

## МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ

*И.П. Дерябин, И.Н. Миронова*

## METROLOGICAL SUPPORT OF COMPUTER SIMULATION OF PRECISION MACHINING PARTS

*I.P. Deryabin, I.N. Mironova*

В статье рассмотрены проблемы применения стандартных определенных параметров точности для различных поверхностей. Приведены примеры невозможности применения стандартных характеристик для оценки точности некоторых поверхностей. Показано, что аналогичные проблемы возникают при компьютерном моделировании процессов формообразования отверстий и расчете параметров точности. Приведены методики оценки параметров точности обработки отверстий.

*Ключевые слова: метрология, точность обработки отверстий, компьютерное моделирование.*

In the article there are considered the problems of application of the standard definitions of the accuracy for the different surfaces. Examples of non-possibility of application of the standard parameters for assessment of the accuracy of some surfaces. It is shown that similar problems arise when the computer modelling of processes of formation of holes and the calculation of the parameters of accuracy. Procedure for assessment of the accuracy of processing of apertures.

*Keywords: metrology, accuracy of processing of apertures, the computer modeling.*

Почти все положения современной метрологии, изложенные в ГОСТах и справочниках, основываются на возможностях измерений конкретных материальных объектов – поверхностей деталей. На практике для измерения деталей применяются различные приборы, инструменты и оборудование, например, для измерения параметров точности отверстий применяются гладкие калибры-пробки, нутромеры, штангенциркули и др. В результате же математического и компьютерного моделирования точности обработки получаем расчетные значения координат точек или положения радиус-векторов, описывающих положение «обработанной» поверхности в принятой системе координат [1]. Поэтому возникает проблема оценки полученных результатов: как их привязать к стандартным параметрам точности.

Точность обработки является комплексным понятием. Она характеризует соответствие готовой детали требованиям чертежа. Применительно к круглым отверстиям точность задается параметрами, которые можно отнести к двум основным типам:

1) допуски расположения **оси относительно базовой системы координат** и допуск радиального биения, который является комплексным и кроме допуска на расположения включает и допуск на цилиндричность;

2) инвариантные характеристики поверхности, т. е. заданные безотносительно какой-либо выделенной системы координат и характеризующие собственно поверхность. К таким параметрам относятся отклонение размера отверстия, отклонения его формы, волнистость и шероховатость.

Необходимо отметить, что на практике существуют отступления от стандартных определений. Это, например, кривизна оси, увод оси, разбивка, несущие важную для технолога информацию об особенностях конкретного процесса механической обработки и широко применяемые

в технологической практике. Эта информация полностью теряется в обезличенных стандартных характеристиках, принятых при обозначениях параметров точности на чертежах готовых изделий. Главная же причина пересмотра основных стандартных понятий и определений различных параметров точности заключается не только в их неполноте, но и во взаимной противоречивости. Дело в том, что эмпирически введенные понятия метрологии не образуют законченной теории точности и их применение даже в задачах практических измерений и контроле точности время от времени приводит к парадоксам. При математическом же моделировании точности, когда постоянно возникают задачи пересчета ряда значений текущего радиус-вектора отверстия, известных относительно некоторой заданной системы координат, в комплексные, особенно в инвариантные характеристики точности, такие парадоксы и противоречия возникали бы постоянно.

Так, в процессе математического моделирования обработки отверстия мерными инструментами находят профили реальной поверхности, подобно тому, как они находятся при измерении реальной поверхности на кругломере или на координатно-измерительной машине (КИМ). Но при этом от понятия точного действительного диаметрального размера приходится отказаться, хотя в математике и существует понятие диаметра некруглых фигур как максимальной хорды.

В самом деле, двухточечные измерения реального профиля в различных направлениях скорее всего покажут разные величины (рис. 1). Более того, двухточечные измерения в различных направлениях могут в пределах точности измерения показать и одну величину, однако реальный профиль при этом может быть далек от окружности и представлять собой, например, треугольник «Рело» или другую подобную кривую (рис. 2). При этом может отсутствовать даже собираемость изделия.

