

484
Министерство высшего и среднего специального образования
С С С Р

Челябинский политехнический институт
имени Ленинского комсомола

На правах рукописи

ТКАЧЕВ
Алексей Михайлович

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ
СО СЛУЧАЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Специальность 05.13.02 –
"Теория систем, теория автоматического
регулирования и управления
и системный анализ"

Автореферат диссертации на
искание ученой степени
кандидата технических наук

Челябинск, 1978

Работа выполнена в Челябинском политехническом институте
имени Ленинского комсомола.

Научный руководитель:
доктор технических наук профессор

ЦЫГАНКОВ В.А.

Официальные оппоненты:
доктор технических наук профессор
кандидат технических наук доцент

ЯКОВЛЕВ Б.С.
ЛЕОНОВ Р.Е.

Ведущее предприятие - производственное объединение "Полет".

Автореферат разослан "19" мая 1978 г.

Зашита состоится 21 июня 1978 г. в 15 часов в аудитории 244
на заседании специализированного совета К 053.13.04 по присуждению
ученых степеней Челябинского политехнического института имени
Ленинского комсомола (454044, Челябинск, 44, проспект им. В.И. Ленина,
76, главный корпус).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Челябинского
политехнического института имени Ленинского комсомола.

Ученый секретарь специализированного совета
кандидат технических наук доцент

М.С.Карпов КАРПОВ В.С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Важной составной частью задачи автоматизации производства является задача синтеза систем автоматического управления промышленными объектами (или технологическими процессами), обширный класс которых описывается системами дифференциальных (или разностных) уравнений, как правило, нелинейных. К объектам такого типа принадлежат, например, прокатные стапы, гидроэлектростанции, динамические стеки, применяемые как для исследования функции вестивултурного аппарата, так и для моделирования режимов полета летательных аппаратов, и так далее.

Теория оптимизации детерминированных систем в настоящее время достаточно хорошо развита, и для поиска оптимальных управляющих алгоритмов мы имеем такие мощные методы, как принцип максимума [1] и динамическое программирование [2]. К сожалению, реальные объекты обычно работают в изменяющихся условиях среды и при наличии случайных воздействий, вследствие чего могут быть адекватно описаны только стохастическими уравнениями.

Теория дуального управления [3], стохастический принцип максимума для непрерывных систем [4], стохастическая аппроксимация [5], оптимальная фильтрация [6] и т.д. дают общие подходы к решению задачи оптимизации стохастических объектов. На базе этих подходов разработано большое количество методов оптимизации; однако реализация этих методов часто встречается с рядом препятствий. К основным из этих препятствий можно отнести наличие вычислительных трудностей, часто делающих невозможным получение оптимальных управляющих алгоритмов в замкнутой форме, а также чрезмерно большой объем памяти вычислительных машин, необходимый при практическом использовании этих алгоритмов.

Таким образом, остается потребность в методе оптимизации, пригодном для стохастических объектов достаточно широкого класса и свободном от указанных недостатков.

Цель и задачи работы

Целью работы является разработка и исследование метода оптимизации стохастических систем, отличающегося тем, что:

- метод применен для оптимизации широкого класса объектов, описываемых системами стохастических дифференциальных уравнений, в общем случае нелинейных;

- метод достаточно прост в вычислительном отношении, что упрощает как поиск оптимальных управляющих алгоритмов, так и их реализацию.

В соответствии с поставленной целью основные задачи работы определяются следующим образом:

- обоснование целесообразности и возможности применения дискретного принципа максимума [7] к задачам оптимизации стохастических объектов и выделение класса объектов, для которых такой подход правомерен;

- вывод основных соотношений для определения оптимальных управлений в задачах дуального управления, оптимальной компенсации и идентификации;

- синтез оптимальных управляющих алгоритмов для конкретного объекта - динамического стенда;

- исследование свойств (сходимости, эффективности) полученных алгоритмов - как аналитически, так и при помощи цифрового моделирования.

Научная новизна

В работе предложена методика синтеза оптимальных управляющих алгоритмов для достаточно широкого класса дискретных динамических объектов со случайными параметрами, в общем случае нелинейных. Методика опирается на следующие существенные моменты:

- применение дискретного принципа максимума для оптимизации стохастических процессов, описываемых разностными уравнениями, правая часть которых содержит случайные параметры;

- применение байесовского подхода при выборе целевого функционала в форме полного риска,

и обладает теми преимуществами, что:

- существенно упрощается вычислительная сторона по сравнению с обычно применяемыми в задачах дуального управления процедурами типа динамического программирования;
- благодаря этому обстоятельству значительно расширяется класс объектов, допускающих оптимизацию на основе байесовского подхода;
- получаемые при помощи данной методики оптимальные управляющие алгоритмы отличаются сравнимой простотой, что упрощает их реализацию.

