

ЧЕЛЯБИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
им. ЛЕНИНСКОГО КОМСОМОЛА

На правах рукописи

Беседин Александр Александрович

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ДУАЛЬНОГО  
УПРАВЛЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

05.13.02 - Теория систем, теория автоматического  
регулирования и управления и системный анализ

А в т о р е ф е р а т  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Читальный зал  
«Профессорский»

Работа выполнена в Челябинском политехническом институте имени Ленинского комсомола.

Научный руководитель – доктор технических наук, профессор ЦЫГАНКОВ В.А.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор ШАМРИКОВ Б.М.,  
кандидат технических наук ГЛУХОВ В.Н.

Ведущая организация – Институт кибернетики АН УССР.

Зашита диссертации состоится 27 апреля 1979 года, в 15 часов,  
на заседании специализированного совета К 053.13.04 по при-  
суждению учёной степени кандидата технических наук в Челя-  
бинском политехническом институте имени Ленинского комсомола.

Адрес института: 454044, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан 26 марта 1979 года.

Учёный секретарь специализированного  
совета

*Кабреев* /В.С. Кабреев/



## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В десятой пятилетке перед всеми отраслями народного хозяйства поставлены большие и сложные задачи по совершенствованию управления производством и повышению его эффективности на всех уровнях, начиная от отдельных установок, агрегатов, технологических процессов и кончая общеизвестной системой производства в целом. Обширный класс технологических объектов составляют объекты экстремального управления [1]. Теория экстремального управления в настоящее время достаточно хорошо развита. Для широкого класса детерминированных и стохастических объектов построены и исследованы простые и работоспособные алгоритмы [1], эффективность которых, однако, не всегда удовлетворительна.

Одним из перспективных подходов к проблеме повышения эффективности алгоритмов экстремального управления, к проблеме оптимального экстремального управления является использование теории дуального управления Фельдбаума А.А. [2], разработанной для синтеза систем управления с накоплением информации, к классу которых и относятся экстремальные системы, работающие в условиях существенной неопределенности. Вследствие большой сложности оптимальных алгоритмов возникает проблема построения эффективных, близких к оптимальным и достаточно просто реализуемых дуальных алгоритмов экстремального управления. Следовательно, актуальной научно-технической проблемой является разработка и исследование алгоритмов дуального экстремального управления.

**Цель и задачи работы.** Основной целью работы является построение нового класса высокоеффективных, достаточно просто реализуемых алгоритмов дуального экстремального управления, всестороннее их исследование и использование в задаче построения системы управления процессом вращательного бурения.

В соответствии с поставленной целью основные задачи работы определены следующим образом:

- а) разработать алгоритмы дуального экстремального управления статическими, динамическими и дрейфующими экстремальными объектами, работающими в условиях помех типа "белого" и "цветного" шума;

- б) исследовать асимптотические свойства полученных алгоритмов;
- в) исследовать эффективность дуальных алгоритмов и сравнить ее с эффективностью известных алгоритмов;
- г) синтезировать алгоритм управления в аддитивной экстремальной системе управления процессом вращательного бурения.

**Научная новизна.** В работе предложен метод синтеза асимптотически оптимальных алгоритмов дуального экстремального управления, названный методом замкнуто-разомкнутого синтеза, заключающийся в том, что для выбора очередного управления производится размыкание системы управления начиная с момента получения отклика на выбираемое управление. Для разомкнутой системы просто оценивается будущий оптимальный условный риск, использование квадратичной аппроксимации которого в функциональном управлении Беллмана, описывающем оптимальную стратегию в замкнутой системе, позволяет построить эффективный асимптотически оптимальный дуальный алгоритм экстремального управления. Управление согласно этому алгоритму выбирается из условия минимума взвешенной суммы удельного риска и риска изучения. Удельный риск представляет собой оценку отклонения от экстремума модели, а риск изучения, равный скалярному произведению матрицы ковариаций неизвестных параметров и матрицы чувствительности системы к вариациям неизвестных параметров [3], представляет собой точность определения положения экстремума объекта.

Этот метод последовательно используется для построения алгоритмов управления статическим, инерционным, дрейфующим объектами, выявляется и обсуждается связь между теорией дуального управления и теорией планирования экстремальных экспериментов, решается проблема выбора критерия оптимальности планирования экстремальных экспериментов.

Доказывается сходимость полученных алгоритмов и исследуется их эффективность.

**Практическая ценность.** Полученные в работе результаты могут быть использованы при разработке систем экстремального управления широким классом производственных объектов, таких как процесс флотации [4], процессы нагрева [5] и многих других, удовлетворяющих условиям рассмотренных задач. В

частности, предлагаемый метод использован при решении задачи синтеза системы управления процессом вращательного бурения [6].

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на:

1) республиканском научно-техническом семинаре "Исследование, разработка и применение аддитивных систем управления производственными процессами в промышленности", Киев, 21-26 мая 1973 г.;

2) третьем Всесоюзном совещании по статистическим методам в процессах управления, Вильнюс, 18-20 сентября 1973 г.;

3) первой школе-семинаре по системам автоматического управления, Кострома, 17-26 мая 1975 г.;

4) Всесоюзной конференции по стохастическим системам управления, Челябинск, 20-22 апреля 1976 г.;

5) научно-технических конференциях ЧИ 1973-1976 гг.;

6) школе-семинаре "Теория и применение планирования экспериментов", Челябинск, 13-17 ноября 1978 г.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, приложения и списка литературы. Работа изложена на 129 страницах машинописного текста, содержит 19 рисунков. Список использованной литературы содержит 70 наименований.

#### ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе произведен краткий обзор литературы по проблеме экстремального управления, являющейся типичной задачей управления системами с накоплением информации.

