

301 (045)  
79

МИНИСТЕРСТВО

ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
УРАЛЬСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. С.М. КИРОВА

---

На правах рукописи

КАРЯКИН Анатолий Андреевич

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
С УЧЁТОМ ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА, ОБРАЗОВАНИЯ ТРЕЩИН, ДИСКРЕТНОГО  
РАСПОЛОЖЕНИЯ АРМАТУРЫ И ЕЁ СЦЕПЛЕНИЯ С БЕТОНОМ

Специальность 05.23.01 - "Строительные конструкции"

А в т о р е ф е р а т  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Свердловск - 1979

Работа выполнена на кафедре железобетонных конструкций  
Челябинского политехнического института имени Ленинского комсомола

Научный руководитель – доктор технических наук, профессор  
А.А.Оатул.

Официальные оппоненты: доктор технических наук  
Г.Н.Шоршнев,  
кандидат технических наук, доцент  
Ю.А.Каширский.

Ведущее предприятие – Научно-исследовательский институт  
бетона и железобетона Госстроя СССР  
(НИИЖБ, г.Москва).

Защита состоится "\_\_\_\_" декабря 1979 г., в \_\_\_\_\_ часов,  
на заседании специализированного совета К063.14.05 по специаль-  
ности 05.23.01 "Строительные конструкции" в Уральском политех-  
ническом институте им. С.М.Кирова по адресу:  
620002, Свердловск, К-2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан "\_\_\_\_" ноября 1979 г.

Учёный секретарь  
специализированного совета  
кандидат технических наук

В.В.Роголевич

Актуальность работы. Одним из путей повышения эффективности железобетонных конструкций является дальнейшее развитие и совершенствование методов их расчета на основе углубленных теоретических и экспериментальных исследований. При этом большое значение имеет разработка новых, более эффективных моделей, которые учитывали бы специфические свойства железобетона.

В настоящее время, благодаря широким экспериментальным исследованиям, в изучении свойств железобетона достигнуты значительные успехи. Результаты этих исследований положены в основу современных норм проектирования и расчета железобетонных конструкций.

Однако, для целого ряда случаев (особенно при расчете сложных сооружений и конструкций-оболочек, балок-стенок, диафрагм, сборно-монолитных конструкций, элементов, работающих в условиях сложного напряженного состояния) упрощенные методы расчета не дают достаточно точной оценки напряженно-деформированного состояния рассчитываемой конструкции на разных стадиях ее работы.

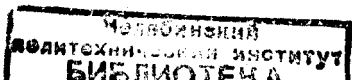
В этом направлении наши возможности значительно расширились благодаря появившимся в последние годы благоприятных условий для реализации метода конечных элементов (МКЭ) на современных ЭВМ, который является, по-видимому, одним из наиболее эффективных численных методов решения сложных инженерных задач.

Высокая точность результатов позволяет использовать МКЭ не только как средство расчета конструкций, но и как способ исследования их работы.

В настоящее время пока не существует достаточно надежной и общепризнанной методики расчета железобетона методом конечных элементов, которая могла бы учесть основные его свойства и быть использована для практических расчетов и исследований.

Поэтому, построение расчетной модели железобетона, основанной на МКЭ с учетом действительных свойств материала, представляется весьма целесообразным.

Цель диссертационной работы. Целью исследований является разработка расчетной модели железобетона на основе МКЭ с учетом специфических свойств железобетона, таких, как пластичность бетона, реальное трещинообразование, дискретное (фактическое) расположе-



ления арматуры с бетоном, а также в области сборно-монолитных железобетонных конструкций совместно с рядом проектных организаций и предприятий г. Челябинска (ГИПРОМЭЗ, Промстрой-НИИПРОЕКТ, трест Челябинсталлургстрой). Результаты, представленные в диссертации, были использованы при разработке рекомендаций по проектированию и расчету изгибаемых железобетонных сборно-монолитных элементов, предназначенных для проектно-конструкторских организаций, а также при разработке ряда проектных решений с применением подобных конструкций. В дальнейшем методика предполагается использовать в качестве основы для поиска оптимальных вариантов сборно-монолитных конструкций с точки зрения их надежности и экономичности, а также как основа для разработки общего подхода при расчете любых видов железобетонных конструкций.

Публикации и доклады. Основное содержание работы опубликовано в 5 статьях, а также докладывалось на научно-технических конференциях ЧПИ в 1972-1978 годах, ЛИСИ (1972 г., 1978 г.), на III Всесоюзной школе-семинаре по проблеме "Метод конечных элементов в механике деформируемых тел" (г. Кишинев, 1977 г.), на координационном совещании секции теории железобетона Совета Госстроя СССР (г. Москва, 9 апреля 1976 г.), координационном совещании по проблеме "Методы расчета и область применения сборно-монолитных железобетонных конструкций" (г. Киев, 29-31 мая 1979 г.), координационном совещании по проблеме "Физические модели железобетона и численные методы расчета на ЭВМ" (г. Челябинск, 25-27 октября 1979 г.).

Объем работы. Содержание работы изложено на 163 страницах машинописного текста, таблиц 16, рисунков 91, приложений 1, список литературы из 124 наименований (в том числе 16 наименований на иностранном языке).

#### КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Расчетная модель железобетона должна учитывать существенные специфические особенности его работы под нагрузкой, такие, как пластичность бетона, прогрессирующее трещинообразование, сцепление арматуры с бетоном и др.

В связи с этим в первой части первой главы проводится анализ существующих представлений о свойствах и особенностях работы бетона и железобетона при различных напряженных состояниях.