В работе развиты процедуры синтеза оптимальных стратегий для задач дуального управления, оптимальной компенсации и идентификации, основанные на предлагаемой методике.

Практическая ценность работы

В работе на основе предложенного метода синтезированы алгоритмы оптимального управления объектами и процессами, описываемыми системами дифференциальных (или разностных) уравнений со случайными параметрами. В частности, предлагаемая методика применена при решении задачи управления динамическим стендом, представляющей значительные трудности для существующих методов. Полученные в работе результаты могут быть использованы при разработке систем автоматического управления широким кругом производственных объектов и процессов.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на:

- 1) республиканском научно-техническом семинаре по адаптивным системам управления в промышленности, Киев, 26-29 мая 1975 г.;
- 2) всесоюзной конференции по стохастическим системам управления, Челябинск, 20-22 апреля 1976 г.; 3) научно-технических конференциях ЧИИ в 1974-1976 г.г.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 4 работы.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы. Работа изложена на 115 страницах машинописного текста, содержит 15 рисунков и 2 таблицы. Список использованной литературы содержит 80 наименований.

Г л а в а I. Рассматривается инерционный объект (или многошаговый процесс), описываемый уравнением

$$x(t+\epsilon) = f(x(t), u(t), \mu(t), \epsilon), \quad (1)$$

где $x^r(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ – вектор состояния процесса на t -м шаге, $u^r(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$ – вектор управляющих воздействий на t -м шаге, $\mu^r(t) = (\mu_1(t), \dots, \mu_m(t))$ – вектор случайных параметров процесса на t -м шаге.

Вектор $u(t)$ может принимать значения из некоторого заданного подмножества $\Omega(u)$ евклидова пространства E' (пространства управляющих воздействий):

$$u(t) \in \Omega(u) \subset E',$$

определенного неравенствами

$$g_i(t, u(t)) \geq 0, \quad i = 1, \dots, j_t; \quad t = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2)$$

Векторы $x(t)$ и $\mu(t)$ полагаем неограниченными, т.е.

$$x(t) \in E^n, \quad \mu(t) \in E^m.$$

Для вектора $\mu(t)$ на каждом шаге определена совместная априорная плотность вероятности $P(\mu(t))$.

Состояние процесса на каждом шаге измеряется с помехой $e(t)$ с известной плотностью вероятности $P(e(t))$; уравнение наблюдений

$$z(t) = Z(x(t), e(t)), \quad (3)$$

где $z^r(t) = (z_1(t), \dots, z_n(t))$ – наблюдаемые состояния процесса.

Цель управления определена математическим ожиданием суммарной функции потерь или полным риском

$$J = M \left(\sum_{t=0}^{N-1} W_t (x(t+1), x^*(t+1)) \right), \quad (4)$$

где $x^*(t)$ – заданное состояние процесса (которое может быть как детерминированной, так и случайной функцией времени); W_t – функция потерь, которую в дальнейшем предполагаем выпуклой.

Будем считать, что решение об управлении на t -м шаге выносится на основании $\bar{x}(t)$, $\bar{u}(t-1)$, т.е. рассмотрим замкнутую систему управления процессом (рис. I). Задачу управления можно теперь сформулировать следующим образом:

Заданы уравнения (I), описывающие процесс, ограничения на управление (2) и уравнение наблюдений (3).

Задан функционал (4), характеризующий качество управления.

Требуется для заданного начального состояния процесса $x(0)$, заданных распределения вектора помех и априорного распределения вектора случайных параметров найти такие допустимые (в смысле (2)) управления, $u^*(t) = U(\bar{x}(t), \bar{u}(t-1))$, $t = 0, 1, \dots, N-1$, при которых функционал (4) принимает наименьшее значение (или, что то же самое, принимает наибольшее значение функционал $J_* = -J$). Здесь $*$ обозначает оптимальность, а (\cdot) – временную последовательность векторов.

Решение поставленной задачи получено в работе в форме необходимых условий оптимальности для дискретного стохастического принципа максимума. Для упрощения рассмотрена задача оптимизации конечного состояния, когда функционал имеет вид

$$J = M(\phi(x(N))), \quad (5)$$

где ϕ – дифференцируемая функция, в предположении, что ограничения (2) и случайные параметры μ в правой части (I) не зависят от t .