Построение достаточно высокоеффективных систем управления сложными технологическими процессами вообще и экстремальных систем в частности невозможно без построения и использования моделей объектов управления. В зависимости от свойств объекта управления и целей управления могут использоваться самые разнообразные модели. Для достаточно широкого класса объектов экстремального управления их статические характеристики могут быть представлены в виде разложения по некоторой системе гладких функций с неизвестными коэффициентами разложения

$$Q(u) = \sum_{i=1}^m f_i(u) \mu_i = f^T(u) \mu, \quad u \in Q \subset E^1, \quad (I)$$

где  $\Omega$  — замкнутая и ограниченная область допустимых управлений.

Систематический подход к задаче синтеза алгоритмов экстремального управления с моделью дает теория дуального управления созданная А.А.Фельдбаумом. Используя методы этой теории, по заданным критериям оптимальности системы управления и ее уравнениям нетрудно составить функциональные уравнения стохастического динамического программирования, описывающие оптимальную стратегию экстремального управления. Но, как показывает анализ даже простейших экстремальных систем, эти функциональные уравнения не имеют аналитического решения. За исключением случая одного неизвестного параметра практически неосуществима и численная реализация процедуры динамического программирования. В связи с этим представляет интерес разработка эффективных, достаточно просто реализуемых субоптимальных дуальных алгоритмов экстремального управления. Изучение литературы по этой проблеме показывает, что, несмотря на обилие попыток эффективных алгоритмов данного класса не существует.

На основании материалов первой главы в работе поставлены задачи и цель исследования, сформулированные выше.

Во второй главе рассматривается статический экстремальный объект, описываемый уравнением (I) с уравнением наблюдений

$$Z_n = Q(u_n, \mu) + \eta_n, \quad (2)$$

где последовательность ошибок наблюдения является дискретным белым шумом с распределением  $N_1(Q\delta^2)$ . Априорное распределение вектора неизвестных параметров  $\mu$  предполагается нормальным. Качество управления оценивается средним отклонением от экстремума либо в течение всего процесса управления, либо в конечный момент времени [1]. В обоих случаях задача синтеза управления сводится к задаче минимизации функционала

$$J = M \left\{ \sum_{n=1}^N \alpha_n f^T(u_n) \mu \right\}. \quad (3)$$

Оптимальное управление отыскивается в классе функций, зависящих от всей информации, полученной к началу вычисления очередного управления.

$$u_n = U_n(u_i^{n-1}, Z_i^{n-1}). \quad (4)$$

7

Задача отыскания оптимальных управлений решается методами теории дуального управления [2,7]. Линейность объекта относительно параметров  $\mu$  и помех  $\eta$  и гауссовость их априорных распределений обеспечивают существование достаточных статистик задачи. Ими являются  $\hat{M}_n = M\{\mu|u_i^n, z_i^n\}$ ,  $D_n = \text{cov}\{\mu|u_i^n, z_i^n\}$ . Фильтр Калмана дает алгоритм вычисления достаточных статистик:

$$\hat{\mu}_n = \hat{\mu}_{n-1} + D_n f(u_n) \sigma^{-2} (z_n - f^T(u_n) \hat{\mu}_{n-1}); \quad (5)$$

$$D_n = D_{n-1} - D_{n-1} f(u_n) (\sigma^2 + f^T(u_n) D_{n-1} f(u_n))^{-1} f^T(u_n) D_{n-1}. \quad (6)$$

Вводя функции оптимальности

$$J_n(\hat{\mu}_{n-1}, D_{n-1}) = \min_{u_n \in \Omega} M\left\{ \sum_{i=n}^{\infty} \alpha_i f^T(u_i) \mu / u_i^{n-i}, z_i^{n-i} \right\}, \quad (7)$$

из принципа оптимальности Беллмана получаем функциональные уравнения, описывающие оптимальную стратегию,

$$J_n(\hat{\mu}_{n-1}, D_{n-1}) = \min_{u_n \in \Omega} (d_n f^T(u_n) \hat{\mu}_{n-1} + \int_{-\infty}^{\infty} J_{n+1}(\hat{\mu}_n, D_n) P(z_n/u_n, \hat{\mu}_{n-1}, D_{n-1}) dz), \quad (8)$$

где плотность вероятности  $P(z_n/u_n, \hat{\mu}_{n-1}, D_{n-1})$  нормальна и имеет параметры:

$$M\{z_n/u_n, \hat{\mu}_{n-1}, D_{n-1}\} = f^T(u_n) \mu; \quad (9)$$

$$D\{z_n/u_n, \hat{\mu}_{n-1}, D_{n-1}\} = \sigma^2 + f^T(u_n) D_{n-1} f(u_n). \quad (10)$$

Соотношения (5)–(10), описывающие оптимальную стратегию управления, практически нереализуемы, поэтому представляет интерес разработка эффективных приближенных решений уравнений (5)–(10), достаточно просто реализуемых на ЦВМ.

Приближенное решение уравнений (5)–(10) строится на основе допущения близости истинного экстремума объекта и оценки его положения и предположения, что истинный экстремум находится внутри области допустимых управлений

После выполнения  $N$  шагов управления положение экстремума оценивается соотношением

$$u^*(\hat{\mu}_n) = \arg \min_{u \in \Omega} f^T(u) \hat{\mu}_n. \quad (11)$$

Допустив, что точка  $u^*(\hat{\mu}_n)$  близка к точке  $u^*(\mu)$ , определяющей положение истинного экстремума, построим оценку риска  $J_{n+1}(\hat{\mu}_n, D_n)$ , заменив величину  $u^*(\mu)$  величиной  $u^*(\hat{\mu}_n)$ .

При известном положении экстремума оптимальный риск составит

$$J_{n+1}(\hat{\mu}_n, D_n) = M \left\{ \sum_{i=n+1}^N \alpha_i f'(u^*(\hat{\mu}_n)) \mu / \hat{\mu}_i \right\} = \beta_n Q'(\hat{\mu}_n), \quad (12)$$

где  $Q'(\hat{\mu}_n) = f'(u^*(\hat{\mu}_n)) \hat{\mu}_n$ ,  $\beta_n = \sum_{i=n+1}^N \alpha_i$ .