Анализ экспериментальных исследований работы бетона при сложных напряженных состояниях, выполненных А.А.Гвоздевым, О.Я.Бергом, Г.А.Гамбаровым, Н.В.Смирновым, К.П.Веригиным, Н.Н.Давиденковым, Х.Купфером, а также условий прочности, предлагаемых различными авторами (Г.А.Гениев, Л.А.Лукша, В.И.Митрофанов, М.М.Филоненко-Бородич и др.) показал, что прочность и деформативность бетона зависят от вида напряженного состояния, а предельные значения напряжений и деформаций изменяются в весьма широком диапазоне.

Теория пластичности бетона, предложенная Г.А.Гениевым, наиболее полно отражает указанные особенности его работы под нагрузкой. Она принята в диссертации за основу при описании физических зависимостей, связывающих напряжения и деформации бетона.

Анализ исследований, связанных с изучением таких особенностей работы железобетонных конструкций, как прогрессирующее трещинообразование (М.С.Боришанский, Л.Н.Брускова, П.Ф.Вахненко, Ю.А.Болков, Л.М.Городецкий, Ю.П.Гуща, В.В.Зайцев, А.С.Зорич, Н.И.Карпенко, В.Г.Колбасин, Г.А.Молодченко, К.В.Петрова, В.И.Скатынский и др.), сцепление арматуры с бетоном (В.Н.Байков, Н.Я.Брискин, А.И.Букаченко, А.А.Гвоздев, Ю.Л.Изотов, В.М.Кольнер, Ю.Ф.Кутин, Ю.В.Максимов, В.И.Миловидов, Н.М.Мулин, А.А.Оатул, Б.А.Оганесян, М.М.Холмянский, В.М.Цехмистров) позволил наметить основные аспекты, которые должны быть учтены при разработке расчетной модели.

Во второй части первой главы дается обзор работ, связанных с использованием МКЭ в расчетах и исследованиях железобетонных конструкций в свете существующих представлений о работе железобетона. Большой вклад в развитие и совершенствование МКЭ в нашей стране внесли А.В.Александров, В.Г.Корнеев, А.М.Масленников, В.А.Постнов, Л.А.Розин, А.Ф.Смирнов, Н.Н.Шапошников и др. Наиболее известными работами, которые посвящены применению МКЭ в расчетах и исследованиях железобетона, являются работы О.О.Андреева, Т.А.Балана, Р.К.Боброва, В.С.Василькова, Н.М.Володина, Л.А.Гордона, А.С.Городецкого, Е.М.Дашевского, В.С.Здоренко, Н.И.Карпенко, А.Л.Козака, В.М.Круглова, В.И.Кудашова, В.С.Кукунаева, М.И.Леви, М.Г.Магомедова, А.А.Оатула, В.Б.Пасешника, А.Е.Сегалова, В.П.Устинова, И.Я.Хархурима, Д.Нго, А.Скорделиса, А.Нильсона, С.Вальяпана, Т.Дулана, М.Сьодана, В.Шнобрича, Н.Чанга, Ч.Сялмона, О.Дзугулли и др.

На основании проведенного обзора отмечается следующее.

Существуют два основных способа построения расчетной схемы железобетона в МКЭ:

первый способ – конструкция представляется в виде совокупности "железобетонных" КЭ, материал которых приводится к некоторой, анизотропной идеализированной среде без учета фактических условий взаимодействия арматуры с бетоном. В этом случае арматура непрерывно распределяется по объему элемента ("размазывается") независимо от величины шага стержней.

второй способ – конструкция представляется в виде совокупности конечных элементов различной мерности и свойств (бетонных и стальных), объединенных между собой в узлах с помощью специальных связей. Такое представление конструкции наиболее точно отражает свойства железобетона (в котором распределение арматуры носит дискретный характер).

При учете пластических свойств бетона часто применяют такие законы деформирования бетона в сочетании с условиями прочности, которые неприменимы к материалам с различным сопротивлением растяжению-сжатию.

В случаях применения опытных кривых деформирования и условий прочности бетона принимаются следующие предпосылки:

а) поведение бетона во всех точках конструкции описывается единой кривой деформирования независимо от вида напряженного состояния в них;

б) параметры этой кривой в точности соответствуют параметрам диаграммы работы бетона, полученной при одноосном сжатии.

Однако, применение единой кривой при описании свойств бетона в сочетании с критерием разрушения для двух или трехосного напряженного состояния противоречит опытным данным.

Существующие расчетные модели железобетона, как правило, не учитывают податливость сцепления арматуры с бетоном и предполагают их деформации совместными на всех стадиях работы конструкции (включая и стадию трещинообразования). Те же исследователи, которые учитывают сцепление, принимают его свойства либо упругими, либо используют такие соотношения, которые лишь приблизительно описывают поведение контакта.

Поперечная арматура (хомуты), также как и продольная, или "размазывается" по бетону, или представляется в виде отдельных стержней. Во всех случаях не учитывается податливость сцепления хомутов и особенности их работы в конструкциях.

В связи с изложенным выше, в диссертации определены следующие задачи исследований.

