УДК 658.5 DOI: 10.14529/ctcr180411

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Т.А. Аверина, П.Н. Курочка, М.В. Жегульская
Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

В данной работе подлежит исследованию некоторая организация, которая рассматривается как *сеть* массового обслуживания, состоящая из *n*-го количества *систем* массового обслуживания (далее – СМО), которые представляют собой подразделения организации.

На первом этапе доказывается, что поток поступающих вопросов (так называемых проблем, требующих решения) является случайной величиной, имеющей распределение Пуассона. Это позволит определить интенсивность поступающих вопросов сотруднику организации.

Вторым шагом исследования является доказательство того, что время принятия решений (обработки поступающих вопросов) является случайной величиной и имеет экспоненциальное распределение. Из этого доказательства вытекает интенсивность принятия решений.

На третьем этапе рассматривается *сеть* систем массового обслуживания, которая состоит из *n* СМО и имеет некоторый источник вопросов. Далее строится матрица вероятностей поступления вопросов из одной СМО в другую, т. е. матрица передач. Полученные данные подлежат анализу, делается вывод о каждой СМО и ее эффективности.

Шаг четвертый – определение характеристик сети СМО. На данном этапе находится интенсивность потоков вопросов в каждую систему, а также определяется интенсивность принятия решений по каждому вопросу.

Знания интенсивность поступающих вопросов, а также интенсивность принятия решений, определяется оптимальное количество сотрудников, необходимых для эффективной работы организации в целом.

В завершении работы делается вывод о применении теории массового обслуживания в процессе принятия управленческих решений, которая позволит определить, в каком звене возникает проблема, кто именно замедляет процесс решения вопросов. Подход, рассмотренный в данной работе, позволит избежать негативных результатов работы организации посредством выявления проблемных областей на стадии принятия решений, а не на завершающем этапе – подведения итогов.

Ключевые слова: система массового обслуживания, сеть массового обслуживания, принятие решений, интенсивность.

В настоящее время практически любая организация представляет собой динамическую систему, осуществляющую свою деятельность в бесконечном пространстве состояний и на бесконечном интервале времени. На вход такой системы постоянно поступает с некоторой частотой последовательность вопросов, требующих решения. Текущая деятельность не позволяет объективно оценить поток входящих вопросов и решить их.

Актуальность исследования состоит в том, что успех организации в большинстве зависит от качества принимаемых решений, поэтому анализ эффективности управленческих решений позволяет в будущем учесть совершенные ошибки, а также улучшить систему управления для достижения поставленных целей деятельности организации. В этой связи все большее значение приобретает развитие новых методов совершенствования процесса принятия решений [1].

Цель исследования – оптимизация процесса принятия решений с помощью теории массового обслуживания [2–4].

Рассматривается некоторая организация, представляющая собой *сеть* массового обслуживания, которая состоит из *n*-го количества *систем* массового обслуживания (далее – СМО), представляющих собой отделы (подразделения) в организации.

На вход такой сети поступают различные вопросы, требующие использования возможностей систем в разной степени: в потоке вопросов существуют как вопросы, требующие вовлечения всех рассматриваемых отделов, так и вопросы, для разрешения которых необходимо задействовать одну систему.

Источником вопросов может служить как внешний поток, так и выходной поток от другой системы массового обслуживания, также включенный в сеть. Будем считать, что время пребывания вопроса в очереди неограниченно и дисциплина в очереди определяется по принципу: первый пришел – первый обслуживается.

Формулировка задачи: К k-му сотруднику поступает пуассоновский поток вопросов, требующих решения, с интенсивностью λ. Время принятия решений по каждому вопросу – случайное с экспоненциальной функцией распределения и интенсивностью принятия решений μ. Если вопрос (требование), поступивший k-му сотруднику, застает его занятым, то он встает в очередь и ждет до тех пор, пока не будет решен. В каждый момент времени k-й сотрудник может принимать не более одного решения.

1. Необходимо подтвердить гипотезу о том, что входящий поток вопросов имеет распределение Пуассона.
2. Подтвердить гипотезу о том, что время принятия решений по каждому вопросу имеет экспоненциальное распределение.
3. Представить рассматриваемую организацию в виде сети, проанализировать и сделать вывод.