Подстановка оценки (12) в уравнение (8) дает следующий алгоритм выбора управления:

$$U_n = \arg \min_{U_n \in \Omega} (\alpha_n f'(U_n) \hat{\mu}_{n+1} + \int_0^1 \beta_n Q'(\hat{\mu}_n) P(Z_n | U_n, \hat{\mu}_{n+1}, D_{n+1}) dZ_n). \quad (13)$$

Для вычисления интеграла в (13) разлагаем функцию  $Q'(\hat{\mu}_n)$  в ряд Тейлора в точке  $\hat{\mu}_{n+1}$ , ограничиваясь квадратичными членами разложения. Подстановка значения  $\hat{\mu}_n$  из (5) в разложение и усреднение полученного выражения по  $Z_n$  в соответствии с соотношениями (9), (10) дает после преобразований следующий алгоритм выбора управления:

$$U_n = \arg \min_{U_n \in \Omega} (\alpha_n f'(U_n) \hat{\mu}_{n+1} - \frac{\beta_n}{2} S P D_n \nabla_{\mu \mu}^2 Q'(\hat{\mu}_{n+1})). \quad (14)$$

Алгоритм (14) совместно с соотношениями (5), (6) для вычисления достаточных статистик и дает искомую субоптимальную стратегию управления экстремальным статическим объектом. Полученная стратегия управления имеет прозрачный физический смысл. Первое слагаемое в (14) есть риск действия, второе – изучающая добавка, представляющая собой скалярное произведение матрицы ковариаций неизвестных параметров и матрицы чувствительности  $-\nabla_{\mu \mu}^2 Q'(\hat{\mu}_{n+1})$  оптимального значения выхода к вариациям параметров [3], давшая среднее отклонение от экстремума и характеризующая точность определения его положения. Непосредственное дифференцирование дает следующее выражение для матрицы чувствительности:

$$-\nabla_{\mu \mu}^2 Q'(\hat{\mu}_{n+1}) = \nabla_{\mu} f(u^*(\hat{\mu}_{n+1})) [\nabla_{\mu \mu}^2 f'(u^*(\hat{\mu}_{n+1})) \hat{\mu}_{n+1}]^T \nabla_{\mu} f'(u^*(\hat{\mu}_{n+1})). \quad (15)$$

Из (14) и (15) следует, что изучающая добавка представляет собой взвешенную сумму элементов матрицы ковариаций вектора градиента  $\nabla_u f^T(u)\mu$  объекта, вычисленного в точке его ожидаемого экстремума. Это означает, что изучение направлено на уточнение неопределенности вектора градиента оптимизируемой функции, вычисленного в точке ожидаемого экстремума, что вполне соответствует смыслу процесса отыскания экстремума.

Для реализации алгоритма управления необходимо хранить в памяти и перевычислять достаточные статистики задачи и решать на каждом шаге хорошо обусловленную задачу локальной минимизации функции в (14) начиная из точки  $U^*(\hat{\mu}_{n-1})$ , поскольку при одностремельности функции  $f^T(u)\mu$  и достаточной малости неопределенности положения экстремума изучающая добавка мала и управление  $U_n$  находится в окрестности точки  $U^*(\hat{\mu}_{n-1})$ .

В работе исследуется сходимость двух алгоритмов – алгоритма минимизирующего среднее суммарное отклонение – интегральный критерий качества, соответствующий значениям  $\alpha_n = 1$ , и алгоритма минимизирующего терминальный критерий – конечное отклонение от экстремума, соответствующий значениям  $\alpha_n = 0$  при  $n \neq N$  и  $\alpha_N = 1$ . Во втором случае из (14) имеем

$$U_n = \underset{U_n \in \Omega}{\operatorname{argmin}} (-Sp D_n \nabla_{\mu\mu}^2 Q^*(\hat{\mu}_{n-1})). \quad (16)$$

Для первого случая  $\beta_n = N - n$  и при  $N \rightarrow \infty$  алгоритм управления вырождается в алгоритм (16), который является чисто изучающим.

Исходя из условия идентифицируемости вектора  $\mu$  доказывается, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Sp D_n \nabla_{\mu\mu}^2 Q^*(\hat{\mu}_{n-1}) = Sp D_\infty \nabla_{\mu\mu}^2 Q^*(\hat{\mu}_\infty) = 0. \quad (17)$$

Анализ уравнения (17), в котором используется соотношение (15), показывает, что в пределе положение экстремума будет определено точно, но неизвестные параметры в общем случае остаются неопределенными.

Задача минимизации терминального критерия является не чем иным, как задачей последовательного оптимального планирования

экстремальных экспериментов, а алгоритм (16) дает асимптотически оптимальное правило планирования, обеспечивающее асимптотически наивысшую точность определения положения экстремума. Тем самым теория дуального управления позволила поставить и решить проблему построения критерия оптимальности планирования экстремальных экспериментов.

Ясный физический смысл алгоритма управления (5), (6), (14) позволил предложить структуру алгоритма управления и в случае нелинейной параметризации объекта. При этом уравнения (5), (6) заменяются соответствующими уравнениями оценки параметров нелинейных объектов, а в алгоритме (14) используется матрица чувствительности, введенная в работе [3] для общего случая.

Эффективность алгоритмов дуального управления сравнивалась с эффективностью известных алгоритмов экстремального управления типа стохастической аппроксимации и шаговым алгоритмом с постоянным шагом с накоплением. Результаты моделирования алгоритмов на ЦВМ методом Монте-Карло показывают, что среднее значение потерь на поиск при дуальном управлении составляет менее 50% потерь при прочих методах управления. Зависимости потерь на поиск от уровня помех для трех исследованных алгоритмов представлены на рис.1. На рис.2 показана реализация процесса дуального управления двумерными параболическим объектом. Ясно виден активный, изучающий характер дуального управления на первых пяти шагах процесса управления.