1. Разработать расчетную модель железобетона на основе МКЭ, включая решение следующих вопросов:

а) применение такой расчетной схемы, в которой бетон и арматура (продольная и поперечная) представлены в виде плоских и линейных конечных элементов, связанных между собой в узлах системой связей, имитирующих механизм сцепления арматуры с бетоном;

б) применение наиболее совершенной методики учета пластических свойств бетона и разработка способа учета этих свойств применительно к МКЭ;

в) моделирование трещинообразования путем разрыва узловых связей элементов, как наиболее точно соответствующее действительному процессу трещинообразования;

г) разработка методики автоматического перестроения матрицы жесткости конструкции, расчетная схема которой непрерывно изменяется вследствие прогрессирующего трещинообразования;

д) применение и разработка наиболее совершенной методики учета действительных свойств сцепления арматуры с бетоном, установленных из эксперимента;

е) разработка методики учета поперечной арматуры.

2. Разработать алгоритм и составить программу расчета на ЭВМ железобетонных балок с использованием полученной методики.

3. На основе составленной программы выполнить исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных балок с учетом влияния различных факторов с целью изучения возможностей предлагаемой методики и сопоставления результатов расчета с данными опыта.

4. В качестве итоговых практических задач ставятся следующие две:

а) совершенствование методов расчета железобетонных конструкций и создание основ для разработки общей, логически цельной теории железобетона на основе существующих представлений о его работе и современных возможностей вычислительной техники;

б) применение разработанной методики для анализа напряженного состояния и уточнения расчета сборно-монолитных балок для нужд проектирования объектов подземного хозяйства металлургических заводов.

Во второй главе применительно к МКЭ выводятся зависимости и определяются предпосылки, положенные в основу расчетной модели.

Уравнения деформационной теории пластичности Г.А.Гениева для плоского напряженного состояния имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E'} (\sigma_x - \nu \sigma_y) - \frac{1}{3} g_0 \sqrt{s} \gamma^2, \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E'} (\sigma_y - \nu \sigma_x) - \frac{1}{3} g_0 \sqrt{s} \gamma^2, \\ \gamma_{xy} &= \tau_{xy} / G' \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $\sqrt{s}$  - предельное значение интенсивности деформаций сдвига;  
 $g_0$  - модуль дилатации бетона;

$$\gamma = \Gamma / \sqrt{s}, \quad E' = E_0 (1 - \omega), \quad \omega = \Gamma / 2 \sqrt{s}. \quad (2)$$

Коэффициент пластичности бетона  $\omega$  указывает на степень проявления пластичности в рассматриваемой точке конструкции.

Для определения модуля дилатации предлагается выражение, полученное на основе теоретических разработок Г.А.Гениева и использования опытных данных О.Я.Берга.

Матричное уравнение для вычисления перемещений узлов конструкции в целом, полученное на основе уравнений (1), записано следующим образом:

$$P = K V + \phi, \quad (3)$$

в котором  $K$  - матрица жесткости всей системы;  
 $P$  - вектор узловых сил;  
 $V$  - вектор узловых перемещений;  
 $\phi$  - матрица-столбец, так называемый вектор "фиктивной" нагрузки.

Уравнение (3) отличается от обычной матричной записи уравнений МКЭ для упругой среды вторым слагаемым  $\phi$  в правой части, которое зависит от коэффициента  $\omega$ . Оно позволяет реализовать в расчетной схеме метод дополнительных нагрузок при учете пластических свойств бетона.

Для описания поведения бетона принята кривая деформирования, предложенная Г.А.Гениевым

$$T = E_0 (1 - \Gamma / 2 \sqrt{s}) \Gamma. \quad (4)$$

Здесь  $\Gamma$  - интенсивность касательных напряжений. Поскольку величина  $\sqrt{s}$  зависит от напряженного состояния в КЭ, то для каждого КЭ принята своя зависимость в форме (4).

В качестве критерия трещинообразования принято, что трещина появляется при достижении интенсивностью деформаций  $\Gamma$  предельного значения  $\sqrt{s}$ .



После образования трещины в каком-либо узле он расчленяется на два новых узла и для них составляются четыре уравнения равновесия, структура которых отлична от структуры уравнений, составленных для узла без трещины. С этой целью разработан рациональный порядок нумерации узлов, который позволяет получить простейшие формулы для определения номеров узловых точек в конструкции с трещинами.

Так, номер узловой точки  $\mathcal{N}(i, j)$  на пересечении горизонтальной  $i$  и вертикальной  $j$  линий сетки в конструкции с трещинами определяется по формуле

$$\mathcal{N}^{TP}(i, j) = \mathcal{N}(i, j) + \mathcal{N}^{TP}, \quad (5)$$

где  $\mathcal{N}(i, j)$  - номер соответствующей узловой точки в конструкции без трещин;

$\mathcal{N}^{TP}$  - число узловых точек с трещинами на рассматриваемом участке конструкции от начала отсчета (начиная от узла с номером 1).

Для определения взаимосвязи узлов в конструкции, были приняты различные возможные схемы расчленения элементов в узле. Эти схемы задаются в соответствии с типом трещины (наклон, форма) и определяют количество и номер элементов, примыкающих к узлу. Номер схемы расчленения определяется с помощью математической модели расчетной схемы балки ("управляющего поля" чисел). В такой модели каждой узловой точке, в которой отсутствует трещина, соответствует нуль, точке с трещиной - положительное число отличное от нуля, точке, в которой заканчивается трещина - отрицательное число.

В результате учета трещинообразования изменяется ширина ленты матрицы жесткости, меняется величина и расположение коэффициентов по ее области, а также структура вектора нагрузки - он перестраивается.

Механизм сцепления арматуры с бетоном, принятый в диссертации, основан на использовании специальных связующих элементов (СЭ) между бетоном и арматурой (рис. 1, в, г).