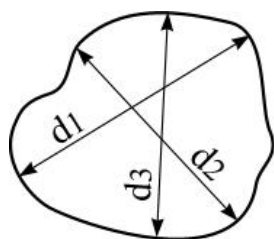


Рис. 1. Двухточечное измерение реального профиля

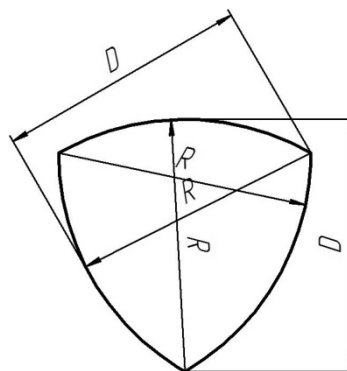


Рис. 2. Треугольник «Рело»

Поэтому современная трактовка понятия «предельные размеры», которая носит название принципа Тейлора, несмотря на свою эмпиричность, учитывает невозможность обойтись чисто математическим определением диаметра как максимальной хорды. Напомним этот принцип: «Для отверстий диаметр наибольшего правильного воображаемого цилиндра, который может быть вписан в отверстие так, чтобы плотно контактировать с наиболее выступающими точками поверхности (размер сопрягаемой детали идеальной геометрической формы, прилегающей к отверстию без зазора), не должен быть меньше, чем проходной предел размера. Дополнительно наибольший диаметр в любом месте отверстия не должен превышать непроходного предела размера». Формулировка для валов аналогична. Очевидно, что хотя «диаметр в любом месте отверстия» понимается в смысле максимальной хорды, нижний предел диаметра имеет совсем другой геометрический смысл.

Эмпиричность этого принципа заключается в том, что его соблюдение может быть проверено методом непосредственного контроля с использованием двух предельных калибров, один из которых – проходной – является комплексным и представляет собой аналог сопрягаемой детали, а другой – непроходной – элементный (например, при контроле отверстия – штихмасс). Такое сочетание калибров диктуется чисто физическими, эмпирическими причинами. Действительно, логичнее было бы считать допуском на поверхность вращения разность диаметров вписанного и описанного цилиндров. Но проблема заключается в том, что описанный (для отверстий) и впи-

санный (для валов) цилиндры физически не могут быть проконтролированы простым сравнением с эталонной контрдеталью, например, сопряжением с непроходным предельным калибром. Ведь калибр потому и непроходной, что реального физического сопряжения не происходит.

Принцип Тейлора, который, кстати говоря, является арбитражным, представляет собой некоторый компромиссный метод, который гарантирует хотя бы простую собираемость.

Однако существуют ситуации, когда принцип Тейлора вообще неприменим. Рассмотрим дискретную цилиндрическую поверхность, например, наружную поверхность шлицевого вала с нечетным числом шлицев (рис. 3). Двухточечный непроходной контроль для такой дискретной поверхности вообще невозможен, в то же время у такого реального профиля существует и максимальный вписанный, и минимальный описанный цилиндры. Аналогично можно привести пример поверхности, не имеющей единственного решения (рис. 4).

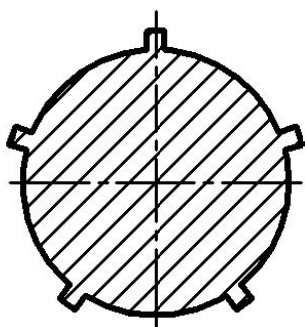


Рис. 3. Деталь с нечетным числом шлицев

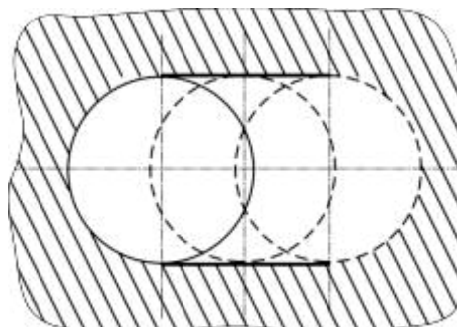


Рис. 4. Профиль поперечного сечения детали с несколькими прилегающими вписанными окружностями максимального диаметра

