpha_1$	$r_j^1$	$V^1/N'$	$\alpha_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$
0,30	0,84	1,25	17,2	1,55	1,08	73	16,6	16,4	1,62	13,9	1,56	100	12,0	1,57	0,91	10,74	1,55	110	4,02	1,64	0,83	127	1,73				
0,32	0,86	1,26	17,5	1,58	1,09	71	17,6	16,6	1,66	13,6	1,59	100	11,1	1,63	0,90	10,33	1,62	110	1,23	1,85	0,83	127	1,88				
$e$	$r_j^q$	$V^q/N'$	$\alpha_x$	$r_j^x$	$V^x/N'$	$v_x$	$\beta$	$\alpha_M$	$r_j^M$	$\alpha_{p_2}$	$r_j^{p_2}$	$v_{p_2}$	$\alpha_0$	$r_j^0$	$V^0/N'$	$\alpha_{p_3}$	$r_j^{p_3}$	$v_{p_3}$	$\alpha_l$	$r_j^l$	$V^l/N'$	$\alpha_1$	$r_j^1$	$V^1/N'$	$\alpha_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$
0,33	0,87	1,26	17,6	1,59	1,09	71	18,1	16,6	1,68	13,5	1,61	100	10,6	1,66	0,90	10,11	1,66	110	126	1,95	0,81	-0,38	1,98				
$e$	$r_j^q$	$V^q/N'$	$\alpha_x$	$r_j^x$	$V^x/N'$	$v_x$	$\alpha_{p_2}$	$r_j^{p_2}$	$v_{p_2}$	$\beta$	$\alpha_M$	$r_j^M$	$\alpha_{p_3}$	$r_j^{p_3}$	$v_{p_3}$	$\alpha_0$	$r_j^0$	$V^0/N'$	$v_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$	$\alpha_1$	$r_j^1$	$V^1/N'$	$\alpha_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$
0,36	0,88	1,28	17,9	1,62	1,11	69	17,8	1,62	70	19,6	16,6	1,73	12,8	1,66	100	8,53	1,78	0,88	122	2,05	0,81	-6,21	2,52				
0,40	0,89	1,30	18,1	1,63	1,13	66	17,9	1,63	70	21,4	16,3	1,79	11,4	1,72	100	4,72	2,04	0,85	118	2,23	0,82	-16,6	3,67				
$e$	$r_j^q$	$V^q/N'$	$\alpha_x$	$r_j^x$	$V^x/N'$	$v_x$	$\alpha_{p_2}$	$r_j^{p_2}$	$v_{p_2}$	$\beta$	$\alpha_M$	$r_j^M$	$\alpha_{p_3}$	$r_j^{p_3}$	$v_{p_3}$	$v_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$	$\alpha_0$	$r_j^0$	$V^0/N'$	$\alpha_1$	$r_j^1$	$V^1/N'$	$\alpha_R$	$r_j^R$	$V^R/N'$
0,44	0,89	1,32	18,0	1,63	1,15	64	17,5	1,62	70	23,2	15,7	1,85	9,5	1,81	100	116	2,44	0,86	-0,57	2,50	0,83	-30,8	5,42				

вторичными минимумами. Так как эти минимумы вызваны не гравитацией Юпитера, а специфическими размерами и формой кометных орбит, они были названы геометрическими кратными минимумами (*ГКМ*) [1,2].

Для уточнения положения *ГКМ* на втором этапе работы линейной интерполяцией между всеми опорными точками и точкой *M* через  $10^\circ$  по истинной аномалии и кометы  $A_2(P_2)$  были вычислены значения величин  $r_j$ ,  $\alpha$  и  $V/V'$ . Анализ результатов подтвердил наличие *ГКМ* у кометы  $A_2$  при  $e_m^{A_2} \leq 0,3$ ; у кометы  $P_2$  при  $e_m^{P_2} \leq 0,44$ . Еще один минимум у кометы  $A_2$  расположен между точками *F* и *R* ( $e \leq 0,27$ ;  $\Delta v_R (e = 0,25) = 29^\circ$ ), где  $\Delta v_R$  - наибольшее удаление этого минимума от точки *R* по истинной аномалии  $v$ ; между точками *M* и *e* ( $0,28 \leq e \leq 0,3$ ).  $\Delta v_M (e = 0,3) = 3^\circ$ . При  $0,23 \leq e \leq 0,27$  функция йовицентрического расстояния кометы  $A_2$  имеет два вторичных минимума (см. табл. 1). Дополнительный минимум  $\rho_2$  у кометы  $P_2$  расположен между точками *I* и *R* ( $e \leq 0,26$ ;  $\Delta v_R (e = 0,07) = 17^\circ$ ), между точками *b* и *I* ( $0,27 \leq e \leq 0,29$ ;  $\Delta v_R (e = 0,28) = 18^\circ$ ), при  $e \geq 0,30$  функция йовицентрического расстояния кометы  $P_2$  имеет два вторичных минимума. Один из них расположен между точками *M* и *b* ( $0,30 \leq e \leq 0,34$ ;  $\Delta v_x = 2,9^\circ$ ), между точками *X* и *M* ( $0,35 \leq e \leq 0,44$ ;  $\Delta v_x = 6,0^\circ$ ). Положение другого вторичного минимума тоже плавно изменяется (см. табл. 2) ( $0,30 \leq e \leq 0,44$ ;  $\Delta v_R (e = 0,35) = 23^\circ$ ).