Соотношения между усилием в связи  $T$  и взаимными смещениями арматуры и бетона  $g$  приняты в следующем виде:

$$T = K_{сз} g, \quad (6)$$

где  $K_{сз}$  - жесткость связи.

В расчете присутствие связующего элемента в каком-либо узле отражается путем корректировки и изменения соответствующих участков матрицы жесткости системы.

Для описания свойств продольных связей принят дифференцированный закон сцепления в форме:

$$\sigma_{сц} = A, g e^{-C, g^2} \quad (7)$$

Здесь  $\sigma_{сц}$  - условные касательные напряжения сцепления. Коэффициенты  $A, g$  и  $C$ , получены путем обработки опытов Ю.Ф.Лутина.

На основании выражения (7) вычислялись жесткости связей, которые зависят от величины взаимных смещений  $g$  (т.е. от напряженного состояния контакта), величины боковой поверхности арматуры и положения связующего элемента относительно трещины.

В диссертации использована расчетная схема, в которой поперечная арматура, разбитая на линейные конечные элементы, объединяется с бетоном с помощью связей, свойства которых описываются законом сцепления в форме (7). Применен метод разбиения сложных конструкций на отдельные подсистемы (подструктуры), когда каждая подсистема решается самостоятельно и учитывается их влияние друг на друга. Конструкция расчленялась на две подсистемы:

- первая - бетонная балка с продольной рабочей арматурой;
- вторая - арматурный каркас.

Работа арматурной стали описана зависимостью между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций согласно деформационной теории пластичности А.А.Ильюшина. Эта зависимость принята полигональной, состоящей из трех прямолинейных участков.

В третьей главе дается алгоритм и приводятся результаты расчета железобетонной балки, которые сравниваются с опытными данными.

Рассчитываемая балка представлена на рис.1. В расчетной схеме балка имеет единичную ширину с соответствующей частью рабочей и поперечной арматуры (см.узел А на рис.1).

В качестве исходных данных приняты геометрические размеры конструкции, упругие характеристики материалов (бетона и арматуры), данные по ее разбивке на КЭ. Кроме того, для формирования матрицы жесткости системы вычисляются величины жесткостей продольных и поперечных связей арматуры с бетоном, управляющее поле чисел, массив постоянных чисел, которые определяют позицию коэффициентов в строке матрицы жесткости.

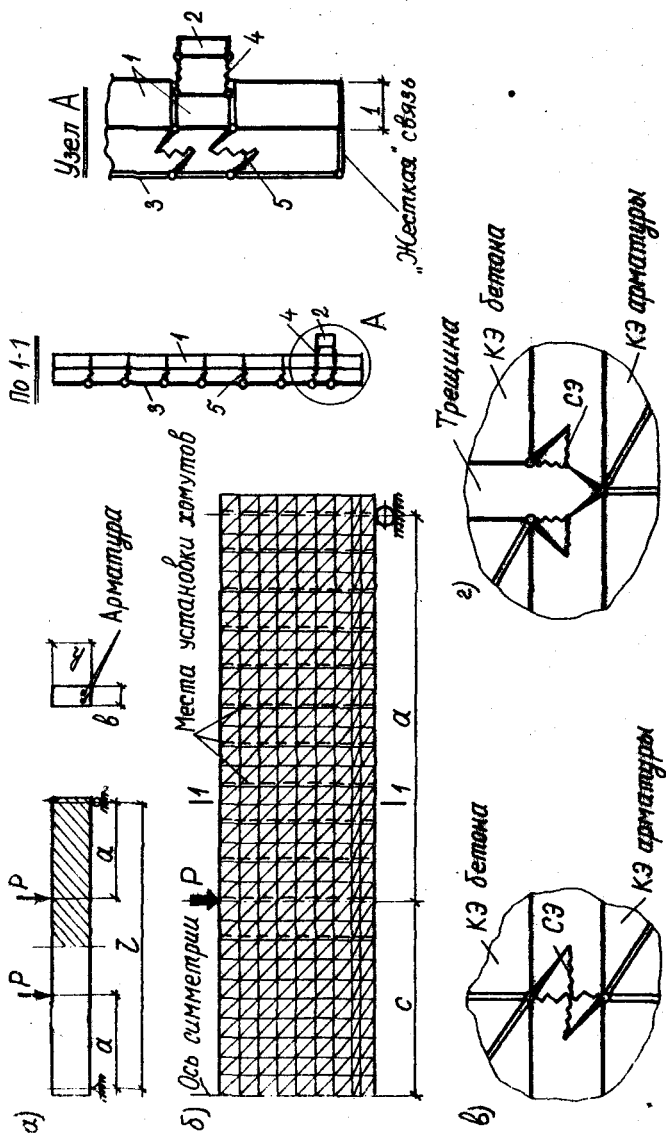


Рис.1. Расчетная схема железобетонной балки: а) - исходная балка; б) - разбивка на конечные элементы (КЭ); в) представление сцепления арматуры с бетоном; г) -то же при пересечении арматуры трещиной; 1 - КЭ бетона; 2 - КЭ продольной арматуры; 3 - линейные КЭ поперечной арматуры; 4,5 - сдвигающий элемент (СЭ)

При решении задачи принят шаговый метод в сочетании с последовательными приближениями. Основными этапами расчета на каждом шаге нагружения являются:

- а) определение напряженно-деформированного состояния бетона и продольной арматуры (этап первый);
- б) определение условных касательных напряжений сцепления на контакте продольной арматуры с бетоном (этап второй);
- в) определение напряженного состояния хомутов (этап третий);
- г) определение картины трещинообразования (этап четвертый).