Еще более парадоксальная ситуация возникает, если нужно проконтролировать участок детали с неполнопрофильным отверстием (рис. 5). В такую незамкнутую фигуру, представляющую собой дугу профиля, стянутую хордой меньшего диаметра, можно вписать несколько окружностей разного диаметра. Подобных парадоксов не возникает при использовании принципа соосных окружностей, который заключается в поиске и численном построении двух соосных окружностей, одна из которых является вписанной, а другая – описанной, причем выбирается такая пара соосных окружностей, у которой расстояние в радиальном направлении минимально. Надо отметить, что в такой постановке на допуск накладывается несколько более жесткое ограничение, поскольку в первом случае не было требования соосности предельных окружностей и они не обязаны были иметь общую ось. Тем не менее принцип соосных предельных окружностей вошел в ряд стандартов промышленно развитых стран. Это связано с взаимосвязанными задачами определения погрешности расположения оси отверстия и величины отклонения его от круглости.

Чтобы измерить величину отклонения от круглости, надо прежде всего определить базу отсчета. В качестве базы отсчета принимается базовая окружность, при построении которой требуется найти положение ее центра и диаметральный размер. По ГОСТ 24642-81 предлагается в качестве базы отсчета отклонения от круглости пользоваться прилегающей окружностью. При этом под прилегающей окружностью понимается окружность минимального диаметра, описанная вокруг реального профиля наружной поверхности вращения, или максимального диаметра, вписанная в реальный профиль внутренней поверхности вращения. При отсчете погрешности формы от прилегающей окружности принимается максимальное отклонение точек профиля от окружности в радиальном направлении. Когда оценка отклонения от круглости производится с помощью двух концентрических окружностей, они проводятся так, чтобы одна из этих окружностей была вписанной, а другая – описанной, причем принимается за базу такая пара концентрических окружностей, у которой расстояние между окружностями в радиальном направлении минимально.

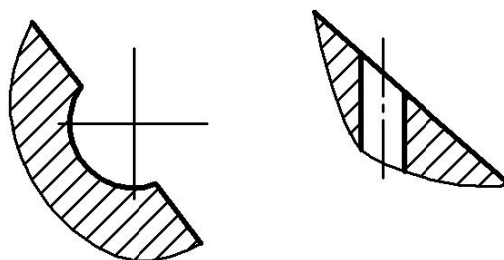


Рис. 5. Неполнопрофильный участок отверстия

При компьютерном моделировании мы получаем координаты точек профиля обработанной поверхности относительно некоторой системы отсчета.

Рассмотрим методики нахождения вписанной и описанной окружностей и концентричных окружностей с минимальным зазором между ними.

Методика нахождения вписанной и описанной окружностей в декартовой системе координат состоит из следующих этапов:

1. По математическим моделям формообразования в полярной системе координат определяются координаты положения радиус-векторов вершин режущих лезвий  $R_j$  инструмента с шагом  $\Delta\psi^\circ$  ( $\psi$  – угол поворота инструмента).

2. Определяются координаты точек вершин всех радиус-векторов при переводе из полярной системы координат в прямоугольную:

$$\begin{aligned} X_j &= R_j \cdot \cos \psi_j; \\ Y_j &= R_j \cdot \sin \psi_j, \end{aligned} \quad (1)$$

3. Из имеющегося массива точек с известными координатами  $X_j, Y_j$ , используя принцип перебора всех точек, а именно через каждые три точки, проводится единственная окружность с координатами центра  $(X_{oi}, Y_{oi})$  и радиусом  $R_i$ , которые определяются по следующим зависимостям:

$$\begin{cases} (X_{j1} - X_{oi})^2 + (Y_{j1} - Y_{oi})^2 = R_i^2; \\ (X_{j2} - X_{oi})^2 + (Y_{j2} - Y_{oi})^2 = R_i^2; \\ (X_{j3} - X_{oi})^2 + (Y_{j3} - Y_{oi})^2 = R_i^2, \end{cases} \quad (2)$$

где  $X_{j1}, \dots, X_{j3}, Y_{j1}, \dots, Y_{j3}$  – координаты точек, полученные из выражения (1).