1. Зададим временной интервал T, внутри которого зафиксированы моменты поступления вопроса сотруднику. Используя статистические методы, временной интервал разделим на z интервалов, т. е.

$$t = \frac{T}{z}. \tag{1}$$

Обозначим через m_i число интервалов t, «содержащих» i вопросов (т. е. число временных промежутков длиной t, в каждый из которых поступило i вопросов).

Найдем среднее число вопросов, приходящихся на промежуток времени t [5]:

$$\lambda t = \frac{\sum_{i=1}^{r} i m_i}{\sum_{i=1}^{r} m_i}, \tag{2}$$

где r – номер интервала, следующего за интервалом, которого нет, т. е. нет интервалов с числом вопросов более чем r.

Найдем относительную частоту W_i числа i вопросов в интервале i [5]:

$$W_i = \frac{m_i}{\sum_{j=1}^{r} m_j}, \; i = 0, 1, 2, \ldots, r. \tag{3}$$

Вычислим теоретические вероятности p_i того, что за промежуток времени t поступило i вопросов.

В соответствии с пуассоновским процессом [5] имеем

$$p_i = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}, \; i = 0, 1, 2, \ldots, 9. \tag{4}$$

Пусть время наблюдения составляет 480 мин. Весь интервал разобьем на $n = 48$ одинаковых полуоткрытых интервалов $t = 10$ мин.

Сведем полученные данные в табл. 1.

Таблица 1

Вспомогательный расчет

№	Число вопросов в интервале t = 10 мин	Число интервалов, содержащих i вопросов, m_i	Значение вероятностей пуассоновского распределения, p_i	Относительная частота, W_i
1	0	1	0,1514	0,0208
2	1	5	0,2256	0,1042
3	2	14	0,224	0,2917
4	3	15	0,1669	0,3125
5	4	5	0,0994	0,1042
6	5	4	0,0494	0,0833
7	6	3	0,021	0,0625
8	7	1	0,0078	0,0208
9	8	0	0,0026	0

Найдем

$$\lambda t = \frac{0+5+28+45+20+20+18+7+0}{48} = \frac{143}{48} = 2{,}979,$$

т. е. в среднем 2,979 вопроса поступает в 10 минут.

$\lambda = \dfrac{2{,}979}{10} \approx 0{,}3$ вопроса в минуту.

Применим критерий χ^2:

$$\chi^2 = n \cdot \sum \frac{\left(W_i - p_i\right)^2}{p_i}. \tag{5}$$

Воспользуемся вспомогательной табл. 2.

Таблица 2

Вспомогательный расчет

W_i	p_i	$W_i - p_i$	$\left(W_i - p_i\right)^2$	$\dfrac{\left(W_i - p_i\right)^2}{p_i}$
0,0208	0,1514	–0,1306	0,0171	0,1126
0,1042	0,2256	–0,1214	0,0147	0,0654
0,2917	0,224	0,0677	0,0046	0,0204
0,3125	0,1669	0,1456	0,0212	0,1271
0,1042	0,0994	0,0048	2,2567	0,0002
0,0833	0,0494	0,0339	0,0012	0,0234
0,0625	0,021	0,0415	0,0017	0,0819
0,0208	0,0078	0,013	0,0002	0,0216
0	0,0026	–0,0026	6,7067	0,0026

$\chi^2 \approx 9 \cdot 0{,}455 = 4{,}1$.

Учитывая, что в распределении Пуассона один параметр, получаем степеней свободы $r = n - 1 - 1 = 9 - 1 - 1 = 7$;

$\chi^2\left(7; p\right) = 4{,}1$.

Окончательно получаем – вероятность того, что распределение является пуассоновским.

Следовательно, гипотеза о пуассоновском распределении входящих вопросов не противоречит опытным данным и может быть принята.

2. Подтвердим гипотезу о том, что время принятия решения по каждому вопросу случайное и имеет экспоненциальное распределение [5], т. е.

$$P = 1 - \exp(-\mu t), \tag{6}$$

где t – время принятия решения по вопросу, мин;

μ – интенсивность принятия таких решений (решений/мин).