В третьей главе рассматривается задача управления экстремальными инерционными объектами с запаздыванием, описываемыми уравнениями:

$$\dot{x}_n = Ax_{n-1} + \delta f'(u_n)\mu; \quad (18)$$

$$y_n = h x_n; \quad (19)$$

$$z_n = y_{n-S} + \eta_n. \quad (20)$$

Здесь  $x_n$  – вектор состояния линейной части объекта, входом которой является выход безинерционной нелинейной части объекта  $Q(u) = f'(u)\mu$ . Выход  $y_n$  линейной части наблюдается с запаздыванием  $S$  и с помехой  $\eta_n$ . Матрица  $A$ , вектор-столбец  $\delta$  и вектор-строка  $h$  имеют размерности соответственно  $K \times K$ ,

$K \times f$ ,  $f \times K$ . Предположения относительно нелинейной характеристики объекта и вида помехи, принятые во второй главе, сохраняются и здесь. Относительно линейной части объекта управления полагаем, что она устойчива, имеет ненулевой коэффициент усиления и неотрицательную переходную функцию. Предполагается, что для объекта управления выполнены условия идентифицируемости вектора  $\mu$ . Начальное состояние  $X_0$  — случайный вектор с нормальным распределением. В общем случае вектор начальных условий коррелирован с вектором  $\mu$ . Их совместная матрица ковариаций  $R_0$  задана. Качество процесса управления объектом оценивается средним за время  $N$  отклонением выходной величины  $Y_n$  от минимально возможной, задача минимизации которой эквивалентна задаче минимизации функционала (3) при  $\alpha_n = \sum_{i=0}^{n-1} h A^i \theta$ .

При управлении инерционными объектами время вычисления очередного управления, как правило, сравнимо с интервалом квантования времени  $\Delta t$ , что обусловливает появление запаздывания в устройстве управления (УУ). При единичном запаздывании в УУ оптимальная стратегия управления должна отыскиваться в классе функций

$$U_n = U_n(U^{n-1}, Z_s^{n-2}). \quad (21)$$

В силу наличия запаздывания наблюдения начинаются с момента  $S$  и при  $1 \leq n \leq S+1$   $U_n = U_n(U^{n-1})$ .

Сформулированная подобным образом задача оптимального управления экстремальным инерционным объектом решается методами теории дуального управления.

Введем расширенный вектор состояния, включающий вектор состояния линейной части и неизвестные параметры объекта  $\Theta_n^T = [X_n^T, \mu^T]$ . При этом уравнения (18), (19) можно представить в виде;

$$\dot{\Theta}_n = A(U_n)\Theta_{n-1}; \quad (22)$$

$$y_n = H\Theta_n, \quad (23)$$

где  $A(U_n) = \begin{bmatrix} A & \delta f'(U_n) \\ 0 & E \end{bmatrix}$ ;  $H = [h, 0]$ .

Линейность системы (22), (23) по  $\Theta$  и нормальность априорных распределений вектора  $\Theta_0$  и помех  $\eta_n$  обеспечивает существование достаточных статистик задачи. Необходимая для выбора управления  $U_n$  информация, содержащаяся в величинах  $U^{n-1}_i, Z_s^{n-2}$ ,

совпадает с информацией, содержащейся в величинах  $(u_{n-s-1}^{n-1}, \hat{\theta}_{n-s-2})$ , где  $\hat{\theta}_{n-s-2} = M\{\theta_{n-s-2}/U_1^{n-1}, Z_s^{n-2}\}$ ,  $\sum_{n-s-2} = \text{cov}\{\theta_{n-s-2}/U_1^{n-1}, Z_s^{n-2}\}$ .

Вводя функции условного оптимального риска

$$J_n(u_{n-s-1}^{n-1}, \hat{\theta}_{n-s-2}, \sum_{n-s-2}) = \min_{u_n \in \Omega} M\left\{\sum_{i=1}^N \alpha_i f'(u_i) \mu / U_{n-s-1}^{n-1}, \hat{\theta}_{n-s-2} \sum_{n-s-2}\right\},$$

из принципа оптимальности Беллмана получаем следующие функциональные уравнения, описывающие оптимальную стратегию управления. При  $1 \leq n \leq S$

$$J_n(u_i^{n-1}, \tilde{\theta}_o, \Gamma_o) = \min_{u_n \in \Omega} (d_n f'(u_n) \bar{\mu}_o + J_{n+1}(u_i^n, \tilde{\theta}_o, \Gamma_o)). \quad (24)$$

При  $n = S+1$

$$\begin{aligned} J_{S+1}(u_i^S, \tilde{\theta}_o, \Gamma_o) &= \min_{u_{S+1} \in \Omega} (d_{S+1} f'(u_{S+1}) \bar{\mu}_o + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} J_{S+2}(u_i^{S+1}, \hat{\theta}_o, \sum_o) P(Z_S/\tilde{\theta}_o, \Gamma_o) dZ_S). \end{aligned} \quad (25)$$

При  $S+2 \leq n \leq N-S-2$

$$\begin{aligned} J_n(u_{n-s-1}^{n-1}, \hat{\theta}_{n-s-2}, \sum_{n-s-2}) &= \min_{u_n \in \Omega} (d_n f'(u_n) \hat{\mu}_{n-s-2} + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} J_{n+1}(u_{n-s}^n, \hat{\theta}_{n-s-1}, \sum_{n-s-1}) P(Z_{n-1}/\hat{\theta}_{n-s-1}, \Gamma_{n-s-1}) dZ_{n-1}). \end{aligned} \quad (26)$$