В пространстве состояний E'' вводится следующая система детерминированных разностных уравнений:

$$\rho(t) = \left(\frac{\partial M(f(x(t), u(t), \mu))}{\partial \bar{x}(t)} \right)^T \rho(t+1) \quad (6)$$

с граничными условиями

$$\rho(N) = \frac{\partial M(\phi(x(N)))}{\partial \bar{x}(N)} \quad (7)$$

где

$$\rho(t) = (\rho_1(t), \dots, \rho_n(t)),$$

$$\frac{\partial M(f(x, u, \mu))}{\partial \bar{x}} \leq \begin{pmatrix} \frac{\partial M(f_1(x, u, \mu))}{\partial \bar{x}_1} & \dots & \frac{\partial M(f_1(x, u, \mu))}{\partial \bar{x}_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial M(f_n(x, u, \mu))}{\partial \bar{x}_1} & \dots & \frac{\partial M(f_n(x, u, \mu))}{\partial \bar{x}_n} \end{pmatrix},$$

$$\bar{x}(t) \triangleq M(x(t)),$$

определяется стохастический гамильтониан

$$H(\rho(t+1), x(t), u(t), \mu) = \langle \rho(t+1), f(x(t), u(t), \mu) \rangle. \quad (8)$$

Пусть теперь функция f такова, что справедливо следующее соотношение

$$\bar{x}(t+1) = f(\bar{x}(t), u(t), M(\psi(\mu))). \quad (9)$$

Для процессов, удовлетворяющих (9), доказана следующая теорема. Пусть $\bar{u}^*(t+1) \in \bar{U}^*(t+1) = \{u^*(t+1), u^{**}(t+1), \dots, u^{(k)}(t+1)\}$ - оптимальное управление для фиксированного начального состояния $x(0)$. Имеет место неравенство

$$\delta_u H(\rho^*(t+1), \bar{x}^*(t), u^*(t)) \leq 0 \quad (10)$$

для любых $\delta u^*(t) \in \bar{K}(u^*(t))$, $\bar{K}(u^*(t))$ - замыкание конуса допустимых вариаций, определяемого как $K(u) = \{8u|u + \delta u \in \Omega(u); 0 < \delta u < \epsilon\}$, где оптимальные значения \bar{x}^* находятся из системы (9) при заданном значении $x(0)$, а оптимальные значения ρ^* находятся из системы (6) с граничными условиями (7).

Основываясь на этой теореме, приходим к принципу максимума, утверждающему, что на оптимальной траектории $\bar{x}^*(t)$ гамильтониан $H(\rho^*(t), \bar{x}^*(t), u^*(t))$ принимает максимальное значение.

Для задач с суммарным показателем качества управления вила

$$J = M \left(\sum_{t=0}^{N-1} \varphi(x(t), u(t)) \right) = \sum_{t=0}^{N-1} \varphi_t(\bar{x}(t), u(t)) \quad (11)$$

основная теорема также справедлива; для доказательства этого факта достаточно перейти к расширенному пространству состояний системы. В этом вместо (6), (7) и (8) будем иметь соответственно

$$\rho(t) = \frac{\partial M(\psi(x(t), u(t)))}{\partial \bar{x}(t)} + \left(\frac{\partial M(f(x(t), u(t), \mu))}{\partial \bar{x}(t)} \right)^T \rho(t+1), \quad (12)$$

$$P(N) = 0, \quad (13)$$

$$H(P(t+1), x(t), u(t), \mu) = \varphi(x(t), u(t)) + \langle P(t+1), f(x(t), u(t), \mu) \rangle, \quad (14)$$

где $\frac{\partial M(\varphi)}{\partial \bar{x}}$ — вектор-столбец с компонентами, вычисляемыми как соответствующие частные производные.

Отметим, что ввиду детерминированности (9) и (12) задача поиска оптимальных управлений после вычисления функционала (4) примет также детерминированный характер.

Завершающим этапом в решении поставленной задачи оптимизации является вычисление полного риска (4) и сведение его к функционалу вида (II), которое проводится на основе байесовского подхода, с использованием известного соотношения для апостериорной плотности вероятности вектора случайных параметров

$$P_t(\mu) = \frac{P(\mu) P(\bar{U}(t-1), \bar{x}(t)/\mu, \bar{x}^*(t))}{P(\bar{U}(t-1), \bar{x}(t)/\bar{x}^*(t))}$$