Данные о времени принятия решения по i-му вопросу приведены в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t_i	5	4	4	8	16	3	11	6	10	4	2	8
i	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
t_i	1	3	7	13	3	9	12	7	6	5	19	3

По формуле Стеджерса [5] определим количество групп (где N – объем совокупности):

$$m = 1 + 3{,}322 \lg N; \tag{7}$$

$$m = 1 + 3{,}322 \lg 25 = 1 + 3{,}322 \cdot 1{,}4 \approx 5{,}7 \approx 6.$$

Определим ширину интервала:

$$h = \frac{t^{\max} - t^{\min}}{m}; \tag{8}$$

$$h = \frac{19 - 1}{6} = \frac{18}{6} = 3.$$

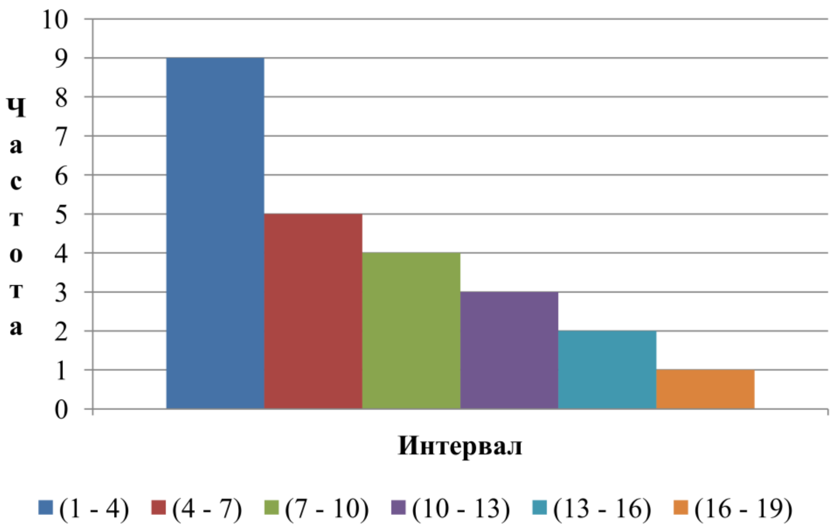
Тогда получим табл. 4.

Таблица 4

Вспомогательный расчет

Интервал	(1–4)	(4–7)	(7–10)	(10–13)	(13–16)	(16–19)
Частота, m_i	9	6	4	3	2	1
Вероятность, p^*	0,36	0,24	0,16	0,12	0,08	0,04

Построим гистограмму распределения и определим среднее время в каждом интервале (см. рисунок).



Гистограмма распределения времени принятия решений

Определим математическое ожидание времени принятия решений:

$$\bar{t} = \frac{1+4}{2}0{,}36 + \frac{4+7}{2}0{,}24 + \frac{7+10}{2}0{,}16 + \frac{10+13}{2}0{,}12 + \frac{13+16}{2}0{,}08 + \frac{16+19}{2}0{,}04 =$$

$$= 0{,}9 + 1{,}32 + 1{,}36 + 1{,}38 + 1{,}16 + 0{,}7 = 6{,}82.$$

Зная среднее время принятия решений по поступающим вопросам, можно найти интенсивность принятия таких решений, т. е.

$$\mu = \frac{1}{\bar{t}} = \frac{1}{6{,}82} \approx 0{,}15.$$

Составим вспомогательную табл. 5.

Таблица 5

Вспомогательный расчет

$\bar{t}_i$	$-\mu t$	$\exp(-\mu t)$	P	P^*	$P^* - P$	$(P^* - P)^2$	$\frac{(P^* - P)^2}{P}$
2,5	–0,375	0,6873	0,3127	0,36	0,0473	0,0022	0,0072
5,5	–0,825	0,4382	0,5618	0,24	–0,3218	0,1036	0,1843
8,5	–1,275	0,2794	0,7206	0,16	–0,5606	0,3142	0,4361
11,5	–1,725	0,1782	0,8218	0,12	–0,7018	0,4926	0,5993
14,5	–2,175	0,1136	0,8864	0,08	–0,8064	0,6503	0,7336
17,5	–2,625	0,0724	0,9276	0,04	–0,8876	0,7878	0,8493
χ^2							2,8098

P – теоретическая вероятность;
P^* – эмпирическая вероятность.

Значение $\chi^2 = 2{,}8$ означает, что теоретическая функция на 60 % соответствует эмпирической.

Следовательно, время принятия решения по каждому вопросу имеет экспоненциальное распределение.

3. Представим рассматриваемую организацию в виде сети.

Рассмотрим некоторую организацию, в которой условно выделим 3 системы массового обслуживания, т. е. 3 отдела (подразделения). Каждая из них обрабатывает (принимает решение) по поступающему вопросу. При этом вопрос после поступления в j-ю СМО может быть обслужен (решение принято) либо поступить в $j+1$ СМО.