Преобразуя выражение (2) в матричную форму, находим определители  $(\Delta, \Delta1, \Delta2, \Delta3)$ , через которые находятся  $X_{oi}, Y_{oi}, R_i$ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2X_{j1} & -2Y_{j1} & 1 \\ -2X_{j2} & -2Y_{j2} & 1 \\ -2X_{j3} & -2Y_{j3} & 1 \end{vmatrix}; \quad \Delta1 = \begin{vmatrix} -(X_{j1}^2 + Y_{j1}^2) & -2Y_{j1} & 1 \\ -(X_{j2}^2 + Y_{j2}^2) & -2Y_{j2} & 1 \\ -(X_{j3}^2 + Y_{j3}^2) & -2Y_{j3} & 1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta2 = \begin{vmatrix} -2X_{j1} & -(X_{j1}^2 + Y_{j1}^2) & 1 \\ -2X_{j2} & -(X_{j2}^2 + Y_{j2}^2) & 1 \\ -2X_{j3} & -(X_{j3}^2 + Y_{j3}^2) & 1 \end{vmatrix}; \quad \Delta3 = \begin{vmatrix} -2X_{j1} & -2Y_{j1} & -(X_{j1}^2 + Y_{j1}^2) \\ -2X_{j2} & -2Y_{j2} & -(X_{j2}^2 + Y_{j2}^2) \\ -2X_{j3} & -2Y_{j3} & -(X_{j3}^2 + Y_{j3}^2) \end{vmatrix};$$

$$X_{oi} = \Delta1 / \Delta; \quad Y_{oi} = \Delta2 / \Delta; \quad t_i = \Delta3 / \Delta;$$

$$t_i = X_{oi}^2 + Y_{oi}^2 - R_i^2; \quad R_i = \sqrt{X_{oi}^2 + Y_{oi}^2 - t_i},$$

где  $oi$  – центр каждой новой окружности, проходящей через три точки.

4. После нахождения окружностей определим, какие из них будут вписанные по следующему принципу: сравниваются радиус-векторы точек и радиусы текущих окружностей  $R_i$  (рис. 6), при этом должно соблюдаться условие

$$|R_{vcj}| \geq R_i,$$

где  $R_{vcj}$  – радиус-векторы, соответствующие  $j$ -й точке, для определения координат которых делаем параллельный перенос начала координат (рис. 7):

$$K_i = m_j - X_{oi} \quad \text{и} \quad P_i = g_j - Y_{oi},$$

где  $K_i, P_i$  – новые координаты точки  $A_j$ ;  $m_j, g_j$  – старые координаты точки  $A_j$ .

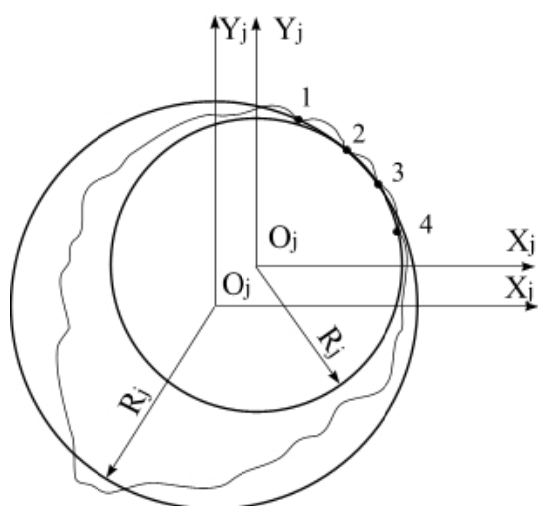


Рис. 6. Построение окружностей

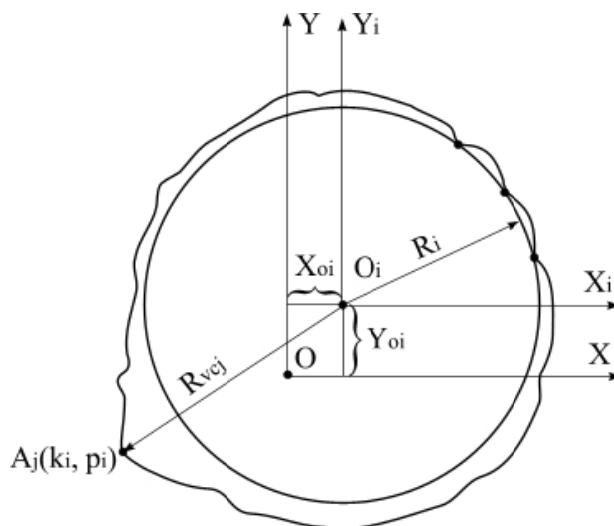


Рис. 7. Параллельный перенос координат

5. Из вписанных окружностей выбирается окружность, наиболее приближенная к реальному профилю отверстия, с радиусом  $R_{\%max}$ .