где $P(\mu)$ — априорная плотность μ . Для тактового риска $R_t = M(w_t)$ при этом получено соотношение

$$R_t = \int w_t \eta_t^* P(\bar{x}(t)/\bar{U}(t-1), \mu) P(\mu) P(\bar{x}^*(t+1)) d\Omega. \quad (15)$$

$$\Omega(\bar{U}(t), \bar{x}(t), \bar{x}^*(t+1), \mu)$$

Фиксируя далее оптимальную управляющую последовательность и варьируя управление на t -м шаге, преобразовываем (15) к виду

$$R_t = \int \eta_t(\bar{x}(t), \bar{U}(t)) d\Omega,$$

$$\Omega(\bar{x}(t))$$

где

$$\eta_t = \int w_t P(\bar{x}(t)/\bar{U}(t), \mu) P(\mu) P(\bar{x}^*(t+1)) d\Omega. \quad (16)$$

$$\Omega(\mu, \bar{x}^*(t+1))$$

Полный риск теперь можно записать в виде

$$U = \int \sum_{t=0}^{N-1} \eta_t d\Omega, \quad (17)$$

$$\Omega(\bar{x}(N))$$

где $\eta_t = \eta_t \xi_t(\bar{x}(N))$, а функции ξ_t подбираются из условия

$$\int_{\Omega} \xi_t \eta_t d\Omega = \int_{\Omega} \eta_t d\Omega . \quad (18)$$

$$\xi_t(\bar{x}(t)) \quad \eta_t(\bar{x}(t))$$

Таким образом, минимизация (4) эквивалентна минимизации функционала

$$J = \sum_{t=0}^{N-1} \varphi_t . \quad (19)$$

Соотношение (19) получено в двух вариантах, связанных с двумя возможными представлениями функции потерь:

$$W_t = W_t(x^*(t+1), x(t)) = W_t(x^*(t+1), x(t), u(t), \mu) . \quad (20)$$

$$W_t = W_t(x^*(t+1), \bar{u}(t), \mu, x(0)) , \quad (21)$$

где выражение (21) получено из (20) рекуррентным образом на основе (I). В соответствии с (20) или (21) критерий (19) имеет вид

$$J = \sum_{t=0}^{N-1} \varphi_t(u(t), \bar{x}(t), \bar{u}(t)) \quad (22)$$

или

$$J = \sum_{t=0}^{N-1} \varphi_t(\bar{u}(t), \bar{x}(t)) . \quad (23)$$

Выражение (22) совпадает с (II), если фиксированную к моменту t последовательность $\bar{x}(s)$ рассматривать как параметр; (23) является частным случаем (II), поскольку не содержит $\bar{x}(s)$, причем фиксированная на t -м шаге последовательность $\bar{u}(s-1)$ входит сюда также параметрически.

Форма критерия оптимальности определяет дальнейшие шаги в поиске оптимальных управлений. Критерий в форме (22) приводит к системе уравнений

$$\begin{cases} \bar{x}(t+1) = f(\bar{x}(t), u(t)), & x(0) = x^*(0) = x_0, \\ p(t) = p(\bar{x}(t), u(t), p(t+1)), & p(N) = 0, \\ u(t) = u(\bar{x}(t), p(t+1)); & \end{cases} \quad (24)$$

последнее уравнение этой системы получено из условия максимума (I4). Система (24), в свою очередь, приводит к системе

$$\begin{cases} \bar{x}(t+1) = f(\bar{x}(t), p(t)), & \bar{x}(0) = x_0, \\ p(t+1) = p_t(\bar{x}(t), p(t)), & p(N) = 0, \end{cases} \quad (25)$$

правые части которой параметрически зависят от $\vec{x}(t)$. Получить решение системы (25) обычно бывает возможным лишь на основе численных методов. Для обхода этого затруднения в работе на основе уравнений (24) получено соотношение, связывающее $p(t)$, $u(t)$ и $x(t)$ и дающее возможность найти $p(0)$ как функцию $x(0)$, $u(0)$. Значение $u(0)$ определяется из условия минимума $M(w_1)$ при $t = 0$; математическое ожидание функции потерь при этом вычисляется на основе априорной информации о u , поскольку в начальный момент система управления не располагает иной информацией. После вычисления $p(0)$ решение системы (25) не представляет трудности; однако, если критерий (4) квадратичен, соотношения (22) (и, следовательно, система (25)) кроме математического ожидания вектора $\vec{x}(t)$ содержит и его ковариационную матрицу, вычисление которой в общем случае представляет собой достаточно сложную самостоятельную задачу. Поэтому в основном в работе принято представление критерия в форме (23), дающее возможность существенно упростить решение задачи оптимизации. В самом деле, первое слагаемое в (12) теперь обращается в 0, а вместе с ним и вся сопряженная система,

$$p(N) = p(N-1) = \dots = p(0) = 0,$$

и мы приходим к т.н. вырожденному случаю [7], когда из условия максимума гамильтониана можно определить лишь направление движения к оптимуму, причем нет гарантии, что это движение будет происходить по кратчайшему пути. Последний недостаток искупается значительным упрощением расчетов и окончательной формы оптимальных управляемых алгоритмов.