Соответствующая матрица передач приведена в табл. 6.

Таблица 6

Матрица передач

i \ j	0	1	2	3
0	0	0,3	0,2	0,5
1	0,5	0	0,1	0,4
2	0,1	0,8	0	0,1
3	0,2	0,6	0,2	0

Например, согласно табл. 6 вероятность поступления вопроса на решение в первый отдел составляет 0,3, при этом, с другой стороны, вероятность того, что вопрос будет полностью решен (не потребуется передача его в следующую СМО), составляет 0,5.

Интенсивность поступления вопросов $\lambda_0 = 1/12 \approx 0{,}083$, т. е. в среднем каждые 12 мин вопрос (проблема) поступает в организацию.

Найдем значение интенсивностей поступления вопроса в каждую из систем массового обслуживания, включенных в сеть [6]:

$$\lambda_1 = \theta_{01}\lambda_0;$$
$$\lambda_2 = (\theta_{02} + \theta_{01}\theta_{12})\lambda_0; \qquad (9)$$
$$\lambda_3 = (\theta_{03} + \theta_{02}\theta_{23} + \theta_{01}\theta_{12}\theta_{23})\lambda_0.$$

Следовательно,

$\lambda_1 = 0,3 \cdot 0,083 = 0,0249;$

$\lambda_2 = 0,2 \cdot 0,083 + 0,3 \cdot 0,1 \cdot 0,083 = 0,0166 + 0,00249 = 0,0191;$

$\lambda_3 = 0,5 \cdot 0,083 + 0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,083 + 0,3 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,083 = 0,0415 + 0,0017 + 0,0002 = 0,0434.$

Интенсивность принятия решения по каждому вопросу в каждой системе массового обслуживания, включенной в сеть, различна (табл. 7) и составляет:

$\mu_1 = 0,0581;$

$\mu_2 = 0,0332;$

$\mu_3 = 0,0804.$

Важно отметить, что отношение $\lambda_i / \mu_i < 1$, т. е.

$$\frac{\theta_{01}\lambda_0}{\mu_1} < 1;$$

$$\frac{(\theta_{02} + \theta_{01}\theta_{12})\lambda_0}{\mu_2} < 1;$$

$$\frac{(\theta_{03} + \theta_{02}\theta_{23} + \theta_{01}\theta_{12}\theta_{23})\lambda_0}{\mu_3} < 1.$$

Нарушение этого неравенства свидетельствует о том, что очередь из поступающих вопросов будет бесконечна.

Таблица 7

Полученные данные

λ_0	λ_i	μ_i	$\psi_i = \lambda_i / \mu_i$	P_0^i	$\overline{N_i}$	T_i	W_i
0,083	0,0249	0,0581	0,4286	0,5714	0,75	30,1205	12,9088
	0,0191	0,0332	0,5753	0,4247	1,3546	70,922	40,8015
	0,0434	0,0804	0,5167	0,4833	1,173	27,027	14,5892
0,1	0,03	0,0581	0,5164	0,4836	1,0676	35,5872	18,3755
	0,023	0,0332	0,6928	0,3072	2,2549	98,0392	67,9187
	0,0523	0,0804	0,6505	0,3495	1,8612	35,5872	23,1494
0,125	0,0375	0,0581	0,6454	0,3546	1,8204	48,5437	31,3320
	0,0288	0,0332	0,8675	0,1325	6,5455	227,2727	197,1522
	0,0654	0,0804	0,8134	0,1866	4,36	66,6667	54,2289

P_0^i – вероятность того, что в i-й системе массового обслуживания будет находиться 0 вопросов для принятия решения, которая находится по формуле [6]

$$P_0^i = \frac{1}{\dfrac{\psi_i^s}{s!\left(1 - \dfrac{\psi_i^s}{s}\right)} + \sum_{n=0}^{s-1} \dfrac{\psi_i^n}{n!}}, \tag{10}$$

где $\psi_i = \lambda_i / \mu_i$ – трафик – интенсивность;

s – число обслуживающих устройств (СМО, принимающих решения, в данном случае равно 1).