В целом, количественный анализ подтвердил наличие вторичных минимумов у кометы  $A_2(P_2)$  в окрестностях точек *X* и *K*. Относительно большие значения  $\Delta v_x$ ,  $\Delta v_R$  скорее всего вызваны неточностью интерполяции.

### Временный спутниковый захват (*ВСЗ*)

Как уже было сказано ранее, у кометы  $A_2(P_2)$  в окрестностях особых точек  $M_1$  и  $M_2$  выполнено условие (2) и приблизительно выполнено условие (1). Поэтому окрестности этих точек благоприятны для возникновения *ВСЗ*. При малых значениях эксцентриситета ( $e \leq 0,11$ ) окрестности апсидальных точек также благоприятны для возникновения *ВСЗ*. В точке *Q* кометы  $A_2$  (точке *q* кометы  $P_2$ ) выполнено условие (1) и приблизительно выполнено условие (2). Можно предположить, что при  $e \leq 0,11$  явление *ВСЗ* будет длительным по времени, сравнимым с полупериодом обращения кометы вокруг Солнца. Но оно никогда не перейдет в явление *ВГЗ* (временный гравитационный захват), так как йовицентрическое расстояние кометы в течение всего сближения слишком велико (см. значения  $r_j^Q, r_j^S, r_j^M$  в табл. 1, 2). Йовицентрические траектории представляют собой замысловатые петли, вызванные изменением гелиоцентрической скорости (комета то догоняет Юпитер, то отстает от него), при  $e \leq e_m$  имеют место кратные минимумы функции йовицентрического расстояния, не связанные с обращением кометы вокруг Юпитера.

### Заключение

Итак, сближения комет  $A_2, P_2$  и Юпитера, удовлетворяющие начальным условиям, рассмотренным выше, - это низкоскоростные сближения. Особенности сближений следующие.

1. Это длительные сближения. Для кометы  $A_2$  сближение охватывает весь период ее обращения вокруг Солнца ( $e \leq 0,2$ ); распространяется на дугу  $\cup F_1 Q F_2$  ( $e \leq 0,39$ ). Для остальных объектов с линии  $AA_2$  комета не покидает области сближения на полупериоде, включающем афелий. Для кометы  $P_2$  сближение охватывает весь период ее обращения вокруг Солнца ( $e \leq 0,17$ ); распространяется на дугу  $\cup I_1 q I_2$  ( $e \leq 0,33$ ). Для остальных объектов с линии  $AP_2$  комета не покидает области сближения на дуге  $\cup M_1 q M_2$ .

2. Функция йовицентрического расстояния комет  $A_2$  и  $P_2$  имеет кратные минимумы. Глобальный минимум достигается в апсидальной точке:  $\rho \equiv Q \cap \rho \equiv q$ . Вторичные минимумы - это геометрические кратные минимумы. Они имеют место в окрестностях точек пересечения орбит кометы и Юпитера и (или) в окрестностях точек, в которых комета и Юпитер находятся на одном радиус-векторе.

3. На орбитах комет  $A_2$  и  $P_2$  имеются две точки низкоскоростного касания орбит. Точки  $M_1$  и  $M_2$  расположены на концах фокальной хорды; это центры низкоскоростных касательных участков, на которых вероятен временный спутниковый захват в смысле Эверхарта. При  $e \leq 0,11$  *ВСЗ* может распространиться на апсидальный минимум. На участках *ВСЗ* расположены максимум и вторичный минимум функции йовицентрического расстояния комет. *ВСЗ* модельных комет  $A_2$  и

$P_2$  не может перейти во временный гравитационный захват, так как во всех минимумах комета находится слишком далеко от Юпитера.

*Работа поддержана грантом РФФИ № 06-02-16-512.*

### Литература

1. Ernel'yanenko N.Yu. Kinematics of the comets low-velocity encounters with Jupiter// Proceeding of the International conference САММАС. - 2000. - P. 35-40.

2. Емельяненко Н.Ю. Короткопериодические кометы с высоким значением постоянной Тиссерана. 3. Кинематика низкоскоростных сближений // *Астрономический вестник* - 2003. - Т. 37. - № 1. - С. 66-73.

3. Емельяненко Н.Ю. Моделирование орбит комет // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика, физика, химия»*. - 2003. - Вып. 4. - №8(24) - С. 99-106.

4. Емельяненко Н.Ю. Модели комет с неафелийным касанием орбиты Юпитера. Апсидальные точки расположены на орбите Юпитера // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика, физика, химия»*. - 2005. - Вып. 6. - №6(46) - С. 45-52.

5. Емельяненко Н.Ю. Динамика орбит комет при тесном сближении с Юпитером. Анализ длительности сближений // *Астрономический вестник* - 2003. - Т. 37. - №.2. - С. 153-160.

*Поступила в редакцию 28 апреля 2006 г.*