В конце главы приведен пример оптимизации скалярного объекта с уравнением

$$\dot{x}(t+1) = a x(t) + \mu u(t),$$

когда функция потерь есть квадратическое отклонение состояния объекта $x(t)$ от заданного $x^*(t)$, помеха распределена нормально с нулевым средним и аддитивно смешивается с $x(t)$, а нормальная априорная плотность случайного параметра отличается от реальной значением математического ожидания. Получены рекуррентные соотношения для оптимальных управлений и доказана асимптотическая оходимость управляемого алгоритма. Получено также выражение для асимптотической ошибки системы. Эффективность алгоритма иллюстрируется на рис. I, где показано поведение цифровой модели объекта при оптимальном уп-

равлении. Первые такты управления соответствуют изучению объекта и характеризуются большими значениями ошибки; по мере накопления информации об объекте ошибка уменьшается и в пределе зависит только от отклонений случайного параметра от его реального среднего значения.

Г л а в а 2. Уравнения рассматриваемых в этой главе объектов имеют вид

$$x(t+1) = A(u(t))x(t) + B(u(t))\mu + C(u(t)), \quad (26)$$

где $x(t)$, $u(t)$, μ – векторы – столбцы с соответственно n , r и m компонентами, $A(u(t))$, $B(u(t))$, $C(u(t))$ – матрицы размерностей соответственно $n \times n$, $n \times m$, $n \times 1$ с элементами, являющимися скалярными функциями $u(t)$.

Измеряемым состоянием является

$$z(t) = Dx(t) + e, \quad (27)$$

где D – диагональная матрица, элементами которой являются известные постоянные, e – вектор помех.

Известны совместная нормальная априорная плотность вектора μ и совместная нормальная плотность вектора e . Компоненты векторов μ и e являются независимыми случайными величинами.

Функция потерь имеет вид

$$W_t = (x^*(t+1) - x(t+1))^T K (x^*(t+1) - x(t+1)), \quad (28)$$

где $x^*(t+1)$ – вектор – столбец задающих воздействий с n компонентами; K – диагональная матрица, элементы которой (веса) известны и постоянны.

Задача состоит в определении оптимальных, в смысле минимума полного риска, управлений

$$u^*(t) = U(z(t), \bar{u}(t-1)).$$

Решение поставленной задачи проводится по методике, изложенной в первой главе. В соответствии с (16) найдена функция η_t ,

$$\eta_t = a \int_{-\infty}^{\infty} (\mu^T \theta \mu - \gamma \mu + \omega) \exp(-\mu^T \alpha \mu + \beta \mu) d\mu, \quad (29)$$

где α , β , γ , θ , ω есть функции матриц A , B , C , D , K и параметров распределений, показано, что интеграл в правой части последнего соотношения сходится, и после вычисления этого интеграла полу-

чено следующее соотношение для η_t :

$$\eta_t = -\omega + \beta^T (\alpha + \alpha^T)^{-1} \beta^T - \frac{1}{2} t \gamma (\alpha^{-1} \theta) - \beta (\alpha + \alpha^T)^{-1} \theta (\alpha + \alpha^T)^{-1} \beta^T. \quad (30)$$

Уравнения сопряженной системы получены в виде

$$P(t) = 2 A_t^T (K(x^*(t+1) - c_t - \frac{1}{2} B_t \alpha^{-1} \beta^T - A_t \bar{x}(t) - \frac{1}{2} P(t+1))) \quad (31)$$

и гамильтониан в виде

$$H = -\omega + \frac{1}{2} f^T \alpha^{-1} - \frac{1}{2} t \gamma (\alpha^{-1} \theta) - \frac{1}{4} \beta \alpha^{-1} \theta \alpha^{-1} \beta^T + \\ + P^T(t+1) (A_t \bar{x}(t) + B_t \mu + c_t), \quad (32)$$

т.е. получены общие соотношения для определения оптимальных управлений, когда матрицы $A(U(t))$, $B(U(t))$, $C(U(t))$ имеют произвольный вид.

Г л а в а 3. Задача оптимальной компенсации сформулирована следующим образом: задано уравнение объекта (1), $\mu^{(t)} = \mu$, причем f удовлетворяет (9); задано начальное состояние x_0 . Вектор случайных параметров μ наблюдается с помехой $e(t)$:

$$x(t) = Z(\mu, e(t)). \quad (33)$$

Известны совместная априорная плотность вектора случайных параметров $P(\mu)$ и совместные плотности векторов помех $P(e|w)$. Необходимо найти управления $U^*(t) = U(x(t), \bar{x}(t-1))$, минимизирующие функционал (4).