$\overline{N_i}$ – среднее число вопросов в каждой системе:

$$\overline{N_i} = \frac{\lambda_i}{\mu_i - \lambda_i}; \tag{11}$$

T_i – среднее время пребывания вопроса в СМО:

$$T_i = \frac{1}{\mu_i - \lambda_i}; \tag{12}$$

W_i – среднее время ожидания принятия решения:

$$W_i = \frac{1}{\mu_i} \cdot \overline{N_i} . \quad (13)$$

Анализируя данные, представленные в табл. 7 для трех значений интенсивности поступления требований в сеть:

$$\lambda_0 = \frac{1}{12} = 0,083;$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{10} = 0,1;$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{8} = 0,125,$$

можно сделать вывод: вероятность простоя первой СМО составляет 35–57 %, а вероятность простоя всей сети массового обслуживания, т. е. рассматриваемой организации, определяется по формуле [6]:

$$P_{0,0,0} = P_0^1 \cdot P_0^2 \cdot P_0^3; \quad (14)$$

$P_{0,0,0} = 0,57 \cdot 0,42 \cdot 0,48 \approx 0,115 = 11,5\,\%$ для $\lambda_0 = 0,083$;

$P_{0,0,0} = 0,48 \cdot 0,31 \cdot 0,35 \approx 0,0521 = 5,21\,\%$ для $\lambda_0 = 0,1$;

$P_{0,0,0} = 0,35 \cdot 0,13 \cdot 0,19 \approx 0,0086 = 0,86\,\%$ для $\lambda_0 = 0,125$.

Таким образом, среднее время пребывания вопроса, проходящего все циклы СМО, в рассматриваемой сети массового обслуживания составит:

при $\lambda_0 = 1/12 \approx 0,083$, $T = T_1 + T_2 + T_3 = 30,1 + 70,9 + 27 \approx 128$ мин, а время ожидания $W \approx 68,3$ мин;

при $\lambda_0 = 1/10 = 0,1$, $T = T_1 + T_2 + T_3 = 35,6 + 98 + 35,6 \approx 169,2$ мин, а время ожидания $W \approx 109$ мин;

при $\lambda_0 = 1/8 = 0,125$, $T = T_1 + T_2 + T_3 = 48,5 + 227,3 + 66,7 \approx 343$ мин, а время ожидания $W \approx 283$ мин.

Следует отметить, что узким местом в рассматриваемой организации, согласно последней таблице, является СМО, для которой среднее число вопросов в очереди изменяется в пределах от 1,4 до 6,5.

Рассмотрим данную СМО в отдельности, которая представляет собой отдел в организации.

Представим данный отдел как сеть СМО [7]. Под СМО в данном случае следует понимать конкретного сотрудника. Пусть сеть состоит из трех сотрудников. Каждый из них принимает решение по поступающему вопросу. При этом вопрос после поступления в *j*-ю СМО может быть обслужен (решение принято) либо поступить в $j+1$ СМО.

Соответствующая матрица передач приведена в табл. 8.

Таблица 8

Матрица передач

i \ j	0	1	2	3
0	0	0,2	0,5	0,3
1	0,4	0	0,4	0,2
2	0,8	0,1	0	0,1
3	0,7	0,2	0,1	0

Интенсивность поступления вопросов $\lambda_0 = 1/13 \approx 0,077$, т. е. в среднем каждые 13 мин вопрос поступает в отдел.

Найдем значение интенсивностей поступления вопроса каждому сотруднику:

$$\lambda_1 = 0,2 \cdot 0,077 = 0,0154;$$

$$\lambda_2 = 0,5 \cdot 0,077 + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,077 = 0,0385 + 0,0062 = 0,0447;$$

$$\lambda_3 = 0,3 \cdot 0,077 + 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,077 + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,1 \cdot 0,077 = 0,0231 + 0,0039 + 0,0006 = 0,0276.$$

Интенсивность принятия решения по каждому вопросу каждым сотрудником, включенным в сеть, составляет:

$\mu_1 = 0,0437;$

$\mu_2 = 0,0851;$

$\mu_3 = 0,0712.$

Составим табл. 9.