При  $N-S-1 \leq n \leq N$

$$\begin{aligned} J_n(u_{n-s-1}^{N-S-2}, \hat{\theta}_{n-s-2}, \sum_{n-s-2}) &= d_n \min_{u_n \in \Omega} f'(u_n) \hat{\mu}_{n-s-2} + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} J_{n+1}(u_{n-s}^{N-S-2}, \hat{\theta}_{n-s-1}, \sum_{n-s-1}) P(Z_{n-1}/\hat{\theta}_{n-s-1}, \Gamma_{n-s-1}) dZ_{n-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

Достаточные статистики вычисляются с помощью уравнений фильтра Калмана:

$$\hat{\theta}_n = \tilde{\theta}_n + \frac{\Gamma_n H^T}{G^2 + H \Gamma_n H^T} (Z_{n+s-1} - H \tilde{\theta}_n), \quad \tilde{\theta}_n = A(u_n) \hat{\theta}_{n-1}; \quad (28)$$

$$\sum_n = \Gamma_n - \frac{\Gamma_n H^T H \Gamma_n}{G^2 + H \Gamma_n H^T}; \quad \Gamma_n = A(u_n) \sum_{n-1}, \quad A^T(u_n). \quad (29)$$

Как и выше, оптимальная стратегия практически нереализуема. Асимптотически оптимальный алгоритм дуального управления строится

методом размыкания, начиная с момента, сдвинутого на запаздывание  $S+1$  по сравнению с моментом размыкания в рассмотренной выше задаче. Предполагая малость неопределенности положения экстремума после шага с номером  $n+S+2$ , для риска  $J_{n+S+2}$  получаем следующую оценку:

$$J_{n+S+2} = \beta_n Q^*(\hat{\mu}_n), \quad \beta_n = \sum_{i=n+S+2}^n \alpha_i.$$

На основе функциональных уравнений (24)–(27) последовательно строятся приближения для рисков  $J_{n+S+1}, J_{n+S}, \dots, J_{n+1}$ , в итоге получаем алгоритм выбора управления, совпадающий построение с алгоритмом (14)

$$U_n = \arg \min_{U_n \in Q} (\alpha_n f^T(U_n) \hat{\mu}_{n-S-2} - \frac{\beta_n}{2} \operatorname{Sp} D_n \nabla_{\mu}^2 Q^*(\hat{\mu}_{n-S-2})), \quad (30)$$

где  $D_n$  – ковариационная матрица вектора  $\mu$ , являющаяся соответствующим блоком матрицы  $\Sigma_n$ .

Алгоритм управления (28)–(30) имеет тот же смысл и те же свойства, что и алгоритм управления в статической задаче.

Эффективность полученного алгоритма управления сравнивалась с эффективностью алгоритма с прогнозированием установившегося значения [5]. Оценка эффективности алгоритмов проводилась методом Монте-Карло.

Для одномерного объекта, описываемого уравнением

$$x_n = Ax_{n-1} + \theta(\mu_1 + \mu_2 u_n + \mu_3 u_n^2), \quad 0 < u_n < 4,$$

с уравнением наблюдений

$$z_n = x_n + \eta_n$$

при  $A = 0.8$ ,  $\theta = 0.2$ ,  $N = 30$ ,  $\sigma = 1$ ,

$$\Gamma_0 = \operatorname{diag}(1, 1, 1, 0.1), \quad \theta_0 = [6, 5, -4, 1]^T$$

получено для дуального управления

$$M \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i f^T(u_i) \mu \right\} \approx 17.$$

Для алгоритма с прогнозированием при тех же условиях оценка критерия качества составила 25.0. Для сравнения укажем, что среднее значение критерия в системе без обратной связи составляет 26.0. Отсюда следует, что в данном случае использование

дуального алгоритма управления дает эффект в 9 раз больший, нежели использование алгоритма с прогнозированием. На рис.3 показаны реализации процессов экстремального управления инерционным объектом по сравниваемым алгоритмам.

В четвертой главе рассматривается задача управления статическим экстремальным объектом в условиях помех типа цветного шума с известной корреляционной функцией. Объединение вектора неизвестных параметров объекта и вектора состояния формирующего фильтра помехи позволяет составить функциональные уравнения динамического программирования, описывающие оптимальную стратегию.

Построение асимптотически оптимальной стратегии проводится тем же методом, что и при решении задач первых двух глав. Полученный алгоритм выбора управления совпадает по структуре с алгоритмом (30), иной вид приобретают лишь уравнения оценки неизвестных параметров, которые строятся с учетом коррелированности помех. Близость результатов, полученных в первых трех главах, свидетельствует об общности полученной структуры алгоритмов дуального экстремального управления и дает основание использовать ее и в других случаях, например, при наличии дрейфа параметров.

Г л а в а п я т ь . Наличие неконтролируемых возмущений и неучтенных в модели факторов приводит к дрейфу параметров статической модели объекта, в связи с чем построенные выше алгоритмы при наличии дрейфа непосредственно использованы быть не могут. В пятой главе рассматриваются задачи дуального управления при наличии дрейфа параметров. В зависимости от характера и объема априорной информации о нем возможны различные случаи. В работе рассматриваются лишь основные из них при прочих условиях, совпадающих с условиями главы I.

Если дрейф параметров описывается функцией времени

$$\mu_n = \varPhi_n v, \quad v \in R^6, \quad (31)$$

известной с точностью до неизвестных постоянных параметров  $v$ , то вводя обозначение  $f^r(u_n) \varPhi_n = \Psi^r(u_n, n)$ , уравнение объекта можно записать в виде

$$Q(u_n, n) = \Psi^r(u_n, n)v.$$

Тем самым задача управления при наличии дрейфа свелась к задаче

с постоянными параметрами  $\nu$  и алгоритм оптимального управления описывается уравнениями подобными уравнениям (5)-(10). Решение этих уравнений методом размыкания дает следующее соотношение для определения управления:

$$u_n = \arg \min_{u_n \in Q} (f^*(u_n) \hat{\mu}_{t/n-1} - \frac{1}{2} \sum_{i=n+1}^M \text{Sp} D_{i/n} \nabla_{u_i}^2 Q^*(\hat{\mu}_{t/n-1})). \quad (32)$$

Здесь  $\hat{\mu}_{t/n-1} = M\{\mu_t / u_i^{n+1}, z_i^{n+1}\}$ ,  $D_{i/n} = \text{cov}\{\mu_t / u_i^n, z_i^n\}$ .