На последнем, четвертом этапе расчета выполняется анализ условий трещинообразования. Если в одном или нескольких узлах балки выполняется критерий трещинообразования, то "управляющее" поле преобразуется с учетом вновь появившихся трещин. Полученная математическая модель, которой соответствует новая картина трещин, используется для вычисления нового порядка системы, преобразования вектора нагрузки и массивов жесткостей связующих элементов. Процесс последовательных приближений на каждом шаге нагружения продолжается до тех пор, пока не наступит стабилизация трещин и не будет получена заданная точность расчета по всем компонентам приближений, после чего осуществляется переход на следующий шаг нагружения.

Отработка и проверка методики расчета была проведена на железобетонных балках прямоугольного сечения (серия БКЗ), испытанных В.Г.Колбесиним в лаборатории кафедры ЖБК ЧПИ.

Из анализа полученных результатов и сравнения их с опытами можно сделать вывод о том, что разработанная методика расчета железобетонной балки дает подробную картину ее напряженно-деформированного состояния, которая хорошо отражает действительную работу балки. Расчет позволяет делать оценку работы конструкции по всем трем предельным состояниям (прочности, жесткости, трещиностойкости), а также учесть другие факторы, влияющие на ее работу - сцепление, поперечную арматуру, трещинообразование, пластичность бетона, нагельный эффект и т.д.

Данные, полученные расчетом, позволяют проследить за изменением напряженно-деформированного состояния конструкции на всех стадиях ее работы - от начала загрузки до разрушения и получить картину перераспределения внутренних усилий в конструкции.

Момент образования первой трещины, величины прогибов балок, картина и характер трещинообразования (рис.2) хорошо соответ-

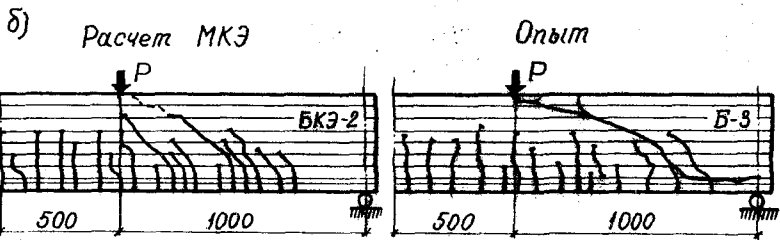
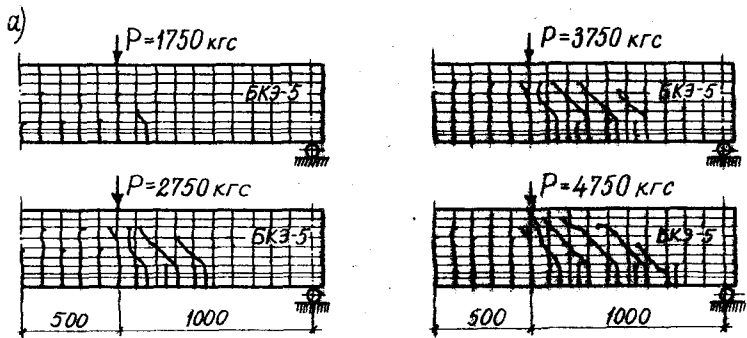


Рис. 2. Трещинообразование в балках: а) - процесс развития трещин; б) - расчетные по МКЭ и опытные схемы трещин.

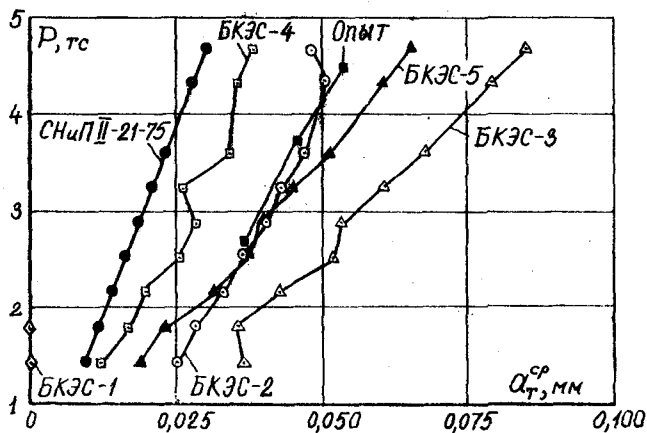


Рис. 3. Средняя ширина раскрытия трещин в зоне чистого изгиба с ростом нагрузки

вуют опытными и расчетным по формулам СНиП П-21-75. Методика позволяет непосредственно вычислять ширину раскрытия трещин (с учетом депланации их берегов), как разность перемещений узлов, расположенных на противоположных берегах. При вычислении прогибов автоматически учитывается сцепление арматуры с бетоном, снижение жесткости балки за счет проявления пластичности бетона и трещинообразования.

Предельная стадия работы балки, когда действующая нагрузка близка к разрушающей, может быть определена расчетом и характеризуется увеличением числа последовательных приближений по учету пластических свойств бетона, а при нагрузке равной или большей предельной, сходимость процесса нарушается. Расчет позволяет получить не только величину предельной нагрузки, но и качественную картину разрушения балки. Характер разрушения, полученный расчетом, согласуется с опытом.

Четвертая глава посвящена исследованию и оценке влияния вида закона сцепления на напряженно-деформированное состояние железобетонной балки и выявления необходимости учета сцепления в расчетах. Было рассчитано 5 балок (серия БКЭС), отличающихся друг от друга лишь характеристиками сцепления арматуры с бетоном (см. таблицу).