Таким образом, поставленная задача оптимальной компенсации формально отличается от задачи (1)-(4) только уравнением наблюдений. Но сугубо же, это означает, что производится управление разомкнутой системой с пассивным накоплением информации, и, следовательно, характер управления уже не дуальный.

Решение задачи проводится в такой же последовательности, как и в первой главе. Отметим только, что соотношения для тактового риска уже не совпадают с (15)-(16). В частности, выражение для η_t получено в виде

$$\eta_t = \int_{\Omega_{(t, \mu, \bar{x}(t-1))}} W_t P(\bar{x}(t)/\mu) P(\mu) P(\bar{x}(t+1)) d\Omega, \quad (34)$$

вследствие чего функции ξ_t теперь выбираются из условия

$$\int \xi_t \eta_t d\Omega = \int \eta_t d\Omega \quad (35)$$

$\Omega(\tilde{x}(t)) \quad \Omega(\tilde{z}(t))$

вместо (18) и даже для одинаковых объектов и распределений имеет другой вид.

Приведен пример поиска оптимальных управлений, причем для сравнения рассмотрена оптимизация того же объекта и с теми же распределениями случайных величин, что и в первой главе. Получены те же выводы относительно сходимости алгоритма. Сравнительный анализ поведения цифровых моделей систем при активном и пассивном накоплении информации позволяет заключить, что, хотя в первом случае риск на первых тактах управления относительно высок, скорость его убывания выше, что хорошо согласуется с теоретическими соображениями.

Задача оптимальной идентификации сформулирована следующим образом: для заданных уравнений объекта (1) и наблюдений (3), заданного начального состояния $x(0)$, заданных распределения вектора помех и априорного распределения вектора случайных параметров найти такие допустимые управление $U^*(t) = U(\tilde{x}(t), \tilde{z}(t))$ и оценки $f^*(t) = P(\tilde{U}(t), \tilde{Z}(t))$, при которых функционал

$$J = M \left(\sum_{t=0}^{n-1} w_t(\mu, f^*(t)) \right) \quad (36)$$

принимает наименьшее значение.

Поставленная таким образом задача отличается от задачи (1)-(4) как искомым результатом, так и формой критерия оптимальности. В отличие от системы оптимальной компенсации, здесь мы имеем дело с замкнутой системой, поскольку и оценки, и управления являются функциями наблюдений; однако управление также не носит дуального характера благодаря тому, что критерий отражает лишь одну функцию управления – "изучение" объекта.

Решение задачи, как и выше, начинается с вычисления функции η_t , которая здесь получена в следующем виде:

$$\eta_t = \int w_t(\mu, f^*(t)) P(x(t)/\mu) P(\mu) d\Omega. \quad (37)$$

$\Omega(\mu)$

После вычисления φ_t дальнейшее решение распадается на два этапа. На первом находятся оптимальные оценки $f^*(t)$ и подставляются в φ_t ; таким образом, функционал (36) сводится к виду (23). На втором эта-

не осуществляется поиск управлений, минимизирующих преобразованный функционал, т.е. решается детерминированная задача, относящаяся к вырожденному случаю.

В качестве примера рассмотрена задача определения оптимальных оценок и управлений для одномерного объекта с уравнением

$$x(t+1) = ax(t) + \psi(u(t))\mu, \quad (38)$$

где $x(t)$, $u(t)$ - скаляры, μ - нормально распределенная случайная величина; функция потерь квадратична,

$$w_t = (\gamma(t) - \mu)^2.$$

Соотношение для φ_t получено в виде

$$\varphi_t = -(\gamma^2(t) - \frac{\beta}{2})\gamma(t) + (1 + \frac{\beta^2}{2\alpha})\frac{1}{2\alpha}, \quad (39)$$

где α , β - функции $\bar{U}(t)$, $\bar{Z}(t)$.

Оптимальная оценка имеет вид

$$\gamma^*(t) = \frac{\beta}{2\alpha}. \quad (40)$$

После подстановки (40) в (39) получаем

$$\varphi_t = -(-\gamma^{*2}(t) + (1 + \beta\gamma^*(t))\frac{1}{2\alpha}). \quad (41)$$

Соотношение (41) дает возможность определить оптимальные управление для произвольных $\psi(u(t))$. Для частного случая (38), когда $\psi = u''$, определены оптимальные и "наихудшие" (т.е. минимизирующие гамильтониан) управлния. Доказано, что при оптимальных управлениых оценки сходятся к реальным средним. На рис.2 показано поведение оценок при этих двух вариантах управлений. Как видно, при неоптимальном управлении здесь не достигается даже несмещенность оценки.