Текущие оценки  $\hat{\mu}_{t/n-1}$  и прогнозируемые значения дрейфа вычисляются по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} \hat{v}_n &= \hat{v}_{n-1} + \frac{f_{n-1} \varphi(u_n, n)}{\delta^2 + \varphi^T(u_n, n) \Gamma_{n-1} \varphi(u_n, n)} (z_n - \varphi^T(u_n, n) \hat{v}_{n-1}); \\ \Gamma_n &= \Gamma_{n-1} - \frac{\Gamma_{n-1} \varphi(u_n, n) \varphi^T(u_n, n) \Gamma_{n-1}}{\delta^2 + \varphi^T(u_n, n) \Gamma_{n-1} \varphi(u_n, n)}; \end{aligned}$$

$$D_{i/n} = \Phi_i \Gamma_n \Phi_i^T, \quad \hat{\mu}_{t/n-1} = \Phi_i \hat{v}_{n-1}.$$

Из соотношения (32) следует, что при наличии дрейфа изучающая добавка представляет собой сумму прогнозируемых неопределенностей положения экстремума, взятую вдоль ожидаемой траектории процесса дрейфа.

Соотношение (32) дает алгоритм вычисления управления и в случае стохастического дрейфа параметров, описываемого стохастическим разностным уравнением

$$\mu_n = F_n \mu_{n-1} + \xi_n; \quad M\{\xi_n \xi_n^T\} = G_n \delta_{nn}.$$

В этом случае лишь соответственно изменяются уравнения оценки параметров объекта.

В случае большой или бесконечной длительности процесса управления вычисление изучающей добавки в алгоритме (32) может занять неприемлемо большое время. Исходя из требований реализации и учитывая, что с увеличением интервала прогнозирования  $i-n$  точность прогноза дрейфа, как правило, падает, предлагается в алгоритме (32) ограничиться некоторым отрезком суммы длины  $L$ .

$$u_n = \arg \min_{u_n \in Q} (f^*(u_n) \hat{\mu}_n - \sum_{i=n+1}^{n+L} \text{Sp} D_{i/n} \nabla_{u_i}^2 Q^*(\hat{\mu}_{t/n-1})). \quad (33)$$

При этом, очевидно, изменяется наилучший вес изучавшей добавки, что и привело к необходимости введения веса  $\gamma$ . Единственным способом определения наилучших  $\lambda$  и  $f$  является, по-видимому, метод настройки алгоритма на какой-нибудь модели объекта управления.

Сравнительное цифровое моделирование алгоритма экстремально-го управления с постоянным шагом, простейшего экстраполяционного алгоритма, заключающегося в поочередном отклонении управления  $U_n$  от точки ожидаемого экстремума на  $+a, 0, -a$  и алгоритма (33) в случае стохастического дрейфа параметров одномерного объек-та, описываемого уравнением со вторыми независимыми приращени-ями, показало существенное преимущество дуальных алгоритмов по критерию потерь на поиск. Потери при управлении по алгоритму с постоянным шагом почти в 7 раз, а потери при экстраполяционном управлении – в 2,5 раза превышают потери при дуальном управлении.

При отсутствии априорной статистической информации о процес-се дрейфа предлагается для выбора управления использовать алго-ритм (33), в котором оценки  $\hat{M}_{i/l-1}$  и ковариационные матрицы

$D_{i/l}$  заменяются соответственно оценками метода наименьших квад-ратов и их дисперсионными матрицами. При достаточно гладком дрей-фе предлагается осуществлять простейший линейный прогноз дрейфа. Построенный в соответствии с этими идеями алгоритм управления был использован при управлении одномерным объектом с синусоидаль-ным дрейфом экстремума. Использование при тех же условиях выше-указанных известных алгоритмов дает соответственно в 2 и 1,5 раза большие потери на поиск. Все это свидетельствует о высокой эффективности дуальных алгоритмов управления.

Г л а в а ш е с т а я посвящена построению дуального ал-горитма управления комбинированной экстремальной системой управ-ления процессом вращательного бурения на основании ранее установ-ленной модели процесса [6]. Оптимизируемая при управлении вели-чина, которой является себестоимость единицы длины скважины, за-висит от крепости породы  $f$ , скорости вращения бурового инстру-мента  $\omega$ , осевого усилия на забое  $F$  следующим образом:

$$C = \mu_0 + \mu_1 f + \mu_2 f^2 + \mu_3 \omega + \mu_4 \omega f + \mu_5 \omega^2 + \\ + \mu_6 F + \mu_7 f F + \mu_8 F^2, \quad d \in \{-1, 1, 2\},$$

$$F_{min} \leq F \leq F_{max}, \quad \omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max}.$$

Коэффициенты  $\mu_i$  зависят от неконтролируемых возмущений и неучтенных факторов, что приводит к их дрейфу и требует построения адеквативной системы. Крепость породы  $f$  является контролируемым возмущением с известной корреляционной функцией.