Таблица 9

Полученные данные

λ_0	λ_i	μ_i	$\psi_i = \lambda_i/\mu_i$	P_0^i	$\overline{N_i}$	T_i	W_i
0,077	0,0154	0,0437	0,3524	0,6476	0,5442	35,34	12,45
	0,0447	0,0851	0,5253	0,4747	1,1064	24,75	13
	0,0276	0,0712	0,3876	0,6124	0,633	22,94	8,89
0,09	0,018	0,0437	0,4119	0,5881	0,7004	38,91	16,03
	0,0522	0,0851	0,6134	0,3866	1,5866	30,39	18,64
	0,0322	0,0712	0,4522	0,5478	0,8256	25,64	11,6
0,11	0,022	0,0437	0,5034	0,4966	1,0138	46,08	23,2
	0,0638	0,0851	0,7497	0,2503	2,9953	46,94	35,2
	0,0394	0,0712	0,5534	0,4466	1,239	31,45	17,4

Таким образом, среднее время пребывания вопроса, проходящего все циклы СМО, в рассматриваемой сети массового обслуживания составит:

при $\lambda_0 = 1/13 \approx 0,077$, $T \approx 83,03$ мин, а время ожидания $W \approx 34,34$ мин;

при $\lambda_0 = 1/11 \approx 0,09$, $T \approx 94,94$ мин, а время ожидания $W \approx 46,27$ мин;

при $\lambda_0 = 1/9 \approx 0,11$, $T \approx 124,47$ мин, а время ожидания $W \approx 75,8$ мин.

Следует отметить, что узким местом в рассматриваемом отделе, согласно табл. 9, является сотрудник, для которого среднее число вопросов в очереди изменяется в пределах от 1,1 до 3.

Чтобы ликвидировать очередь введем второго сотрудника, т. е. будем считать, что в отделе будут действовать две аналогичные СМО, решающие одинаковый вид вопросов с одинаковой интенсивностью.

Рассчитаем вероятность того, что отдел будет свободен от обслуживания, т. е. простаивать, а также рассчитаем остальные операционные характеристики (среднее число вопросов, среднее время пребывания вопроса в каждой системе и среднее время ожидания принятия решения) рассматриваемой ситуации по следующим формулам (10), (15)–(17) [4]:

$$\overline{N} = \frac{\psi^{s+1}}{(s-1)!(s-\psi)^2} P_0 + \psi; \tag{15}$$

$$T = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\psi^{s+1}}{(s-1)!(s-\psi)^2} P_0 + \psi \right); \tag{16}$$

$$W = \frac{\psi}{(s-1)!(s-\psi)^2} \cdot \frac{P_0}{\mu}. \tag{17}$$

Необходимо отметить, что интенсивность поступления вопросов для каждой СМО, т. е. для каждого сотрудника, уменьшится в 2 раза:

$$\lambda_2^1 = \frac{0,0447}{2} = 0,0224;$$

$$\lambda_2^2 = \frac{0,0522}{2} = 0,0261;$$

$$\lambda_2^3 = \frac{0,0638}{2} = 0,0319.$$

Результаты расчетов сведем в табл. 10.

Таблица 10

Результаты расчетов

λ_0	P_0	$\overline{N_2}$	T_2	W_2
0,077	0,7698	0,2678	3,15	0,79
0,09	0,7371	0,3141	3,69	0,93
0,11	0,6894	0,3887	4,57	1,15

При этом среднее время пребывания вопроса в отделе в данном случае уменьшится и составит:

при $\lambda_0 = 1/13 \approx 0,077$, $T \approx 61,43$ мин, а время ожидания $W \approx 22,13$ мин;

при $\lambda_0 = 1/11 \approx 0,09$, $T \approx 68,24$ мин, а время ожидания $W \approx 28,02$ мин;

при $\lambda_0 = 1/9 \approx 0,11$, $T \approx 82,1$ мин, а время ожидания $W \approx 41,75$ мин.

Таким образом, с введением второго сотрудника параметры всего отдела значительно улучшились, так как существенно сократилось время ожидания вопросов в очередях для принятия решения.

Определим эффективность введения еще одной штатной единицы. Для этого необходимо найти вероятность пребывания системы (отдела) в одном из состояний до проведения изменений и после. Введем обозначения состояний системы:

S_0 – работает и принимает решения (обладает необходимыми компетенциями);

S_1 – состояние некомплекта сотрудников (отпуска, больничные);

S_2 – состояние необходимости переобучения сотрудников;

S_3 – состояние необходимости повышения (увеличения) производительности (расширения).

Соответственно, P_i – вероятность пребывания системы в одном из состояний.

Необходимо также добавить условие нормировки $P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1$.

Переход из одного состояния в другое носит вероятностный характер и определяется величиной λ_{ij} , показывающей интенсивность перехода системы из состояния *i* в состояние *j*.

Построим матрицу перехода (табл. 11) системы из одного состояние в другое для первоначальной системы (системы до введения еще одного сотрудника).