Г л а в а 4. В этой главе рассматриваются вопросы, связанные со статистическим цифровым моделированием полученных в предыдущих главах оптимальных управляемых алгоритмов; описывается применяемый в работе метод генерирования нормально распределенных случайных величин и векторов; приводятся общие схемы статистического моделирования. Проведенный в главе анализ результатов многократных модельных экспериментов позволяет сделать следующие выводы:

- при активном накоплении информации по сравнению с пассивным накоплением значения риска на первых тактах управления относитель-

но велики, но скорость его убывания при этом значительно выше;

- при управлении с ограничениями суммарный риск значительно выше, чем при неограниченном управлении;

- при идентификации параметров динамических объектов существенное внимание следует уделять синтезу оптимальной входной последовательности, поскольку при неоптимальных управлениях не достигается даже несмешечность оценок.

Эти выводы хорошо согласуются с теоретическими соображениями и результатами аналитического исследования, проведенного в предыдущих главах.

Г л а в а 5. В пятой главе разработанная в предыдущих главах методика применяется для решения задачи синтеза алгоритма оптимального управления динамическим стендом. Эта задача представляет серьезные затруднения для существующих методов ввиду конструктивных особенностей объекта, обуславливающих дрейф его собственных частот, который при попытке коррекции в резонансной области может привести к усилению резонанса вместо его подавления. Разумным выходом из этого положения является постановка задачи управления как задачи оптимизации динамического объекта со случайными параметрами; при этом оптимальное управление, очевидно, должно доставлять минимум математическому ожиданию среднеквадратической ошибки системы при любых частотах задающих воздействий.

В соответствии с изложенным, задача управления формулируется следующим образом: для системы, структурная схема которой приведена на рис.3, найти управление, минимизирующее функционал

$$J = M \int [f(x - x^*)^2 dt]. \quad (42)$$

Передаточные функции $W_1(\rho)$ и $W_2(\rho)$ имеют вид

$$W_1(\rho) = \frac{\mu_1 \rho^3 + \mu_2 \rho^2 + \mu_3 \rho + \mu_4}{(1 + 2\xi_1 T_1 \rho + T_1^2 \rho^2)(1 + T_2 \rho)(1 + T_3 \rho)}, \quad (43)$$

$$W_2(\rho) = \frac{1}{1 + 2\xi_2 T_2 \rho + T_2^2 \rho^2},$$

где $\xi = \xi(t)$, $T = T(t)$, μ — нормально распределенный вектор случайных параметров объекта. Уравнение наблюдений имеет вид

$$\dot{x} = x + e,$$

где e — нормально распределенная помеха.

Поставленная таким образом задача сведена к задаче оптимизации, рассмотренной во второй главе диссертации; при этом уравнение объекта получено в виде

$$x(t+1) = A_t x(t) + C_t \mu u(t), \quad (44)$$

где элементы матриц A_t и C_t вычисляются как функции параметров (43). Решение задачи оптимизации объекта с уравнением (44) проведено на основе результатов второй главы. Эффективность полученного оптимального управляющего алгоритма подтверждена цифровым моделированием. На рис.4 приведен график управляемого движения системы, где x^* - заданное, x - реальное состояние объекта. Как видно, адаптация управляющего алгоритма к реальному среднему значению случайному параметра μ протекает достаточно быстро, как и для рассмотренного выше одномерного объекта. Рабочая частота здесь выбрана приблизительно равной собственной частоте объекта, однако явления резонанса не возникает. Таким образом, цель управления достигнута.

Выводы

1. Задача оптимизации стохастических объектов, описываемых разностными уравнениями со случайными параметрами, часто встречается на практике и является актуальной.

2. Существующие методы оптимизации таких объектов обладают рядом недостатков.

3. Предлагаемый метод оптимизации, основанный на дискретном принципе максимума в сочетании с байесовским подходом, расширяет класс оптимизируемых объектов и позволяет устраниТЬ такие недостатки существующих методов, как наличие серьезных вычислительных трудностей при поиске оптимальных управляющих алгоритмов и необходимость большого объема памяти вычислительных машин, потребного для реализации этих алгоритмов.

4. Предлагаемый метод пригоден для решения задач оптимизации различного характера, являющихся частными случаями основной задачи. В работе рассмотрены приложения к задачам дуального управления, оптимальной компенсации случайных возмущений параметров объекта и оптимальной идентификации параметров объекта.

5. Проведенное аналитическое исследование полученных для ряда объектов достаточно общего вида оптимальных управляющих алгоритмов показало, что во всех случаях имеет место асимптотическая сходимость.

Показано, что в задаче идентификации обязательным является определение оптимальных управлений, так как только при оптимальных управлениях гарантируется сходимость оценок к реальным средним. Полученные в работе соотношения для асимптотических ошибок показывают, что предельные отклонения оптимальных траекторий от заданных обусловлены только тактовыми отклонениями случайных параметров от их реальных средних.