6. Из центра вписанной окружности с радиусом  $R_{\%max}$  проводится концентричная окружность через наиболее удаленную точку, т. е. с радиусом  $R_o = R_{vc max}$  (рис. 8).

Таким образом, для определения точности диаметрального размера и формы, полученной в результате компьютерного моделирования поверхности, необходимо сравнивать размеры вписанной окружности с допускаемыми. Разбивка отверстия будет определяться как разность между диаметром максимальной вписанной окружности и диаметром инструмента  $R_{и}$ , т. е.  $\Delta D = R_{B max} - R_{и}$ . Отклонение от круглости будет определяться по формуле  $\Delta F = R_o - R_{B max}$ .

Методика нахождения пары концентричных окружностей, вписанной и описанной, с минимальным зазором между ними:

1. Наносим на плоскость множество точек  $A_i(X_A^i; Y_A^i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $n$  – количество расчетных точек за один оборот инструмента) какого-либо поперечного сечения обработанной поверхности (рис. 9). Поскольку вершина режущей кромки инструмента совершает винтовое движение, то множество точек не лежит в плоскости, однако в силу малости шага винтовой линии (подачи  $S$ ) по сравнению с величиной диаметра отверстия (на 2 и более порядков) допустимо считать, что это множество точек лежит в одной плоскости.

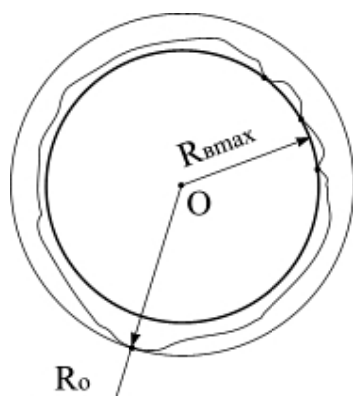


Рис. 8. Построение описанной окружности

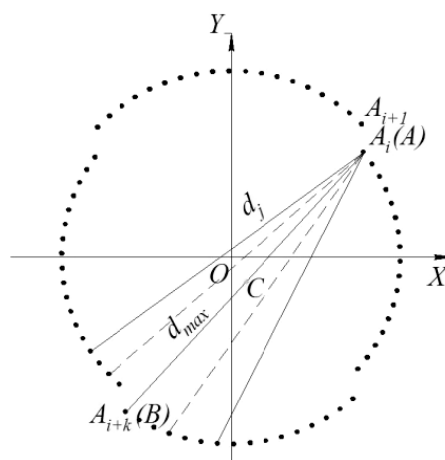


Рис. 9. Определение расстояний  $d_j$

2. Определяем все расстояния  $d_j$  между двумя точками методом перебора по уравнению

$$d_j = \sqrt{(X_A^i + X_A^{i+1})^2 + (Y_A^i + Y_A^{i+1})^2}.$$

Из полученного множества  $d_j$  выбираем наибольшее расстояние  $d_{\max}$ .

3. Запоминаем координаты точек  $A_i$  и  $A_{i+k}$  (обозначим для дальнейших расчетов их как  $A$  и  $B$  соответственно).

4. Находим середину отрезка  $AB$ :

$$X_C = \frac{X_A + X_B}{2}; Y_C = \frac{Y_A + Y_B}{2}, \text{ в результате чего получаем точку } C \text{ с координатами } (X_C; Y_C).$$

5. Задаем окрестность точки  $C$  в виде окружности радиусом  $r_c$  (рис. 10), равным разности между максимальным и минимальным значениями радиус-векторов.