Таблица 11

Матрица перехода системы из одного состояния в другое для первоначальной системы

i \ *j*	0	1	2	3
0	0	0,6	0,5	0,6
1	0,4	0	0,5	0,6
2	0,5	0,5	0	0,2
3	0,4	0,4	0,4	0

Тогда вероятности состояния системы определим по формулам:

$$P_0 = \frac{-\lambda_{30}F + \lambda_{31}G}{HF - GE}; \quad (18)$$

$$P_1 = \frac{-\lambda_{31}H + \lambda_{30}E}{HF - GE}; \quad (19)$$

$$P_2 = \frac{\lambda_{03}}{\lambda_{20} + \lambda_{21}} P_0 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{20} + \lambda_{21}} P_1; \quad (20)$$

$$P_3 = 1 - (1 + C_2)P_0 - (1 + D_2)P_1, \quad (21)$$

где

$$C_2 = \frac{\lambda_{02}}{\lambda_{20} + \lambda_{21}}, \; D_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{20} + \lambda_{21}}, \; B = -\lambda_{10} - \lambda_{12} - \lambda_{13};$$

$$A = -\lambda_{01} - \lambda_{02} - \lambda_{03}, \; E = \lambda_{01} + \lambda_{21}C_2 - \lambda_{31}(1 + C_2);$$

$$F = B + \lambda_{21}D_2 - \lambda_{31}(1 + D_2), \; G = \lambda_{10} + \lambda_{20}D_2 - \lambda_{30}(1 + D_2);$$

$$H = A + \lambda_{20}C_2 - \lambda_{30}(1 + C_2).$$

Тогда $C_2 = 0{,}5$, $D_2 = 0{,}5$, $B = -1{,}5$, $A = -1{,}7$, $E = 0{,}25$, $F = -1{,}85$, $G = 0{,}05$, $H = -2{,}05$.

Следовательно, $P_0 = 0{,}2$, $P_1 = 0{,}24$, $P_2 = 0{,}24$, $P_3 = 0{,}32$.

Таким образом, вероятность пребывания первоначальной системы в состоянии «работает и принимает решения», т. е. обладает необходимыми компетенциями, равна 20 %.

Аналогично рассчитаем вероятность пребывания системы в рассматриваемых состояниях после введения еще одного сотрудника, тогда матрица перехода имеет вид (табл. 12).

Таблица 12

Матрица перехода системы из одного состояния в другое для системы с еще одним сотрудником

i \ j	0	1	2	3
0	0	0,4	0,3	0,4
1	0,6	0	0,3	0,4
2	0,7	0,7	0	0,2
3	0,6	0,6	0,1	0

Вспомогательные коэффициенты $C_2 = 0{,}21$, $D_2 = 0{,}21$, $B = -1{,}3$, $A = -1{,}1$, $E = -0{,}18$, $F = -1{,}9$, $G = 0{,}02$, $H = -1{,}7$.

Следовательно, $P_0 = 0{,}36$, $P_1 = 0{,}28$, $P_2 = 0{,}16$, $P_3 = 0{,}2$.

Таким образом, вероятность пребывания полученной системы в состоянии «работает и принимает решения», т. е. обладает необходимыми компетенциями, равна 36 %, что в 1,8 раза превышает первоначальный результат.

Применение теории массового обслуживания в процессе принятия решений позволяет не только выявить «проблемные» места, препятствующие быстрому решению вопросов, но и оценить эффективность путей решения таких проблем.

Литература

1. *Теория систем и системный анализ / С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, П.Н. Курочка, В.О. Скворцов. – Воронеж: Научная книга, 2009. – 625 с.*

2. *Гнеденко, Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 2017. – 336 с.*

3. *Карташевский, В.Г. Основы теории массового обслуживания / В.Г. Карташевский. – М.: Радио и связь, 2011. – 108 с.*

4. *Кирпичников, А.П. Прикладная теория массового обслуживания / А.П. Кирпичников. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2016. – 118 с.*

5. *Павский, В.А. Теория массового обслуживания: учеб. пособие / В.А. Павский. – Кемерово: Кемеров. технол. ин-т пищевой пром-сти, 2008. – 116 с.*

6. *Курочка, П.Н. Моделирование задач организационно-технологического проектирования строительного производства / П.Н. Курочка. – Воронеж: Воронеж. гос. архитектур.-строит. ун-т, 2004. – 204 с.*

7. *Аверина, Т.А. Анализ моделей и методов управления инновационным развитием предприятия / Т.А. Аверина / Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Управление строительством. – 2014. –№ 1 (6). – С. 76–83.*

Аверина Татьяна Александровна, канд. техн. наук, доцент кафедры управления строительством, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж; ta_averina@mail.ru.