6. Многократное статистическое моделирование оптимальных управляемых алгоритмов подтвердило их работоспособность и эффективность.

7. Класс объектов, допускающих эффективную оптимизацию на основе предлагаемой методики, достаточно широк.

8. Задача синтеза системы управления динамическим стендом, представляющая серьезные трудности для существующих методов ввиду конструктивных особенностей объекта, может быть решена при постановке ее как задачи оптимизации и применении предлагаемой методики. Полученные при этом оптимальные управляющие алгоритмы достаточно просты и удобны для реализации и, как показало цифровое моделирование, работоспособны и эффективны.

В результате: обоснована, разработана и исследована методика оптимизации достаточно широкого класса стохастических объектов, отличающаяся как отсутствием вычислительных трудностей при поиске оптимальных управляющих алгоритмов, так и удобной для реализации на вычислительной технике формой этих алгоритмов. Эффективность предложенной методики проиллюстрирована при решении задачи синтеза системы автоматического управления динамическим стендом. Таким образом, основная цель диссертации, как представляется автору, достигнута.

Отдельные результаты работы были представлены на:

- 1) XXIII научно-технической конференции ЧИИ, Челябинск, 1974;
- 2) Республиканском научно-техническом семинаре по адаптивным системам управления в промышленности, Киев, 1975;
- 3) Всесоюзной конференции по стохастическим системам управления, Челябинск, 1976.

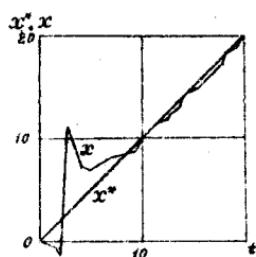


Рис. 1

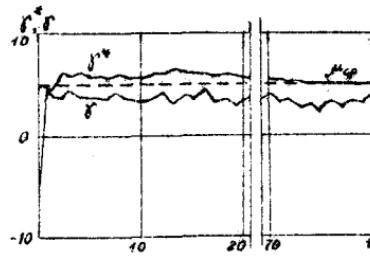


Рис. 2

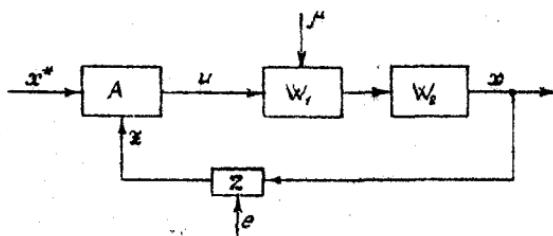


Рис. 3

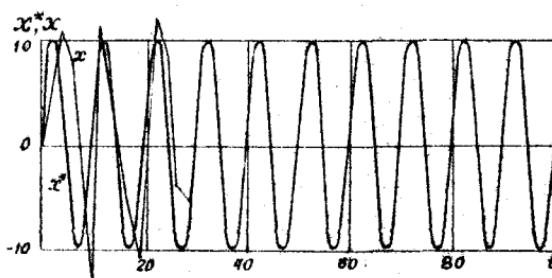


Рис. 4

Основное содержание диссертации изложено в следующих работах:

1. Цыганков В.А., Ткачев А.М. К синтезу оптимальных управлений объектами со случайными параметрами. Труды ЧИИ, вып.88, Челябинск, 1972.
2. Ткачев А.М., Цыганков В.А. Оптимальная компенсация случайных возмущений параметров динамических объектов при ограниченном управлении. Труды ЧИИ, вып.153, Челябинск, 1974.
3. Ткачев А.М., Цыганков В.А. Об оптимизации динамических объектов со случайными параметрами. Республиканский научно-технический семинар по адаптивным системам управления в промышленности. Киев, 26-29 мая 1975, изд. ИК АН УССР, Киев, 1975.
4. Ткачев А.М. Оптимальное управление дискретными динамическими объектами со случайными параметрами. Всесоюзная конференция по стохастическим системам управления. Челябинск, 20-22 апреля, 1976, изд. ЧИИ, Челябинск, 1976.

Л и т е р а т у р а

1. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. "Наука", М., 1969.
2. Беллман Р. Динамическое программирование. ИИЛ, М., 1960.
3. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем. "Наука", М., 1966.
4. Kushner H.J., Shweppe F.C. The maximum principle for the stochastic control systems. Journ. of Math. An. and Appl., v.8, №2, 1964.
5. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. "Наука", М., 1977.
6. Ширяев А.И. Теория оптимальной нелинейной фильтрации. Труды МИАН, № 4, 1968.
7. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. "Наука", М., 1973.