6. Строим хорды между соседними точками  $A_i A_{i+1}$ , где  $A_i(X_A^i; Y_A^i)$ ,  $A_{i+1}(X_A^{i+1}; Y_A^{i+1})$ .

7. Находим середину отрезка  $A_i A_{i+1}$  – точку  $M_i$ .

8. Строим перпендикуляр из точки  $M_i$  к отрезку  $A_i A_{i+1}$ .

9. Находим точку  $O_k$  – точку пересечения перпендикуляров, проведенных из точек  $M_i$  и  $M_{i+1}$ .

10. Если точка  $O_k$  попадает в окрестность точки  $C$  (или внутрь окружности радиусом  $r_c$ ), то определяем расстояния  $O_k M_i$  и из них выбираем наименьшее, которое принимаем за радиус вписанной окружности  $R_b$  с центром в точке  $O_{k_b}$ .

11. Из центра  $O_{k_b}$  вписанной окружности с радиусом  $R_b$  проводится концентричная окружность через наиболее удаленную точку, т. е. с радиусом  $R_o$  (рис. 11).

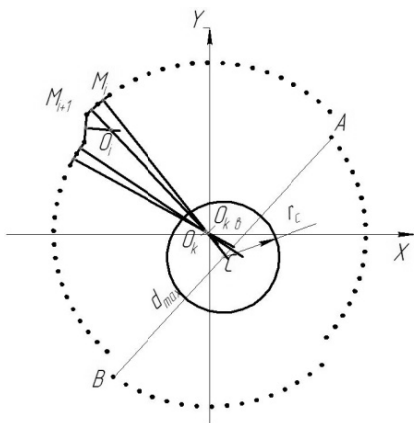


Рис. 10. Нахождение центра вписанной окружности

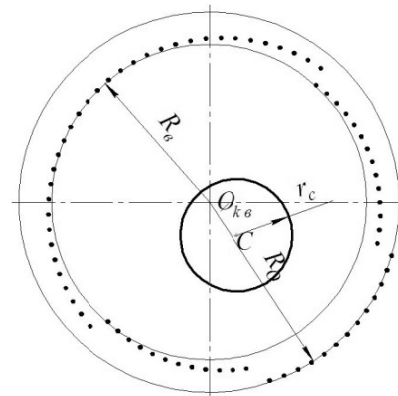


Рис. 11. Описанная окружность, концентричная вписанной окружности

Разработанная методика позволяет определить вписанную окружность в заданное множество точек, а точка  $O_{k_b}$  является центром этой окружности.

Таким образом, полученные параметры двух концентричных отверстий (диаметры и координаты центра) будут являться базой для расчета погрешностей обработки: диаметрального размера, формы и расположения оси.

### Литература

1. Дерябин, И.П. Прогнозирование параметров точности при обработке отверстий / И.П. Дерябин, В.И. Гузев // *Технология машиностроения*. – 2006. – № 4 (46). – С. 9–14.

*Поступила в редакцию 14 марта 2012 г.*

**Дерябин Игорь Петрович.** Доктор технических наук, профессор кафедры «Технология машиностроения, станки и инструмент», Южно-Уральский государственный университет, филиал

в г. Златоусте. Область научных интересов – математическое и компьютерное моделирование точности обработки отверстий. Тел.: (3513) 66-53-28; e-mail: derigp@gmail.com

**Igor P. Deryabin.** The doctor of technical sciences, professor of department of “Technology of mechanical engineering, machinery and tools”, South Ural state university, the branch in the city Zlatoust. The area of scientific interests – mathematical and computer modeling of precision bores. Tel.: (3513) 66-53-28; e-mail: derigp@gmail.com

**Миронова Ирина Николаевна.** Кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения, станки и инструмент», Южно-Уральский государственный университет, филиал в г. Златоусте. Область научных интересов – метрология, моделирование точности обработки деталей машин. Тел.: (3513) 66-53-28; e-mail: inmironova@mail.ru

**Irina N. Mironova.** The candidate of engineering science, assistant professor of “Mechanical engineering, machinery and tools”, South Ural state university, the branch in the city Zlatoust. The area of scientific interests – metrology, the simulation of machining accuracy of machine parts. Tel.: (3513) 66-53-28; e-mail: inmironova@mail.ru