Курочка Павел Николаевич, д-р техн. наук, профессор кафедры управления строительством, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж.

Жегульская Марина Витальевна, магистрант кафедры управления строительством, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж.

Поступила в редакцию 10 августа 2018 г.

DOI: 10.14529/ctcr180411

IMPROVEMENT OF THE DECISION MAKING PROCESS BASED ON QUEUEING THEORY

T.A. Averina*, P.N. Kurochka, M.V. Zhegulskaya
Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation
* *ta_averina@mail.ru*

In this paper, some organization that is considered as a queueing network consisting of *n* number of queueing systems (hereinafter referred to as “QS”), which are units of the organization, is to be investigated.

At the first stage, it is proved that the flow of incoming questions (so-called problems that need to be solved) is a random variable having the Poisson distribution. This allows to determine the intensity of incoming questions to the employee.

The second step of the study is to prove that the decision-making time (processing of incoming questions) is a random variable and has an exponential distribution. From this proof follows the intensity of decision-making.

At the third stage, a network of queueing systems, which consists of *n* QS and has some source of questions, is considered. Further, a matrix of probabilities of the arrival of questions from one QS to another is constructed, i.e. transfer matrix. The obtained data are subject to the analysis, the conclusion about each QS and its efficiency is drawn.

Step four is the definition of the characteristics of the QS network. At this stage, an intensity of the questions flow to each system is determined, as well as the intensity of decision-making on each issue.

Knowing the intensity of incoming questions, as well as the intensity of decision making, the optimal number of employees necessary for the effective operation of the organization as a whole is defined.

In completion of work the conclusion about the application of queueing theory in the process of making managerial decisions, which will allow to determine in which link the problem arises, who exactly slows down the process of solution of questions is made. The approach considered in this work will allow to avoid negative results of the organization's work by identifying problem areas at the decision-making stage, and not at the final stage – summing up.

Keywords: queueing system, queueing system network, decision-making, intensity.

References

1. Barkalov S.A., Burkov V.N., Kurochka P.N., Skvortsov V.O. *Teoriya sistem i sistemnyy analiz: uchebnoe posobie* [Theory of Systems and Systems Analysis: Manual]. Voronezh, Nauchnaya kniga Publ., 2009. 625 p.

2. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. *Vvedenie v teoriyu massovogo obsluzhivaniya* [Introduction to Queuing Theory]. Moscow, Nauka Publ., 2017. 336 p.

3. Kartashevsky V.G. *Osnovy teorii massovogo obsluzhivaniya* [Fundamentals of Queueing Theory]. Moscow, Radio and Communication Publ., 2011. 108 p.

4. Kirpichnikov A.P. *Prikladnaya teoriya massovogo obsluzhivaniya* [Applied Queuing Theory]. Kazan, Kazan University Publ., 2016. 118 p.

5. Pavskiy V.A. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya: uchebnoe posobie* [Theory of Queueing: A Textbook]. Kemerovo, Kemerovo Technological Institute of Food Industry Publ., 2008. 116 p.

6. Kurochka P.N. *Modelirovanie zadach organizatsionno-tekhnologicheskogo proektirovaniya stroitel'nogo proizvodstva* [Modeling the Problems of Organizational and Technological Design of Construction Production]. Voronezh, State University of Architecture and Civil Engineering Publ., 2004. 204 p.

7. Averina T.A. [Analysis of Models and Methods of Management of Innovative Development of the Enterprise]. *Bulletin of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Management of Construction*, 2014, no. 1 (6), pp. 76–83. (in Russ.)

Received 10 August 2018

ОБРАЗЕЦ ЦИТИРОВАНИЯ

Аверина, Т.А. Совершенствование процесса принятия решений на основе теории массового обслуживания / Т.А. Аверина, П.Н. Курочка, М.В. Жегульская // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2018. – Т. 18, № 4. – С. 115–126. DOI: 10.14529/ctcr180411

FOR CITATION

Averina T.A., Kurochka P.N., Zhegulskaya M.V. Improvement of the Decision Making Process Based on Queueing Theory. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 115–126. (in Russ.) DOI: 10.14529/ctcr180411