Таблица

Марка балки	Вид закона сцепления	Начальная жесткость продольных связей арматуры с бетоном кгс/см
БКЭС-1	Единый линейный закон сцепления	$5 \cdot 10^6$
БКЭС-2	" - "	$3,55 \cdot 10^4$
БКЭС-3	" - "	$1,4 \cdot 10^4$
БКЭС-4	Единый нормальный закон сцепления	$8,58 \cdot 10^4$
БКЭС-5	Дифференцированный закон сцепления	$4,9 \cdot 10^4$

Приняты три различные формы законов сцепления арматуры с бетоном, каждая из которых была использована для описания поведения контакта одной балки из серии БКЭС:

- а) единый линейный закон сцепления;
- б) единый "нормальный" закон сцепления, когда свойства контакта арматуры с бетоном описываются единой кривой;

в) дифференцированный закон сцепления, когда поведение контакта в некотором сечении  $x$  от трещины (или торца железобетонного образца на растяжение) описывается отдельной кривой  $\tau_{сц} - \delta$ .

Начальные жесткости связей назначались на основании обработки опытных данных Ю.А.Изотова, Ю.Ф.Кутина, М.М.Холмянского, В.М.Цехмистрова и др.

Анализ результатов расчета показал, что достаточно большие отклонения принятых начальных жесткостей практически не влияет на расчетный по  $M_{кд}$  момент образования первой трещины. Наименьшим он оказался в балке БКЭС-3, у которой начальные жесткости продольных связей наименьшие, а наибольшим в балке БКЭС-1 с наибольшими значениями указанных жесткостей. Отклонение момента образования первой трещины для балок БКЭС-1 и БКЭС-3 составило 1,1%. Во всех случаях в стадии без трещин наименьшие прогибы получены в балке БКЭС-1 с наименьшими значениями жесткости связей по контакту. Для стадии эксплуатации форма закона сцепления, вводимого в расчет, незначительно влияет на величину прогибов балки. Максимальное отклонение прогибов в балках БКЭС-4 и БКЭС-3 составило 3,3%.

В балках с более "жестким" контактом (БКЭС-1,4) перепад напряжений в арматуре в сечении с трещиной и между ними значительно меньше, чем в остальных балках. В балке БКЭС-1 этого перепада почти не существует. Её расчет показал, что после образования трещин, бетон и арматура работают совместно (как и в стадии без трещин), так как "мощные" связи препятствуют сдвигу бетона относительно арматуры.

Вид закона сцепления, описывающий поведение продольных связей на контакте арматуры с бетоном, оказывает существенное влияние на процесс образования трещин в железобетонной балке при расчете ее  $M_{кд}$ . Расчет балки с "абсолютным" сцеплением (БКЭС-1) в значительной степени искажает схему трещин в ней по сравнению с опытом; трещинообразование по длине балки носит "лавинный" характер, когда расстояние между трещинами определяется размерами конечных элементов, а количество трещин - числом линий сетки разбиения балки на  $K\delta$ ; ширина раскрытия трещин на уровне арматуры в этом случае получена практически равной нулю.

Расчет балок БКЭС-2,3,4,5 показал, что при нагрузке, не превышающей нормативную, схемы трещин в балках отличаются друг от друга - в балках с более "жестким" контактом (БКЭС-4) при одной

и той же величине внешней нагрузки  $P$  расстояние между трещинами и длина трещин меньше. Однако, при нормативной нагрузке полученные расчетом по МКЭ схемы трещин в рассчитанных балках почти не отличаются.

Принятый в расчете закон сцепления весьма существенно влияет на ширину раскрытия трещин  $a_T$  (рис.3). Это влияние прослеживается на всех уровнях нагружения, которые были заданы при расчете балок. При одной и той же величине внешней нагрузки в балках с более высокой жесткостью связей, определяемой принятым законом сцепления, ширина раскрытия трещин меньше. Так, в балке БКЭС-1 ширина раскрытия трещин на уровне продольной арматуры на два порядка меньше, чем во всех остальных балках и при  $P = 1440$  кг составило 0,000143 мм. Максимальная ширина раскрытия трещин получена расчетом по МКЭ в балке БКЭС-3, а минимальная - БКЭС-4 (не считая балки БКЭС-1). Отклонения этих величин для указанных балок составили:

- на нижней грани балок - от 1,58 до 2 раз;

- на уровне продольной арматуры от 1,87 до 3 раз.

Наилучшее совпадение расчетных величин  $a_T$  с опытными при нормативной нагрузке получены в балках БКЭС-5 и БКЭС-2, в которых приняты соответственно дифференцированный закон сцепления и линейный закон, а жесткости связей  $K_c$ , в процессе расчета были близки между собой.

В пятой главе на основе разработок предыдущих глав диссертации выполнен расчет и анализ сборно-монолитной балки БСМ таврового сечения с приложением внешней нагрузки на сборную часть. С целью оценки влияния контактного слоя между сборной и монолитной частями балки на ее напряженно-деформированное состояние, была рассчитана точно такая же монолитная балка БМ. Балка БСМ входит в одну из серий опытных балок, испытанных в лаборатории кафедры ЖБК ЧИИ, в соответствии с программой исследований, проводимых кафедрой в области сборно-монолитных железобетонных конструкций подземного хозяйства металлургических заводов. Данные этих опытов сопоставлены с результатами расчета.