Существенным при построении системы управления является то, что практически невозможно получать текущие значения целевого функционала. Измеряется лишь средняя за цикл работы себестоимость:

$$Q_n = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T C(\mu, f_{nt}, \omega_{nt}, F_{nt}) = -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varphi^T(u_{nt}, f_{nt}) \mu, \quad u_{nt} = \begin{bmatrix} \omega_{nt} \\ F_{nt} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Целью управления является минимизация средней суммарной себестоимости процесса бурения.

$$J = M \left\{ \sum_{n=1}^N Q_n \right\}.$$

В процессе управления наблюдаются величины  $w_m = f_m + \epsilon_m$  и  $Z_n = Q_n + \eta_n$ , где помехи наблюдению  $\epsilon_m$  и  $\eta_n$  – дискретные белые шумы с нулевым средним и известными дисперсиями. На основании уравнений процесса в предположении постоянства параметров  $\mu$  составляются функциональные уравнения динамического программирования, описывающие оптимальную стратегию вида

$$u_{nt} = u_{nt}(w_m^{n,t-1}, Z_n^{n-1}, U_{nt}^{n,t-1}).$$

Исходя из функциональных уравнений и используя метод размыкания, нетрудно построить асимптотически оптимальную стратегию дуального управления вида (30). Однако при таком подходе время вычисления отдельного управления оказывается, в силу высокой скорости протекания процессов возмущения, недопустимо большим. Учет времени вычисления введением запаздывания в управляющее устройство приводит к значительному снижению качества управления.

Один из возможных путей преодоления этой трудности заключается в следующем. Для компенсации возмущения строится быстродействующий контур, осуществляющий оперативное управление процессом на основе его модели. Циклически действующая цепь обратной связи оптимальным образом уточняет модель объекта. Между двумя циклами проходит время, достаточное для производства

всех необходимых вычислений, и тем самым система управления оказывается некритичной к быстродействию управляющей ЦВМ.

Уравнения контура компенсации получаются путем минимизации условного удельного риска  $M\{C(u_t, f_t)/w_t^{t-1}\}$ , что дает:

$$\omega_t = -0.5(\mu_3 + \mu_4 \hat{f}_t^\alpha) / \mu_5 = K_1 + K_2 \hat{f}_t^\alpha; \quad (35)$$

$$f_t = -0.5(\mu_6 + \mu_7 \hat{f}_t) / \mu_8 = K_3 + K_4 \hat{f}_t, \quad (36)$$

где оценки  $\hat{f}_t^\alpha$  строятся методами оптимальной фильтрации.

Подстановка соотношений (35), (36) в уравнение (34) и выполнение операций усреднения по времени приводят к уравнению объекта вида

$$Q_n = \bar{\varPhi}^T(K_1, K_2, K_3, K_4)\mu = \bar{\varPsi}^T(K)\mu. \quad (37)$$

Роль управлений в системе с обратной связью уже играют величины  $K$ . Для управления процессом уточнения модели используется алгоритм вида (5), (6), (14). Цифровое моделирование алгоритма управления процессом бурения на ЦВМ подтвердило его работоспособность и эффективность.

#### ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Перспективным подходом для построения эффективных алгоритмов управления экстремальными объектами является использование теории дуального управления и моделей объектов управления.

2. Техническая нереализуемость оптимальных алгоритмов вызывает необходимость синтеза эффективных субоптимальных алгоритмов, достаточно просто реализуемых на ЦВМ.

3. Предлагаемый метод синтеза основан на размножении системы управления начиная с момента получения отклика на выбираемое управление. Это позволяет просто оценить будущий риск и построить эффективные дуальные алгоритмы управления, согласно которым управление выбирается из условия минимума взвешенной суммы удельного риска и оценки риска изучения.

4. Удельный риск характеризует отклонение от экстремума модели объекта, а оценка риска изучения представляет собой скалярное произведение матрицы ковариаций неизвестных параметров и матрицы чувствительности оптимального значения выходной величины

объекта к вариациям его параметров. Эта оценка может быть принята в качестве меры неопределенности положения экстремума.

5. Наличие в объекте инерционности, запаздывания, коррелированности помех не изменяет структуры алгоритма выбора управления, изменяются лишь уравнения оценки неизвестных параметров. Это свидетельствует об общности структуры алгоритма управления.

6. Унимодальность и двукратная дифференцируемость статической характеристики объекта при условии, что экстремум находится внутри области допустимых управлений гарантирует сходимость алгоритмов по управлению. Сходимость алгоритмов по параметрам не требуется и в общем случае отсутствует.

7. Решение терминальной задачи дуального экстремального управления дает обоснованное решение проблемы выбора критерия оптимальности планирования экстремальных экспериментов. В этом проявляется связь теории дуального управления с методами планирования экспериментов.

8. При наличии дрейфа экстремальной характеристики объекта, структура субоптимального дуального алгоритма управления не изменяется, однако оценка риска изучения представляет собой взвешенную сумму неопределенностей положения экстремума, взятую вдоль ожидаемой траектории процесса дрейфа.

9. Испытанный физический смысл структуры полученных алгоритмов дуального управления позволяет взять ее за основу при построении алгоритмов дуального управления в случае отсутствия полной статистической информации о дрейфе. При этом оценки неизвестных параметров и их ковариационные матрицы, входящие в алгоритм управления, заменяются соответствующими конструкциями метода наименьших квадратов.

10. Цифровое моделирование известных и синтезированных алгоритмов экстремального управления показало более высокую эффективность последних по сравнению с известными.

II. Разработанная методика синтеза дуальных экстремальных алгоритмов управления использована при разработке адаптивной системы управления процессом бурения.

И у б ли к а ц и и п о т е м е д и с с е р т а ц и и

I. Беседин А.А., Циганков В.А. Дуальный алгоритм экстремального управления инерционными объектами. - Автоматика и телемеханика, 1978, № 10, с.34-43.