В расчетной схеме контакт между сборными и монолитным бетонами представлен в виде цепочки конечных элементов, обладающих особыми свойствами, которые были приняты из анализа экспериментальных данных А.А.Гвоздева, Г.Н.Запрутина, А.Е.Кузьмичева, Я.Г.Сингатуллина, К.Хагера и др. Расчет позволил выявить ряд особен-



ностей работы сборно-монолитных балок и получить результаты, сопоставимые с опытом (рис.4).

Общие выводы по результатам исследований.

1. В диссертации разработана методика расчета методом конечных элементов железобетонных конструкций (балок, балок-стенок и др.), работающих в условиях плоского напряженного состояния при кратковременном действии нагрузки, и на ее основе выполнены исследования различных железобетонных балок. При этом были приняты следующие основные положения:

а) расчетная схема балки представлена в виде плоских КЭ бетона и рабочей арматуры и линейных КЭ поперечной арматуры, объединенных между собой в узлах системой связующих элементов, имитирующих механизм сцепления;

б) при описании свойств бетона использована деформационная теория пластичности Г.А.Гениева; на ее основе в матричной форме получены зависимости, реализующие в расчетной схеме при учете пластичности бетона метод дополнительных нагрузок;

в) моделирование трещин в бетоне выполнено путем разрыва узловых связей элементов;

г) для учета прогрессирующего трещинообразования применен способ изменяющейся расчетной схемы, когда в процессе нагружения от шага к шагу меняется расчетная схема балки. При этом изменяются порядок матрицы жесткости системы, ширина ленты, ее коэффициенты, а также вектор внешней и фиктивной (дополнительной) нагрузки;

д) свойства сцепления арматуры с бетоном описаны с помощью дифференцированного закона сцепления, как отвечающего сути явлений, происходящих на контакте арматуры и бетона;

е) при учете поперечной арматуры используется метод подструктур.

2. Разработанная методика расчета железобетонных конструкций позволяет выполнить расчет их на ЭВМ от начала загрузки до разрушения, оценить работу по прочности, жесткости и трещиностойкости, а также проследить, при необходимости, за поведением конструкции на различных уровнях нагружения. Конечным результатом единого расчета является комплекс данных о напряженно-деформированном состоянии балки - ее прогибы, величина нагрузки и место образования первой трещины, ширина раскрытия трещин в любом месте с учетом деформации их берегов, схема трещин на любом уровне нагрузки, нижняя

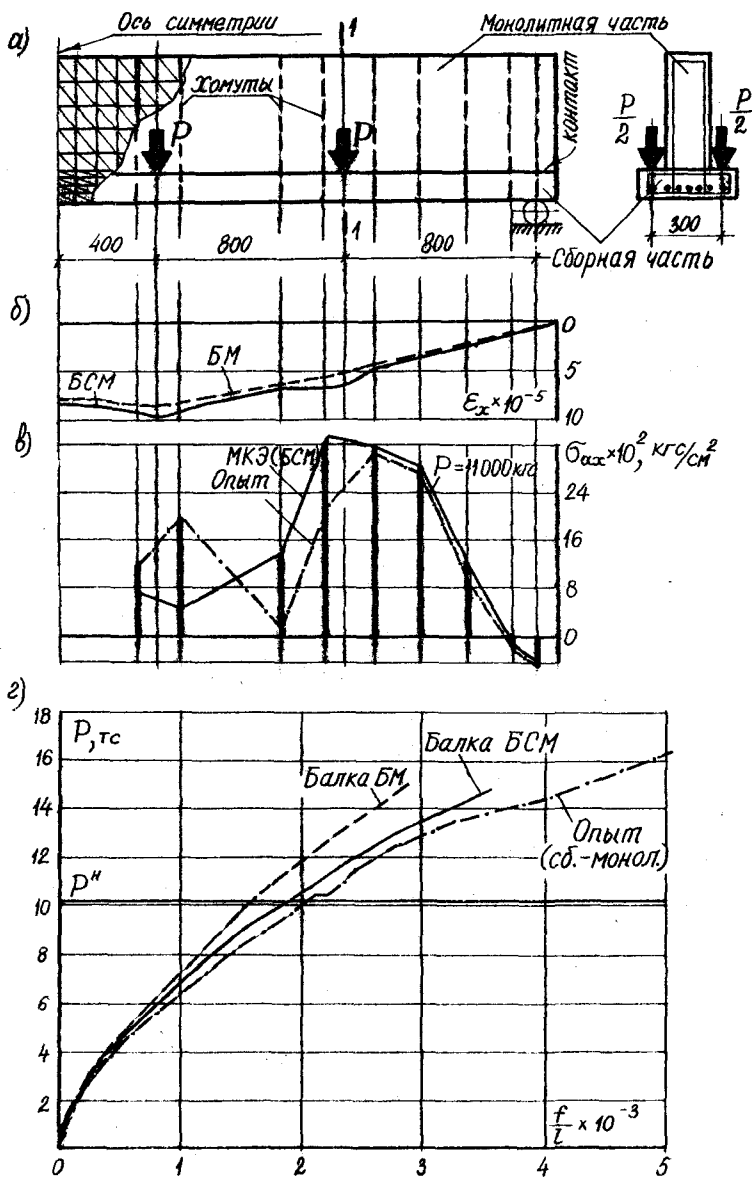


Рис. 4. Расчет сборно-монолитной железобетонной балки: а) - исходная балка; б) - деформации  $E_x$  нижнего волокна бетона при  $P = 2000 \text{ кг}$ ; в) - напряжения в хомутах; г) - прогибы балок

граница разрушающей нагрузки, качественная картина разрушения балки.

Кроме того, на всех стадиях работы балки расчет позволяет получить другие характеристики напряженно-деформированного состояния, такие, как напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  в бетоне, напряжения  $\sigma_a$  и  $\sigma_{ax}$  соответственно в продольной и поперечной арматурах, характер распределения и величины условных касательных напряжений сцепления  $\tau_{sc}$  и  $\tau_{ax}$  по их поверхности, напряжения в хомутах балки по их длине, величины нагельных сил и т.д.

3. Результаты расчетов балок методом конечных элементов хорошо согласуются с опытом практически по всем параметрам напряженно-деформированного состояния - во всех рассчитанных балках имела место их количественная и качественная сопоставимость.

4. Выполненные исследования показали, что при расчете железобетонных балок МКЭ необходим учет сцепления арматуры с бетоном. Расчет их как конструкций с "абсолютным" сцеплением (без взаимных смещений арматуры и бетона) приводит к результатам качественно и количественно отличным от тех, которые получаются из опытов. Более того, вид закона сцепления, принимаемый в расчетной схеме для описания поведения связей арматуры с бетоном, оказывает существенное влияние на форму и схему трещин, ширину их раскрытия, напряжения в продольной арматуре, прогибы и т.д. Как правило, эти характеристики находятся в прямой зависимости от величины жесткостей связей  $C_{\Sigma}$ , определяемой в процессе расчета принятым законом сцепления.

5. Как показали результаты исследований для практических расчетов железобетонных конструкций МКЭ при описании свойств контакта арматуры с бетоном целесообразно пользоваться дифференцированным законом сцепления.

6. Анализ результатов расчета сборно-монолитной балки с приложением внешней нагрузки на сборную часть и сравнение их с результатами, полученными из опыта, показал, что методика способна достаточно точно (с точки зрения качественной и количественной оценки ее работы) отразить процессы, происходящие при работе подобных конструкций.

7. Расчетом выявлены особенности работы сборно-монолитной балки

а). Дана количественная оценка влияния локального характера приложения внешних сосредоточенных грузов на напряженно-деформированное состояние балки. Оказалось, что в местах действия этих сил развиваются дополнительные продольные  $\epsilon_x$  и поперечные  $\epsilon_y$  деформации бе-

тона, которые в значительной степени определяют характер трещинообразования в балке и оказывают влияние на ширину раскрытия трещин в этих местах и величину напряжений в продольной арматуре. Средняя ширина раскрытия трещин здесь, при нормативной нагрузке на уровне продольной арматуры в среднем на 5-7%, а напряжения в продольной арматуре на 3-4% выше, чем в зоне чистого изгиба.

б). Выявлены особенности работы контакта "нового" и "старого" бетонов: расчетом получены соотношения действующих на контакте внутренних усилий, показана неравномерность (особенно после образования трещин) его работы по длине балки. Установлено, что причиной преждевременного (задолго до разрушения балки) локального разрыва контакта на участках в местах приложения сосредоточенных сил являются значительные (до  $0,3 \cdot R_p^H$ ) растягивающие напряжения  $\sigma_y$ , действующие поперек контакта перед образованием здесь трещин. Наиболее нагруженными участками контакта, на которых возникают значительные сдвиговые деформации и действуют наибольшие касательные напряжения, являются участки, расположенные ближе к опорам и отсекаемые крайними наклонными трещинами.

в). В отличие от монолитной (БМ) сборно-монолитная балка (БСМ) является менее жесткой - ее прогиб при нормативной нагрузке оказался выше прогиба балки БМ на 17,6%. Расчетом также получено увеличение ширины раскрытия трещин и напряжений в продольной арматуре в месте действия сосредоточенных сил в балке БСМ соответственно на 5,1 и 3,0% по сравнению с балкой БМ.

8. Разработанная методика может быть успешно использована как средство машинного эксперимента при исследованиях различных аспектов работы железобетонных балок и других видов плоских железобетонных конструкций и изучения влияния на их поведение различных факторов; она способна вскрыть и объяснить явления, не поддающиеся изучению в прямом физическом эксперименте.

9. Созданный в диссертации расчетный аппарат использован на данном этапе как метод исследования и анализа работы железобетонных конструкций. Он применен для углубленного изучения работы сборно-монолитных балок, примененных на строительстве ряда объектов металлургической промышленности. В дальнейшем при наличии высокопроизводительных вычислительных машин он может быть применен для практических расчетов более сложных железобетонных

конструкций, а также для решения других задач, поставленных практикой проектирования железобетонных конструкций.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Оатул А.А., Карякин А.А., Пасепник В.В. Применение метода конечного элемента в задачах строительной механики. Информационный листок Челябинского ЦНИИ. № 73-72. Серия 3. Средства механизации и автоматизации инженерного и управленческого труда. Челябинск, 1972.

2. Карякин А.А. Некоторые результаты расчета железобетонной балки методом конечных элементов с учетом пластических деформаций бетона. В сб. "Исследования по бетону и железобетону", № 149, Челябинск, 1974.

3. Карякин А.А. Предложения по учету процесса трещинообразования при расчете железобетонных балок методом конечных элементов. В сб. "Исследования по бетону и железобетону", № 149, Челябинск, 1974.

4. Карякин А.А. Расчет железобетонной балки методом конечных элементов. В сб. "Исследования по бетону и железобетону", № 193, Челябинск, 1977.

5. Карякин А.А., Оатул А.А. Расчет железобетонных балок методом конечных элементов - Известия вузов. Серия "Строительство и архитектура", № 3, Новосибирск, 1977.