2. Беседин А.А., Цыганков В.А. Субоптимальный алгоритм оптимизации статического объекта в условиях помех. - Известия АН СССР. Техническая кибернетика, 1975, № 5, с.59-64.
3. Беседин А.А. Дуальное управление экстремальным объектом с вертикальным дрейфом статической характеристики. - Науч. тр. Челяб. политехн. ин-т, 1977, вып. 200. Управляющие и информационные элементы и системы, с.3-6.
4. Беседин А.А. О критериях оптимальности планирования экстремальных экспериментов. - Науч. тр. Челяб. политехн. ин-т, 1976, вып. 183. Информационно управляющие системы и устройства, с.12-15.
5. Беседин А.А., Цыганков В.А. Байесовский подход к задаче оптимизации статических объектов в случае дрейфа их параметров. - Науч. тр. Челяб. политехн. ин-т, 1974, вып. 153. Вопросы динамики систем автоматического управления, с.3-6.
6. Беседин А.А. Субоптимальное экстремальное управление объектом со стационарным дрейфом параметров. - Всесоюзная конференция "Статистические системы управления". Челябинск, апрель 1976 г. Тезисы докладов. Челябинск, 1976, с.60-62.
7. Цыганков В.А., Беседин А.А. Адаптивное управление процессом вращательного бурения. - В кн.: Исследование, разработка и применение адаптивных систем управления производственными процессами в промышленности. Общ. "Знание" УССР. Киев, 1973, с.26-27.
8. Беседин А.А., Цыганков В.А. Субоптимальная стратегия дуального управления экстремальным объектом. - В кн.: Исследование, разработка и применение адаптивных систем управления производственными процессами в промышленности. Общ. "Знание" УССР. Киев, 1973, с.27-28.
9. Цыганков В.А., Беседин А.А. Синтез субоптимальной байесовской стратегии дуального управления в адаптивной экстремальной системе. - III Всесоюзное совещание по статистическим методам в процессах управления. Вильнюс, сентябрь 1973 г. Тезисы докладов, ч. 2. М., ИШ, 1973, с.232-234.

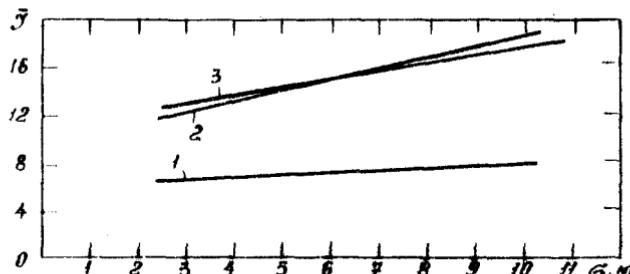


Рис.1. Зависимости потерь на поиск от уровня помех:

1 - дуальный алгоритм; 2 - шаговый алгоритм с накоплением; 3 - стохастическая аппроксимация

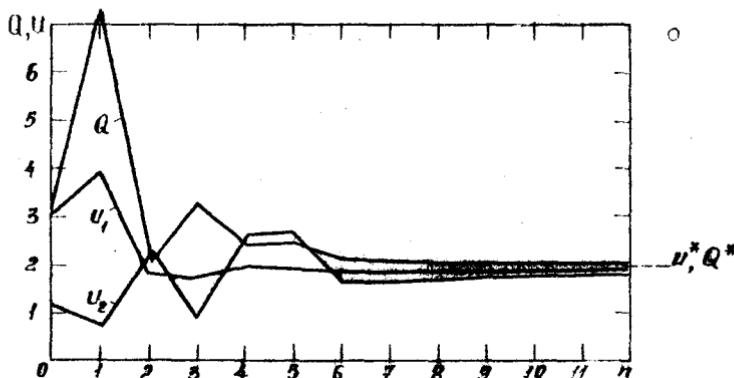


Рис.2. Процесс дуального управления статическим объектом:  
 $U_1, U_2$  - управление;  $Q$  - выходная величина

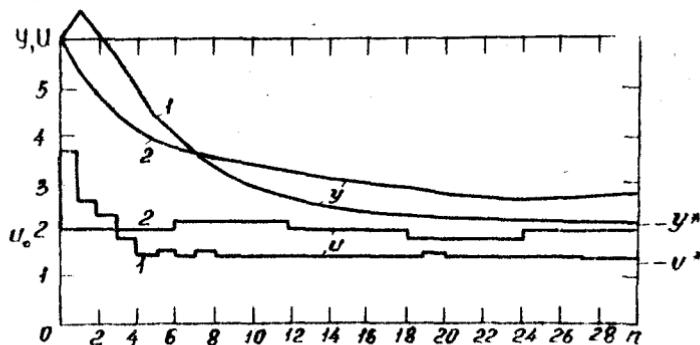


Рис.3. Управление инерционным объектом: 1 - дуальный алгоритм;  
2 - алгоритм с прогнозированием;  $U$  - управление;  
 $Y$  - выходная величина

## ЛИТЕРАТУРА

1. Растрогин Л.А. Системы экстремального управления. М., "Наука", 1974, 630 с.
2. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., "Наука", 1966, 624 с.
3. Норкин К.Б., Сагалов Ю.Э. Точность определения параметров объекта и оптимальное управление. - Автоматика и телемеханика, 1971, № 4, с. 115-119.
4. Томингас К.В. Об экстремальном управлении процессом флотации. Автоматика и телемеханика, 1966, № 3, с. 34-39.
5. Оптимизация режима работы энергетического котлоагрегата методом ускоренного поиска при наличии помех. - Приборы и системы управления, 1969, № 1, с. 24-28. Авт.: В.В. Казакевич, Р.С. Рафаян, С.Е. Озеров и др.
6. Цыганков В.А., Беседин А.А. Адаптивное управление процессом вращательного бурения. - В кн.: Исследование, разработка и применение адаптивных систем управления в промышленности. Киев, "Знание", 1973, с. 26-27.
7. Аоки М. Оптимизация стохастических систем М., "Наука", 1971, 424 с.

Беседин А.А.

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ  
ДУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ  
05.13.02 - Теория систем, теория автоматического  
регулирования и управления и системный анализ

---

ФБ 00546. Подписано к печати 20/III-79 г. Формат бумаги 60x90 I/16.  
Объем 1,25 п.л., 1 уч.-изд.л. Тираж 100 экз. ЧИИ. Заказ 114/366.